

ТЕПЛОТЕХНИКА МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

Том I

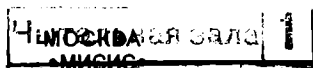
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Под научной редакцией
проф., докт. техн. наук
В.А.Кривандина

Допущено

*Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по направлению
подготовки бакалавров и магистров «Металлургия»
и направлению подготовки дипломированных
специалистов «Металлургия»*

159292



2002

ФЕДЕРАЛЬНАЯ ПРОГРАММА КНИГОИЗДАНИЯ РОССИИ

Рецензенты: кафедра «Теплофизика и экология» Московского вечернего металлургического института;
начальник технического отдела ОАО «Институт Стальпроект», канд. техн. наук В.Л. Гусовский,
главный специалист-теплотехник технического отдела, канд. техн. наук А.Е. Лифшиц

В.А. Кривандин, В.А. Арутюнов, В.В. Белоусов, С.А. Крупенников, Г.С. Сборщиков, В.В. Кобахидзе, А.В. Егоров, Ю.П. Филимонов

УДК 669.04 (075.8)

Теплотехника металлургического производства. Т. 1. Теоретические основы: Учебное пособие для вузов /Кривандин В.А., Арутюнов В.А., Белоусов В.В. и др. – М.: •МИСИС•, 2002. – 608 с.

Книга посвящена теоретическим основам металлургической теплотехники. Рассмотрены вопросы технической термодинамики, теории движения жидкостей и газов. Изложены методы теории подобия, основы теории тепло- и массообмена. Описаны процессы плавления металла и процессы, происходящие в барботируемой жидкой ванне. Рассмотрены теоретические и практические аспекты теплогенерации за счет химической энергии топлива и шихты, а также за счет электроэнергии. Приведены основные сведения по теории сушки.

Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров «Металлургия» и направлению подготовки дипломированных специалистов «Металлургия». Ил. 148. Табл. 21. Библиогр. список: 31 назв.

ISBN 5-87623-069-3
ISBN 5-87623-094-4 (Т. 1)

© Кривандин В.А., Арутюнов В.А.,
Белоусов В.В. и др. •МИСИС•, 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие</i>	9
<i>Введение</i>	11
Раздел 1. ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ	
<i>Глава 1. Основные понятия технической термодинамики</i>	15
1. Термодинамическая система	15
2. Параметры состояния и внутренняя энергия	16
3. Теплота и работа	17
4. Идеальный газ	19
5. Удельная теплоемкость	20
<i>Глава 2. Первый закон термодинамики</i>	23
1. Формулировки первого закона термодинамики	23
2. Функции состояния рабочего тела	24
<i>Глава 3. Термодинамика рабочего тела</i>	30
1. Термодинамические процессы идеального газа	30
2. Термодинамика водяного пара	43
3. Основные термодинамические процессы водяного пара	49
<i>Глава 4. Второй закон термодинамики</i>	52
1. Круговые процессы	52
2. Цикл Карно	56
3. Формулировки второго закона термодинамики	61
<i>Глава 5. Термодинамика открытых систем</i>	64
1. Первый закон термодинамики для открытых систем	64
2. Работа теплового двигателя и компрессора	66
3. Заторможенный поток	67
4. Дросселирование газов и паров	68
5. Истечение газов из сопел и диффузоров	70
6. Сжатие газа в компрессоре	73
<i>Глава 6. Термодинамика теплосиловых установок</i>	76
1. Теоретические циклы двигателей внутреннего сгорания	76
2. Теоретические циклы газотурбинных установок	82
3. Цикл паротурбинной установки (ПТУ)	85
4. Парогазовый цикл	90

Раздел II. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

<i>Глава 7. Основные понятия механики и кинематика жидкостей и газов</i>	91
1. Предмет и основные понятия механики.....	91
2. Некоторые понятия кинематики.....	93
3. Уравнение неразрывности.....	94
<i>Глава 8. Динамика идеальной жидкости</i>	98
1. Силы, действующие в движущейся идеальной жидкости.....	98
2. Уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера).....	99
3. Постановка задачи для расчета движения идеальной жидкости.....	102
4. Уравнение Бернулли для трубки тока идеальной жидкости.....	103
<i>Глава 9. Статика жидкостей и газов</i>	106
1. Уравнения Эйлера для статики.....	106
2. Распределение давления в неподвижных жидкостях и газах.....	107
<i>Глава 10. Динамика реальной жидкости</i>	111
1. Режимы движения реальной жидкости.....	111
2. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости в трубе или канале.....	116
3. Потери давления на трение и на местные сопротивления.....	118
4. Принципы гидравлического расчета напорных трубопроводов и систем эвакуации продуктов сгорания.....	125
5. Расчет дымовой трубы.....	129
6. Истечение газов через отверстия в стенах печей.....	130
7. Внутреннее трение в ламинарном потоке реальной жидкости.....	132
8. Уравнения движения реальной жидкости (уравнения Навье—Стокса).....	136
9. Постановка задачи для расчета движения реальной жидкости.....	138
10. Стационарное установившееся ламинарное течение несжимаемой жидкости в плоском канале и в круглой трубе (течение Пуазейля).....	139
<i>Глава 11. Элементы теории гидродинамического пограничного слоя</i>	148
1. Основные понятия.....	148

2. Виды пограничных слоев	149
3. Дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя (уравнения Л. Прандтля)	153
4. Уравнения Прандтля для турбулентного пограничного слоя	158
5. Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля	160
6. Расчеты пограничных слоев на основе интегральных методов	163

<i>Глава 12. Движение газов и режим давления в печах</i>	183
1. Частично ограниченные струи. Струйные приборы	183
2. Ограниченные струи	187
3. Организация движения газов и рациональный режим давления в печах	189

Раздел III. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ

<i>Глава 13. Основные понятия теории подобия. Подобие гидродинамических явлений</i>	192
1. Основные понятия теории подобия	192
2. Связь между множителями преобразования для потока реальной жидкости. Критерии гидродинамического подобия	197
3. Связь между критериями подобия. Основная теорема теории подобия	202
4. Автомодельность	206
5. Моделирование движения газов в печах	207

Раздел IV. ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

<i>Глава 14. Основные понятия теории тепло- и массообмена</i>	211
1. Поля температур и концентраций. Виды процессов тепло- и массообмена	211
2. Молекулярная теплопроводность и диффузия	213
3. Тройная аналогия	215
<i>Глава 15. Конвективный тепло- и массообмен</i>	217
1. Вынужденная и естественная конвекция. Задачи расчета конвективной тепло- и массоотдачи	217
2. Основные уравнения конвективного тепло- и массообмена	220

3. Конвективная тепло- и массоотдача при вынужденном движении в случае ламинарного и турбулентного пограничных слоев	226
4. Конвективная теплоотдача при установившемся течении несжимаемой жидкости в трубе	263
5. Конвективная тепло- и массоотдача при свободном движении	271
6. Применение теории подобия для исследования процессов конвективной тепло- и массоотдачи	277
Глава 16. Перенос тепла теплопроводностью в твердых телах	280
1. Общая характеристика и основные задачи теории теплопроводности	280
2. Дифференциальное уравнение теплопроводности и постановка задачи теории теплопроводности	281
3. Теплопроводность при стационарном режиме	286
4. Теплопроводность при нестационарном режиме	295
Глава 17. Радиационный теплообмен	319
1. Основные понятия, определения и законы радиационного теплообмена	320
2. Расчет радиационного теплообмена в диатермичной среде	331
3. Радиационные свойства поглощающей и излучающей среды	344
4. Расчет радиационного теплообмена в поглощающей и излучающей среде	353
5. Учет селективности радиационных свойств тел	359
Раздел V. ТЕПЛОГЕНЕРАЦИЯ	
Глава 18. Топливо и его горение	362
1. Общая характеристика топлива	362
2. Топливо, применяемое в металлургии	370
3. Основы теории горения	382
4. Горение топлива	425
5. Расчет горения топлива	449
Глава 19. Теплогенерация за счет электрической энергии	455
1. Общие сведения	455
2. Теплофизические основы преобразования электрической энергии в тепловую	456
3. Теплогенерация по закону Ленца–Джоуля	458

4. Теплогенерация при магнитной поляризации ферромагнитных материалов	462
5. Теплогенерация при электрической поляризации диэлектриков	464
6. Теплогенерация за счет ускорения потока электронов ...	465
7. Теплогенерация за счет электрических разрядов в газах	468
8. Теплогенерация при использовании когерентного излучения оптического квантового генератора	474

<i>Глава 20. Теплогенерация за счет выгорания примесей металла и шихты</i>	476
1. Теплогенерация за счет выгорания примесей металла	476
2. Теплогенерация за счет химической энергии сульфидных материалов	479

Раздел VI. НАГРЕВ МЕТАЛЛА

<i>Глава 21. Характеристики процесса нагрева металла и его протекание</i>	489
1. Цели и показатели нагрева металла	489
2. Процессы, протекающие при нагреве металла	493
<i>Глава 22. Режимы нагрева</i>	500
1. Режимы нагрева термически тонких тел	502
2. Режимы нагрева термически массивных тел	503
<i>Глава 23. Расчеты нагрева металла</i>	507
1. Прогреваемая толщина металла	508
2. Расчеты нагрева металла	508

Раздел VII. ПЛАВЛЕНИЕ И ЗАТВЕРДЕВАНИЕ

<i>Глава 24. Физическая картина и особенности теплообмена при протекании процессов плавления и затвердевания</i>	520
1. Общие сведения	520
2. Тепловые процессы при плавлении и затвердевании	522
3. Общая постановка задач плавления и затвердевания	527
<i>Глава 25. Решение задач плавления и затвердевания</i>	528
1. Затвердевание расплава на теплоотводящей поверхности	528
2. Плавление при мгновенном удалении расплава	536
3. Нагрев и плавление тела в расплаве	544

Раздел VIII. ГИДРОДИНАМИКА ЖИДКОЙ ВАННЫ

Глава 26. Гидродинамика барботажного слоя	550
1. Общие положения	550
2. Взаимодействия на поверхностях раздела фаз	552
3. Движение пузырей и капель в барботажном слое	556
Глава 27. Газовая струя в жидкой ванне	560
1. Общие положения	560
2. Подача газа через фурму, расположенную над уровнем жидкости	562
3. Подача газа через фурму, расположенную под уровнем жидкости	565

Раздел IX. СУШКА

Глава 28. Характеристики процесса сушки	568
1. Общие сведения	568
2. Характеристики сушимого материала	569
3. Характеристики сушильных агентов	571
Глава 29. Тепло- и массообмен в процессе сушки	575
1. Физическая картина процесса сушки	575
2. Тепло- и массообмен при сушке	578
Глава 30. Расчеты процесса сушки	581
1. Постановка задачи	581
2. $h-d$ -диаграмма	582
3. Использование $h-d$ -диаграммы для расчета процессов сушки	583
Рекомендательный библиографический список	591
Приложения	593

ПРЕДИСЛОВИЕ

Общее направление развития современной промышленности предполагает повышение эффективности производства, снижение его энергоемкости при одновременном снижении загрязнения окружающей среды. Это в первую очередь относится к тем отраслям промышленности, которые используют различные тепловые агрегаты. Такими отраслями промышленности являются черная и цветная металлургия, машиностроение, производство строительных и огнеупорных материалов и некоторые другие. В силу этого в высших учебных заведениях страны при подготовке специалистов для этих отраслей промышленности читаются курсы по теплотехнике металлургического производства, которые состоят из двух частей: теоретической и прикладной.

Теоретическая часть включает в себя следующие разделы: основы технической термодинамики; механика жидкостей и газов; основы теории подобия и моделирования; тепломассообмен; топливо; теория горения; теплогенерация; теория нагрева и плавления металла; теория сушки.

Прикладная часть курсов состоит из следующих разделов: основные положения тепловой работы печей; материалы для сооружения печей; механическое оборудование печей; использование вторичных энергоресурсов и очистка газов; топливные и электрические печи черной, цветной металлургии и машиностроения.

В соответствии с этим разработана структура данного учебника. В первом томе рассмотрены теоретические, а во втором — прикладные вопросы. Оба тома написаны с учетом последних достижений в области теории и практики создания и эксплуатации современных печей и их элементов.

Отдельные главы первого тома написаны следующими авторами:

введение и п. 1 гл. 20 – проф., докт. техн. наук *В. А. Кривандиным*;

главы 1–6 – проф., канд. техн. наук *В. В. Белоусовым* и проф., докт. техн. наук *В. А. Арутюновым*;

главы 7–16 – *В. А. Арутюновым*;

глава 17 – проф., докт. техн. наук *С. А. Крупенниковым*;

главы 18 и 26, 27 – проф., канд. техн. наук *Г. С. Сборщиковым*;

глава 19 – проф., канд. техн. наук *А. В. Егоровым*;

п. 2 главы 20 – проф., канд. техн. наук *В. В. Кобахидзе*;

главы 21–23 и 28–30 – проф., докт. техн. наук *Ю. П. Филимоновым*;

главы 24–25 написаны совместно *С. А. Крупенниковым* и *Ю. П. Филимоновым*.

Авторы будут благодарны за все замечания, которые просят направлять по адресу: 117936, Москва, Ленинский проспект, 4. Московский государственный институт стали и сплавов, кафедра теплофизики и экологии металлургического производства.

Коллектив авторов выражает искреннюю признательность и глубокую благодарность *Олегу Владимировичу Киселеву* за оказанную помощь в издании данного учебника.

ВВЕДЕНИЕ

Производство черных и цветных металлов, лежащее в основе развития современной техники, связано с протеканием высокотемпературных, весьма энергоемких процессов. Как развитие металлургии в целом, так и различных ее переделов всегда сопряжено с совершенствованием существующих или внедрением новых теплотехнических процессов.

При выплавке чугуна в объеме доменной печи протекают сложнейшие теплофизические процессы. К ним относятся: горение кокса, гидродинамические и теплообменные процессы в слое и др. Совершенствование работы доменных печей всегда связано с воздействием на протекание теплофизических процессов.

Рассмотрение условий развития процессов производства стали в конвертерах, мартеновских и электропечах также убеждает в том, что и в этом переделе важную роль играют теплофизические процессы.

Кислородно-конвертерный процесс основан на взаимодействии кислородной струи с расплавленным металлом – сложнейшим теплофизическим процессом, определяющим гидродинамику и теплоперенос в ванне расплавленного металла. Повышение производительности и качества работы мартеновских печей всегда связано с интенсификацией гидродинамических и теплообменных процессов. Осуществляемая в настоящее время в отдельных случаях перестройка мартеновских печей в двухванные по существу продиктована теплотехническими требованиями. В электросталеплавильных печах гидродинамические и теплообменные процессы также являются основными.

Важнейшая роль принадлежит теплотехническим процессам и в производстве и термической обработке проката. Качественный нагрев металла перед обработкой давлением – совершенно необходимое условие для нор-

мальной работы прокатного и кузнечного оборудования. Термическая обработка прокатной продукции основана на соответствующих тепломассообменных процессах, осуществляемых в печах специального назначения.

Немало подобных примеров, подтверждающих положение о том, что теплофизические процессы – стержень современной металлургии, можно было бы привести и из практики работы заводов цветной металлургии и машиностроения.

В современном понимании печь – это тепловой агрегат, в котором происходит получение теплоты из того или иного вида энергии и передача ее материалу, подвергаемому обработке.

подавляющее большинство процессов, протекающих в печах, совершается при высоких температурах и связано с большими затратами тепловой энергии. Высокая энергоемкость печных процессов делает металлургическую теплотехнику ответственной за энергетические показатели работы печей, на долю которых приходится очень большая часть всей энергии, расходуемой как в нашей стране, так и в мире в целом. Поэтому сфера приложения теплотехники металлургического производства как науки включает в себя не только теплофизические процессы, лежащие в основе работы металлургических печных агрегатов, но и важнейшие вопросы, сопутствующие работе этих агрегатов, такие как использование вторичных энергоресурсов, охрана окружающей среды и др.

Благодаря своей роли в современном производстве теплотехника металлургического производства уже давно выделилась в самостоятельный раздел технической физики, широко использующий такие ее составные части, как теория горения, гидро- и аэродинамика, тепло- и массоперенос в твердых, жидких и газообразных средах.

В развитие теплотехники металлургического производства большой вклад внесли российские ученые. Известный русский металлург-теплотехник В. Е. Грум-Гржимайло в 1905–1906 гг. впервые сформулировал основные положения гидравлической теории печей. И хотя в настоящее время многие положения этой теории утра-

тили свое значение, появление ее было прогрессивным явлением, способствующим развитию теплотехники металлургического производства как в нашей стране, так и за рубежом. Отжили также положения так называемой энергетической теории, в соответствии с которой работа печи рассматривалась, зависящей в основном от ее тепловой мощности. Последние десятилетия развитие печей идет по пути создания высокопроизводительных механизированных и автоматизированных печных агрегатов, интенсификация работы которых обеспечивается соответствующим развитием тепломассообменных процессов, протекающих в рабочем пространстве печей.

Многие годы над созданием общей теории печей работал М. А. Глинков, который в 1959 г. сформулировал основные положения этой теории, разработанные на основе глубокого анализа энергетических процессов, протекающих в печах. М. А. Глинков доказал, что основными процессами в печах являются процессы теплоотдачи обрабатываемому материалу. Было показано, что процессы теплогенерации, движения газов, конструктивные особенности рабочего пространства печей должны быть подобраны таким образом, чтобы достигался наивысший (необходимый) уровень теплоотдачи к обрабатываемому материалу.

Тепломассообменные процессы, протекающие в рабочем пространстве печей, сложны и многообразны, анализ их выполняется с использованием самого современного математического аппарата, позволяющего создавать и полезно использовать математические модели. Математические модели в металлургической теплотехнике используются с каждым годом все шире и шире. В промышленных печах физический эксперимент часто или затруднен или вообще невозможен, поэтому в этих условиях математическое моделирование оказывается очень плодотворным.

Многие современные печные агрегаты, будучи высокомеханизированными, представляют собой по существу тепловые машины, которые при наличии адаптированных математических моделей могут быть переведены на автоматизированные системы управления с использова-

нием ЭВМ. Уже сейчас немало таких примеров и число их непрерывно увеличивается.

Пути развития теплотехники металлургического производства достаточно многообразны. Развитие теоретических основ определяется необходимостью выделения, в соответствии с теорией М. А. Глинкова, главных теплофизических процессов в рабочем пространстве конкретных печных агрегатов, составления соответствующих этим процессам математических моделей с последующим их использованием для совершенствования печей и создания автоматических систем управления ими.

В практическом плане совершенствование конструкций печных агрегатов и методов их эксплуатации должно происходить в направлении создания высокопроизводительных агрегатов, соответствующих требованиям современного поточного производства с непрерывным снижением энергоемкости процессов плавления и нагрева, осуществляемых в этих агрегатах, с минимально допустимым загрязнением воздушного бассейна, вод и почв.

Раздел I
ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

Глава I
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ**

Термодинамика — это наука, которая изучает процессы превращения энергии. В рамках технической термодинамики рассматриваются процессы превращения энергии, происходящие в различных технических устройствах, в которых используется теплота. Такие устройства весьма многочисленны и применяются в самых различных отраслях промышленности, включая металлургию (металлургические печи, компрессоры, котлы-утилизаторы, газовые турбины), транспорт (двигатели внутреннего сгорания, газовые турбины), энергетику (паровые котлы, паровые турбины), химическую промышленность и т. д.

Результаты, получаемые методами технической термодинамики, широко используются при изучении работы конкретных тепловых устройств.

1. Термодинамическая система

Одним из важнейших понятий термодинамики является понятие термодинамической системы.

Термодинамической системой называется тело или совокупность тел, выделенных из окружающей среды реальной или воображаемой поверхностью, через которую может осуществляться взаимодействие рассматриваемой системы с окружающей средой. Одна из важнейших особенностей термодинамического метода заключается в том, что система изучается отдельно от окружающей среды, а окружающие систему тела рассматриваются лишь с точки зрения их взаимодействия с системой.

Состоянием термодинамической системы называется совокупность всех ее свойств.

Если состояние системы не изменяется с течением времени, считают, что система находится в состоянии равновесия. Это состояние реализуется при выполнении трех условий:

1) наличии термического равновесия, т. е. отсутствии градиентов температуры в системе и разности температур между системой и окружающей средой;

2) механическом равновесии, т. е. отсутствии градиентов давления в системе и разности давлений между системой и окружающей средой;

3) наличии химического равновесия, т. е. неизменности во времени химического состава системы.

Если система находится в состоянии равновесия, она может быть выведена из этого состояния лишь в результате внешнего воздействия. Изменение состояния системы с течением времени называется термодинамическим процессом.

2. Параметры состояния и внутренняя энергия

Состояние системы характеризуется ограниченным числом величин, однозначно определяющих его и называемых параметрами состояния.

В газовых или жидкостных системах, которые представляют наибольший интерес с точки зрения технической термодинамики, при отсутствии химических реакций параметрами состояния являются абсолютное давление p (Па), удельный объем v ($\text{м}^3/\text{кг}$) и абсолютная температура T (К). В связи с тем, что указанные параметры состояния не являются независимыми, а связаны между собой соотношением, называемым уравнением состояния, любые два из них однозначно определяют состояние рассматриваемых систем.

Любое жидкое или газообразное тело состоит из молекул, которые при любой температуре, отличной от абсолютного нуля, совершают хаотическое тепловое движение либо тепловые колебания. Кинетическая энергия этого теплового движения молекул называется внутренней кинетической энергией.

С другой стороны, в связи с наличием сил взаимодействия между молекулами существует внутренняя потенциальная энергия, обусловленная действием этих сил. Сумма внутренней кинетической энергии и внутренней потенциальной энергии представляет собой внутреннюю энергию тела, которая является одной из важнейших величин и основным понятием термодинамики.

3. Теплота и работа

В общем случае при протекании какого-либо термодинамического процесса внутренняя энергия системы изменяется в результате того, что происходит обмен энергией между этой системой и окружающей средой, т. е. система может либо получать энергию из окружающей среды, либо передавать ей часть своей внутренней энергии.

Обмен энергией между термодинамической системой и окружающей средой может осуществляться в двух различных формах — в форме теплоты и в форме механической работы.

Теплота представляет собой микроскопическую форму обмена внутренней энергией между рассматриваемой системой и окружающей средой. В конечном счете такой обмен сводится к тому, что микрочастицы (молекулы, атомы), из которых состоят тела, входящие в систему, передают часть своей энергии окружающей среде за счет различных механизмов переноса теплоты, либо, наоборот, получают энергию от окружающей среды за счет действия этих механизмов. Обмен энергией между рассматриваемым телом (системой) и окружающей средой в форме теплоты происходит без изменений формы и размеров этого тела.

Механическая работа — это макроскопическая форма обмена энергией между системой и окружающей средой. Она совершается при изменении формы и объема тела. Например, если поверхность, ограничивающая объем, содержащий единицу массы газа, равна S и к этой поверхности приложено давление p , то работа, совершаемая силой давления pS при перемещении поверхности на величину dx , выражается (Дж/кг) как

$$dl = pSdx = p dv, \quad (1.1)$$

где v — удельный объем, $\text{м}^3/\text{кг}$.

Таким образом, теплота и механическая работа не являются самостоятельными видами энергии, но представляют собой две различные формы обмена внутренней энергией между термодинамической системой и окружающей средой.

В технической термодинамике принято считать теплоту положительной, если система получает энергию, и отрицательной, если она отдает часть своей энергии в окружающую среду. Что касается работы, то для нее принято обратное правило знаков. Если система совершает работу против внешних сил, т. е. пере-

дает часть своей внутренней энергии окружающей среде в форме работы (например, при расширении газа), то работа считается положительной; в противном случае, т. е. когда работу совершают внешние силы и, следовательно, когда система получает энергию (например, при сжатии газов), работу считают отрицательной.

В различных технических устройствах, в частности, в тепловых двигателях, весьма широко распространены процессы, которые сводятся к тому, что система получает из окружающей среды (от источника тепла) энергию в форме теплоты, а возвращает в окружающую среду (потребителю) энергию в форме работы. Такие процессы называют иногда для краткости превращением теплоты в работу. Понятно, что указанное превращение может быть осуществлено только с помощью тела, способного расширяться и, следовательно, совершать работу в результате получения энергии в форме теплоты. Такие тела называются рабочими телами. Ясно, что речь при этом идет о газах или о парах.

Из всего вышеизложенного следует, что для протекания термодинамического процесса необходимо, чтобы происходило взаимодействие системы с окружающей средой, которое заключается в обмене энергией либо в форме теплоты, либо в форме работы, либо одновременно в обеих формах. Понятно, что любой такой процесс приводит к выходу системы из состояния равновесия в результате внешнего воздействия. Однако в дальнейшем будем рассматривать главным образом так называемые равновесные, или обратимые, термодинамические процессы.

Равновесным, или обратимым, термодинамическим процессом называется такое изменение состояния системы, при котором в любой момент времени система находится в состоянии равновесия. После проведения равновесного процесса в прямом, а затем в обратном направлении ни в системе, ни в окружающей среде не происходит никаких изменений. Именно поэтому такие процессы называют обратимыми.

