

**В.П.Авдокушин, В.П.Самарай**

Киевский национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

## **РЕОЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ ЛИТЕЙНЫХ ФОРМ И СТЕРЖНЕЙ ВИБРАЦИЕЙ**

*Анализ корреляционных взаимосвязей между технологическими и реологическими свойствами формовочных смесей показал, что в качестве информационного обеспечения системы моделирования процесса уплотнения форм и стержней целесообразно использовать основные реологические параметры: предельное напряжение сдвига  $\tau_0$ , модуль упругости  $E$ , пластическую вязкость  $\eta$ . Рассмотрен механизм процесса уплотнения форм и стержней вибрацией. Предложена методика реологического моделирования динамики процессов уплотнения и перетекания смеси в рабочих полостях модельной оснастки произвольной конфигурации. Метод учитывает неравномерность вибрационного поля и дает возможность изменения исходной реологической модели в процессе расчетов.*

*The analyses of correlations between technological and rheological properties of forming sands has shown, that for data support to a system of simulation of molds and cores compaction process it is reasonable to use basic rheological parameters: a point shearing streng  $\tau_0$ , modulus of elasticity  $E$ , plastic viscosity  $\eta$ . The mechanism compaction of process of molds and cores by vibration is studied and a metod of rheological simulation of dynamics of sand compaction and flowing processes in working cavities of model equipment of any configuration is offered. The method takes into account uneven nature of a vibratory field and allows to change initial rheological model in the process of calculations.*

Оптимизация технологических режимов изготовления литейных форм и стержней наиболее эффективно может быть решена на основе моделирования динамики процессов уплотнения и перетекания формовочной смеси в рабочих полостях модельно-опочной оснастки и стержневых ящиков.

Однако большое разнообразие конфигураций отливок, применение формовочных смесей с различными структурно-механическими свойствами и разных методов формообразования значительно усложняет задачу математического описания этих процессов. На практике преимущественно рассматриваются частные случаи, используются эмпирические уравнения, составленные на основе результатов технологических испытаний формовочных смесей по стандартным методикам [1].

На основании анализа литературных данных по теории уплотнения форм, а также сопредельных областей (теории грунтов, бетонов и др.) и полученного практического опыта, реологический подход является наиболее универсальным, он позволяет охватить моделированием большую часть вариантов технологий литейных форм. Формовочная смесь рассматривается как дисперсное нелинейно деформируемое тело, свойства которого определяются сочетанием параметров элементарных моделей, характеризующих пластические, упругие и вязкие компоненты, параметры которых изменяются в процессе уплотнения в зависимости от текущего значения плотности смеси.

Чтобы установить возможность комплексной оценки физико-механических свойств формовочных смесей по результатам измерения реологических свойств, провели статистический анализ взаимосвязей между группой свойств, предусмотренных стандартными методами испытаний (прочность при сдвиге и сжатии, насыпная масса, уплотняемость, текучесть) и модулем упругости, предельным напряжением сдвига и пластической вязкостью песчано-бентонитовых и сыпучих самотвердеющих смесей [1]. Испытания формовочных смесей по стандартным методикам и в сложно-напряженном состоянии (сдвиг с одновременным сжатием) с 90-93 % вероятностью показали

## Проблемы технологии формы

наличие линейных корреляционных связей в группах параметров: прочность при сдвиге, уплотняемость, насыпная масса, пластическая вязкость и прочность при сжатии, уплотняемость и предельное напряжение сдвига. В первой статистически зависимой группе наиболее общим параметром по результатам расчетов итерированных сил [2] определили пластическую вязкость. Между текучестью, модулем упругости и предельным напряжением сдвига в проведенной серии экспериментов не выявили линейных связей как между этими показателями, так и с приведенными выше группами параметров.