Обратимый процесс является идеальным. На самом деле все реальные процессы необратимы. Однако это понятие позволяет использовать теорию термодинамического равновесия для исследования реальных процессов. Практически, процесс, близкий к обратимому, можно получить при очень медленном изменении состояния системы, происходящем под действием очень малых разностей температур или давлений.

В термодинамике вообще и в технической термодинамике в особенности широко используется графический метод представления термодинамических процессов, который является весьма наглядным, а кроме того, в ряде случаев позволяет облегчить практические расчеты.

В частности, широко применяется так называемая диаграмма $p - v$, на которой по оси абсцисс откладывают удельный объем, а по оси ординат — абсолютное давление. На рис. 1.1 показан для примера процесс расширения 1 кг газа от состояния 1 до состояния 2. Очень важно, что площадь между кривой, изображающей процесс на диаграмме $p - v$, и осью абсцисс представляет собой (в соответствующем масштабе) работу, совершаемую газом в этом процессе. Действительно, как это следует из равенства (1.1), общее выражение для работы (Дж/кг) некоторого термодинамического процесса имеет вид:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv, \quad (1.2)$$

т.е. работа действительно изображается площадью под кривой 1-2 на рис. 1.1.

4. Идеальный газ

Идеальным газом называется такой газ, собственный объем молекул которого равен нулю, а силы взаимодействия между молекулами отсутствуют. Таким образом, молекулы идеального газа представляют собой материальные точки, которые взаимодействуют друг с другом лишь при взаимных столкновениях, осуществляющихся по законам упругого удара.

Тот факт, что силы взаимодействия между молекулами идеального газа отсутствуют, означает, что внутренняя потенциальная энергия для такого газа равна нулю и, следовательно, внутренняя энергия его тождественно сводится к внутренней кинетической энергии, однозначно связанной с температурой.

Уравнение состояния идеального газа, т.е. связь между параметрами состояния p , v и T , можно получить путем обобщения известных газовых законов (Бойля—Мариотта, Гей-Люссака и Шарля). Для 1 кг газа оно имеет вид

$$pv = RT, \quad (1.3)$$

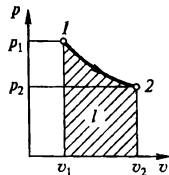


Рис. 1.1. Диаграмма $p - v$

где R — удельная газовая постоянная для данного газа, Дж/(кг·К), зависящая от его физической природы и связанная с универсальной газовой постоянной 8314 [Дж/(кмоль·К)] соотношением $R = 8314/\mu$, здесь μ — молекулярная масса газа, кг/кмоль.

Для некоторой массы газа M , занимающей объем $V = \nu M$, уравнение состояния можно получить, умножив обе части равенства (1.3) на M :

$$pV = MRT. \quad (1.4)$$

Если в уравнение (1.4) подставить вместо M молекулярную массу μ , а вместо V объем, занимаемый одним киломолем, т. е. молекулярный объем V_m , м³/кмоль, то с учетом того, что $Rm = 8314$, получим уравнение состояния для 1 киломоля идеального газа:

$$pV_m = 8314T. \quad (1.5)$$

При нормальных условиях ($T_0 = 273,15$ К, $p_0 = 101$ кПа) $V_m = 22,4$ м³/кмоль.

Понятие идеального газа является, понятно, абстракцией, моделью реального газа, однако, если последний рассматривается в условиях, далеких от точки перехода в жидкое состояние, его поведение хорошо описывается закономерностями, полученными для идеального газа.

5. Удельная теплоемкость

Удельной теплоемкостью называется количество теплоты, необходимое для изменения температуры единицы количества вещества на 1 К. В зависимости от того, в каких единицах выражается количество вещества, различают массовую теплоемкость c , Дж/(кг·К), отнесенную к 1 кг вещества, объемную теплоемкость c' , Дж/(м³·К), отнесенную к 1 м³ вещества, и молярную теплоемкость C , Дж/(кмоль·К), отнесенную к 1 киломолю вещества. В технической термодинамике и теплотехнике наиболее часто используют массовую теплоемкость.

Объемная и молярная теплоемкости связаны с массовой следующими соотношениями:

$$c' = c\rho = c/\nu; C = c\mu,$$

где ρ — плотность, кг/м³; μ — молекулярная масса вещества, кг/кмоль.

В соответствии с приведенным определением массовую удельную теплоемкость можно выразить следующим образом, Дж/(кг · К):

$$c = dq/dT, \quad (1.6)$$

где q — количество теплоты, отнесенное к единице массы (удельная теплота), Дж/кг.

Теплоемкость, вообще говоря, зависит от температуры. Выражение (1.6) позволяет определить значение теплоемкости при данной температуре T , которое называют истинной теплоемкостью. В практических расчетах пользуются средним для данного температурного интервала значением теплоемкости.

Предположим, что некоторый термодинамический процесс происходит в интервале температур $T_1 - T_2$. Тогда среднее в этом интервале значение теплоемкости выразится как

$$\bar{c}_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT, \quad (1.7)$$

где $c(T)$ — истинное значение теплоемкости, зависящее от температуры.

Приводимые в справочной литературе значения теплоемкости представляют собой, как правило, средние значения в интервале от $T_0 = 273,15$ К (0°C) до данной температуры T . Таким образом, для выполнения практических расчетов необходимо найти связь между средней теплоемкостью для данного интервала $\bar{c}_{T_1}^{T_2}$ и средними теплоемкостями для интервалов $(T_0 - T_1)$ и $(T_0 - T_2)$. Для этого интеграл в правой части выражения (1.7) запишем в виде разности двух интегралов

$$\int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = \int_{T_0}^{T_2} c(T) dT - \int_{T_0}^{T_1} c(T) dT.$$

С другой стороны,

$$c|_{T_0}^{T_1} = \frac{1}{T_1 - T_0} \int_{T_0}^{T_1} c(T) dT; \quad c|_{T_0}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_0} \int_{T_0}^{T_2} c(T) dT,$$

откуда получаем

$$\int_{T_0}^{T_1} c(T) dT = c|_{T_0}^{T_1} (T_1 - T_0); \quad \int_{T_0}^{T_2} c(T) dT = c|_{T_0}^{T_2} (T_2 - T_0).$$

Таким образом,

$$\int_{T_1}^{T_2} c(T) dT = c|_{T_0}^{T_2}(T_2 - T_0) - c|_{T_0}^{T_1}(T_1 - T_0).$$

Подставляя этот результат в выражение (1.7), получаем искомую формулу

$$c|_{T_1}^{T_2} = \frac{c|_{T_0}^{T_2}(T_2 - T_0) - c|_{T_0}^{T_1}(T_1 - T_0)}{T_2 - T_1}, \quad (1.8)$$

которая позволяет найти среднее значение теплоемкости для любого интервала температур, используя табличные значения средней теплоемкости.

Удельная теплоемкость зависит от особенностей термодинамического процесса и для различных процессов может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Среди этого бесчисленного множества значений теплоемкости особую роль играют теплоемкость при постоянном давлении (изобарная) c_p и теплоемкость при постоянном объеме (изохорная) c_v .

Найдем связь между этими величинами для идеального газа. Для этого рассмотрим нагрев 1 кг идеального газа, температура которого возрастает на величину dT . Если нагрев газа происходит при постоянном объеме, то сообщаемое ему при этом количество теплоты dq_v расходуется только на повышение его внутренней энергии, так как работа при этом не совершается. Если же повышение температуры газа на dT происходит при постоянном давлении, то получаемая при этом газом теплота dq_p расходуется как на увеличение внутренней энергии газа, так и на совершение работы. Следовательно, разность между dq_p и dq_v равна работе, совершаемой в элементарном изобарном процессе, т. е. в соответствии с выражением (1.1) получаем

$$dq_p - dq_v = p dv. \quad (1.9)$$

На основании определения теплоемкости (1.6)

$$dq_p = c_p dT, \quad dq_v = c_v dT.$$

С другой стороны, взяв дифференциал от левой и правой частей уравнения (1.3) и учитывая, что $p = \text{const}$, получим $p dv = R dT$.

Подставив последние три равенства в выражение (1.9) и разделив обе его части на dT , найдем связь между изобарной c_p и изохорной c_v массовыми удельными теплоемкостями идеального газа:

$$c_p - c_v = R. \quad (1.10)$$

Выражение (1.10) носит название формулы Майера.

Как это следует из приведенного вывода, $R = dl_p/dT$, где dl_p — элементарная работа, совершаемая 1 кг газа в изобарном процессе. Таким образом, смысл газовой постоянной заключается в том, что она представляет собой работу, совершаемую 1 кг идеального газа в изобарном процессе при изменении температуры на 1 К.

Как это следует из формулы Майера, изобарная теплоемкость всегда больше изохорной, так как в изобарном процессе теплота расходуется как на изменение внутренней энергии, так и на совершение работы, тогда как в изохорном процессе вся теплота идет лишь на изменение внутренней энергии.

Отношение изобарной и изохорной теплоемкостей

$$c_p/c_v = k \quad (1.11)$$

называется показателем адиабаты, который всегда превышает единицу и зависит лишь от природы газа, а именно, от числа атомов в молекуле газа.

Соотношения (1.10) и (1.11) позволяют выразить как изобарную, так и изохорную теплоемкости любого идеального газа через газовую постоянную и показатель адиабаты.

Глава 2

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

1. Формулировки первого закона термодинамики

Первый закон термодинамики является частным случаем всеобщего закона природы — закона сохранения энергии. Этот закон не может быть выведен аналитически.

В дифференциальной форме математическая формулировка первого закона, записанная для 1 кг газа, имеет следующий вид:

$$dq = du + de + dl, \quad (2.1)$$

где dq — элементарное количество теплоты; du — элементарное изменение внутренней энергии газа; de — элементарное изменение внешней энергии газа; dl — элементарное количество работы, совершенной газом. Внешняя (или макроскопическая) энергия e представляет собой сумму кинетической энергии движущегося газа и его потенциальной энергии.

В соответствии с выражением (2.1) энергия, которую газ получает в форме теплоты, в общем случае расходуется на изменение его внутренней и внешней энергии и на совершение механической работы.

В ряде случаев изменением внешней энергии газа можно пренебречь. Так например, это допустимо, когда перемещение газа как целого не играет существенной роли. Изменение внешней энергии, однако, должно быть обязательно учтено, когда рассматривают термодинамику потока газа.

Итак, считая, что изменения внешней энергии газа не происходит, получим выражение первого закона термодинамики в виде

$$dq = du + dl, \quad (2.2)$$

т. е. теплота, получаемая газом, расходуется на изменение внутренней энергии и на совершение работы.

Интегрируя правую и левую части уравнения (2.2) от некоторого начального до конечного состояния системы, получим формулировку первого закона в интегральной форме:

$$q = \Delta u + l, \quad (2.3)$$

где q — теплота, полученная или отданная газом в данном процессе; $\Delta u = u_2 - u_1$ — изменение внутренней энергии; l — работа, совершаемая в данном процессе и определяемая общей формулой (1.2).

2. Функции состояния рабочего тела

Функцией состояния термодинамической системы называется величина, значение которой однозначно определяется состоянием системы, т. е. значениями параметров состояния, и не зависит от характера термодинамического процесса.

Ниже будут рассмотрены три функции состояния рабочего тела: внутренняя энергия, энтальпия и энтропия.

Каждому состоянию рабочего тела соответствует единственное, вполне определенное значение внутренней энергии, независимо от того, каким образом система пришла в это состояние. Следовательно, внутренняя энергия является функцией состояния. Выражение для изменения внутренней энергии рабочего тела можно получить следующим образом. Рассмотрим элементарный процесс, происходящий при постоянном объеме. Количество теплоты dq_v , принимающее участие в таком процессе, по определению понятия теплоемкости (1.6) равно, Дж/кг:

$$dq_v = c_v dT.$$

Но поскольку при неизменном объеме работа не совершается, в соответствии с первым законом (2.2) $dq_v = du$, следовательно,

$$du = c_v dT. \quad (2.4)$$

Интегрируя равенство (2.4) от состояния 1 до состояния 2 и считая, что изохорная теплоемкость c_v постоянна, т. е. используя ее среднее значение, получим, Дж/кг:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1). \quad (2.5)$$

Поскольку внутренняя энергия есть функция состояния, ее изменение не зависит от характера термодинамического процесса и, следовательно, выражения (2.4) и (2.5) справедливы для любого процесса.

Внутренняя энергия идеального газа, как уже было указано выше, зависит только от температуры, поскольку она представляет собой внутреннюю кинетическую энергию.

Следующая функция состояния рабочего тела – энтальпия. Ее значение для 1 кг газа определяется следующим выражением, Дж/кг:

$$h = u + pv. \quad (2.6)$$

Физический смысл величины u был рассмотрен в п. 2 гл. 1. Физический смысл величины pv может быть выяснен следующим образом. С энергетической точки зрения давление p представляет собой потенциальную энергию давления, отнесенную к единице объема, т. е. объемную плотность потенциальной энергии давления. Действительно, если мы имеем герметично закрытый сосуд,

в котором находится газ под давлением p , а в окружающей среде давление равно нулю, то при нарушении герметичности сосуда газ из него будет вытекать с определенной скоростью, т. е. приобретает кинетическую энергию. Понятно, что при этом в кинетическую энергию переходит потенциальная энергия газа, находящегося в сосуде, которая как раз и является потенциальной энергией давления. Из физических соображений ясно, что запас потенциальной энергии давления газа, находящегося в сосуде, будет тем большим, чем больше давление p и чем больше объем газа V . Следовательно, потенциальная энергия давления должна быть равна произведению pV , Дж. Таким образом давление p действительно представляет собой объемную плотность потенциальной энергии давления. Умножив эту величину на объем, занимаемый единицей массы газа, т. е. на удельный объем v , получим потенциальную энергию давления, отнесенную к единице массы газа, т. е. массовую плотность потенциальной энергии давления pv , Дж/кг.

Итак, энтальпия h представляет собой полную энергию единицы массы газа, т. е. сумму внутренней энергии и потенциальной энергии давления.

Из выражения (2.6) видно, что энтальпия, действительно, является функцией состояния, поскольку таковой является внутренняя энергия, а энтальпия отличается от нее величиной pv , которая зависит только от параметров состояния. Из этого же выражения следует, что энтальпия идеального газа зависит только от температуры, так как только от этого параметра состояния зависит внутренняя энергия, а в соответствии с уравнением состояния идеального газа $pv = RT$.

Для изменения энтальпии в элементарном процессе из выражения (2.6) получаем $dh = du + d(pv)$, или, используя уравнение состояния, $dh = du + RdT$.

Подставляя сюда выражение (2.4) для du , получим

$$dh = c_v dT + RdT = (c_v + R) dT,$$

откуда с учетом формулы Майера (1.10) найдем окончательное выражение для изменения энтальпии в элементарном процессе:

$$dh = c_p dT. \quad (2.7)$$

Интегрируя выражение (2.7) от состояния 1 до состояния 2 и считая, что изобарная теплоемкость c_p постоянна, т. е. используя

ее среднее значение, получим выражение для изменения энтальпии в конечном термодинамическом процессе:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1). \quad (2.8)$$

Выражения (2.7) и (2.8) также, как и в случае внутренней энергии, универсальны, т. е. справедливы для любого процесса, поскольку энтальпия есть функция состояния.

Наконец, третьей функцией состояния, имеющей очень большое значение в технической термодинамике, является энтропия. Это понятие является довольно сложным. Для выяснения его смысла обратимся вновь в выражению (1.1) для элементарной механической работы $dl = pdv$.

В соответствии с этим выражением элементарное количество энергии, которым в форме работы обменивается рассматриваемая система с окружающей средой, равно произведению абсолютной величины давления на элементарное изменение удельного объема. Величина давления в этом выражении определяет интенсивность процесса обмена энергией в форме работы между системой и окружающей средой. Действительно, чем больше давление, тем при одном и том же изменении объема большим будет количество совершенной работы, т. е. количество энергии, полученное или потерянное системой. Если же давление равно нулю, никакое изменение объема не приведет к совершению работы. Обмен энергией в форме работы при этом невозможен. Такие величины, абсолютные значения которых определяют интенсивность некоторого процесса, называются интенсивными. Напротив, удельный объем является экстенсивной величиной, т. е. его абсолютное значение не играет никакой роли в процессе обмена энергией в форме работы, важно лишь насколько он при этом изменяется.

Понятие энтропии следует вводить, если и другую форму обмена энергией между системой и окружающей средой, т. е. теплоту, необходимо описать выражением типа (1.1). При этом очевидно, что роль интенсивной величины должна играть температура, так как, например, в случае, когда температура равна нулю, обмен энергией в форме теплоты становится невозможным в связи с отсутствием теплового движения молекул. Следовательно, выражение для элементарного количества теплоты, аналогичное равенству (1.1), должно иметь следующий вид:

$$dq = Tds, \quad (2.9)$$

где ds – элементарное изменение энтропии, которая для процесса обмена теплотой играет роль экстенсивной величины, как и удельный объем для обмена энергией в форме работы.

Таким образом, определением понятия энтропии является выражение

$$ds = dq/T, \quad (2.10)$$

которое справедливо лишь для равновесных (обратимых) процессов

Следовательно, энтропия представляет собой величину, изменение которой в элементарном термодинамическом процессе равно отношению количества теплоты, участвующей в этом процессе, к абсолютной температуре.

С целью получения выражения для изменения энтропии в каком-либо процессе подставим в формулу (2.10) вместо теплоты q ее значение, определяемое первым законом термодинамики (2.2)

$$ds = du/T + dl/T,$$

или, учитывая, что $du = c_v dT$ и $dl = p dv$, получим

$$ds = c_v(dT/T + p dv/T).$$

Используя далее уравнение состояния для идеального газа найдем $p/T = R/v$, откуда

$$ds = c_v(dT/T) + R(dv/v).$$

Интегрируя последнее равенство от состояния 1 до состояния 2 и считая, что $c_v = \text{const}$, т. е. используя среднее значение изохорной теплоемкости, получим искомое выражение для изменения энтропии в любом термодинамическом процессе:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.11)$$

Из полученного выражения следует, что изменение энтропии не зависит от характера процесса и однозначно определяется значениями параметров состояния T и v в начале и в конце процесса. Таким образом, энтропия является функцией состояния системы.

Другое выражение для изменения энтропии можно получить если элементарное количество теплоты dq в формуле (2.10) выра-

зять с помощью определения теплоемкости (1.6) $ds = c(dT/T)$, откуда после интегрирования найдем

$$\Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (2.12)$$

где c — среднее для данного температурного интервала значение теплоемкости рассматриваемого термодинамического процесса.

Важно отметить, что, как это следует из выражения (2.10), знак изменения энтропии в обратимом процессе совпадает со знаком теплоты, поскольку абсолютная температура всегда положительна. Следовательно, возрастание энтропии соответствует случаю, когда система получает теплоту; напротив, если система отдает теплоту в окружающую среду, ее энтропия уменьшается.

Для анализа различных термодинамических процессов очень часто используют график, на котором по оси абсцисс откладывают энтропию, а по оси ординат — абсолютную температуру. Такой график называют диаграммой $T-s$. Для примера на рис. 2.1 на диаграмме $T-s$ представлен процесс, в котором подвод теплоты сопровождается повышением температуры рабочего тела.

Площадь между кривой, изображающей некоторый процесс на диаграмме $T-s$, и осью абсцисс представляет (в определенном масштабе) теплоту, принимающую участие в данном процессе, поскольку в соответствии с равенством (2.10) $dq = Tds$,

$$q = \int_{s_1}^{s_2} Tds. \quad (2.13)$$

Необходимо отметить, что при изучении различных процессов представляют интерес не абсолютные значения рассматриваемых функций, а лишь их изменение в данном процессе. В связи с этим для практических расчетов исходное состояние, при котором значения функций состояния принимаются равными нулю, можно выбирать произвольно. В технической термодинамике принято считать таким исходным состоянием нормальные условия, т. е. температуру $T_0 = 273,15$ К и давление $p_0 = 101$ кПа. Следовательно, приводимые в справочной литературе величины внутренней энергии, энтальпии и энтропии представляют собой не абсолютные значения этих функций состояния, а разности между их значениями в данном состоянии и при нормальных условиях.

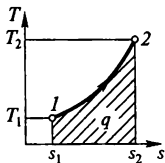


Рис. 2.1. Диаграмма $T-s$

Глава 3 ТЕРМОДИНАМИКА РАБОЧЕГО ТЕЛА

1. Термодинамические процессы идеального газа

Изменение состояния рабочего тела, т. е. переход из некоторого начального состояния в некоторое конечное может осуществляться различными способами. В соответствии с этим имеется бесчисленное множество термодинамических процессов, среди которых выделяют четыре основных: изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный. В чистом виде эти процессы редко встречаются на практике, однако во многих случаях при исследовании реальных тепловых машин и других тепловых аппаратов представление о них иметь необходимо. При рассмотрении основных процессов идеального газа для каждого из них найдем связь между параметрами состояния, определим работу и тепло, получим выражения для изменения функций состояния и дадим графическое представление этих процессов на диаграммах $p-v$ и $T-s$. Отметим еще раз, что рассматриваем только обратимые, равновесные процессы.

Изохорный процесс — это изменение состояния газа, происходящее при постоянном объеме (нагревание или охлаждение газа находящегося в герметически закрытом резервуаре неизменного объема). Связь между изменяющимися параметрами состояния (p и T) при этом выражается законом Шарля $p/T = \text{const}$.

На диаграмме $p-v$ этот процесс изображается прямой, параллельной оси давлений (рис. 3.1, а). При подводе тепла ($q > 0$) температура газа повышается и пропорционально ее увеличению растет давление (отрезок 1-2). Если газ отдает теплоту ($q < 0$)

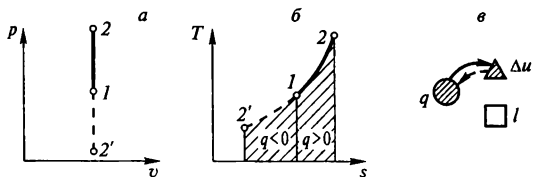


Рис. 3.1. Диаграммы $p-v$ (а), $T-s$ (б)
и схема превращений энергии (в) для изохорного процесса

температура его понижается, что сопровождается пропорциональным уменьшением давления (отрезок $1-2'$).

В связи с неизменностью объема работа изохорного процесса равна нулю. Что касается теплоты, то она выражается соотношением $q_v = c_v(T_2 - T_1)$, где c_v — среднее в данном температурном интервале значение изохорной теплоемкости. Очевидно, что эта теплота в соответствии с первым законом термодинамики целиком затрачивается на увеличение внутренней энергии, т. е. $\Delta u = q_v$.

Изменение энтальпии для рассматриваемого процесса выражается общей формулой $\Delta h = c_p(T_2 - T_1)$. Для изменения энтропии используем выражение (2.12), подставляя вместо теплоемкости ее конкретное значение c_v , Дж/(кг·К):

$$\Delta s = c_v \ln (T_2/T_1),$$

откуда следует, что на диаграмме $T-s$ изохорный процесс изображается логарифмической кривой (рис. 3.1, б); при этом росту энтропии (подводу теплоты) соответствует повышение температуры (отрезок $1-2$), а уменьшению энтропии (отводу теплоты) — падение температуры.

Схема превращений энергии, происходящих при изохорном процессе, приведена на рис. 3.1, в. При подводе теплоты энергия, получаемая системой, целиком затрачивается на увеличение внутренней энергии (сплошная стрелка). Если газ отдает энергию в форме теплоты, то это значит, что часть внутренней энергии передается в окружающую среду (штриховая стрелка). Теплоемкость изохорного процесса $c_v = dq_v/dT$ есть величина положительная, поскольку подвод теплоты сопровождается повышением температуры.

Изобарный процесс представляет собой изменение состояния газа, происходящее при постоянном давлении. При этом изменяющиеся параметры состояния (v и T) связаны между собой законом Гей-Люссака $v/T = \text{const}$.

На диаграмме $p-v$ этому процессу соответствует прямая, параллельная оси удельных объемов (рис. 3.2, а). Если газ получает теплоту ($q > 0$), то его температура повышается, и пропорционально ей возрастает удельный объем (отрезок $1-2$), т. е. происходит изобарное расширение газа. При отводе теплоты температура падает, газ сжимается (отрезок $1-2'$). В первом случае работу совершает газ и $l > 0$, во втором — внешние силы и $l < 0$.

Используя общее выражение для работы найдем, что в случае изобарного процесса

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1),$$

или, поскольку для идеального газа $pv = RT$, величина $l = R(T_2 - T_1)$. Теплота изобарного процесса $q_p = c_p(T_2 - T_1)$, где c_p — средняя изобарная теплоемкость, численно равна изменению энтальпии (2.8). Это означает, что вся получаемая газом в этом процессе теплота целиком идет на повышение энтальпии, что и естественно, так как при этом не только повышается температура (и, следовательно, внутренняя энергия), но и увеличивается удельный объем при сохранении постоянным давления и, следовательно, растет потенциальная энергия давления.