Таким образом, для оценки рассмотренных физико-механических свойств формовочных смесей достаточно определить базовые реологические параметры: пластическую вязкость, модуль упругости и предельное напряжение сдвига. Благодаря высокой информативности и в связи с тем, что определение реологических параметров возможно по результатам одного испытания в условиях, которые достаточно близко моделируют реальное сложно-напряженное состояние литейной формы, а также наличию хорошо развитого математического аппарата реологии, следует считать, что реологический метод наиболее перспективен для объективной оценки свойств формовочных смесей и моделирования работы литейной формы как в процессе ее изготовления, так и при взаимодействии с отливкой. Кроме того, принципиально возможен перевод моделей, построенных на использовании технологических характеристик смесей, в реологические модели, что позволит таким образом обобщить ранее полученные результаты.

Изложенная концепция реализована для моделирования процесса вибрационного уплотнения литейных форм и стержней, механизм воздействия вибрации на дисперсные системы которых заключается в резком снижении эффективной вязкости и предельного напряжения сдвига материала, а непосредственной причиной его уплотнения являются гравитационные силы [3]. В общем случае при вибрировании на каждый элементарный объем смеси действует знакопеременная сила, которая изменяет свое направление с частотой колебаний. При вертикально направленной объемной вибрации вследствие сложения силы тяжести и знакопеременной силы инерции происходит периодическое многократное резкое торможение слоев смеси, при этом верхние слои осуществляют уплотняющее действие на нижележащие, которые пластично деформируются. По мере повышения плотности смеси возрастают ее структурно-механические характеристики, поэтому уплотнение данного слоя смеси происходит, пока возбуждающая сила не уравновесится прочностными свойствами уплотненного слоя. При этом прекращается пластическая деформация смеси и виброускорения вызывают в ней лишь упругие деформации. Этот процесс с учетом затухания колебаний наиболее интенсивно проявляется непосредственно у платформы виброплощадки. Зона наибольшего уплотнения последовательно распространяется вверх, пока равновесие не наступит по всей высоте формы или стержня. Верхние слои смеси могут иметь пониженную плотность вследствие меньшего уплотняющего воздействия со стороны вышележащих слоев и затухания колебаний.

Реологическое моделирование этого процесса, исходя из рассмотренного механизма уплотнения литейной формы, может осуществляться следующим способом.

Объектом моделирования является система, в которую входят модельная плита с моделью сложного профиля, опока и формовочная смесь, засыпанная на модель. Верхний уровень формовочной смеси совпадает с верхним срезом опоки или наполнительной рамки.

Моделирование процесса уплотнения формовочной смеси выполняется для произвольного вертикального сечения формы. Избранное сечение литейной формы условно разделяется горизонтальными и вертикальными плоскостями на элементарные объемы призматической формы. Следы вертикальных плоскостей разделяют форму на зоны соответственно профилю модели: границы зон должны проходить через плоскости вертикальных стенок модели и опоки. Наклонные или закругленные поверхности представляются ступенчатыми профилями.

## Проблемы технологии формы

Следы горизонтальных плоскостей разделяют форму на слои высотой  $dx$ . Ширина зон и толщина слоев (то есть ширина и высота элементарных объемов смеси) определяются из условий выполнения требований макрореологического моделирования. Приняв высоту опоки  $H$ , координату любого слоя смеси обозначим  $H-x$ , где  $x$  - удаление от верхнего края опоки. Относительно каждого слоя, который рассматривается, нижележащие слои смеси, имеющие согласно предложенному механизму процесса более высокие значения реологических параметров, принимаются как жесткая подпора, через которую передаются вибрационные колебания.

В таком случае, общий процесс уплотнения элементарного объема смеси можно рассматривать как следствие взаимодействия трех (при двухмерном моделировании) или пяти (при трехмерном моделировании) составных компонент напряжений (рисунок):

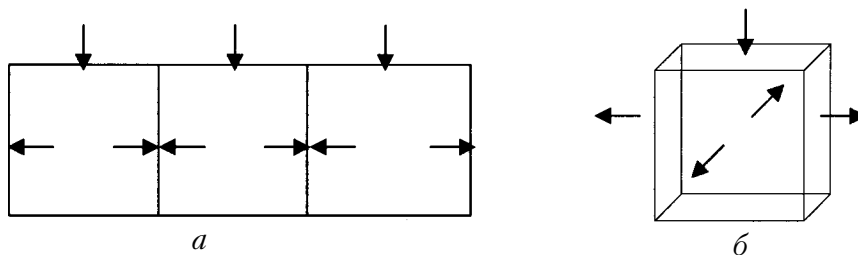


Схема напряжений в элементарном объеме смеси: а - двухмерная схема; б - трехмерная схема