Изменение внутренней энергии при изобарном процессе описывается формулой (2.5).

Для изменения энтропии из выражения (2.12) получаем $\Delta s = c_p \ln(T_2/T_1)$. Это означает, что на диаграмме $T-s$ изобарный процесс также изображается логарифмической кривой (рис. 3.2, б), наклон которой меньше, чем для изохоры, поскольку $c_p > c_v$, т. е. при одном и том же изменении температуры изменение энтропии в случае изобарного процесса оказывается большим. Как и в случае изохорного процесса, подвод тепла, т. е. увеличение энтропии, приводит к повышению температуры (отрезок $1-2$), а отвод теплоты, т. е. уменьшение энтропии, сопровождается понижением температуры (отрезок $1-2'$). Отсюда следует, что теплоемкость изобарного процесса c_p всегда положительна.

На рис. 3.2, в представлена схема превращений энергии при изобарном процессе. При подводе теплоты происходит увеличе-

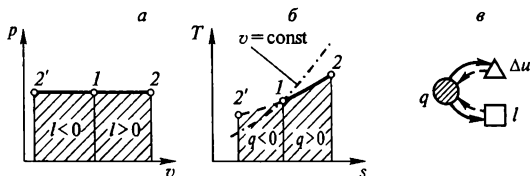


Рис. 3.2. Диаграммы $p-v$ (а), $T-s$ (б) и схема превращений энергии (в) для изобарного процесса

ние внутренней энергии и совершается работа, т. е. часть энергии, полученной газом в форме теплоты при изобарном расширении, возвращается в окружающую среду в форме работы (сплошные стрелки). Если теплота отводится, то при этом уменьшается внутренняя энергия газа, а энергия, получаемая из окружающей среды в форме работы при изобарном сжатии возвращается в среду в форме теплоты (штриховые стрелки).

Изотермический процесс протекает при постоянной температуре. Это означает, что изменяющимися параметрами состояния в таком процессе являются абсолютное давление p и удельный объем v . Связь между этими параметрами выражается законом Бойля—Мариотта $pv = \text{const}$. Следовательно, на диаграмме $p - v$ изотермический процесс изображается равнобокой гиперболой (рис. 3.3, а). При подводе теплоты происходит увеличение удельного объема (т. е. расширение газа), сопровождающееся уменьшением давления (отрезок $1-2$). Изотермическое сжатие происходит при отводе теплоты. При этом удельный объем уменьшается, а давление растет (отрезок $1-2'$).

Для определения работы изотермического процесса используем уравнение (1.2) $l = \int_{v_1}^{v_2} p dv$. Выражая давление через удельный объем и температуру $p = RT/v$ и учитывая, что температура постоянна, получим

$$l = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.1)$$

Учитывая, что удельный объем и абсолютное давление при изотермическом процессе обратно пропорциональны, можем записать следующий ряд выражений для работы этого процесса:

$$l = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Так как температура при изотермическом процессе постоянна, то изменение внутренней энергии равно нулю. При этом из уравнения первого закона термодинамики (2.3) получаем $q = l$. Это означает, что если происходит изотермическое расширение, то энергия, получаемая газом в форме теплоты, возвращается в окружающую среду в форме работы, и наоборот, в случае изотер-

мического сжатия энергия, получаемая газом в форме механической работы, возвращается в окружающую среду в форме теплоты. Таким образом, изотермический процесс протекает только в тех случаях, когда теплота, получаемая (или отдаваемая) газом, в точности равна количеству совершаемой им (или над ним) механической работы.

В связи с постоянством температуры изменение энтальпии при изотермическом процессе, так же как и изменение внутренней энергии, равно нулю.

Изменение энтропии найдем, используя общее выражение для

обратимого процесса $\Delta s = \int_1^2 \frac{dq}{T}$, или, поскольку $T = \text{const}$,

$$\Delta s = \frac{1}{T} \int_1^2 dq = \frac{q}{T} = \frac{l}{T}.$$

Подставляя сюда любое из выражений для работы изотермического процесса, получим искомое равенство. Например, $\Delta s = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(p_1/p_2)$.

На диаграмме $T-s$ изотермический процесс изображается прямой, параллельной оси энтропий (рис. 3.3, б). При этом отрезок $1-2$ соответствует подводу теплоты, т. е. изотермическому расширению, а отрезок $1-2'$ — отводу теплоты, т. е. изотермическому сжатию.

Схема превращений энергии при изотермическом процессе представлена на рис. 3.3, в. При подводе теплоты газ расширяется и совершает работу (сплошная стрелка). При сжатии теплота отводится (штриховая стрелка). В обоих случаях внутренняя энергия не изменяется.

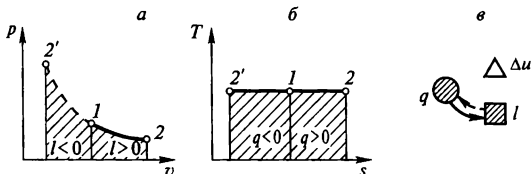


Рис. 3.3. Диаграммы $p-v$ (а), $T-s$ (б) и схема превращений энергии (в) для изотермического процесса

Что касается теплоемкости изотермического процесса, то в соответствии с ее определением (1.6) $c = +\infty$ при расширении и $c = -\infty$ при сжатии, поскольку $dT = 0$.

Адиабатным называется такой процесс, при котором все три параметра состояния, т. е. абсолютное давление, удельный объем и абсолютная температура, претерпевают изменения, но который протекает при отсутствии теплообмена с окружающей средой. Адиабатный процесс, следовательно, протекает в термически изолированной системе; при этом обмен энергией с окружающей средой может происходить лишь в форме механической работы.

Для нахождения связи между параметрами состояния воспользуемся вначале уравнением первого закона термодинамики в дифференциальной форме (2.2) $dq = du + pdv$. Учитывая, что при адиабатном процессе $dq = 0$, а $du = c_v dT$, получим

$$c_v dT = -pdv. \quad (3.2)$$

Затем используем определение энтальпии (2.6) $h = u + pv$. Дифференциал от этого выражения имеет вид $dh = du + pdv + vdp$.

Поскольку сумма двух первых слагаемых в правой части полученного равенства представляет собой элементарную теплоту, и, следовательно, при адиабатном процессе равна нулю, это выражение принимает вид $dh = vdp$.

Учитывая, что для любого процесса элементарное изменение энтальпии $dh = c_p dT$, получим

$$c_p dT = vdp. \quad (3.3)$$

Разделив почленно равенство (3.3) на равенство (3.2), будем иметь $c_p/c_v = -vdp/(pdv)$, откуда, разделяя переменные, интегрируя от состояния 1 до состояния 2, и учитывая, что $c_p/c_v = k$, где показатель адиабаты k — постоянная величина, найдем

$$-k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p},$$

или, выполняя интегрирование,

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^k. \quad (3.4)$$

Полученное равенство выражает связь между двумя из трех параметров состояния при адиабатном процессе. Как следует из

этого выражения, при адиабатном расширении давление падает, а при сжатии возрастает. Поскольку состояния 1 и 2 могут быть выбраны произвольно, из равенства (3.4) следует, что при адиабатном процессе

$$pv^k = \text{const.} \quad (3.5)$$

Это выражение часто называют уравнением адиабатного процесса, или уравнением адиабаты.

На диаграмме $p-v$ адиабатный процесс изображается кривой, напоминающей изотерму, но имеющей больший наклон, поскольку $k > 1$ (рис. 3.4, а).

Формула (3.4) вместе с уравнением состояния (1.3) позволяет найти соотношения между всеми тремя параметрами состояния при адиабатном процессе. Найдем, например, связь между температурой и удельным объемом. Для этого выразим из уравнения (1.3) давления p_1 и p_2 через соответствующие значения температуры и удельного объема и подставим в равенство (3.4). В результате после элементарных преобразований получим

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1}. \quad (3.6)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что при адиабатном расширении, т. е. когда $v_2 > v_1$, температура уменьшается ($T_2 < T_1$), поскольку $k > 1$, а при адиабатном сжатии — увеличивается. Это легко объяснить, используя выражение (2.3). Если в этом выражении принять $q = 0$, так как процесс адиабатный, то получим

$$l = -\Delta u = u_1 - u_2. \quad (3.7)$$

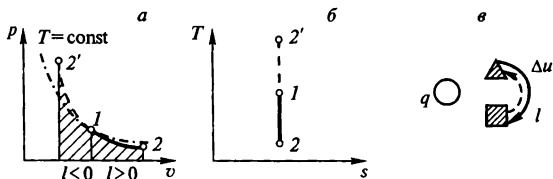


Рис. 3.4. Диаграммы $p-v$ (а), $T-s$ (б) и схема превращений энергии (в) для адиабатного процесса

Из этого равенства следует, что при адиабатном расширении ($l > 0$) работа совершается за счет внутренней энергии, которая при этом уменьшается, так как часть ее в форме работы передается в окружающую среду. При этом, понятно, уменьшается и температура. Напротив, если происходит адиабатное сжатие ($l < 0$), то работа совершается внешними силами; при этом газ получает из окружающей среды энергию в форме работы, что и приводит к увеличению внутренней энергии, а, следовательно, и температуры.

Из равенства (3.7) нетрудно получить выражение для работы адиабатного процесса. Используя формулу (2.5) для изменения внутренней энергии, получаем

$$l = c_v(T_1 - T_2), \quad (3.8)$$

но $c_p - c_v = R$, а $c_p = kc_v$, откуда $c_v = R/(k - 1)$. Подставляя это выражение в равенство (3.8), находим

$$l = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2),$$

или, внося R в скобки и учитывая, что $pV = RT$, получаем окончательно

$$l = \frac{1}{k-1}(p_1v_1 - p_2v_2). \quad (3.9)$$

Что касается изменения внутренней энергии и энтальпии, то они выражаются формулами (2.5) и (2.8) соответственно.

Теплота адиабатного процесса равна нулю. Отсюда, учитывая, что для обратимого процесса $dq = Tds$ и что $T > 0$, получаем $ds = 0$, а, следовательно, и $\Delta s = 0$. Таким образом, при протекании обратимого адиабатного процесса энтропия газа не изменяется (такие процессы иногда называют изэнтропическими), и, следовательно, на диаграмме $T-s$ адиабатный процесс изображается прямой, параллельной оси температуры (рис. 3.4, б). При этом понижению температуры соответствует расширение газа, а повышению — сжатие.

Представленная на рис. 3.4, в схема превращений энергии при адиабатном процессе еще раз иллюстрирует тот факт, что при адиабатном расширении газ совершает работу за счет внутренней энергии, а при сжатии внутренняя энергия увеличивается.

В связи с тем, что теплота адиабатного процесса равна нулю, а температура изменяется, теплоемкость для этого процесса также равна нулю.

Рассмотренные четыре основных термодинамических процесса идеального газа играют важную роль при исследовании реальных процессов, происходящих в технологических аппаратах, однако более универсальным является понятие политропного процесса.

Политропным процессом называется такое изменение состояния газа, при котором переменными являются все три параметра состояния, а связь между давлением и удельным объемом выражается формулой

$$pv^n = \text{const}, \quad (3.10)$$

которую называют уравнением политропы. Показатель степени n (показатель политропы) при этом может принимать любые значения: целые, дробные, положительные и отрицательные в интервале от $-\infty$ до $+\infty$, но на протяжении каждого из этого бесчисленного множества процессов остается постоянным.

Легко показать, что основные процессы являются частными случаями политропных процессов. Действительно при $n = \pm\infty$, получаем $pv^{\pm\infty} = \text{const}$, или $p^{1/\pm\infty}v = \text{const}$, т. е. $v = \text{const}$, изохорный процесс, при $n = 0$ — изобарный процесс, при $n = 1$ — изотермический и при $n = k$ — адиабатный.

Для дальнейшего анализа политропных процессов необходимо знать связь не только между давлением и удельным объемом, выражаемую уравнением политропы (3.10), но и между температурой и удельным объемом. Поскольку уравнение политропы (3.10) формально совпадает с уравнением адиабаты (3.5), искомую связь найдем путем замены в выражении (3.6) показателя адиабаты k на показатель политропы n

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1}. \quad (3.11)$$

Руководствуясь этими же соображениями, определим работу политропного процесса с помощью выражения (3.9):

$$l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (3.12)$$

Из выражения (3.12) вытекает сделанный ранее вывод о том, что работа не является функцией состояния, а зависит от харак-

гера термодинамического процесса. Действительно, равенство (3.12) показывает, что работа является функцией не только начального и конечного состояний газа, но и показателя политропы, определяющего характер процесса. Необходимо отметить, что выражение (3.12) можно получить и прямым интегрированием в формуле (1.2) с использованием уравнения политропы (3.10).

Теплоту политропного процесса найдем, используя уравнение (2.3). Подставляя в него вместо изменения внутренней энергии Δu это выражение (2.5), а вместо работы l выражение (3.12), получим

$$q = c_v (T_2 - T_1) + \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

В связи с тем, что в соответствии с уравнением состояния (1.3) $p_1 v_1 = RT_1$ и $p_2 v_2 = RT_2$, последнее выражение может быть представлено в виде $q = c_v (T_2 - T_1) - \frac{R}{n-1} (T_2 - T_1)$, или $q = (c_v - \frac{R}{n-1})(T_2 - T_1)$, откуда, учитывая, что $R = c_p - c_v$ и $c_p = kc_v$, получим

$$q = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1). \quad (3.13)$$

Записав выражение (3.13) в стандартной форме $q = c (T_2 - T_1)$, найдем формулу для теплоемкости политропного процесса

$$c = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (3.14)$$

Выражения (3.13) и (3.14) показывают, что как теплота, так и теплоемкость политропного процесса зависят от показателя политропы n , т. е. от конкретного характера процесса.

Для определения изменения внутренней энергии и энтальпии при политропном процессе используют формулы (2.5) и (2.8). Подставив в формулу (2.12) вместо теплоемкости ее значение при политропном процессе (3.14), получим выражение для изменения энтропии в этом процессе

$$\Delta s = c_v \ln \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (3.15)$$

В зависимости от величины показателя политропы n все политропные процессы можно разделить на три группы, каждая из которых характеризуется определенным видом процессов превращения энергии. В первую группу входят процессы, для которых

$-\infty < n < 1$. Кривые, соответствующие этим процессам, расположены между изохорой и изотермой, во вторую группу входят процессы, для которых $1 < n < k$. Кривые, соответствующие этим процессам, расположены между изотермой и адиабатой. Наконец, для процессов третьей группы $k < n < +\infty$. Кривые для этих процессов расположены между адиабатой и изохорой.

Рассмотрим особенности процессов превращения энергии для каждой из указанных групп. При этом определим вначале с помощью формулы (3.11) увеличивается или уменьшается температура в данных процессах. Ответ на этот вопрос сразу покажет знак изменения внутренней энергии, поскольку для идеального газа она однозначно определяется температурой. Затем с помощью формулы (3.13) определим знак теплоты. Наконец, определим знак теплоемкости. Если знаки изменения температуры $\Delta T = T_2 - T_1$ и теплоты совпадают, то теплоемкость будет положительна; в противном случае она будет отрицательна.

Результаты такого анализа применительно к процессам расширения, когда работа $l > 0$, приведены в табл. 3.1.

Характерной особенностью процессов первой группы является то, что подводимая к газу теплота ($q > 0$) расходуется как на совершение работы расширения, так и на повышение внутренней энергии ($\Delta u > 0$). Это означает, что энергия, получаемая газом в форме теплоты, частично возвращается в окружающую среду в форме работы, а частично затрачивается на увеличение внутренней энергии газа. На практике такой характер носят процессы расширения холодного газа в высокотемпературной окружающей среде, например, при подаче сжатого газа в рабочее пространство печи, продувке расплавленного металла.

При увеличении показателя политропы от $-\infty$ до 1 уменьшается доля теплоты, расходуемой на повышение внутренней энергии, и увеличивается доля теплоты, идущей на совершение работы. Действительно, при $n = -\infty$, т. е. при изохорном процессе, вся подводимая теплота идет целиком на повышение внутренней энергии, а при $n = 1$, т. е. при изотермическом процессе, она полностью расходуется на совершение работы.

В процессах второй группы газ получает теплоту из окружающей среды ($q > 0$), но его температура, а, следовательно, и внутренняя энергия уменьшаются ($\Delta T < 0$, $\Delta u < 0$). Естественно, что теплоемкость при этом оказывается отрицательной. Уменьшение внутренней энергии в процессах этой группы связано с тем, что

Таблица 3.1. Изменение температуры и внутренней энергии, теплота и теплоемкость в процессах политропного расширения

Группа	Параметры				
	l	ΔT	Δu	q	c
I $-\infty < n < 1$	+	+	+	+	+
II $1 < n < k$	+	-	-	+	+
III $k < n < +\infty$	+	-	-	-	+

подводимой теплоты недостаточно для совершения всей работы, поэтому частично работа совершается за счет внутренней энергии. Такие процессы весьма часто встречаются на практике, например, при истечении сжатого газа в среду с комнатной или не слишком высокой температурой.

По мере увеличения показателя политропы в пределах, характерных для этой группы, т. е. при его увеличении от 1 до k , доля работы, совершаемой за счет внешней теплоты уменьшается, а доля работы, совершаемой за счет внутренней энергии, возрастает. Действительно, при $n = 1$, т. е. в изотермическом процессе, вся работа расширения совершается только за счет подводимой теплоты, а при $n = k$, т. е. в адиабатном процессе, — только за счет внутренней энергии.

Процессы расширения, входящие в третью группу, происходят при передаче тепла в окружающую среду ($q < 0$). Это означает, что не только работа целиком совершается за счет внутренней энергии, но и часть внутренней энергии в форме теплоты передается в окружающую среду. Такие процессы характерны для истечения высокотемпературных газов под высоким давлением в среду с существенно меньшей температурой. Сюда относятся, например, расширение газа в газовой турбине, расширение продуктов сгорания, истекающих из сопла высокоскоростной горелки, выхлоп реактивного двигателя и т. п.

Аналогичным образом анализ процессов превращения энергии, основанный на использовании формул (3.11) и (3.13), можно провести и для процессов политропного сжатия. Результаты представлены в табл. 3.2.

В процессах политропного сжатия, относящихся к первой группе, газ передает в окружающую среду всю энергию, подводи-

Таблица 3.2. Изменение температуры и внутренней энергии, теплота и теплоемкость в процессах политропного сжатия

Группа	Параметры				
	l	ΔT	Δu	q	c
I $-\infty < n < 1$	-	-	-	-	+
II $1 < n < k$	-	+	+	-	-
III $k < n < +\infty$	-	+	+	+	+

мую к нему в форме работы, а кроме того часть своей внутренней энергии. Это процессы сжатия горячего газа.

В процессах второй группы энергия, подводимая к газу в форме работы, частично затрачивается на повышение внутренней энергии газа, а частично передается окружающей среде в форме теплоты. Такие процессы характерны для работы компрессоров. Наконец, в процессах третьей группы сжатию подвергается холодный газ, получающий из окружающей среды энергию как в форме теплоты, так и в форме работы. Процессы сжатия такого типа реализуются в двигателях внутреннего сгорания и в газовых турбинах.

На рис. 3.5 показаны схемы превращений энергии для трех групп политропных процессов. Сплошные стрелки соответствуют процессам расширения, штриховые — процессам сжатия.

На рис. 3.6 рассмотренные три группы политропных процессов представлены графически в координатах $p-v$ и $T-s$. На диаграмме $p-v$ справа от ($n = \pm \infty$) расположены кривые, соответствующие процессам расширения ($l > 0$), слева — процессам сжатия ($l < 0$). На диаграмме $T-s$ справа от адиабаты ($n = k$) лежат кривые, изображающие процессы с подводом теплоты ($q > 0$), слева — с отводом ($q < 0$).

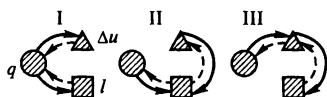


Рис. 3.5. Схемы превращений энергии для трех групп (I–III) политропных процессов

Понятие политропного процесса широко используется для описания реальных термодинамических процессов, происходящих в промышленных аппаратах. При этом, исследуя некоторый термодинамический

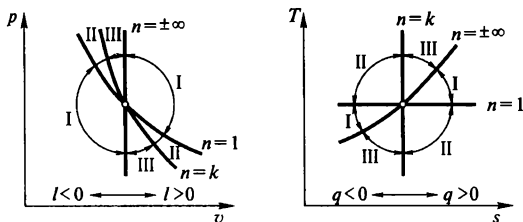


Рис 3.6. Политропные процессы I–III групп на диаграммах $p-v$ и $T-s$

кий процесс, который необходимо представить как политропный, следует прежде всего определить величину показателя политропы. Если известны начальное и конечное состояния рассматриваемого процесса, показатель политропы определяют следующим образом. Для указанных состояний запишем уравнение политропы (3.10). Логарифмируя это равенство, получим $\lg p_1 + n \lg v_1 = \lg p_2 + n \lg v_2$, откуда легко определяется показатель политропы

$$n = \lg \frac{p_1}{p_2} / \lg \frac{v_2}{v_1}.$$

2. Термодинамика водяного пара

Водяной пар – наиболее широко распространенное в различных областях техники рабочее тело и наиболее часто используемый теплоноситель. В металлургии водяной пар применяют в системах испарительного охлаждения металлургических печей, в котлах-утилизаторах, на заводских ТЭЦ. Его широко используют для обогрева мазутопроводов, для распыливания мазута, применяют водяной пар и для технологических целей – для создания защитных атмосфер, продувки (в смеси с другими газами) расплавленного металла. Наконец, водяной пар является основным рабочим телом, используемым в большой энергетике – на тепловых и атомных электростанциях.

Столь широкое применение водяного пара объясняется, во-первых, практически неисчерпаемыми запасами воды на Земле, и, во-вторых, физико-химическими свойствами – малой агрессивностью и сравнительно низкой температурой насыщения (кипения).

Водяной пар используется в промышленности в таких условиях, которые не слишком далеки от условий насыщения, а потому его поведение не может описываться законами, справедливыми для идеального газа. В частности, уравнение состояния идеального газа (1.3) неприменимо для расчетов состояния водяного пара. Несколько лучшие результаты дает уравнение Ван-дер-Ваальса, однако и оно пригодно лишь для оценочных расчетов. В связи с этим для практических расчетов состояний воды и водяного пара используют таблицы, построенные по экспериментальным данным.

В промышленности водяной пар получают в паровых котлах и системах испарительного охлаждения печей при практически постоянном давлении. Поэтому и в дальнейшем будем рассматривать лишь изобарные процессы при нагреве воды до температуры насыщения, кипении при этой температуре и перегреве полученного пара.

Вначале рассмотрим эти процессы, пользуясь диаграммой $p - v$ (рис. 3.7). Пусть в исходном состоянии (точка a) имеем воду при температуре 0°C и при некотором давлении p_1 . Сообщая воде (1 кг воды или пара) определенное количество теплоты, доведем ее до кипения (точка b). При этом температура воды равна температуре насыщения (кипения) T_s , а удельный объем $v' > v_a$, поскольку при повышении температуры происходит расширение жидкости. Итак, в точке b рассматриваемая система представляет собой воду при температуре насыщения. Дальнейший подвод теп-

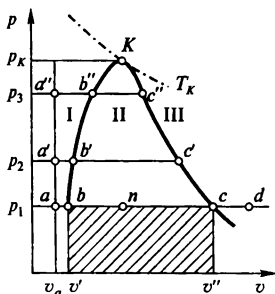


Рис. 3.7. Процессы парообразования на диаграмме $p - v$

лоты не приводит к повышению температуры, а лишь к увеличению количества пара и, следовательно, к росту удельного объема. Отрезок bc , таким образом, представляет собой не только изобару, но одновременно и изотерму.

Между точками b и c , т. е. в любой точке n , система представляет собой смесь кипящей воды с насыщенным паром и называется влажным насыщенным паром. Наконец, в точке c вся вода превращена в пар с удельным объемом v'' , находящийся при температуре на-

сыщения и называемый сухим насыщенным паром. Дальнейший подвод теплоты приводит к тому, что температура пара оказывается выше температуры насыщения, и удельный объем также увеличивается. Такой пар (точка d) называется перегретым.

В качестве характеристики состава влажного пара используется величина, представляющая массовую долю сухого насыщенного пара в этой смеси, называемая степенью сухости и обозначаемая x .

Поскольку увеличение удельного объема влажного насыщенного пара от v' (точка b) до v'' (точка c) обусловлено только повышением содержания сухого пара в смеси, т. е. только увеличением степени сухости, и так как в точке b значение $x = 0$, а в точке c значение $x = 1$, понятно, что точка n , соответствующая состоянию влажного насыщенного пара, делит отрезок bc в пропорции, соответствующей степени сухости, т. е. $x = bn/bc$. Заметим, что площадь, расположенная между отрезком bc и осью абсцисс, соответствует работе расширения от объема v' до объема v'' .