Уплотнение, то есть уменьшение высоты  $dx$  элемента, обуславливается нормальным давлением  $\sigma_{1ij}$ . Уплотнение в горизонтальном направлении вызывается перетеканием смеси в соседние элементарные объемы за счет разности боковых давлений соответствующих соседних элементов по двум ( $\sigma_{2ij}$  при двухмерном моделировании) или четырем ( $\sigma_{2ij}$ ,  $\sigma_{3ij}$  при трехмерном моделировании) направлениям. Перетекание формовочной смеси происходит, если главные большие напряжения соседних элементов настолько взаимно отличаются, что появляется возможность сжатия элементарного объема в вертикальном направлении и его расширения за счет сжатия (уплотнения) сопредельного элемента в горизонтальном направлении. Условием перетекания смеси является ситуация, когда горизонтальные напряжения, сжимающие сопредельный элемент, станут для него главными большими напряжениями, а вертикальные - меньшими. Для расчетов горизонтального и вертикального сжатий принимаем упрощенно, что сопредельные торцевые поверхности элементов смеси могут смещаться независимо друг от друга.

Деформация, вызываемая сжимающими напряжениями, определяется по уравнению

$$\varepsilon = \sigma_1 / F(\vartheta_{эф}, \eta_{эф}, E_{эф}), \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  - деформация;  $F(\vartheta_{эф}, \eta_{эф}, E_{эф})$  - реологическая модель формовочной смеси;  $\vartheta_{эф}$ ,  $\eta_{эф}$ ,  $E_{эф}$  - эффективные значения предельного напряжения сдвига (предела текучести), вязкости и модуля упругости формовочной смеси.

Реологическая модель, то есть конкретный вид функции  $F(\vartheta_{эф}, \eta_{эф}, E_{эф})$ , определяется по результатам реологических испытаний [1, 4].

Вертикальное уплотняющее напряжение, возникающее в элементарном слое толщиной  $dx$ , представляет собой сумму напряжений, которые вызываются силой тяжести  $\sigma_T$  и инерции  $\sigma_i$  вышележащего столба смеси высотой  $x$ .

$$\sigma_1 = \sigma_T + \sigma_i. \quad (2)$$

Напряжение, вызванное силой тяжести, составляет

## Проблемы технологии формы

$$\sigma_T = \delta(t) \cdot x \cdot g, \quad (3)$$

где  $t$  - время;  $\delta(t)$  - плотность смеси, которая изменяется в процессе уплотнения от  $\delta_0$  (насыпная плотность) до некоторого граничного значения  $\delta_{\max}$ ;  $g$  - ускорение силы тяжести.

Напряжение, вызванное силой инерции,

$$\sigma_{\text{и}} = \delta(t) \cdot x \cdot a, \quad (4)$$

где  $a$  - виброускорение.

Для гармонических колебаний

$$a = A(H-x)\omega^2 \sin \omega t, \quad (5)$$

где  $A(H-x)$  - амплитуда колебаний на уровне  $(H-x)$ ;  $\omega$  - угловая частота колебаний.

Интенсивность затухания колебаний смеси зависит от ее плотности и может быть описана экспоненциальным законом [5]

$$A(H-x) = A \cdot e^{(-\alpha(\delta)/2(H-x))}, \quad (6)$$

где  $A$  - амплитуда колебаний виброплощадки;  $\alpha(\delta)$  - коэффициент затухания колебаний;  $H-x$  - удаление элементарного слоя, рассматриваемого от источника вибрации.

Подставляя выражения (3)-(6) в (2) после преобразования, получим

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \delta(t) \cdot x \cdot g + \delta(t) \cdot x \cdot a \omega^2 \sin \omega t e^{(-\alpha(\delta)/2(H-x))} = \\ &= \delta(t) \cdot x \cdot (g + A \omega^2 \sin \omega t e^{(-\alpha(\delta)/2(H-x))}). \end{aligned} \quad (7)$$

Считаем, что формовочная смесь является псевдоизотропной дисперсной системой, принимаем также, что боковое давление во всех четырех направлениях одинаковое, то есть  $\sigma_2 = \sigma_3$ .

Взаимосвязь между главными напряжениями имеет следующий вид:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2(\Theta(\delta)) = \xi(\delta) \sigma_1. \quad (8)$$

Боковое давление рассчитывается в соответствии с законом предельного равновесия

$$\sigma_2 = \xi(\delta) \sigma_1, \quad (9)$$

где  $\xi(\delta)$  - эффективный коэффициент бокового давления в зависимости от плотности

$$\text{или} \quad \sigma_2 = \sigma_1 \cdot c \operatorname{tg}(\Theta(\delta)) / \operatorname{tg}^2(\Theta(\delta)), \quad (10)$$

где  $\Theta(\delta)$  - эффективный угол обрушения.

$$\Theta(\delta) = 45 + \varphi(\delta)/2, \quad (11)$$

где  $\varphi(\delta)$  - эффективный угол трения;  $c(\delta)$  - эффективный коэффициент связности.

Результирующее боковое давление на границе двух элементов  $\sigma_{2\text{рез}}$  определяется как разность главных меньших напряжений

$$\sigma_{2\text{рез}, i-1} = \sigma_{2ij} - \sigma_{2(i-1)j} - \text{для перетекания смеси в левую сторону}; \quad (12)$$

$$\sigma_{2\text{рез}, j+1} = \sigma_{2ij} - \sigma_{2(j+1)i} - \text{для перетекания смеси в правую сторону}; \quad (13)$$

$$\sigma_{2\text{рез}, i-1} = \sigma_{2ij} - \sigma_{2(i-1)i} - \text{для перетекания смеси назад}; \quad (14)$$

$$\sigma_{2\text{рез.}i+1} = \sigma_{2ij} - \sigma_{2(i+1)} - \text{для перетекания смеси вперед.} \quad (15)$$

Если главные меньшие напряжения равны между собой или коэффициент равновесия меньше, чем предельное значение, иначе говоря, если результирующее боковое давление не превышает предельного напряжения сдвига (при допредельном состоянии смеси), то по границе двух этих элементов не будет явления перетекания и смесь может уплотняться за счет перетекания в соседние элементарные ячейки только по линии действия главных больших напряжений (вертикально).

Запредельное положительное значение  $\sigma_{2\text{рез}}$  означает, что уплотняющее давление действует на соответствующий сопредельный элемент  $i(j-1)$ ,  $i(j+1)$ ,  $(i-1)j$ ,  $(i+1)j$ , а элемент  $ij$  испытывает разуплотняющую деформацию в горизонтальном направлении. Запредельное отрицательное значение  $\sigma_{2\text{рез}}$  означает, что уплотняющему давлению подвержен исследуемый элемент  $ij$ , а сопредельные элементы  $i(j-1)$ ,  $i(j+1)$ ,  $(i-1)j$ ,  $(i+1)j$  деформируются и разуплотняются в горизонтальном направлении, и смесь из них перетекает в  $ij$ -й элемент.

Принимаем, что при двухмерном моделировании вдоль третьей координаты геометрия модели не изменяется и, таким образом, результирующие боковые давления, которые являются соосными с этой координатой и вызывают перетекание смеси вперед или назад на гранях элемента, равны 0 и через соответствующие грани элементов перетекание (уплотнение) в горизонтальном сечении отсутствует.

Принимаем также, что на границе с оснасткой по любой координате перетекание отсутствует.

По представленной методике рассчитываются все составляющие напряжения в элементе (три - для двухмерного; пять - для трехмерного моделирования), деформация по вертикали и горизонтали.

Для практического применения описанной методики необходимо задать вид реологической модели, ее реологические константы, а также учесть, что в процессе уплотнения каждого элементарного слоя происходит изменение вида реологических моделей и их констант. Необходимые данные для каждого вида смеси определяются экспериментально. Выбор реологической модели и расчет ее констант выполняются специальной программой на основании экспериментальной кривой деформации, полученной при испытаниях смеси [4].