Если процессы нагрева воды, парообразования и перегрева происходят при давлении $p_2 > p_1$, то абсцисса точки a , т. е. удельный объем холодной воды, не изменится, так как вода практически несжимаема. Однако температура насыщения с увеличением давления возрастает. Поэтому точка b' , соответствующая началу кипения при этом давлении, сдвинется вправо по отношению к точке b , поскольку с ростом температуры увеличивается и удельный объем воды. Что касается точки c' , соответствующей состоянию сухого насыщенного пара при давлении p_2 , то она по отношению к точке c сдвинется влево, так как с увеличением давления удельный объем сухого насыщенного пара уменьшается.

Дальнейшее увеличение давления приведет, естественно, к дальнейшему сближению точек b и c , которые в конце концов, при некотором давлении, называемом критическим, сольются в одну точку, которая называется критической. В этой точке свойства воды и насыщенного пара неразличимы; в ней происходит мгновенный переход от воды к перегретому пару.

На диаграмме, представленной на рис. 3.7, штриховой линией показана изотерма критической температуры. При температурах, превышающих критическую, т. е. в области, расположенной правее и выше этой кривой, ни при каких, как угодно больших давлениях, пар не может быть переведен в жидкое состояние. Для

воды критическое давление равно 22,1 МПа, критическая температура 374,12 °С.

Соединяя все точки b , получим кривую Kb , представляющую собой геометрическое место точек, соответствующих началу кипения, и называемую нижней пограничной кривой. Точно так же, соединяя все точки c получим кривую Kc , геометрическое место точек, соответствующих состоянию сухого насыщенного пара, которая называется верхней пограничной кривой.

Область I диаграммы, расположенная слева от нижней пограничной кривой, соответствует воде в жидком (или твердом) состоянии, область II между пограничными кривыми – влажному насыщенному пару, область III справа от верхней пограничной кривой – перегретому пару.

На пограничных кривых состояние системы однозначно определяется одним параметром, например, давлением или температурой. В других областях диаграммы для однозначного определения состояния системы необходимо задать два параметра состояния.

На диаграмме $T-s$ представлено графическое изображение рассмотренных процессов парообразования (рис. 3.8). Точка a , соответствующая воде при температуре 0 °С, расположена на оси ординат, так как энтропия воды при этой температуре принята равной нулю. При подводе теплоты температура воды возрастает вплоть до температуры насыщения T_s в точке b . Дальнейший подвод теплоты, т.е. повышение энтропии, не изменяет температуру T_s и состояние системы изменяется вдоль отрезка прямой bc до точки c , в которой система представляет собой сухой насыщенный пар.

Продолжая подвод теплоты, получим перегретый пар (точка d) с температурой, превышающей T_s .

Площадь, расположенная между отрезком bc и осью абсцисс, соответствует теплоте, которая необходима для полного превращения 1 кг воды в сухой насыщенный пар при температуре насыщения, т.е. скрытой теплоте парообразования r (Дж/кг). Эта теплота затрачивается на совершение работы расширения, изображенной на диаграмме $p-t$

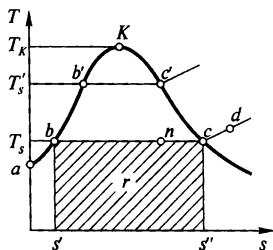


Рис. 3.8. Процессы парообразования на диаграмме $T-s$

(рис. 3.7), и на разрыв межмолекулярных связей, существующих в жидкости.

На диаграмме $T-s$, так же как и на диаграмме $p-v$, точка n , соответствующая любому состоянию влажного насыщенного пара, делит отрезок bc в пропорции, соответствующей степени сухости пара или его влажности.

Если процессы парообразования проводятся при давлении $p_2 > p_1$, то температура насыщения повысится. Соответственно увеличится и энтропия кипящей воды s' , так как для нагрева воды до большей температуры необходимо большее количество теплоты. Следовательно, точка b' сдвинется вправо по отношению к точке b . С другой стороны, скрытая теплота парообразования при повышении давления уменьшается, поскольку уменьшается работа расширения, как мы это видели, рассматривая диаграмму $p-v$, а кроме того уменьшается и энергия, необходимая для разрыва межмолекулярных связей, так как возрастает запас внутренней энергии воды, нагретой до более высокой температуры насыщения. Следовательно, точка c' переместится влево по отношению к точке c .

Понятно, что дальнейшее повышение давления, при котором проводятся процессы парообразования, приведет к дальнейшему сближению точек b и c . В конце концов, при критических давлении и температуре эти точки сольются в одну критическую точку K .

Таким образом, и на диаграмме $T-s$ мы получим смыкающиеся в критической точке нижнюю Kb и верхнюю Kc пограничные кривые и те же области, что и на диаграмме $p-v$. Из этой диаграммы видно, что при температуре, превышающей критическую, получить из перегретого пара жидкую воду невозможно.

Из приведенных рассуждений ясно, что каждому характерному состоянию системы (точки b , c , n и d) соответствует определенное количество теплоты, которое должно быть сообщено холодной воде, чтобы привести систему в данное состояние. Понятно, что при этом соответствующим образом будет изменяться и энтропия. В связи с тем что все рассматриваемые процессы являются изобарными, количество теплоты равно изменению энтальпии. А так как энтальпия (а также энтропия) в исходном состоянии, т. е. в точке a , равна нулю, следовательно, искомые количества теплоты будут равняться абсолютным значениям энтальпии в указанных характерных состояниях, а изменения энтропии

для этих состояний по сравнению с исходным — ее абсолютным значениям.

Энтальпию кипящей воды в точке b , т. е. ее изменение между точками a и b , равное количеству теплоты, необходимому для нагрева 1 кг воды от 0°C до температуры насыщения T_s , найдем, пользуясь формулой (2.8), Дж/кг:

$$h' = c_p^B (T_s - T_0), \quad (3.16)$$

где c_p^B — средняя теплоемкость воды.

Для нахождения значения энтропии в этой точке, т. е. ее изменения между состояниями a и b , используем формулу (2.12), Дж/(кг · К):

$$s' = c_p^B \ln (T_s/T_0). \quad (3.17)$$

Энтальпия сухого насыщенного пара (точка c) отличается от ее значения в точке b на величину скрытой теплоты парообразования, т. е.

$$h'' = c_p^B (T_s - T_0) + r. \quad (3.18)$$

Изменение энтропии между состояниями b и c , очевидно, равно $s'' - s' = r/T_s$, следовательно, энтропия сухого насыщенного пара

$$s'' = c_p^B \ln \frac{T_s}{T_0} + \frac{r}{T_s}. \quad (3.19)$$

В соответствии с определением скрытой теплоты парообразования количество теплоты, необходимое для получения влажного насыщенного пара со степенью сухости x (точка n) из кипящей воды (точка b), равно rx , поэтому энтальпия влажного насыщенного пара равна

$$h_n = c_p^B (T_s - T_0) + rx, \quad (3.20)$$

а энтропия

$$s_n = c_p^B \ln \frac{T_s}{T_0} + \frac{rx}{T_s}. \quad (3.21)$$

Количество теплоты, необходимое для получения перегретого пара с температурой T_d (точка d) из сухого насыщенного пара,

имеющего температуру T_s , выражается формулой (2.8). Поэтому энтальпия перегретого пара будет равна

$$h_d = h'' + c_p^n (T_d - T_s) = c_p^B (T_s - T_0) + r + c_p^n (T_d - T_s), \quad (3.22)$$

где c_p^n — средняя изобарная теплоемкость пара.

Используя для изменения энтропии между состояниями b и d формулу (2.12), получим значение энтропии перегретого пара

$$s_d = s'' + c_p^n \ln \frac{T_d}{T_s} = c_p^n \ln \frac{T_s}{T_0} + \frac{r}{T_s} + c_p^n \ln \frac{T_d}{T_s}. \quad (3.23)$$

При расчетах термодинамических процессов водяного пара наиболее важной задачей является определение количества теплоты, необходимого для получения пара с заданными параметрами. Как было показано выше, эта величина равна соответствующему изменению энтальпии. В связи с этим для исследования и расчетов процессов водяного пара применяют диаграмму $h - s$, на которой по оси абсцисс откладывают энтропию, а по оси ординат — энтальпию. Однако для практических расчетов этих процессов чаще всего пользуются уже упоминавшимися термодинамическими таблицами воды и водяного пара.

3. Основные термодинамические процессы водяного пара

Изохорный процесс (рис. 3.9). В процессе подвода теплоты q к влажному насыщенному пару (точка 1), заключенному в замкнутый сосуд, т. е. при $v = \text{const}$ его степень сухости будет повышаться и достигнет $x = 1$, т. е. пар станет сухим насыщенным, а

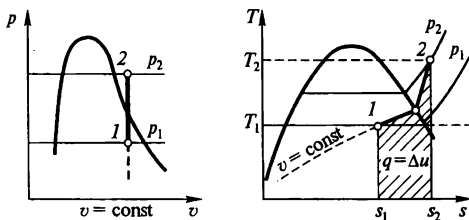


Рис. 3.9. Изохорный процесс

затем и перегретым (точка 2). При этом также повышается давление p , температура T , энтальпия h и энтропия s пара. Работа изохорного процесса 1 равна нулю. Теплота q , подведенная к 1 кг пара в процессе 1–2, эквивалентна заштрихованной площади в диаграмме $T-s$. Аналитически она может быть найдена по первому закону термодинамики с помощью внутренней энергии или энтальпии h :

$$q = \Delta u = u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - v(p_2 - p_1). \quad (3.24)$$

Значения p , v , h приводятся в термодинамических таблицах водяного пара.

Изобарный процесс (рис. 3.10). Если к влажному пару состояния 1 подводить теплоту q при условии $p = \text{const}$, то сначала в пределах области влажного насыщенного пара процесс будет идти при $T = \text{const}$, пока содержащаяся в нем жидкость полностью перейдет в пар, а затем температура повысится и пар станет перегретым (точка 2). В процессе 1–2 объем v и температура T , а также энтальпия h и энтропия s увеличиваются.

Работа процесса

$$l = p\Delta v = p(v_2 - v_1). \quad (3.25)$$

Теплота процесса с учетом первого закона термодинамики

$$q = \Delta h - v\Delta p = h_2 - h_1, \quad (3.26)$$

площадь под кривой процесса в диаграмме $p-v$ эквивалентна величине работы l , а площадь под кривой процесса в диаграмме $T-s$ — теплоте q .

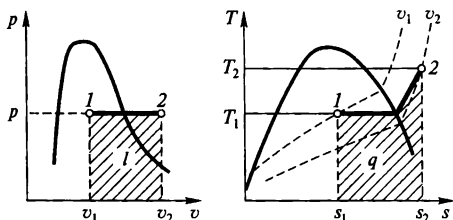


Рис. 3.10. Изобарный процесс для пара

Изменение внутренней энергии

$$\Delta u = q - l = h_2 - h_1 - p(v_2 - v_1). \quad (3.27)$$

Изотермический процесс (рис. 3.11). При изотермическом подводе теплоты q к влажному пару (точка 1) будет происходить парообразование при $P = \text{const}$ до состояния сухого насыщенного пара. При дальнейшем подводе теплоты давление пара будет понижаться, объем v увеличиваться. При более низком давлении, которому соответствует и более низкая температура насыщения T_{H2} , пар при температуре T_2 и давлении P_2 будет перегретым. Энтропия s и энтальпия h в точке 2 будут иметь большие, чем в точке 1 значения. Теплота процесса

$$q = \int_1^2 T ds = T(s_2 - s_1). \quad (3.28)$$

В диаграмме $T-s$ — это площадь под кривой процесса. Изменение внутренней энергии

$$\Delta u = u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1). \quad (3.29)$$

В отличие от изотермического процесса идеального газа для пара Δu не равно нулю. Здесь внутренняя потенциальная энергия u зависит не только от T , но и от p и v .

Внутренняя работа определяется из первого закона термодинамики

$$l = q - \Delta u. \quad (3.30)$$

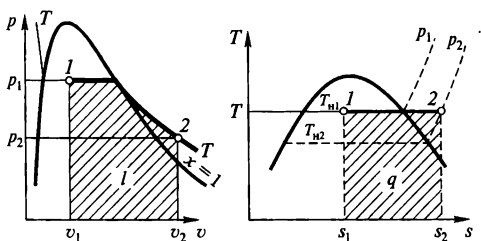


Рис. 3.11. Изотермический процесс для пара

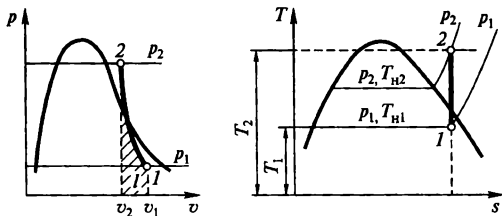


Рис. 3.12. Адиабатный процесс для пара

Адиабатный процесс (рис. 3.12). Адиабатный или изоэнтропный процесс расширения $2-1$ идет с понижением давления, температуры и энтальпии и перегретый пар становится сначала сухим, а затем влажным. При адиабатном сжатии влажного пара ($1-2$) с $x < 0,5$ степень сухости понижается, а пар увлажняется и превращается в жидкость ($x = 0$). Адиабатное сжатие пара с $x > 0,5$ переводит его в состояние сухого ($x = 1$), а затем — перегретого пара.

Работа адиабатного процесса определяется выражением

$$l = -\Delta u. \quad (3.31)$$

Расчет процессов изменения состояния пара, т. е. определение параметров, а также q , Δu и l осуществляется либо с помощью диаграмм, либо с помощью таблиц влажного насыщенного пара и перегретого пара.

Глава 4

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

1. Круговые процессы

Рассмотренный выше первый закон термодинамики утверждает, что возможен такой процесс, при котором система получает из окружающей среды энергию в форме теплоты, а возвращает в среду энергию в форме механической работы, т. е. процесс преобразования теплоты в работу. Однако этот закон ничего не говорит о том, при каких условиях это преобразование возможно

Указанные условия определяет второй закон термодинамики. Прежде чем формулировать этот закон, рассмотрим принципы работы тепловых машин, осуществляющих преобразование теплоты в работу (тепловых двигателей) и обратное преобразование — работы в теплоту (холодильных установок).

Все указанные машины работают периодически, т. е. в основе их функционирования лежат круговые термодинамические процессы (циклы). Если система, выведенная из исходного состояния, после ряда термодинамических процессов возвращается в это исходное состояние, то такая совокупность процессов называется круговым термодинамическим процессом, или циклом.

Для получения механической работы необходимо сообщить рабочему телу некоторое количество теплоты, что приведет к расширению рабочего тела, например газа, который в результате совершит определенное количество работы. После этого необходимо привести рабочее тело в исходное состояние для того, чтобы его можно было вновь использовать для производства работы. Это означает, что необходимо отвести от рабочего тела некоторое количество теплоты, что и приведет к его сжатию и, следовательно, к возврату в исходное состояние. После этого цикл должен повториться. Таким образом, машина, осуществляющая преобразование теплоты в работу, т. е. тепловой двигатель, должна быть машиной периодического действия, в рабочем цикле которой чередуются процессы расширения с подводом теплоты и сжатия с отводом теплоты.

На рис. 4.1 представлен в координатах $p-v$ такой цикл, состоящий из процесса расширения рабочего тела $1-2$, происходящего в результате подвода теплоты q_1 , и процесса сжатия $2-1$ с отводом теплоты в количестве q_2 . Площадь между кривой $1-m-2$ и осью абсцисс, т. е. площадь $1-m-2-2'-1'$ изображает на этой диаграмме (в определенном масштабе) работу расширения, совершаемую газом. Площадь под кривой $2-n-1$, т. е. площадь $2-n-1-1'-2'$ изображает работу сжатия, совершаемую внешними силами. Таким образом, разность между этими двумя значениями работы представляет собой

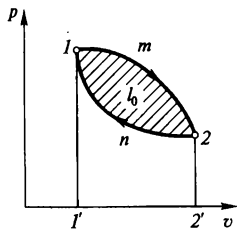


Рис. 4.1. Круговой процесс на диаграмме $p-v$

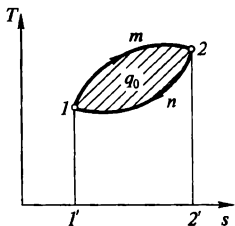


Рис. 4.2. Круговой процесс на диаграмме $T-s$

тропии, так как теплота подводится к рабочему телу. При этом площадь $1-m-2-2'-1'$ изображает подводимую теплоту q_1 . В процессе сжатия $2-1$ энтропия уменьшается, так как теплота отводится от газа. Площадь $2-n-1-1'-2'$ под этой кривой изображает отводимую теплоту q_2 . Разность между этими количествами теплоты $q_0 = q_1 - q_2$, изображаемая площадью $1-m-2-n-1$ расположенной внутри контура цикла, представляет собой теплоту, полезно преобразованную в работу. Таким образом, для теплового двигателя теплота, подводимая от источника тепла q_1 должна быть обязательно больше теплоты q_2 , передаваемой холодильнику. Поскольку после совершения кругового процесса система возвращается в исходное состояние, ее внутренняя энергия не изменяется и, следовательно, $q_0 = l_0$.

Как следует из приведенных рассуждений, тепловой двигатель может работать только циклически, и при этом необходимы не только подвод теплоты от источника, но обязательно — передача теплоты холодильнику. Полезно преобразовать в работу можно только разность между этими двумя количествами теплоты.

Понятно, что двигатель будет функционировать тем эффективнее, чем большее количество полезной работы l_0 он будет производить за один цикл при заданной величине количества теплоты q_1 , получаемого от горячего источника. Поэтому совершенству работы теплового двигателя характеризуется термодинамическим коэффициентом полезного действия, определяемым как отношение указанных величин

$$\eta_T = l_0/q_1.$$

Учитывая, что $l_0 = q_0$ и что, в свою очередь, $q_0 = q_1 - q_2$, получим следующее общее выражение для термодинамического к. п. д.:

$$\eta_T = 1 - q_2/q_1. \quad (4.1)$$

Из выражения (4.1) следует, что термодинамический к. п. д. растет при увеличении q_1 и при уменьшении q_2 . Однако он всегда меньше единицы, какой бы идеальной ни была машина, так как q_1 не может быть равно бесконечности, а q_2 , как мы отмечаем, не может быть равно нулю.

Процессы, составляющие цикл, могут осуществляться и в направлении, обратном тому, которое показано на рис. 4.1 и 4.2. При этом круговой процесс называется обратным. На рис. 4.3 приведен пример обратного цикла, изображенного в координатах $p-v$ и $T-s$. В этом цикле процесс $1-2$ представляет собой расширение, происходящее при низких давлениях и температурах, а процесс $2-1$ — сжатие, происходящее при высоких давлениях и температурах. При этом работа сжатия, совершаемая внешними силами и изображаемая на рис. 4.3, а площадью $2-n-1-1'-2'$, больше работы расширения (площадь $1-m-2-2'-1'$), совершаемой рабочим телом. Таким образом, разность между этими двумя величинами, т. е. работа l_0 (площадь $1-m-2-n-1$), совершается внешними силами и, следовательно, $l_0 < 0$.

Для осуществления процесса расширения $1-2$ теплота в количестве q_2 отбирается у холодного источника тепла и передается рабочему телу. В процессе сжатия $2-1$ теплота q_1 отдается горячему источнику тепла. При этом, как показывает рис. 4.3, б, по

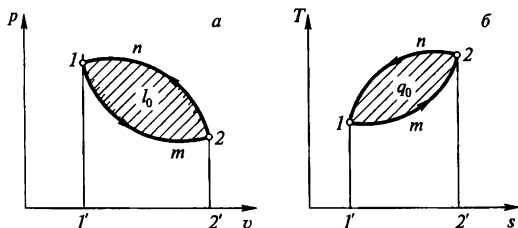


Рис. 4.3. Обратный круговой процесс на диаграммах $p-v$ (а) и $T-s$ (б)

абсолютной величине $q_1 > q_2$, но в соответствии с принятым правилом знаков $q_1 < 0$, а $q_2 > 0$. Следовательно, q_0 (площадь $1-2-n-1$ на рис. 4.3, б) также величина отрицательная. Отметим, что в этом цикле, так же как и в прямом, $q_0 = l_0$.

Таким образом, в результате осуществления осуществления обратного кругового процесса от тела с низкой температурой отбирается теплота q_2 , а телу с высокой температурой передается теплота $q_1 = q_2 + q_0$. Для осуществления этого процесса к рабочему телу должна быть подведена энергия в виде внешней (т. е. совершаемой внешними силами) работы l_0 , которая полностью превращается в теплоту q_0 и передается в окружающую среду (горячему источнику тепла).

Обратные круговые процессы представляют собой основу работы холодильных установок. Понятно, что такая установка работает тем совершеннее, чем большее количество теплоты q_2 отбирается у охлаждаемого тела (у холодного источника) и чем меньше затрачиваемая на этот процесс внешняя работа l_0 . Поэтому совершенство работы холодильных установок характеризуют холодильным коэффициентом, представляющим собой отношение указанных величин

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_0} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{1}{q_1/q_2 - 1}. \quad (4.2)$$

2. Цикл Карно

Выше были рассмотрены только такие циклы, которые составлены из обратимых процессов, а потому и сами являются обратимыми.

Наиболее совершенным из них, т. е. обладающим наибольшим термодинамическим к. п. д., является обратимый цикл, состоящий из двух изотермических и двух адиабатных процессов. Этот цикл предложен французским инженером Сади Карно и назван его именем.

На рис. 4.4 цикл Карно представлен в координатах $p-v$ и $T-s$. В точке 1 рабочее тело приводится в соприкосновение с горячим источником тепла, имеющим температуру T_1 . За счет теплоты q_1 получаемой от этого источника, происходит изотермический (при температуре T_1) процесс расширения рабочего тела. В точке

рабочее тело изолируется от горячего источника и продолжает расширяться адиабатно. При этом внутренняя энергия газа расходуется на совершение работы, в результате чего температура уменьшается, достигая значения T_2 в точке 3. Затем рабочее тело приводится в соприкосновение с холодным источником тепла, имеющим температуру T_2 . При этой температуре происходит процесс изотермического сжатия в результате отвода в холодильник теплоты q_2 . Наконец, в точке 4 рабочее тело изолируется от холодного источника и продолжает сжиматься адиабатно. При этом за счет энергии, получаемой газом в виде внешней работы, его внутренняя энергия повышается так, что в точке 1 температура вновь достигает значения T_1 , т. е. система возвращается в исходное состояние.

Термодинамический к. п. д. цикла Карно легко выразить через температуры T_1 и T_2 , если учесть, что, как это видно из рис. 4.4, б, $q_1 = T_1 (s_2 - s_1)$ и $q_2 = T_2 (s_2 - s_1)$. Подставляя эти выражения в формулу (4.1), получим

$$\eta_{\tau} = 1 - T_2/T_1. \quad (4.3)$$

Как это следует из полученного результата, термодинамический к. п. д. цикла Карно не зависит от природы газа и определяется только температурами холодного и горячего источников тепла. Он возрастает при увеличении T_1 и при уменьшении T_2 , но не может быть равным единице, так как $T_2 > 0$.

Обратимый цикл Карно является наиболее совершенным круговым процессом, так как имеет максимально возможный термодинамический к. п. д. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев

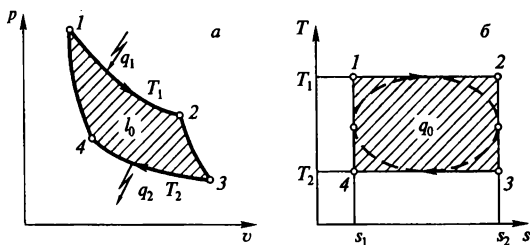


Рис. 4.4. Цикл Карно на диаграммах $p-v$ (а) и $T-s$ (б)

любой другой круговой процесс, происходящий в том же интервале температур и при том же изменении энтропии, например, показанный пунктиром на рис. 4.4, б. Легко видеть, что для этого процесса подводимая теплота q_1 меньше, чем для цикла Карно, а отводимая q_2 больше. Следовательно, в соответствии с выражением (4.1) термодинамический к. п. д. этого цикла меньше, чем для цикла Карно.

Нетрудно показать также, что термодинамический к. п. д. обратимого цикла Карно больше, чем к. п. д. такого же, но необратимого цикла. Рассмотрим с этой целью цикл Карно (рис. 4.5), в котором изотермические процессы расширения $1' - 2'$ и сжатия $3' - 4'$ являются необратимыми. На практике такие процессы обязательно необратимы, поскольку подвод теплоты от горячего источника с температурой T_1 к газу можно осуществить, только если температура газа $T_1' < T_1$. Точно так же отвод теплоты от газа к холодному источнику с температурой T_2 возможен, если температура газа $T_2' > T_2$. Таким образом, эти необратимые изотермические процессы протекают при наличии конечной разности температур между системой и окружающей средой, чем и обусловлена их необратимость. Напомним, что для обратимого цикла Карно T_1 и T_2 представляют собой одновременно и температуры источников теплоты и газа в соответствующих процессах. Легко видеть, что подводимая теплота q_1 (площадь под отрезком $1' - 2'$) для необратимого цикла меньше, чем для обратимого (площадь под отрезком $1 - 2$), тогда как отводимая теплота q_2 (площадь под отрезком $3' - 4'$) больше. Следовательно, в соответствии с формулой (4.1) термодинамический к. п. д. обратимого цикла Карно больше, чем необратимого.