Для корректирования реологической модели и ее параметров для каждого слоя смеси в заданном интервале времени рассчитывается плотность смеси. Корректирование выполняется согласно зависимостям, полученным при обработке кривых деформации для разных плотностей смеси.

Плотность смеси определяется из условий сохранения массы

$$\delta_0 dx = \delta(t) (\delta x - \varepsilon), \quad (16)$$

где  $\delta(t)$  - плотность слоя смеси после уплотнения за время  $t$ ;  $\varepsilon$  - величина деформации слоя после уплотнения,

отсюда

$$\delta(t) = \delta_0 dx / (\delta x - \varepsilon). \quad (17)$$

Влияние вибрации на изменение реологических характеристик учитывается путем введения эффективных значений предельного напряжения сдвига  $\vartheta_{\text{эф}}$ , вязкости  $\eta_{\text{эф}}$ , модуля упругости  $E_{\text{эф}}$  в зависимости от виброускорения и плотности смеси

$$E_{\text{эф}}, \eta_{\text{эф}}, \vartheta_{\text{эф}} = f(a, \delta). \quad (18)$$

При наличии дополнительных воздействий на элементарный объем от соседних

## Проблемы технологии формы

зон (за счет различной степени деформации и перемещения) деформация составит

$$\varepsilon = \sigma_{1\text{сумм}} / F(\vartheta_{\text{эф}}, \eta_{\text{эф}}, E_{\text{эф}}); \quad (19)$$

$$\sigma_{1\text{сумм}} = (P_1 - P_2) / (dy^2), \quad (20)$$

где  $P_1$  - сжимающее усилие;  $P_2$  - усилие трения со стороны соседних элементов,  $dy^2$  - соответствующая площадь поверхности элемента, поперечная к сжимающему усилию и усилию трения.

Сила трения о поверхность модели и опоки определяется в соответствии с формулой [5]

$$T_t = \tau_1 \Pi dx = \xi f \sigma \Pi dx, \quad (21)$$

где  $\tau_1$  - удельная сила трения;  $\Pi$  - периметр слоя;  $dx$  - толщина слоя;  $\sigma$  - напряжения, нормальные к поверхности стенки модели и опоки;  $\xi$  - коэффициент бокового давления;  $f$  - коэффициент трения смеси о стенки опоки или модели.

Удельная сила трения определяется по формуле

$$\tau_1 = \sigma \operatorname{tg} \psi, \quad (22)$$

где  $\psi$  - угол внешнего трения;  $\sigma$  - напряжение, нормальное к поверхности стенки модели и опоки.

Для внутреннего трения

$$\tau_2 = \sigma \operatorname{tg} \varphi, \quad (23)$$

где  $\varphi$  - угол внутреннего трения;  $\sigma$  - напряжение, нормальное к вертикальной границе двух соседних элементов.

Расчет напряженного состояния и деформаций производят по зонам пошагово для заданного интервала времени  $\Delta T$  последовательно для каждого выделенного слоя смеси, после чего деформации  $N$  слоев складываются. Потом цикл повторяется для следующего интервала времени.

Расчет останавливается при исчерпании заданного интервала времени вибрирования  $T_{\text{вибр}}$  или достижении наибольшего возможного уплотнения смеси по всей высоте формы, то есть при условии  $\varepsilon = 0$ .

## Список литературы

1. Дорошенко С.П., Авдокушин В.П., Русин К. Формовочные материалы и смеси. - Киев: Вища школа, 1990. - 416 с.
2. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. - М.: Машиностроение; София: Техника, 1980. - 304 с.
3. Авдокушин В.П., Дорошенко С.П., Елтышев В.Н. Применение вибрации в литейном производстве. - Киев: Знание, 1979. - 24 с.
4. Авдокушин В.П., Дорошенко С.П., Сургучев Э.А. // Литейн. про-во. - 1986. - № 3. - С.13.
5. Орлов Г.М. Автоматизация и механизация процесса изготовления литейных форм. - М.: Машиностроение, 1988. - С. 28.

Поступила 06.06.2002