Таким образом, цикл Карно является наиболее совершенным и в этом смысле идеальным циклом теплового двигателя. Однако на практике он неосуществим, и не только потому, что неосуществимы вообще обратимые процессы, но, главным образом, потому, что принципиально невозможно проведение адиабатных процессов. Тем не менее существует способ повышения термодинамического к. п. д. реальных круговых процессов, который широко используется на практике.

Продемонстрируем этот весьма эффективный способ на примере так называемого рекуперативного цикла Карно. На рис. 4.6 в координатах $T-s$ изображен обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотермических процессов: расширения $1 - 2$,

происходящего с подводом теплоты q_1 , и сжатия $3-4$, который осуществляется в результате отвода теплоты q_2 . Два других процесса, в отличие от цикла Карно, не являются адиабатными, но представляют собой, например, политропные процессы расширения $4-1$ и сжатия $2-3$, имеющие один и тот же показатель политропы и потому изображаемые эквидистантными кривыми.

Легко показать, что теплота q'_1 , подводимая к газу в процессе $4-1$, равна теплоте q'_2 отводимой от него в процессе $2-3$. Термодинамический к. п. д. такого цикла в соответствии с формулой (4.1) равен

$$\eta_T = 1 - (q_2 + q'_2) / (q_1 + q'_1).$$

Включим теперь в рассматриваемую систему теплообменник, называемый рекуператором, который отбирает от рабочего тела теплоту q'_2 , выделяющуюся в процессе сжатия $2-3$, и передает ее тому же рабочему телу в процессе расширения $4-1$. Тогда термодинамический к. п. д. этой системы будет равен

$$\eta_T = 1 - (q_2 + q'_2 - q'_2) / (q_1 + q'_1 - q'_2)$$

или, учитывая, что $q'_2 = q'_1$,

$$\eta_T = 1 - q_2 / q_1 = 1 - T_2 / T_1,$$

т. е. получаем ту же величину термодинамического к. п. д., что и для обычного цикла Карно, состоящего из двух изотермических и двух адиабатных процессов.

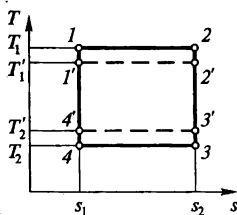


Рис. 4.5. Обратимый и необратимый циклы Карно

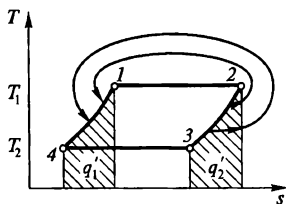


Рис. 4.6. Рекуперативный цикл Карно

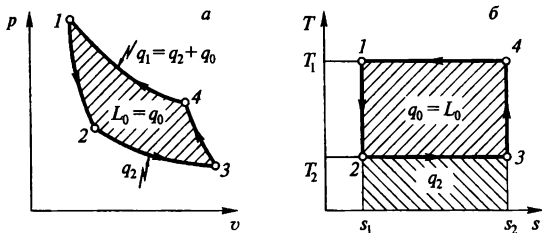


Рис. 4.7. Обратный цикл Карно на диаграммах $p-v$ (а) и $T-s$ (б)

С использованием цикла Карно могут работать в принципе и холодильные установки. При этом, понятно, что направление всех процессов должно быть обратным тому, которое было рассмотрено до сих пор. На рис. 4.7 обратный цикл Карно представлен на диаграммах $p-v$ и $T-s$. В точке 1 начинается процесс адиабатного расширения $1-2$, в результате которого температура рабочего тела понижается от исходной T_1 до T_2 . В точке 2 начинается процесс изотермического расширения $2-3$, протекающий при температуре T_2 с отбором теплоты q_2 от холодного источника (охлаждаемого тела), имеющего ту же температуру. Затем происходит адиабатное сжатие $3-4$, в результате которого температура рабочего тела вновь повышается до T_1 . Наконец, в изотермическом процессе $4-1$ происходит передача теплоты $q_1 = q_2 + q_0$ горячему источнику с температурой T_1 . В этом цикле работа сжатия (площадь под кривой $3-4-1$) больше работы расширения (площадь под кривой $1-2-3$) на величину l_0 . Эта работа полностью превращается в теплоту q_0 и вместе с теплотой q_2 передается горячему источнику.

Поскольку $q_1 = T_1(s_2 - s_1)$ и $q_2 = T_2(s_2 - s_1)$, холодильный коэффициент обратного цикла Карно в соответствии с формулой

$$(4.2) \text{ выразится как } \varepsilon = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1}.$$

Можно показать, что обратный цикл Карно обладает максимальным возможным холодильным коэффициентом и потому является наиболее выгодным циклом работы холодильных установок.

3. Формулировки второго закона термодинамики

Существует несколько формулировок второго закона термодинамики. Из них наибольшее значение для технической термодинамики имеют формулировки М. Планка и Р. Клаузиуса.

В соответствии с формулировкой Планка не может быть создана такая машина периодического действия, которая производила бы механическую работу только за счет теплоты, получаемой от горячего источника теплоты.

Действительно, как было показано выше, для функционирования такой машины необходимо наличие двух источников теплоты, имеющих разные температуры, т. е. необходимо не только сообщить рабочему телу некоторое количество теплоты, но и обязательно отобрать у него определенную теплоту; при этом в полезную работу преобразуется лишь разность между указанными количествами теплоты.

В соответствии с формулировкой Клаузиуса процесс передачи теплоты от тела с меньшей температурой к телу с большей температурой не может протекать самопроизвольно.

Действительно, как это было показано при рассмотрении обратных циклов, такой процесс возможен и осуществляется на практике в холодильных установках, однако для его осуществления должна быть затрачена внешняя энергия в форме механической работы. Самопроизвольно протекает лишь процесс передачи тепла от тела с большей температурой к телу с меньшей температурой, который, следовательно, является необратимым процессом.

Для получения математической формулировки второго закона термодинамики рассмотрим вначале некоторый произвольный обратимый круговой процесс. Поскольку система после совершения такого процесса возвращается в исходное состояние и так как энтропия есть функция состояния, следовательно, изменение энтропии для любого кругового процесса равно нулю. Однако, для обратимого процесса $ds = dq/T$. Интегрируя это выражение по замкнутому контуру, получим $\Delta s = \oint dq/T$, а поскольку энтропия не изменяется, следовательно,

$$\oint dq/T = 0. \quad (4.4)$$

Заметим, что величина dq/T называется элементарной приведенной теплотой, а интеграл от нее — приведенной теплотой.

Таким образом, в соответствии с выражением (4.4) приведенная теплота обратимого кругового процесса равна нулю. Это означает, что для обратимого кругового процесса значения элементарной теплоты должны быть не только положительными (получаемая теплота), но и отрицательными (отдаваемая теплота). Следовательно, равенство (4.4) действительно выражает второй закон термодинамики в формулировке Планка для обратимых процессов.

Рассмотрим теперь некоторый необратимый круговой процесс, например, составленный из обратимого процесса расширения $1-m-2$ и необратимого процесса сжатия $2-n-1$ (рис. 4.8). С помощью бесконечного количества бесконечно близко расположенных одна от другой адиабат разобьем весь контур этого цикла на элементарные отрезки и рассмотрим любой из полученных таким образом элементарных циклов, например, отмеченный штриховкой на рис. 4.8. Этот элементарный цикл можно рассматривать как цикл Карно, поскольку он образован двумя адиабатами и двумя элементарными отрезками, которые вследствие их малости могут считаться изотермическими. Пусть на верхнем из них температура равна T_1 , а на нижнем T_2 . Обозначим элементарные количества теплоты, участвующие в этом процессе, dq_1 — на верхнем отрезке и dq_2 — на нижнем. При этом $dq_1 > 0$, а $dq_2 < 0$. Термодинамический к. п. д. рассматриваемого элементарного цикла в соответствии с формулой (4.1) равен $\eta_T = 1 - dq_2/dq_1$.

Однако этот элементарный цикл Карно является необратимым, так как необратим весь процесс $2-n-1$, а, следовательно, и каждый его элементарный отрезок. Поэтому к. п. д. данного цикла меньше, чем для обратимого цикла Карно, т. е. $1 - dq_2/dq_1 < 1 - T_2/T_1$. Отсюда следует, что $dq_2/dq_1 > T_2/T_1$ или

$$dq_2/T_2 > dq_1/T_1. \quad (4.5)$$

Из полученного неравенства следует, что приведенная теплота для всего показанного на рис. 4.8 необратимого цикла отрицательна, т. е.

$$\oint dq/T < 0, \quad (4.6)$$

поскольку по абсолютной величине все значения элементарной приведенной теплоты для необратимого

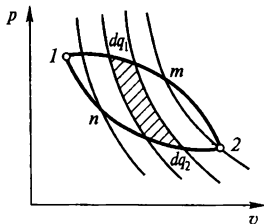


Рис. 4.8. Необратимый цикл на диаграмме $p-v$

процесса $2-n-1$ больше, чем для обратимого $1-m-2$, и все они являются отрицательными. Выражение (4.6), таким образом, представляет собой математическую формулировку второго закона для необратимых круговых процессов.

Объединяя выражения (4.4) и (4.6), получим общую математическую формулировку второго закона термодинамики для любого процесса

$$\oint dq/T < 0, \quad (4.7)$$

в соответствии с которой для замкнутого контура приведенная теплота не может быть положительной, т. е. для осуществления кругового процесса необходимы как подвод, так и отвод теплоты.

Из формулировки второго закона термодинамики для необратимого процесса (4.6) вытекает важное следствие, которое можно получить следующим образом. Запишем приведенную теплоту кругового процесса в виде суммы приведенных теплот составляющих его процессов: обратимого $1-m-2$ и необратимого $2-n-1$:

$$\oint dq/T = \int_1^2 dq/T + \int_2^1 dq/T.$$

В соответствии с выражением (4.6) имеем

$$\int_1^2 dq/T + \int_2^1 dq/T < 0,$$

но для обратимого процесса $1-m-2$ приведенная теплота равна изменению энтропии, т. е.

$$\int_1^2 dq/T = \Delta s_{1-2}.$$

Подставляя это равенство в предыдущее выражение, получим

$$\Delta s_{1-2} + \int_2^1 dq/T < 0,$$

но изменение энтропии для всего кругового процесса, каким бы он ни был, равно нулю, поэтому $\Delta s_{1-2} + \Delta s_{2-1} = 0$, и $\Delta s_{1-2} = -\Delta s_{2-1}$, где Δs_{2-1} — изменение энтропии в необратимом процессе $2-n-1$. Таким образом, получаем

$$\Delta s_{2-1} > \int_2^1 dq/T, \quad (4.8)$$

т. е. изменение энтропии в любом необратимом процессе больше приведенной теплоты этого процесса. Этот результат вполне понятен, если учесть, что в приведенной теплоте учитывается только внешняя теплота, т. е. теплообмен с окружающей средой, тогда как изменение энтропии учитывает и теплоту, выделяющуюся внутри системы в результате необратимости протекающих в ней процессов, например, в результате трения.

Если выражение (4.8) применить к термически изолированной системе, т. е. к такой системе, которая не обменивается теплотой с окружающей средой, и для которой, следовательно, приведенная теплота равна нулю, то получим, что для таких систем $\Delta s > 0$. Это означает, что в термически изолированных системах при протекании в них необратимых процессов энтропия возрастает.

Следует отметить, что дискуссия в философских кругах в недавнем прошлом о «тепловой смерти Вселенной» основывалась именно на принципе возрастания энтропии в изолированной системе. Однако последние открытия астрофизиков показали, что Вселенную нельзя рассматривать в качестве термически изолированной системы, а следовательно, нельзя применить к ней этот принцип.

Глава 5

ТЕРМОДИНАМИКА ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ

1. Первый закон термодинамики для открытых систем

Особенностью открытой термодинамической системы является обмен массой с окружающей средой. В такой системе происходит изменение кинетической и потенциальной энергии единицы массы рабочего тела (газа) при его перемещении из области с одними параметрами (p_1, v_1) в область с другими параметрами (p_2, v_2). В технике часто используют такие процессы изменения энергии в потоке газа. Это, например, сжатие газа в компрессоре, расширение пара в турбине, дросселирование газа или пара и т. п. Любой поток подчиняется первому и второму законам термодинамики и закону сохранения массы. Однако форма записи должна учитывать особенность данной системы.

Рассмотрим одномерный стационарный поток газа, в котором параметры зависят только от одной координаты, совпадающей с вектором скорости, и не зависят от времени. Схема условного тепломеханического агрегата приведена на рис. 5.1. Поток газа поступает в агрегат через сечение 1 и выходит через сечение 2. Параметры потока p , v , T , скорость w и площадь сечения канала f на входе и выходе отмечены соответствующими индексами. Здесь каждый килограмм рабочего тела (газа) получает от внешнего источника теплоту q и совершает техническую работу $l_{\text{тех}}$, например, приводя в движение ротор турбины.

Закон сохранения энергии для 1 кг газа следует записать так

$$e_1 + q = e_2 + l_{\text{тех}}, \quad (5.1)$$

где e_1 и e_2 — соответственно полная удельная энергия потока газа в 1 и 2 сечении, т. е. на входе и выходе; причем каждая включает

$$e = u + pv + w^2/2 + gz, \quad (5.2)$$

где u — внутренняя энергия единицы массы газа; pv — потенциальная энергия давления; $w^2/2$ — кинетическая энергия при скорости w ; gz — энергия положения на высоте z от отметки 0.

Уравнение первого закона термодинамики для потока в пределах сечения 1—2 получим из (5.1), выразив его через теплоту q :

$$q = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + (w_2^2/2 - w_1^2/2) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{тех}}, \quad (5.3)$$

или

$$q = (h_2 - h_1) + (w_2^2/2 - w_1^2/2) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{тех}}. \quad (5.4)$$

Дифференциальная форма уравнения имеет вид:

$$\delta q = dh + wdw + gdz + \delta l_{\text{тех}}. \quad (5.5)$$

Уравнение первого закона термодинамики для потока справедливо как для равновесных процессов, так и для течений сопровождающихся трением, поскольку работа трения переходит в теплоту, а $q_{\text{тр}} = l_{\text{тр}}$.

Рассмотрим применение первого закона термодинамики (5.3), (5.4) для различных видов тепломеханического оборудования, т. е. различных видов открытых систем.

2. Работа теплового двигателя и компрессора

В тепловом двигателе механическая энергия потока получается в процессе его расширения. Можно принять следующие допущения: $z_1 = z_2$, т. е. вход и выход потока находятся на одном уровне; $w_1 = w_2$, так как сечения патрубков одинаковы, а расход газа неизменный; $q = 0$, т. е. в пределах агрегата расширение газа адиабатное. Тогда уравнение (5.3) примет вид

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2, \quad (5.6)$$

т. е. техническая работа или работа теплового двигателя производится за счет уменьшения энтальпии газа.

В диаграмме $p-v$ техническая работа изображается площадью слева от кривой 1-2 процесса расширения газа от p_1 до p_2 и изменения энтальпии от h_1 до h_2 (рис. 5.2).

В компрессоре сжатие газов от p_1 до p_2 происходит в результате затраты механической энергии. Если принять, что $z_1 = z_2$, $q = 0$, $w_1 = w_2$, что допустимо для такой системы, уравнение первого закона будет иметь вид

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2.$$

Вид уравнения для компрессора аналогичен уравнению для теплового двигателя. Однако, так как здесь энтальпия газа на входе h_1 меньше, чем на выходе h_2 (так как $p_2 > p_1$), то при этом техническая работа $l_{\text{тех}}$ будет величиной отрицательной. Графически

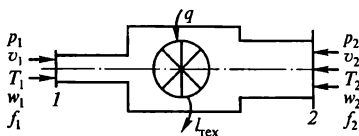


Рис. 5.1. Открытая термодинамическая система

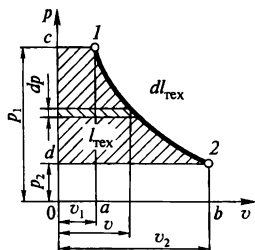


Рис. 5.2. Изображение технической работы в $p-v$ -координатах

процесс сжатия в компрессоре выглядит аналогично (рис. 5.2), но процесс протекает от точки 2 до точки 1, а $-l_{\text{тех}}$ является затраченной работой на сжатие или работой компрессора

3. Заторможенный поток

Если в пределах выделенной области для потока между сечениями 1–2 поток не совершает работу, $l_{\text{тех}} = 0$, движение изоэнтропийно, $q = 0$, и течение горизонтально, $z_1 = z_2$, то уравнение первого закона термодинамики для потока будет иметь вид

$$dh + wdw = d(h + w^2/2) = 0,$$

или в интегральной форме

$$h + w^2/2 = \text{const.} \quad (5.7)$$

Таким образом, если по какой-либо причине произойдет изменение скорости потока, то это приведет к изменению его энтальпии. В пределе торможения потока ($w \rightarrow 0$) кинетическая энергия полностью перейдет в энтальпию торможения. Для идеального газа $h = c_p T$, тогда из уравнения (5.7) следует

$$\begin{aligned} c_p T + w^2/2 &= \text{const}, \\ T + w^2/2c_p &= T_{\text{торм}} = \text{const}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Температура заторможенного высокоскоростного потока, как следует из уравнения (5.8), может значительно превышать температуру газа T .

Величина температуры торможения зависит от физических свойств газа, что связано с зависимостью

$$c_p = \frac{kR}{k-1},$$

тогда

$$T_{\text{торм}} = T + \frac{k-1}{k} \frac{w^2}{2R}, \quad (5.9)$$

где k — показатель адиабаты; R — удельная газовая постоянная, $R = 8314/M_r$, M_r — молекулярная масса газа.

Эффект торможения проявляется в ошибке измерения температуры высокоскоростного потока T с помощью термометра или

термопары. При обтекании спая термопары часть потока затормаживается. Измеряемое значение температуры может значительно превысить истинное.

Другим наглядным примером является разогрев, плавление и сгорание различных тел при входе в плотные слои атмосферы.

4. Дросселирование газов и паров

Из практического опыта известно, что если поток газа в трубопроводе встречает на своем пути какое-либо препятствие (так называемое местное сопротивление), частично загромождающее сечение трубы, то давление за ним оказывается меньше, чем перед ним. К таким препятствиям относят пористые перегородки, диафрагмы, вентили или задвижки.

Процесс падения давления за местным сопротивлением называется дросселированием. Схема такого течения позволяет ввести следующие условия или допущения: $l_{\text{тех}} = 0$; $q = 0$; $w_1 = w_2$; $z_1 = z_2$. Тогда уравнение первого закона для потока при его дросселировании упрощается до вида

$$h_1 = h_2 \text{ или } h = \text{const.} \quad (5.10)$$

Причем, это справедливо как для идеальных, так и для реальных газов, например водяного пара (рис. 5.3).

Итак, при дросселировании рабочего тела его энтальпия остается постоянной, энтропия s и объем v увеличиваются, давление p падает.

Для идеального газа $h = c_p T$, следовательно, при дросселировании и температура остается неизменной (процесс $a-b$ на рис. 5.3 a).

Для реальных газов дросселирование чаще всего приводит к падению температуры. Это можно объяснить уменьшением кинетической составляющей внутренней энергии газа при возрастании ее потенциальной составляющей, которое возникает за счет работы против сил притяжения молекул, вызванной внезапным расширением газа за местным сопротивлением.

Изменение температуры реального газа при дросселировании характеризуется эффектом Джоуля—Томпсона $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h$. Если для

газа $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h > 0$, то газ охлаждается в процессе дросселирования.

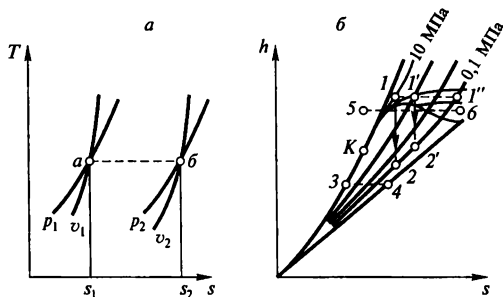


Рис. 5.3. Дросселирование идеального газа (а) и водяного пара (б): а — процесс дросселирования а-б при $T = \text{const}$; б — дросселирование перегретого пара 1-1'-1'' и 5-6; дросселирование кипящей воды 3-4

Однако для водорода и инертных газов дроссельный эффект отрицателен, т. е. эти газы нагреваются. Температура, при которой дроссельный эффект равен нулю (или меняет знак), называется температурой инверсии $T_{\text{инв}}$.

Для реальных газов опытом установлено: если температура газа перед дросселем $T_{\text{нач}} < T_{\text{инв}}$, то газ охлаждается, а если $T_{\text{нач}} > T_{\text{инв}}$ — газ при дросселировании нагревается.

Температуру инверсии газа определяют из опыта. Некоторые данные приведены ниже.

Газ	Воздух	Водяной пар	Водород	Гелий
$T_{\text{инв}}$				
°С	600	4121	-57	-239
(К)	873	4394	216	34

Дроссельный эффект используется в криогенной технике для получения сжиженных газов.

Из приведенных данных видно, что два первых газа превратить в жидкость можно в процессе их дросселирования, так как для них $T_{\text{нач}} < T_{\text{инв}}$. Для сжижения двух других газов их предварительно следует охладить в каком-либо теплообменнике до температуры $T_{\text{нач}} < T_{\text{инв}}$, а затем подавать на дросселирование. Дроссель является одним из основных элементов схемы криогенных блоков разделения воздуха, применяемых для получения жидкого кислорода.

5. Истечение газов из сопел и диффузоров

Весьма важным примером открытой термодинамической системы является движение газа через канал переменного сечения: сопло, диффузор, насадку или сопло Лавала. Такие каналы применяются в горелках для сжигания газообразного и пылевидного топлива или в форсунках для жидкого топлива, в фурмах для подачи газов (воздуха, кислорода) в жидкий металл и др. Техническая работа в них не совершается, $l_{\text{тех}} = 0$, и так как длина такого канала невелика, а скорость газа в них высока, то время прохождения настолько мало, что можно считать течение адиабатным, т. е. $q = 0$. При таких условиях уравнение первого закона для потока принимает вид:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = h_1 - h_2, \quad (5.11)$$

как в случае, рассмотренном выше (5.7).

Рассчитаем процесс истечения газа из резервуара с параметрами p_1 , v_1 и T_1 через сужающееся сопло с площадью начального сечения f_1 . Сечение сопла на выходе газа $f_2 < f_1$, давление газа на выходе из сопла p_2 равно давлению окружающей среды. Скорость газа на входе в сопло w_1 , на выходе — w_2 . Расчет сопла сводится к определению скорости газа на выходе, его массового секундно-го расхода G и площади поперечного сечения сопла f_2 .

Примем, что площадь поперечного сечения сопла на входе достаточно велика, тогда $w_1 \cong 0$, а скорость на выходе определим из уравнения (5.11):

$$w_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2)} = \sqrt{2\Delta h}, \text{ м/с.} \quad (5.12)$$

С учетом того, что процесс адиабатный и $u_1 - u_2 = l$, запишем $\Delta h = h_1 - h_2 = (u_1 - u_2) + (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) + (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$. С учетом уравнения адиабаты $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{k}}$, получим после подстановки

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}, \text{ м/с.} \quad (5.13)$$

Массовый секундный расход газа из уравнения неразрывности потока получим в виде

$$G = f_2 \frac{w_2}{v_2} = f_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\frac{2}{\beta^k} - \beta \frac{k+1}{k} \right]}, \text{ кг/с,} \quad (5.14)$$

где $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ — степень расширения газа на выходе.

На рис. 5.4 построена кривая зависимости $G(\beta)$ по уравнению 5.14, имеющая вид параболы (OKI).

Однако экспериментальные данные дают хорошее совпадение только с одним участком кривой (IK) — для $\beta_{кр} \leq \beta \leq 1$, а в диапазоне $0 \leq \beta \leq \beta_{кр}$ расход, соответствующий $\beta_{кр}$, не снижается, а остается неизменным (KD), равным $G_{кр}$, т.е. максимальным. Причем, как бы ни понижалось давление окружающей среды p_2 , давление на выходе из сопла остается постоянным и соответствующим $p_{кр}$. Для того чтобы отыскать максимум зависимости (5.14), первую производную от выражения в квадратных скобках приравняем нулю:

$$\frac{d}{d\beta} \left[\frac{2}{\beta^k} - \beta \frac{k+1}{k} \right] = \frac{2}{k} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}-1} = 0,$$

в результате получим

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.15)$$

Это значит, что отношение критического давления на выходе из сопла к давлению на входе величина постоянная для каждого газа, так как зависит только от его природы или показателя адиабаты. Например, для одноатомных газов — $k = 1,67$, $\beta_{кр} = 0,49$, для двухатомных — $k = 1,4$, $\beta_{кр} = 0,528$. В первом приближении можно принять $\beta_{кр} \approx 0,5$.

Скорость газа на выходе из сопла в зависимости от β изменяется аналогично

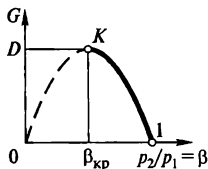


Рис. 5.4. Зависимость массового расхода через сопло от отношения p_2/p_1

изменению расхода G . Для критического значения β найдем скорость по уравнению (5.13):

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_1 v_1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_1}. \quad (5.16)$$

Для того чтобы выразить $w_{кр}$ через выходные параметры потока,

подставим в уравнение адиабаты $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ значение $\frac{p_{кр}}{p_1} = \beta_{кр}$

и получим $T_1 = T_{кр} \frac{k+1}{2}$, откуда

$$w_{кр} = \sqrt{kRT_{кр}} = \sqrt{k p_{кр} v_{кр}}. \quad (5.17)$$

Из курса физики известно, что $\sqrt{k p_{кр} v_{кр}} = a$ есть скорость звука в среде с параметрами $p_{кр}$ и $v_{кр}$. Итак, критическая скорость истечения из сужающегося сопла равна местной скорости звука, а значит и скорости распространения импульса давления. Этим объясняется, почему снижение давления p_2 ниже $p_{кр}$ не приводит к каким-либо изменениям $w_{кр}$ и $G_{кр}$.

Зная величину $\beta_{кр}$, из уравнения (5.14) получим

$$G_{кр} = f_{\min} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}}, \text{ кг/с}, \quad (5.18)$$

где f_{\min} — сечение сопла на выходе, при котором достигается максимальный расход и максимальная скорость истечения.

Из уравнения неразрывности можно определить это критическое или минимальное сечение сопла:

$$f_{\min} = f_1 \frac{w_1}{w_{кр}} \frac{v_{кр}}{v_1} = f_1 \frac{w_1}{w_{кр}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}, \text{ м}^2. \quad (5.19)$$

Итак, сужение сопла ведет к росту скорости, а при f_{\min} скорость достигнет своего предела — скорости звука.

Из первого закона термодинамики для потока, уравнения неразрывности и уравнения адиабатного процесса после некоторых преобразований получено уравнение, связывающее изменение скорости на выходе из канала в зависимости от изменения его

сечения для всего диапазона скорости:

$$\frac{df}{f} = \left(\frac{w^2}{a^2} - 1 \right) \frac{dw}{w}. \quad (5.20)$$

При дозвуковом истечении, когда $\frac{w^2}{a^2} < 1$, сужение канала ведет к росту скорости, а расширение — к уменьшению. Однако при условии $\frac{w^2}{a^2} > 1$, т. е.

при сверхзвуковом потоке, увеличение (расширение) сечения приведет к дальнейшему росту скорости. Значит, чтобы получить скорость на выходе из сопла выше скорости звука, сопло должно состоять из участка сужения до f_{\min} , где будет скорость звука, а следом за ним расширяющегося участка, т. е. диффузора. Это сопло Лавалья. Характер изменения параметров газа по длине сопла Лавалья дан на рис. 5.5.

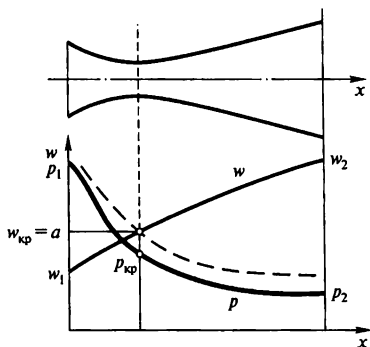


Рис. 5.5. Изменение скорости газа w , давления p и местной скорости звука a по длине сопла Лавалья

6. Сжатие газа в компрессоре (рис. 5.6)

Работа компрессора $L_{\text{тех}}$, т. е. затраты на сжатие, включают не только работу всасывания (площадь 411'0) и вытеснение газа (площадь 2302'), но и работу изменения объема (площадь 122'1'), т. е. работу процесса сжатия, $L_{\text{тех}} = h_1 - h_2 + q$. Величина $L_{\text{тех}}$ зависит от вида процесса.

Если процесс адиабатный (1-2а), как в примере 1, то работа компрессора $l_{\text{ад.тех}} = h_1 - h_2$, т. к. $q = 0$. Далее $l_{\text{ад.тех}} = h_1 - h_2 = u_1 - u_2 + p_1 v_1 - p_2 v_2 = c_v(T_1 - T_2) + p_1 v_1 - p_2 v_2 = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2) + R(T_1 - T_2) = \frac{Rk}{k-1}(T_1 - T_2) = \frac{k}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) = k l_{\text{ад}}$.

Таким образом, работа компрессора (площадь 12а34) в k раз больше, чем работа адиабатного процесса сжатия $l_{\text{ад}}$ (площадь 122'1').

В случае изотермического процесса сжатия 1-2т, когда температура газа остается равной температуре окружающей среды, из общего уравнения работы компрессора получим

$$l_{\text{тех}} = h_1 - h_2 + q = q, \text{ так как } h_1 = h_2.$$

Для изотермического процесса $q = l_{\text{из}} = RT \ln \frac{v_1}{v_2} = RT \ln \frac{p_2}{p_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$. Итак, для $T = \text{const}$ величина $l_{\text{тех}}^{\text{из}} = l_{\text{из}}$. Если для адиабаты показатель политропы $n = k$, а для изотермы $n = 1$, то для политропного сжатия работа такого компрессора равна $l_{\text{тех}}^{\text{пол}} = n l_{\text{пол}}$. Тогда для любого процесса

$$l_{\text{тех}}^{\text{пол}} = n \cdot l_{\text{пол}} = \frac{n}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{Rn}{n-1} (T_1 - T_2).$$

С учетом уравнения политропы $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ получим еще одно выражение работы идеального компрессора

$$l_{\text{тех}}^{\text{пол}} = \frac{Rn}{n-1} T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (5.21)$$

Из сравнения этих процессов следует, что самым экономичным является изотермический компрессор, невыгодным — адиабат-

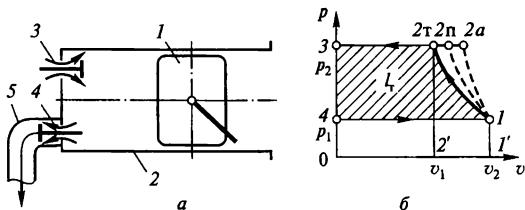


Рис. 5.6. Схема поршневого компрессора (а) и диаграмма $p-v$ сжатия газа в идеальном компрессоре (б):

1 — поршень; 2 — цилиндр; 3, 4 — клапан; 5 — выход газа

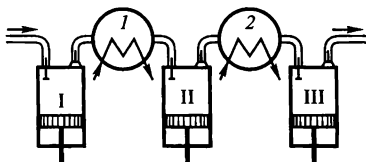


Рис. 5.7. Схема компрессора с трехступенчатым сжатием: I, II, III – ступени сжатия; 1, 2 – холодильники

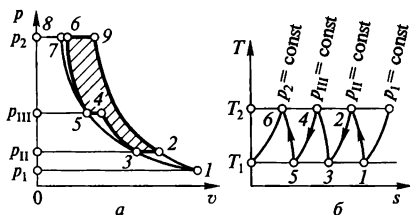


Рис. 5.8. Ступенчатое сжатие на диаграммах $p-v$ (а) и $T-s$ (б)

ный, политропический занимает промежуточное значение ($1-2п$), так как $1 < n < k$. Однако изотермический компрессор осуществить практически невозможно.

Повышение экономической эффективности политропического сжатия газа достигается способом ступенчатого сжатия. Процесс ступенчатого сжатия в нескольких последовательно соединенных цилиндрах с промежуточным охлаждением газа до начальной температуры после каждой ступени сжатия показан на рис. 5.7. Очевидно, чем больше число ступеней сжатия и охлаждения, тем ближе процесс к изотермическому, т. е. к наиболее экономичному. На $p-v$ - и $T-s$ -диаграммах (рис 5.8) изображен трехступенчатый процесс политропического сжатия с двумя промежуточными процессами охлаждения при $p = \text{const}$. Из диаграммы $p-v$ видно, что работа, затраченная в таком компрессоре, от p_1 до p_2 определяется площадью 012345680. Для сравнения работа одноступенчатого компрессора для того же давления p – площадью 01980. Заштрихованная на диаграмме площадь показывает выигрыш в затратах работы трехступенчатого компрессора.

Глава 6
ТЕРМОДИНАМИКА
ТЕПЛОСИЛОВЫХ УСТАНОВОК

Наибольший термодинамический эффект среди всех круговых процессов, как известно, имеет цикл Карно. Он служит эталоном для сравнения и оценки реальных циклов, но сам в случае, когда рабочее тело — газ, не может быть осуществлен. Причина в изотермическом подводе и изотермическом отводе теплоты.

Если рабочим телом является газ, то подвод или отвод теплоты можно осуществить при условии $v = \text{const}$, при $p = \text{const}$, либо при сочетании того и другого условия, но только не изотермически, т. е. при $t = \text{const}$.

К такого рода газовым циклам теплосиловых установок относятся циклы двигателей внутреннего сгорания (ДВС), циклы газотурбинных установок (ГТУ) и даже циклы реактивных двигателей типа ЖРД и ВРД.

В качестве рабочего тела в циклических процессах применяют также вещества, которые находятся в парообразном состоянии, что существенно отражается на характере цикла. К циклам на паре относятся циклы паротурбинных установок (ПТУ).

Рассмотрим теоретические циклы ДВС, ГТУ и ПТУ.

1. Теоретические циклы двигателей внутреннего сгорания

Двигатели внутреннего сгорания представляют собой тепловые двигатели поршневого типа, в которых выделение теплоты происходит за счет сгорания топлива непосредственно в цилиндре. Эти двигатели чрезвычайно широко используются для привода транспортных и грузоподъемных машин, а также для привода небольших электрогенераторов.

Различают три типа четырехтактных двигателей внутреннего сгорания:

1) быстрого сгорания с внешним зажиганием; 2) медленного сгорания с самовоспламенением; 3) смешанного типа.

Принцип действия двигателей первого типа заключается в следующем (рис. 6.1). При перемещении поршня 1 из крайнего левого положения в цилиндре 2 направо открывается впускной клапан 3, и цилиндр заполняется смесью бензина с воздухом, приготовленной в специальном приборе, карбюраторе (такие дви-

гатели часто называют карбюраторными). Этот такт называется всасыванием. В тот момент, когда поршень оказывается в крайнем правом положении, впускной клапан закрывается, и происходит сжатие (второй такт) горючей смеси. По достижении поршнем крайнего левого положения с помощью электрической свечи зажигания 5 происходит искровое зажигание топливовоздушной смеси, которая сгорает чрезвычайно быстро при практически неизменном положении поршня, т. е. практически при постоянном объеме, равном объему камеры сгорания. Затем в результате расширения продуктов сгорания происходит перемещение поршня слева направо (третий такт — рабочий ход) вплоть до крайнего правого его положения. В этот момент открывается выпускной клапан 4 и происходит выхлоп — выброс части продуктов сгорания через выпускной клапан под действием избыточного давления в цилиндре. В результате перемещения поршня справа налево (четвертый такт — выпуск) происходит выталкивание продуктов сгорания из цилиндра. Затем цикл повторяется.

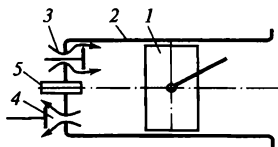


Рис. 6.1. Схема двигателя внутреннего сгорания

В двигателях второго типа, называемых дизельными двигателями, используется тяжелое нефтяное (дизельное) топливо. При этом вместо свечи 5 (см. рис. 6.1) устанавливают форсунку для подачи распыленного топлива. На такте всасывания цилиндр такого двигателя заполняется не горючей смесью, а воздухом, который в результате интенсивного сжатия нагревается до высокой температуры, существенно превышающей температуру воспламенения топлива. В конце такта сжатия в цилиндр начинает подаваться топливо, распыливаемое сжатым воздухом, поступающим от компрессора. Топливо поступает в цилиндр и медленно сгорает одновременно с перемещением поршня слева направо. В результате на протяжении всего времени сгорания топлива давление в цилиндре остается практически постоянным и равным давлению в конце такта сжатия. Остальные процессы протекают так же, как и в карбюраторных двигателях.

В двигателях третьего типа, называемых бескомпрессорными дизельными двигателями, такты всасывания и сжатия происходят так же, как в двигателях второго типа, однако дизельное топли-

во, впрыскиваемое в цилиндр в конце сжатия, распыливается не за счет компрессорного воздуха, а в результате предварительного сжатия до весьма высокого давления в плунжерном топливном насосе. В результате обеспечивается весьма тонкое распыливание топлива. Первая порция его при этом сгорает очень быстро, обеспечивая, так же как и в двигателях первого типа, существенное повышение давления при практически постоянном объеме. Остальная часть топлива подается в цилиндр и сгорает медленно, одновременно с перемещением поршня слева направо, т. е. практически при постоянном давлении, как и в двигателях второго типа. Именно поэтому этот тип двигателей и называется смешанным.

Теоретическим циклом двигателей быстрого сгорания является показанный на рис. 6.2 цикл с изохорным подводом теплоты (цикл Отто). Процессы $0-1$ и $1-0$, т. е. всасывание и выпуск, не являются термодинамическими и потому не рассматриваются. Сжатие $1-2$ и рабочий ход $3-4$ считаются адиабатными процессами сжатия и расширения. Подвод теплоты q_1 осуществляется в изохорном процессе $2-3$. Выхлоп $4-1$ также считается изохорным процессом, в котором осуществляется отвод теплоты q_2 . Принимается, что рабочее тело представляет собой идеальный газ.

Найдем термодинамический к. п. д. цикла Отто, выразив его через важнейший параметр этого цикла, степень сжатия $\varepsilon = v_1/v_2$, где v_1 — полный объем цилиндра; v_2 — объем камеры сгорания.

Используем формулу (4.1) $\eta_T = 1 - q_2/q_1$, где q_2 и q_1 — значения теплоты для изохорных процессов $4-1$ и $2-3$, связанные с температурами в соответствующих точках формулами $q_2 = c_v(T_4 - T_1)$ и $q_1 = c_v(T_3 - T_2)$. Таким образом, получаем $\eta_T = 1 - (T_4 - T_1)/(T_3 - T_2)$, или

$$\eta_T = 1 - \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \quad (6.1)$$

Отношение температур T_4/T_1 для изохорного процесса $4-1$ равно отношению соответствующих давлений, т. е. $T_4/T_1 = p_4/p_1$, или, умножая числитель и знаменатель правой части этого равенства на одинаковые величины v_4^k и v_1^k , получим $T_4/T_1 = p_4 v_4^k / p_1 v_1^k$, откуда, учитывая, что процессы $1-2$ и $3-4$ адиабатные, а потому $p_4 v_4^k = p_3 v_3^k$ и $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$, получаем $T_4/T_1 = p_3 v_3^k / p_2 v_2^k$. Но так как $v_3 = v_2$, находим, что $T_4/T_1 = p_3/p_2$. С другой сто-

роны, для изохорного процесса 2–3 имеем $T_3/T_2 = p_3/p_2$. Таким образом, $T_4/T_1 = T_3/T_2$ и из выражения (6.1) получаем

$$\eta_T = 1 - T_1/T_2, \quad (6.2)$$

но T_1 и T_2 представляют собой крайние температуры адиабатного процесса 1–2, отношение которых в соответствии с формулой (3.6) равно:

$$T_1/T_2 = (v_2/v_1)^{k-1} = 1/\varepsilon^{k-1}. \quad (6.3)$$

Подставляя этот результат в равенство (6.2), получим окончательно

$$\eta_T = 1 - 1/\varepsilon^{k-1}. \quad (6.4)$$

Таким образом, поскольку показатель адиабаты k всегда больше единицы, термодинамический к. п. д. цикла Отто повышается при увеличении степени сжатия. Однако на практике степень сжатия для карбюраторного двигателя не может быть очень высокой, так как сжатию в таких двигателях подвергается бензовоздушная смесь, которая при интенсивном сжатии может детонировать. В связи с этим степень сжатия для карбюраторных двигателей обычно не превышает 10.

На рис. 6.3 показан теоретический цикл двигателей второго типа, т. е. компрессорных дизельных двигателей, называемый циклом с изобарным подводом теплоты (циклом Дизеля). В отличие от предыдущего в этом цикле процесс подвода теплоты 2–3 является изобарным. Параметрами этого цикла являются степень сжатия $\varepsilon = v_1/v_2$ и степень предварительного расширения $\rho = v_3/v_2$.

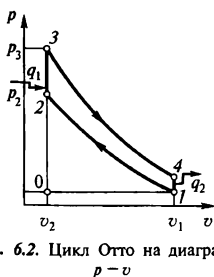


Рис. 6.2. Цикл Отто на диаграмме $p-v$

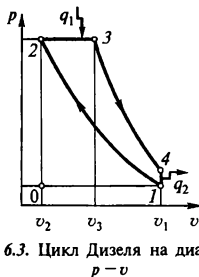


Рис. 6.3. Цикл Дизеля на диаграмме $p-v$

Выразим термодинамический к. п. д. этого цикла через указанные параметры, учитывая, что в данном случае q_1 представляет собой теплоту изобарного процесса и, следовательно, $q_1 = c_p(T_3 - T_2)$, тогда как q_2 выражается так же, как и в предыдущем случае. Итак, имеем $\eta_T = 1 - c_v(T_4 - T_1)/c_p(T_3 - T_2)$, откуда, принимая во внимание, что $c_p/c_v = k$, получим

$$\eta_T = 1 - \frac{T_1}{k(T_3/T_2 - 1)} \cdot \frac{T_1}{T_2} \quad (6.5)$$

При рассмотрении η_T для цикла Отто было найдено, что $T_4/T_1 = p_3 v_3^k / p_2 v_2^k$. Для цикла Дизеля $p_3 = p_2$, а потому $T_4/T_1 = \rho^k$. Поскольку для изобарного процесса удельный объем пропорционален температуре, $T_3/T_2 = v_3/v_2$ т. е. $T_3/T_2 = \rho$. Что касается отношения температур в точках 1 и 2, то, как и для цикла Отто, $T_1/T_2 = 1/\epsilon^{k-1}$. Подставляя эти результаты в выражение (6.5), получим окончательно

$$\eta_T = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k(\rho - 1)} \cdot \frac{1}{\epsilon^{k-1}} \quad (6.6)$$

Таким образом, термодинамический к. п. д. цикла Дизеля, как и цикла Отто, повышается при увеличении степени сжатия ϵ . Однако, поскольку сжатию в этих двигателях подвергается воздух, а не бензо-воздушная смесь, степень сжатия в них может быть значительно большей, чем в карбюраторных двигателях, а потому и к. п. д. получается более высоким.

Как видно из выражения (6.6), η_T уменьшается при увеличении степени предварительного расширения ρ . На практике ρ увеличивается при повышении нагрузки, т. е. при увеличении расхода топлива. Таким образом, при росте расхода топлива термодинамический к. п. д. компрессорных дизельных двигателей уменьшается, что является существенным недостатком этих машин.

Теоретическим циклом двигателей смешанного типа, т. е. бескомпрессорных дизельных двигателей, является цикл Тринклера, представленный на рис. 6.4.

В этом цикле часть теплоты q'_1 подводится в изохорном процессе 2-1, как в цикле Отто, а остальная часть q''_1 - в изобарном процессе 3-4, как в цикле Дизеля. Остальные процессы те же, что и в двух предыдущих случаях.

Параметрами этого цикла являются степень сжатия $\varepsilon = v_1/v_2$, степень повышения давления $\lambda = p_3/p_2$ и степень предварительного расширения $\rho = v_4/v_3$. Термодинамический к. п. д. этого цикла в соответствии с формулой (4.1) имеет вид $\eta_T = 1 - q_2/(q_1' + q_1'')$. При этом $q_2 = c_v(T_5 - T_1)$, $q_1' = c_v(T_3 - T_2)$ и $q_1'' = c_p(T_4 - T_3)$. Таким образом, получаем

$$\eta_T = 1 - \frac{T_5/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1 + k(T_4/T_2 - T_3/T_2)} \cdot \frac{T_1}{T_2}. \quad (6.7)$$

Для изохорного процесса $5-1$ имеем $T_5/T_1 = p_5/p_1$ или, умножая числитель и знаменатель правой части на равные величины v_5^k и v_1^k , имеем $T_5/T_1 = p_5 v_5^k / p_1 v_1^k$, но для адиабатного расширения $4-5$ получим $p_5 v_5^k = p_4 v_4^k$, а для адиабатного сжатия $1-2$ имеем, $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$, отсюда, учитывая, что $p_4 = p_3$, получим $T_5/T_1 = p_3 v_4^k / p_2 v_2^k = \lambda \rho^k$.

Для изобарного процесса $2-3$ отношение $T_3/T_2 = p_3/p_2 = \lambda$, а для изохорного $3-4$ отношение $T_4/T_3 = v_4/v_3 = \rho$, откуда $T_4/T_2 = \lambda \rho$. Что касается отношения температур в точках 1 и 2 , то по-прежнему $T_1/T_2 = 1/\varepsilon^{k-1}$.

Подставляя полученные выражения для отношений температур в равенство (6.7), окончательно получим

$$\eta_T = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\lambda - 1 + k\lambda(\rho - 1)} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (6.8)$$

Как показывает полученный результат, термодинамический к. п. д. цикла Тринклера так же, как и двух предыдущих, увеличивается при повышении степени сжатия ε . Так же, как и для цикла Дизеля, он уменьшается при увеличении степени предварительного расширения ρ , т. е. при увеличении нагрузки на двигатель. Однако этот недостаток частично компенсируется тем фактом, что η_T для цикла Тринклера увеличивается при возрастании степени повышения давления λ , т. е. при

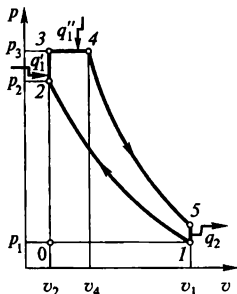


Рис. 6.4. Цикл Тринклера на диаграмме $p-v$

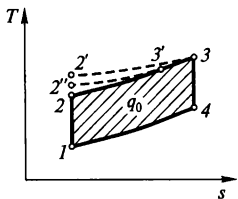


Рис. 6.5. Теоретические циклы двигателей внутреннего сгорания на диаграмме $T-s$ при одной и той же максимальной температуре

увеличении доли топлива, сжигаемой в изохорном процессе, что достигается улучшением распыливания топлива.

Заметим, что из выражения (6.8) в качестве частных случаев могут быть получены формулы для термодинамического к. п. д. циклов Отто и Дизеля. Действительно, при $\rho = 1$ получаем выражение (6.4), а при $\lambda = 1$ — выражение (6.6).

На рис. 6.5 три рассмотренных цикла показаны на диаграмме $T-s$ при одной и той же максимальной температуре. Здесь отрезки $1-2$, $1-2'$ и $1-2''$ изображают адиабатное сжатие в циклах Отто, Дизеля и Тринклера соответственно, $2-3$ — изохорный подвод теплоты в цикле Отто, $2'-3$ — изобарный в цикле Дизеля, $2''-3'$ и $3'-3$ — изохорный и изобарный в цикле Тринклера. Остальные процессы — адиабатное расширение (рабочий ход) $3-4$ и изохорный отвод теплоты $4-1$ — при рассматриваемых условиях одинаковы для всех трех циклов.

Как видно из этой диаграммы, максимальная теплота q_0 (площадь, заключенная внутри контура цикла), полезно преобразуемая в работу и, следовательно, максимальный термодинамический к. п. д. имеет место в случае цикла Дизеля, минимальный — в случае цикла Отто.

2. Теоретические циклы газотурбинных установок

Газотурбинные установки представляют собой тепловые двигатели, в которых теплота, выделяющаяся при сжигании топлива в камере сгорания, превращается (частично) в механическую работу в результате расширения продуктов сгорания в газовой турбине.

Благодаря быстроходности, компактности и более высокому термодинамическому к. п. д. газотурбинные установки в ряде случаев имеют преимущества перед двигателями внутреннего сгорания и широко применяются в различных отраслях промышленности.

Наибольшее распространение получили газотурбинные установки, в камерах которых сгорание топлива происходит при постоянном давлении. На рис. 6.6 представлены схема и теоретический цикл (в координатах $p-v$ и $T-s$) такой установки.

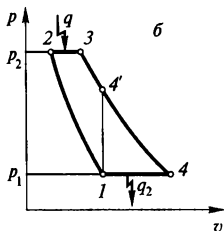
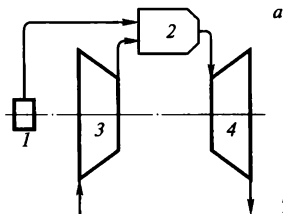
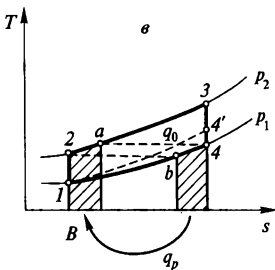


Рис. 6.6. Схема (а) и теоретический цикл газотурбинной установки с изобарным сжиганием на диаграммах $p-v$ (б) и $T-s$ (в)



Топливо с помощью топливного насоса 1 подается в камеру сгорания 2 , где распыливается форсункой. Воздух, необходимый для сжигания топлива и для разбавления продуктов сгорания до приемлемой температуры ($700-800^\circ\text{C}$), засасывается в осевой компрессор 3 при атмосферном давлении p_1 , сжимается в нем до давления p_2 и также подается в камеру сгорания, где происходит сгорание топлива при постоянном давлении p_2 с выделением теплоты q_1 . Образующиеся продукты сгорания, разбавленные воздухом, расширяются в сопловом аппарате газовой турбины 4 до начального давления p_1 , приводят во вращение рабочее колесо турбины и при давлении p_1 выбрасываются в окружающую среду, унося с собой теплоту q_2 . Привод топливного насоса и компрессора осуществляется от рабочего вала турбины.

В теоретическом цикле газотурбинной установки рассматриваемого типа (рис. 6.6, б, в) принимается, что процессы сжатия воздуха в компрессоре $1-2$ и расширения продуктов сгорания в газовой турбине $3-4$ являются адиабатными, а процессы подвода и отвода теплоты $2-3$ (сгорание топлива) и $4-1$ — изобарными. Принципиальное отличие этого цикла от цикла двигателей внутреннего сгорания заключается в том, что отвод теплоты осуществляется по изобаре $4-1$, тогда как в двигателях внутреннего

сгорания — по изохоре 4'—1. Это обстоятельство, обусловленное возможностью полного, до давления p_1 расширения газов в турбине, приводит к тому, что термодинамический к. п. д. теоретического цикла газотурбинной установки при одном и том же подводе теплоты оказывается выше, чем для цикла двигателей внутреннего сгорания с изобарным сжиганием (т. е. для цикла Дизеля). Действительно, как показывает рис. 6.6, б, теплота q_0 , полезно преобразуемая в работу (площадь, заключенная внутри контура цикла), при изобарном отводе теплоты 4—1 больше, чем при изохорном 4'—1. А так как подводимая теплота (площадь под отрезком 2—3) при этом одинакова, следовательно, к. п. д. цикла газотурбинной установки больше, чем соответствующая величина для цикла Дизеля.

Основной характеристикой рассматриваемого цикла является степень повышения давления при сжатии $\beta = p_2/p_1$. Выразим термодинамический к. п. д. цикла через эту величину. В соответствии с формулой (4.1)

$$\eta_T = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \cdot \frac{T_1}{T_2}. \quad (6.9)$$

Для адиабатных процессов 1—2 и 3—4 имеем $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$ и $p_3 v_3^k = p_4 v_4^k$. Поделив почленно второе равенство на первое и учитывая, что $p_1 = p_4$ и $p_2 = p_3$, получим $v_4/v_1 = v_3/v_2$. Но для изобарных процессов 2—3 и 4—1 отношения $T_3/T_2 = v_3/v_2$ и $T_4/T_1 = v_4/v_1$, следовательно, $T_4/T_1 = T_3/T_2$, и выражение (6.9) принимает вид $\eta_T = 1 - T_1/T_2$.

С другой стороны, для адиабатного процесса 1—2 в соответствии с формулой (3.6) отношение $T_1/T_2 = (v_2/v_1)^{k-1}$, а в соответствии с формулой (3.4) отношение $v_2/v_1 = (p_1/p_2)^{1/k}$, откуда $T_1/T_2 = (p_1/p_2)^{(k-1)/k}$. Таким образом, получаем

$$\eta_T = 1 - 1/\beta^{(k-1)/k}. \quad (6.10)$$

Как следует из полученного результата, увеличение степени повышения давления β приводит к возрастанию термодинамического к. п. д. газотурбинной установки.

Из диаграммы $T-s$ (см. рис. 6.6, θ) видно, что температура отработавших газов на выходе из турбины T_4 (в точке 4) выше, чем температура воздуха, поступающего из компрессора в камеру сгорания, T_2 (в точке 2). В связи с этим имеется возможность повысить термодинамический к. п. д. установки за счет использования принципа рекуперации тепла. С этой целью продукты сгорания из турбины направляются в теплообменник (рекуператор), в котором они отдают часть своей теплоты сжатому воздуху, поступающему в рекуператор из компрессора и направляемому затем в камеру сгорания. В идеальном случае при этом воздух в рекуператоре нагревается до температуры T_4 (точка a на рис. 6.6, θ), а продукты сгорания охлаждаются до температуры T_2 (точка b), а затем выбрасываются в атмосферу.

Использование принципа рекуперации тепла таким образом, позволяет часть теплоты продуктов сгорания в количестве q_p (заштрихованные площади на рис. 6.5, θ) вернуть в цикл и уменьшить тем самым теплоту q_1 , получаемую за счет сжигания топлива, а, значит, увеличить термодинамический к. п. д. установки.

3. Цикл паротурбинной установки (ПТУ)

Если рабочим телом является пар (например, воды, ртути или какой-либо легкокипящей жидкости), то подвод к системе и отвод тепла можно осуществить и в изотермических условиях, как в цикле Карно.

Цикл Карно на насыщенном водяном паре и принципиальная схема ПТУ изображены на рис. 6.7 и 6.8. Образованный в паровом котле (ПК) при подводе тепла q_1 сухой насыщенный пар с давлением p_1 (точка 1) адиабатно расширяется в турбине (ПТ) до состояния влажного насыщенного пара низкого давления p_2 (точка 2). Затем этот пар поступает в теплообменник-конденсатор (К), где от него при постоянной температуре и одновременно при постоянном давлении отводится теплота q_2 (процесс конденсации 2-3). Пар конденсируется не полностью, а его степень сухости становится меньше, т. е. $x_3 < x_2$. При полной конденсации до состояния кипящей воды при p_2 конец процесса соответствовал бы точке 5 на диаграмме. Но для цикла Карно точка 3 соответствует такому положению, чтобы последующее адиабатическое сжатие 3-4 в насосе или компрессоре (Н) при $s = \text{const}$ привело бы пар к состоянию кипящей воды при давлении p_1 (точка 4 на линии $x = 0$). Изобарно-изотермический процесс испарения кипящей

воды до состояния сухого насыщенного пара при подводе теплоты q_1 (4-1) совершается в паровом котле (ПК). Теплота q_1 поступает от продуктов сгорания топлива, а теплота q_2 отводится охлаждающей водой. Этот цикл, также как и рассмотренный ранее в гл. 4 цикл Карно для идеального газа, состоит из двух изотерм (4-1 и 2-3) и двух адиабат (1-2 и 3-4).

Термический к. п. д. рассмотренного цикла, как и любого другого прямого цикла Карно, в общем виде записывается так:

$$\eta_r^k = \frac{l_{II}}{q_1} = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4}. \quad (6.11)$$

Любой другой цикл для того же интервала температур будет иметь меньшую эффективность. Несмотря на очевидные преимущества, цикл Карно в паросиловых установках не применяется. Основным препятствием является невозможность осуществить процесс сжатия 3-4 в компрессоре, на входе в который поступал бы влажный пар (точка 3), а на выходе была бы жидкость (точка 4). Компрессор служит для сжатия газов (паров), для жидкости - насос.

Избежать недостатков, связанных с использованием компрессора, позволяет цикл предложенный У. Дж. Ренкиным. Этот цикл осуществляется в современных паротурбинных установках. Принципиальная схема установки (ПТУ), работающей по циклу Ренкина, аналогична рис. 6.8, а цикл в диаграммах $p-v$, $T-s$ и $h-s$ дан на рис 6.9. Цикл Ренкина может быть осуществлен как на

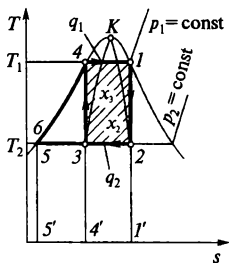


Рис. 6.7. Цикл Карно насыщенного водяного пара в $T-s$ -диаграмме

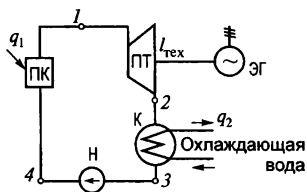


Рис. 6.8. Схема паросиловой установки: ПК - паровой котел; ПТ - паровая турбина; ЭГ - электрогенератор; К - конденсатор; Н - насос

сухом насыщенном паре ($1'-2'-3-4-5-1'$), так и на перегретом паре ($1-2-3-4-5-6-1$). Рассмотрим цикл на сухом насыщенном паре. Сухой насыщенный пар, полученный в котле (ПК), адиабатно расширяется в турбине (ПТ) $1'-2'$ (пунктирная линия). Влажный пар после турбины поступает в конденсатор (К), где от него при $p_2 = \text{const}$ и $T_2 = \text{const}$ отводится теплота q_2 (процесс $2'-3$). В отличие от цикла Карно здесь пар конденсируется полностью до состояния кипящей жидкости при p_2 . Затем жидкость поступает в насос, где происходит адиабатное сжатие до давления p_1 . Ее объем практически не меняется. В процессе по-

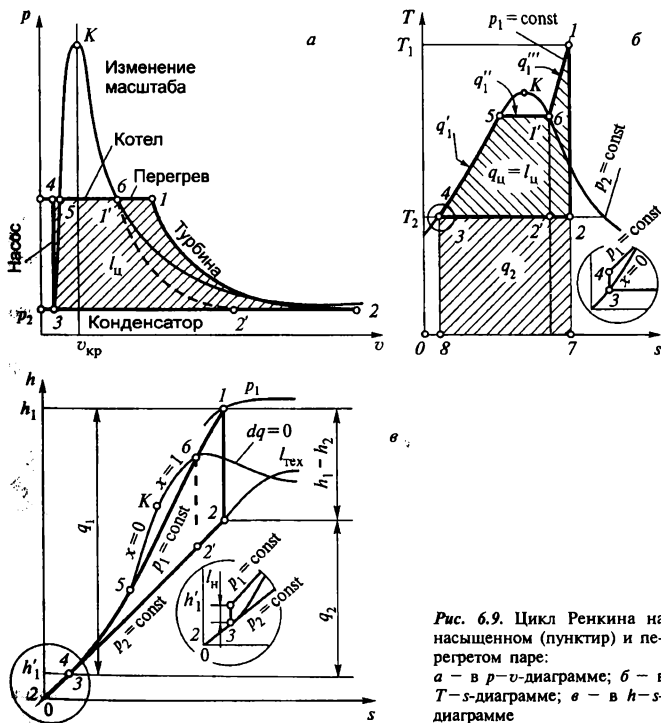


Рис. 6.9. Цикл Ренкина на насыщенном (пунктир) и перегретом паре: а - в $p-v$ -диаграмме; б - в $T-s$ -диаграмме; в - в $h-s$ -диаграмме

вышения давления от p_2 до p_1 температура жидкости повышается ничтожно мало, в диаграммах $T-s$ и $h-s$ точки 3 и 4 практически совпадают. Но так как температура жидкости (в точке 4) на выходе из насоса ниже, чем температура насыщения при p_2 , жидкость перед поступлением в испарительные поверхности котла подогревают до кипения в специальном теплообменнике – экономайзере. Это изобарный процесс $p_1 = \text{const}$ (4–5), который протекает при добавочном подводе теплоты q'_1 . Подогрев в экономайзере осуществляется в том же котле за счет тепла отходящих продуктов сгорания топлива. За ним следует 5–1 – процесс парообразования при подводе теплоты q''_1 при $T_1 = \text{const}$ и $p_1 = \text{const}$. Таким образом, подвод теплоты $q_1 = q'_1 + q''_1$ происхо-

дит при средней температуре $-\left(\frac{T_4 + T_1(I')}{2}\right)$ меньшей, чем температура в точке 1'. Это является причиной того, что и к. п. д. цикла Ренкина оказывается меньшим, чем для цикла Карно. Термодинамическую эффективность цикла Ренкина можно повысить, если повысить параметры пара (p_1 и T_1) на входе в турбину. Повышение только давления p_1 не приводит к заметному росту эффективности цикла, а связанное с этим увеличение влажности пара на выходе из турбины может привести к ухудшению условий работы проточной части турбины. Значительный эффект достигается при повышении температуры, т. е. при перегреве сухого

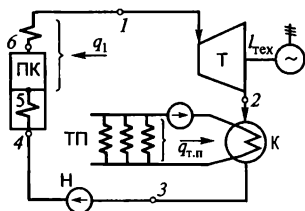


Рис. 6.10. Схема установки для совместной выработки тепловой и электрической энергии: ПК – паровой котел; Т – паровая турбина; К – конденсатор-подогреватель; Н – насос; ТП – тепловой потребитель. Цифры соответствуют точкам цикла в $T-s$ -диаграмме

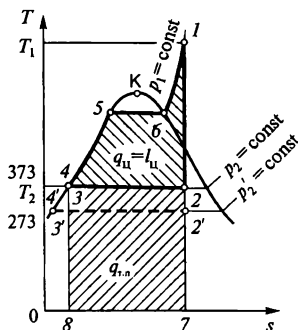


Рис. 6.11. Теплофикационный цикл в $T-s$ -диаграмме

насыщенного пара за котлом до T_1 в специальном теплообменнике-пароперегревателе (ПП) при $p_1 = \text{const}$, где подводится тепло q''_1 (линия на диаграмме $6-1$). Цикл Ренкина на перегретом паре имеет площадь $1-2-3-4-5-6-1$ больше, чем на насыщенном паре. Средняя температура подвода тепла также выше. Разность энтальпий $h_{(1)} - h_{(2)}$, определяющая удельную работу пара в турбине, называемая располагаемым теплопадением, будет при этом заметно больше, чем $h_{(1')} - h_{(2')}$ на насыщенном паре.

Термический к. п. д. цикла Ренкина с перегретым паром выражается следующим образом:

$$\eta_r^R = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} \cong \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_4} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2'} \quad (6.12)$$

Здесь принято $h_4 \approx h_3$, а энтальпия жидкости в точке 3 равна $h_3 = h'_2$, т. е. энтальпии кипящей воды при давлении p_2 .

Современные паротурбинные установки ТЭЦ и ГРЭС работают по циклу с перегревом пара. При использовании низколегированных сталей для котлов и турбин перегрев пара находится в пределах 535–565 °С при давлении до 9,8 МПа. Переход на температуры 580–650 °С требует применения дорогостоящих аустенитных сталей. Давление на выходе из турбины и в конденсаторе обычно 3–5 кПа, а температура пара 25–35 °С. Такие турбины называются конденсационными. На ТЭЦ применяют комбинированную схему: вырабатывают не только электроэнергию, но и тепло для теплофикации и технологических процессов (рис 6.10 и 6.11). Эффек-

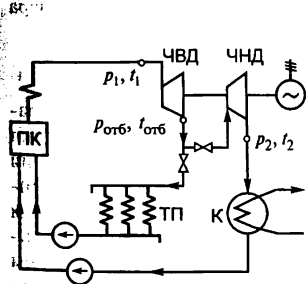


Рис. 6.12. Установка турбины с регулируемым отбором пара

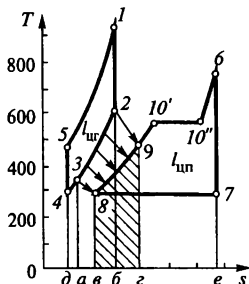


Рис. 6.13. Цикл парогазовой установки

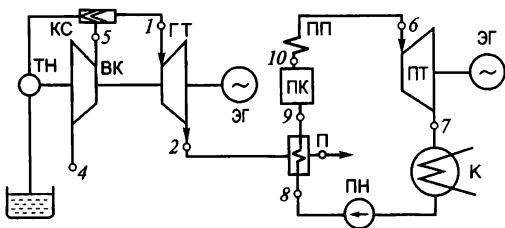


Рис. 6.14. Схема простейшей парогазовой установки:

ГТ — газовая турбина; ЭГ — электрогенератор; ПК — паровой котел; ПП — пароперегреватель; ПН — питательный насос; К — конденсатор; ПТ — паровая турбина; ВК — воздушный компрессор; КС — камера сгорания; ТН — топливный насос; П — подогреватель

тивность теплосиловой установки при этом выше. Часть энергии пара не преобразуется в электроэнергию, а используется сразу. Турбина при этом работает при давлении $p_2 = 0,1-0,15$ МПа, вместо 3–5 кПа, температура пара в связи с этим несколько больше 100°C . Такой пар поступает в бойлерные установки для подогрева сетевой воды для отопления, горячего водоснабжения и т. п. Для производственных нужд используется тепло пара более высоких параметров, для этого на электростанции применяют турбины с регулируемым промежуточным отбором пара (рис 6.12). Кроме того, есть и нерегулируемые отборы пара, которые предназначены для собственных нужд, таких как подогрев питательной воды, поступающей в котел. Использование энергии в виде теплоты пара увеличивает эффективность цикла.

4. Парогазовый цикл

Комбинированные установки, в которых используются два рабочих тела — газ и пар, называются парогазовыми (ПГУ). Цикл ПГУ дан на рис 6.13. Уходящие газы из ГТУ после совершения в ней работы, не выбрасываются в атмосферу, а подаются в теплообменник, где нагревают питательную воду цикла ПТУ. Таким образом уменьшается расход теплоты q_1 и соответственно топлива на получение пара в котле. Эффективность ПГУ выше, чем сумма циклов ГТУ и ПТУ, осуществляемых отдельно. Экономия топлива по сравнению с ПТУ составляет $\sim 15\%$. Схема ПГУ дана на рис. 6.14.

Раздел II
МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Глава 7
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МЕХАНИКИ
И КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ**

1. Предмет и основные понятия механики

Механика жидкостей и газов изучает условия равновесия и закономерности движения текучих сред — жидкостей и газов. С одной стороны, ее можно рассматривать как раздел теоретической механики, поскольку она основана на общих законах механики, с другой стороны, она представляет собой часть теплофизики, поскольку процессы тепло- и массопереноса в движущихся жидкостях и газах (конвективный тепло- и массообмен) можно изучать только основываясь на результатах, полученных в рамках механики жидкостей и газов. Однако в связи со спецификой задач, решаемых в механике жидкостей и газов, и используемых при этом методов, эту дисциплину можно рассматривать как самостоятельную область знания.

В металлургической практике механика жидкостей и газов занимает весьма важное место. Движение газов в рабочих камерах печей и распределение давления в них, работа систем эвакуации продуктов сгорания и систем охлаждения, движение жидкостей и газов в трубопроводах и движение жидкого металла при его транспортировке и при разливке, а также уже упоминавшиеся процессы конвективного тепло- и массообмена — все эти играющие чрезвычайно важную роль в металлургии явления и процессы можно изучать и рассчитывать только с помощью методов механики жидкостей и газов.

В рамках этой науки текучие среды — жидкости и газы — рассматриваются как континуум, сплошная среда, т. е. их дискрет-

ным, молекулярным строением пренебрегают. Например, если рассматривается элементарный объем, то свойства среды в нем считаются такими же, как и в макроскопическом объеме. Физически это означает, что количество молекул, содержащееся в таком элементарном объеме, очень велико.

Допущение о сплошности среды оказывается вполне приемлемым, если средняя длина свободного пробега молекул очень мала по сравнению с характерным размером потока, т. е. поперечным размером трубы или канала, по которым движется среда, либо размером обтекаемого потоком тела. Это допущение неприемлемо, когда рассматривается движение разреженного газа при низких давлениях (так как длина свободного пробега обратно пропорциональна давлению), либо когда газ движется при нормальном давлении по весьма малым каналам, т. е. по порам. В дальнейшем будем рассматривать только движение сплошных текучих сред.

Важным физическим свойством среды является плотность $\rho = dM/dV$, кг/м³ (где M — масса, V — объем), т. е. масса вещества, содержащаяся в единице объема. Если плотность текучей среды постоянна, то такая среда называется несжимаемой жидкостью. При этом имеются в виду не обязательно капельные жидкости. Например, если в потоке газа давление и температура постоянны, то и плотность также будет постоянной, и в этом случае газ будет вести себя как несжимаемая жидкость. В противном случае, т. е. когда плотность — величина переменная, текучая среда называется сжимаемой жидкостью. Понятно, что при этом имеются в виду только газы.

Таким образом, термин «жидкость» будем в дальнейшем применять для любой текучей среды, уточняя при необходимости, о какой именно, несжимаемой или сжимаемой, жидкости идет речь.

Важнейшими понятиями механики жидкости и газа являются понятия идеальной и реальной жидкости. *Идеальной*, или *невязкой жидкостью* называется такая жидкость, при движении которой отсутствуют силы внутреннего трения и которую, следовательно, можно рассматривать как жидкость с нулевой вязкостью. В противном случае жидкость называется *реальной*.

Понятие идеальной жидкости является очень важным, поскольку довольно часто на практике встречаются случаи, когда жидкость движется в таких условиях, что влиянием сил внутреннего трения можно пренебречь, например, вдали от твердых поверхностей. В связи с этим разделы механики жидкостей и газов,

посвященные изучению движения несжимаемой и сжимаемой идеальной жидкости и называемые гидродинамикой и газодинамикой, получили широкое развитие и имеют большое практическое значение.

Механика жидкостей и газов, как и механика твердого тела, включает в себя статику, кинематику и динамику. Однако, из соображений удобства изложения, нарушим эту последовательность рассмотрения механики и начнем изучение механики жидкостей и газов с кинематики.

2. Некоторые понятия кинематики

Важнейшей кинематической характеристикой жидкостей и газов является понятие вектора скорости \vec{w} . Так же как в механике твердого тела, эту величину можно определить как перемещение частицы жидкости (материальной точки) за единицу времени, т. е. $\vec{w} = d\vec{l}/dt$, где \vec{l} — вектор перемещения частицы.

Однако более важным с точки зрения задач механики жидкостей и газов является другое определение вектора скорости, в соответствии с которым скорость жидкости в данной точке потока представляет собой объем жидкости, проходящий через единицу поверхности, расположенной нормально по отношению к этому вектору, за единицу времени, м/с:

$$\vec{w} = \frac{d^2V}{dS dt} \vec{n},$$

где \vec{n} — единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора скорости в данной точке. Таким образом, с этой точки зрения вектор скорости представляет собой вектор плотности потока объема жидкости.

Покажем, что это действительно так. Пусть в точке N вектор скорости равен \vec{w} (рис. 7.1). За время dt площадка dS , включающая эту точку и расположенная в плоскости, ориентированной нормально по отношению к \vec{w} , переместится на расстояние $dh = |\vec{w}|dt$. В результате объем

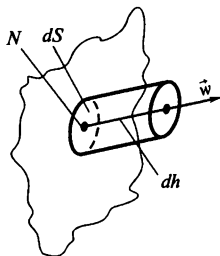


Рис. 7.1. К определению понятия вектора скорости

жидкости, прошедший за это время через указанную площадку (объем цилиндра на рис. 7.1), будет равен $d^2V = dh dS$, или $d^2V = |\vec{w}| dt dS$, откуда получим

$$|\vec{w}| = \frac{d^2V}{dS dt}, \text{ или } \vec{w} = \frac{d^2V}{dS dt} \vec{n}.$$

Как и любую векторную величину, вектор скорости можно выразить через его проекции на оси координат: $\vec{w} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$, где u, v, w — проекции вектора скорости на оси x, y, z соответственно; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — ортогональные единичные векторы (орты).

Другой важной характеристикой потока жидкости является вектор плотности потока массы $\rho\vec{w}$, кг/(м²·с), представляющий собой массу жидкости, проходящую через единицу поверхности, расположенной нормально по отношению к этому вектору, за единицу времени. Понятно, что проекциями этого вектора на оси координат x, y и z являются, соответственно, $\rho u, \rho v$ и ρw .

Проинтегрировав скорость по поверхности, через которую проходит жидкость, получим величину потока объема \dot{V} , м³/с, называемую расходом, или объемным расходом.

Точно так же, проинтегрировав плотность потока массы по поверхности, получим поток массы жидкости \dot{M} , кг/с, называемый также массовым расходом.

3. Уравнение неразрывности

Дифференциальное уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения массы, представляет собой одно из важнейших уравнений механики жидкостей и газов. Выведем это уравнение вначале для сжимаемой жидкости, а затем, в качестве частного случая, получим соответствующее уравнение для несжимаемой жидкости.

Итак, имеем произвольный поток сжимаемой жидкости, в котором произвольным образом распределены плотность $\rho = \rho(x, y, z, t)$, вектор скорости $\vec{w} = \vec{w}(x, y, z, t)$ и вектор плотности потока массы $\rho\vec{w} = \rho\vec{w}(x, y, z, t)$. Выделим в этом потоке в неподвижной прямоугольной системе координат элементарный прямоугольный параллелепипед с ребрами dx, dy и dz (рис. 7.2).

Идея вывода заключается в следующем. Вначале найдем разность между массой жидкости, поступившей в выделенный контрольный объем за элемент времени dt , и массой, покинувшей

его за то же время. Затем определим изменение массы жидкости, содержащейся в этом объеме, за время dt , обусловленное изменением плотности во времени. Наконец, на основании закона сохранения массы, приравняем полученные результаты.

Масса жидкости, поступившая в параллелепипед в направлении оси x через его левую грань за время dt , т. е. величина dM_x , в соответствии с определением понятия плотности потока массы равна

$$dM_x = \rho u \, dy \, dz \, dt,$$

где ρu — проекция вектора плотности потока массы на ось x , а dy, dz — площадь рассматриваемой грани.

Значение плотности потока массы в плоскости правой грани параллелепипеда, расположенной на расстоянии dx от левой, очевидно, равно

$$\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx,$$

и потому масса жидкости, которая за время dt вышла из параллелепипеда через его правую грань, выразится как

$$dM_{x+dx} = \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right) dy \, dz \, dt.$$

Таким образом, разность между массой, поступившей в контрольный объем, и покинувшей его для направления x , составит

$$d^2 M_x \equiv dM_x - dM_{x+dx} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dV dt,$$

где $dV = dx \, dy \, dz$ — объем параллелепипеда.

Повторяя аналогичные рассуждения для двух других направлений — y и z , найдем

$$d^2 M_y = - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dV dt, \quad d^2 M_z = - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dV dt.$$

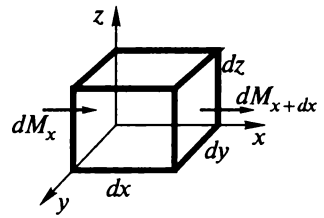


Рис. 7.2. К выводу уравнения неразрывности

Очевидно, что действительное значение разности между массой жидкости, поступившей в параллелепипед, и покинувшей его за время dt , равно сумме этих трех величин, кг:

$$d^2M = - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dV dt.$$

С другой стороны, поскольку плотность в любой точке потока изменяется во времени, следовательно, масса жидкости, содержащаяся в контрольном объеме dV за время dt изменится на величину

$$d^2M = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dV.$$

Приравнявая на основании закона сохранения массы правые части этих выражений и сокращая на $dV dt$, получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right].$$

Выражение в квадратных скобках в правой части этого уравнения представляет собой дивергенцию вектора плотности потока массы. Таким образом, получаем уравнение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{w}) = 0, \quad (7.1)$$

физический смысл которого совершенно ясен. Поскольку $\operatorname{div}(\rho \vec{w})$ представляет собой разность между массой жидкости, которая за единицу времени выходит из единичного объема, и той массой, которая за то же время в него входит, следовательно, эта разность должна быть равна (с обратным знаком) изменению массы, содержащейся в единичном объеме, за единицу времени, т. е. $\partial \rho / \partial t$. Таким образом, уравнение (7.1) выражает закон сохранения массы, записанный для единицы объема и для единицы времени, и представляет собой одну из форм уравнения неразрывности для сжимаемой жидкости.

Другую форму этого уравнения получим, если учтем, что дивергенция произведения скалярной функции ρ на векторную \vec{w} выражается как $\operatorname{div}(\rho \vec{w}) = \vec{w} \operatorname{grad} \rho + \rho \operatorname{div} \vec{w}$. Подставляя это выражение в уравнение (7.1), будем иметь

$$\partial \rho / \partial t + \vec{w} \operatorname{grad} \rho + \rho \operatorname{div} \vec{w} = 0,$$

или, раскрывая скалярное произведение $\vec{w} \text{ grad } \rho$,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \text{ div } \vec{w} = 0,$$

откуда, обозначая

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{d\rho}{dt}, \quad (7.2)$$

получим другую форму уравнения неразрывности для сжимаемой жидкости

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{ div } \vec{w} = 0. \quad (7.3)$$

Фигурирующая в этом выражении величина $d\rho/dt$, представляющая собой полную производную от плотности по времени, называется субстанциальной производной. В соответствии с выражением (7.2) она включает в себя локальную производную $\partial\rho/\partial t$, учитывающую нестационарность процесса, т. е. изменение плотности во времени в неподвижной точке пространства и конвективную производную $\vec{w} \text{ grad } \rho = u\partial\rho/\partial x + v\partial\rho/\partial y + w\partial\rho/\partial z$, которая учитывает изменение плотности движущейся частицы жидкости во времени, обусловленное ее перемещением в пространстве в поле переменной плотности.

Для случая несжимаемой жидкости, когда плотность постоянна, $d\rho/dt \equiv 0$, из уравнения (7.3) получаем выражение

$$\text{div } \vec{w} \equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (7.4)$$

представляющее собой уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости.

В практических инженерных расчетах движения жидкости и газа по трубам и каналам часто используют уравнение неразрывности, записанное в интегральной форме для всего поперечного сечения трубы или канала.

Рассмотрим стационарное течение сжимаемой жидкости по трубе, сечение которой изменяется по длине, т. е. $S = S(x)$. Пусть $\bar{\rho}u$ — среднее по сечению трубы значение плотности потока массы, $\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{с}$, определенное очевидным образом

$$\bar{\rho}u = \frac{1}{S} \int_S \rho u \, dS.$$

Понятно, что интеграл от плотности потока массы по площади поперечного сечения трубы представляет собой массовый расход, или поток массы, т. е. массу жидкости, проходящую через поперечное сечение за единицу времени. Поскольку рассматривается стационарный режим и стенки трубы непроницаемы, эта величина по длине трубы не изменяется, т. е.

$$\bar{\rho} \bar{u} S \equiv \dot{M} = \text{const.} \quad (7.5)$$

Это выражение и представляет собой как раз уравнение неразрывности для стационарного потока сжимаемой жидкости в трубе переменного сечения.

В случае течения несжимаемой жидкости из уравнения (7.5) получаем

$$\bar{u} S \equiv V = \text{const.},$$

где \bar{u} — среднее по сечению значение скорости; V — поток объема, т. е. расход жидкости через поперечное сечение трубы, м³/с.

Глава 8

ДИНАМИКА ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

1. Силы, действующие в движущейся идеальной жидкости

В движущейся идеальной жидкости действуют силы трех видов: внешние массовые, давления и инерции.

Внешние массовые силы, как об этом свидетельствует их название, приложены к жидкости со стороны окружающей среды, а величина их пропорциональна массе жидкости. Наиболее распространенным примером внешних массовых сил является гравитационная сила, однако это могут быть и силы другой, например, электромагнитной природы.

Сила давления, как будет показано ниже, возникает тогда, когда в жидкости имеет место неоднородное распределение давления. Это поверхностная сила, т. е. она действует на поверхности и величина ее пропорциональна поверхности, на которую действует давление. Поверхностной плотностью, т. е. напряжением этой силы является давление.

Заметим, что и внешние массовые силы, и силы давления могут действовать как в движущейся, так и в неподвижной жидкости.

Инерционные силы возникают только тогда, когда движение жидкости не является прямолинейным и равномерным. Это также массовые силы, т. е. величина их пропорциональна массе движущейся жидкости.

2. Уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости, называемые уравнениями Эйлера, представляют собой математическое выражение второго закона Ньютона, т. е. закона сохранения количества движения (импульса). При выводе этих уравнений рассмотрим силы, приложенные к жидкому объему, и на основании закона сохранения импульса приравняем равнодействующую этих сил к изменению количества движения этого объема за единицу времени. Жидким объемом назовем элементарный движущийся объем жидкости dV , величина и форма которого могут изменяться, а масса ρdV остается постоянной.

Итак, выделим в потоке жидкости контрольный объем в виде элементарного прямоугольного параллелепипеда с ребрами dx , dy и dz (рис. 8.1). Рассмотрим вначале силы, действующие на этот объем в направлении оси x , т. е. проекции сил на эту ось.

Внешняя массовая сила $dF_{\text{вн. } x}$ пропорциональна массе рассматриваемого объема $dM = \rho dV$, т. е. $dF_{\text{вн. } x} = X\rho dV$, где коэффициент пропорциональности X , м/с^2 , имеет смысл внешней массовой силы (точнее, ее проекции на ось x), отнесенной к единице массы, т. е. массовой плотности этой силы, или ускорения этой силы.

В плоскости левой грани параллелепипеда действует давление p , в плоскости правой грани, находящейся на расстоянии dx от нее, давление будет равно $p + (\partial p/\partial x) dx$.

Соответствующие силы давления равны произведению давления на площадь грани. Таким образом, результирующая величина силы давления (в проекции на ось x) будет равна

$$dF_{\text{давл. } x} = p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dV.$$

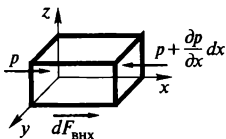


Рис. 8.1. К выводу уравнения Эйлера

Из этого результата следует, как об этом было указано выше, что сила давления в жидкости действует только при наличии неоднородного распределения давления.

Таким образом, равнодействующая внешних сил, приложенных к рассматриваемому объему, равна сумме внешней массовой силы и силы давления.

На основании закона сохранения импульса приравняем эту величину к производной от импульса по времени, а затем постоянную массу $dM = \rho dV$ вынесем за знак производной. В результате вместо производной от импульса по времени получим произведение массы ρdV на производную от скорости по времени du/dt , т. е. на ускорение:

$$\rho dV \frac{du}{dt} = dF_{\text{вн } x} + dF_{\text{давл. } x},$$

или, подставляя в правую часть вместо сил полученные для них выражения, Н:

$$\rho dV \frac{du}{dt} = X \rho dV - \frac{\partial p}{\partial x} dV. \quad (a)$$

Заметим, что величина проекции ускорения du/dt на ось x представляет собой полную, т. е. субстанциальную производную соответствующей компоненты вектора скорости по времени, равную сумме локальной и конвективной производных

$$du/dt = \partial u / \partial t + u \partial u / \partial x + v \partial u / \partial y + w \partial u / \partial z. \quad (8.1)$$

Разделив обе части уравнения (a) на массу контрольного объема ρdV , получим, м/с^2 :

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (8.2)$$

Каждое слагаемое в этом уравнении представляет собой теперь уже силу, отнесенную к единице массы, т. е. массовую плотность силы (по-прежнему в проекции на ось x), имеющую размерность ускорения.

Совершенно такие же рассуждения позволяют получить уравнения, аналогичные (8.2), для двух других осей координат:

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (8.3)$$

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (8.4)$$

В этих уравнениях dv/dt и dw/dt — субстанциальные производные проекций вектора скорости на оси y и z по времени соответственно. При этом

$$dv/dt = \partial v/\partial t + u \partial v/\partial x + v \partial v/\partial y + w \partial v/\partial z, \quad (8.5)$$

$$dw/dt = \partial w/\partial t + u \partial w/\partial x + v \partial w/\partial y + w \partial w/\partial z. \quad (8.6)$$

Величины Y и Z представляют собой проекции на оси y и z соответственно вектора массовой плотности внешней массовой силы, т. е. ускорения этой силы.

Выражения (8.2), (8.3) и (8.4) — это уравнения Эйлера для движения идеальной жидкости, записанные в проекциях на соответствующие оси координат. Умножив каждое из этих уравнений на соответствующий единичный вектор и затем почленно сложив их, получим уравнение Эйлера в векторной форме

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{K} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p. \quad (8.7)$$

Левая часть этого уравнения, субстанциальная производная вектора скорости по времени, представляет собой вектор, проекциями которого на оси координат являются субстанциальные производные компонент вектора скорости по времени, определяемые равенствами (8.1), (8.5) и (8.6).

Каждое из слагаемых в уравнении (8.7) имеет смысл массовой плотности соответствующей силы. Левая часть есть массовая плотность силы инерции, первое слагаемое в правой части $\vec{K} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$ — массовая плотность внешней массовой силы, наконец, последнее слагаемое в правой части — массовая плотность силы давления.

Форма уравнения Эйлера не зависит от того, является ли жидкость сжимаемой или несжимаемой, поскольку объемная деформация, т. е. сжатие или расширение идеальной жидкости, в связи с отсутствием вязкости не приводит к появлению каких-либо новых сил.

3. Постановка задачи для расчета движения идеальной жидкости

В большинстве случаев задача расчета движения несжимаемой идеальной жидкости заключается в нахождении вектора скорости как функции координат и времени $\vec{w}(x, y, z, t)$ и давления как функции тех же аргументов $p(x, y, z, t)$. Таким образом, необходимо найти одну векторную и одну скалярную функцию, либо, что то же, четыре скалярных функции, т. е. три проекции вектора скорости u, v, w и давление.

Понятно, что для решения этой задачи необходимо иметь четыре уравнения. Таковыми являются три уравнения Эйлера (8.2), (8.3) и (8.4) и уравнение неразрывности (7.4). Поскольку все эти уравнения представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных, для решения этой задачи должны быть заданы также краевые условия, включающие в себя начальные и граничные условия. В качестве начальных условий задаются значения искомых функций в некоторый момент времени, который считается началом процесса. Граничные условия могут задаваться различными способами. Наиболее часто задаются значения искомых функций на границах исследуемой области. Например, если рассматривается движение идеальной жидкости вблизи поверхности твердого тела, то на этой поверхности задается условие равенства нулю нормальной компоненты вектора скорости, т. е. условие непроницаемости поверхности. Помимо этого, должны быть заданы распределение внешней массовой силы и плотность жидкости.

Сформулированная таким образом задача является весьма сложной. Дело в том, что уравнения движения (8.2), (8.3) и (8.4) представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных. Действительно, входящие в выражения (8.1), (8.5), (8.6) конвективные производные являются нелинейными операторами, поскольку содержат произведения искомых функций на производные от них. Общие методы решения систем, содержащих такие уравнения, отсутствуют. Поэтому такие задачи могут решаться аналитически лишь для ограниченного числа наиболее простых случаев. Разумеется, для решения таких задач могут применяться и с успехом применяются, различные численные методы с использованием ЭВМ. В настоящее время получено на уровне стандартных программ большое количество численных решений задач движения идеальной несжимаемой жидкости.

Понятно, что задача еще более усложняется, если рассматривается движение сжимаемой жидкости. В этом случае, помимо уже названных искомым функций появляется еще одна — плотность жидкости ρ , естественно, добавляется еще одно уравнение — уравнение состояния газа. В случае, когда плотность является функцией только давления (такие течения называются баротропными), это уравнение имеет вид $\rho = \rho(p)$. Этот случай реализуется при изотермическом или при адиабатном течении газа.

Еще более сложной оказывается рассматриваемая задача, если плотность зависит не только от давления, но и от температуры. При этом к системе уравнений должно быть добавлено еще и уравнение, описывающее распределение температуры в потоке газа и называемое уравнением энергии.

Необходимо отметить, что в металлургической практике встречаются, как правило, стационарные течения, а жидкость во многих случаях может рассматриваться как несжимаемая.

4. Уравнение Бернулли для трубки тока идеальной жидкости

Как уже было указано выше, в некоторых случаях удастся получить аналитическое решение уравнений Эйлера. Один из таких, наиболее простых случаев — стационарное движение несжимаемой идеальной жидкости в трубке тока. Получаемое для этого течения решение, т. е. интеграл уравнений Эйлера, носит название уравнения Бернулли и имеет большое практическое значение.

Трубкой тока (рис. 8.2) называется поверхность, образованная всеми линиями тока, проходящими через замкнутый плоский контур, ограничивающий площадь бесконечно малого размера dS . В свою очередь, линия тока представляет собой векторную линию скорости, т. е. геометрическое место точек, в которых вектор скорости направлен по касательной к этой линии. Понятно, что при стационарном движении линия тока совпадает с траекторией движения частицы жидкости. Таким образом, жидкость может двигаться лишь вдоль трубки тока и нигде ее не пересекает.

Рассмотрим элемент длины трубки тока, показанный на рис. 8.3. Жидкость движется в поле силы тяжести, ускорение которой, т. е. ее массовая

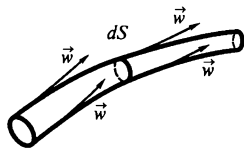


Рис. 8.2. Трубка тока

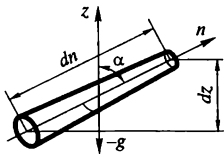


Рис. 8.3. К выводу уравнения Бернулли

плотность, направлено по оси z в отрицательную сторону. Движение в рассматриваемой точке происходит в произвольном направлении n . Жидкость несжимаема, режим движения стационарный.

Запишем при указанных условиях уравнение Эйлера (8.7) в проекции на ось n , обозначив проекцию вектора скорости на это направление u , и учитывая, что в связи со стационарностью движения и малостью поперечного сечения трубки тока скорость и давление зависят только от n :

$$u \frac{du}{dn} = -g \cos \alpha - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dn}.$$

Заметим, что левая часть этого уравнения представляет собой половину производной квадрата скорости по n и что $\cos \alpha = dz/dn$. Умножая обе части на ρ , получим

$$\frac{\rho}{2} \cdot \frac{d(u^2)}{dn} + \frac{dp}{dn} + \rho g \frac{dz}{dn} = 0.$$

Эти уравнения представляют собой различные формы записи одного и того же уравнения Эйлера для рассматриваемого течения, но если в первом каждое слагаемое представляет собой массовую плотность определенной силы и имеет размерность $\text{Н/кг} = \text{м/с}^2$, то во втором каждое слагаемое — это объемная плотность силы с размерностью Н/м^3 .

Проинтегрируем последнее уравнение по n , учитывая, что $\rho = \text{const}$ и что произведение $\rho g = \gamma$ представляет собой удельный вес, т. е. объемную плотность силы тяжести. В результате получим

$$\rho u^2/2 + p + \gamma z = \text{const}. \quad (8.8)$$

Полученное выражение представляет собой уравнение Бернулли для трубки тока идеальной жидкости. Каждое слагаемое в этом уравнении, имеющее размерность $\text{Дж/м}^3 = \text{Н/м}^2 = \text{Па}$, получено интегрированием объемной плотности силы по пути движения жидкости и, следовательно, имеет смысл объемной плотности энергии, т. е. энергии, отнесенной к единице объема. Однако,

поскольку размерность всех слагаемых есть размерность давления, они называются давлениями.

Первое слагаемое $\rho u^2/2$ представляет собой объемную плотность кинетической энергии движущейся жидкости и называется динамическим давлением. Второе слагаемое p имеет смысл объемной плотности потенциальной энергии давления и называется статическим давлением. Наконец, третье слагаемое γz , представляющее собой объемную плотность потенциальной энергии положения, называется геометрическим давлением.

Таким образом, уравнение Бернулли является математическим выражением закона сохранения энергии для трубки тока несжимаемой идеальной жидкости и показывает, что суммарная механическая энергия, т. е. сумма кинетической и потенциальной энергий, по длине трубки тока остается постоянной. Этот результат объясняется, во-первых, тем, что при движении идеальной жидкости не действуют силы трения, и, следовательно, отсутствуют потери энергии на трение и, во-вторых, тем, что через поверхность трубки тока жидкость не проходит и, следовательно, отсутствует обмен энергией с окружающей жидкостью.

В соответствии с уравнением Бернулли различные виды энергии могут переходить один в другой. Например, при горизонтальном движении жидкости, т. е. при $z = \text{const}$, ускорение потока приводит к уменьшению статического давления и, наоборот, при уменьшении скорости статическое давление возрастает. На этом, в частности, основано действие различных приборов для измерения расхода жидкости и скорости ее движения, например, пневмометрических трубок.

На рис. 8.4 показана схема трубки Пито—Прандтля, широко используемой для измерения скоростей в потоках жидкостей и газов. Трубку устанавливают навстречу потоку. При этом в плоскости центрального лобового отверстия в сечении $1-1$ скорость будет равной нулю, а потому давление, измеряемое манометром, подсоединенным к выводу 1 и называемое полным давлением, в соответствии с уравнением Бернулли будет равно сумме динамического и статического давлений $p_0 = \rho u^2/2 + p$. В плоскости от-

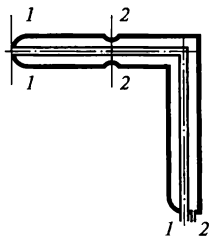


Рис. 8.4. Схема трубки Пито—Прандтля

верстий, расположенных в сечении 2—2, давление равно статическому давлению p , которое можно измерить, если подсоединить манометр к выводу 2. Таким образом, разность между полным давлением p_0 и статическим p (ее можно непосредственно измерить с помощью дифференциального манометра) представляет собой динамическое давление $\rho u^2/2$, определив которое, легко найти скорость потока u .

Уравнение Бернулли иногда записывают и в другой форме, которую можно получить, если обе части уравнения (8.8) разделить на удельный вес $\gamma = \rho g$. Тогда получим

$$u^2/2g + p/\gamma + z = \text{const.} \quad (8.9)$$

При такой записи каждое из слагаемых имеет смысл энергии, отнесенной к единице веса жидкости, размерность в метрах и называется напором; $u^2/2g$ — динамический (или скоростной) напор; p/γ — статический напор; z — геометрический напор. Поскольку вес не определяет количество вещества (в отличие от объема или массы), использование уравнения Бернулли в форме (8.9) неудобно.

Глава 9

СТАТИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

1. Уравнения Эйлера для статики

Если жидкость неподвижна или, что то же самое, движется как одно целое с постоянной, не зависящей ни от координат, ни от времени скоростью, тогда, очевидно, $d\vec{w}/dt \equiv 0$ и вместо уравнения (8.7) получаем

$$\vec{K} = \frac{1}{\rho} \text{grad } p. \quad (9.1)$$

Это равенство называется уравнением Эйлера для статики и выражает условие равновесия неподвижной жидкости: внешние массовые силы уравновешены силами давления.

Таким образом, силы давления в неподвижной жидкости действуют только в том случае, когда жидкость находится в поле внешних массовых сил, например, силы тяжести. В противном случае, т. е. при отсутствии внешней массовой силы, $\text{grad } p = 0$, давление всюду одинаково и силы давления также отсутствуют.

На практике наиболее часто внешняя массовая сила есть сила тяжести. Положим, что эта сила действует по оси z в отрицательном направлении. Тогда проекция вектора \vec{K} на ось z равна $-g$, а две другие проекции $X = Y = 0$. В этом случае из уравнения (9.1) получаем $dp/dx = dp/dy = 0$, а

$$-g = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dz}, \quad (9.2)$$

т. е. уравнение в векторной форме (9.1) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению, в котором искомой функцией является давление $p = p(z)$.

2. Распределение давления в неподвижных жидкостях и газах

Уравнение (9.2) при соответствующих граничных условиях позволяет весьма просто решить ряд задач, имеющих большое практическое значение. Ниже рассмотрены некоторые из таких задач, встречающихся в металлургической практике.

Изменение давления по глубине в неподвижной несжимаемой жидкости

Рассмотрим неподвижную жидкость, находящуюся в поле силы тяжести и занимающую настолько большой объем, что краевыми эффектами, связанными с действием межфазного натяжения на стенках сосуда, можно пренебречь.

Пусть положительное направление оси z совпадает с направлением действия силы тяжести и $z = 0$ на свободной поверхности жидкости, где давление равно p_0 (рис. 9.1).

В рассматриваемом случае уравнение (9.2) принимает вид

$$g = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dz}.$$

Умножая обе части на ρdz и учитывая, что произведение $\rho g = \gamma$ есть удельный вес, получим

$$dp = \gamma dz.$$

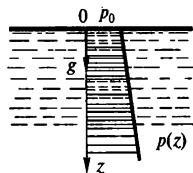


Рис. 9.1. Распределение давления по глубине в неподвижной жидкости

Интегрируя последнее уравнение при условии, что $\gamma = \text{const}$, находим

$$p = \gamma z + C,$$

где C — постоянная интегрирования, значение которой определим из граничного условия $p(0) = p_0$. Полагая в этом решении $z = 0$, найдем $C = p_0$ и, следовательно, решение задачи имеет вид

$$p = p_0 + \gamma z. \quad (9.3)$$

Таким образом, в случае несжимаемой жидкости давление по глубине линейно увеличивается, и тем быстрее, чем больше плотность жидкости. Понятно, что по высоте давление будет также линейно уменьшаться, и тем быстрее, чем больше плотность.

Изменение давления по высоте в сжимаемом газе

Рассмотрим случай, когда плотность газа зависит от давления и уменьшается по высоте в связи с уменьшением давления.

Ось z направим вертикально вверх. При $z = 0$ давление $p(0) = p_0$. Из уравнения (9.2) получаем

$$dp = -\rho g dz.$$

Газ считаем идеальным, температуру постоянной; тогда плотность в соответствии с законом Бойля—Мариотта пропорциональна давлению, т. е. плотность ρ , соответствующая давлению p , определяется в виде $\rho = \rho_0 p/p_0$, где ρ_0 — плотность, соответствующая давлению p_0 .

Подставляя это выражение в последнее уравнение, получим $dp = -\rho_0 p g dz/p_0$, или, разделяя переменные и учитывая, что $\rho_0 g = \gamma_0$,

$$dp/p = -\gamma_0 dz/p_0.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\ln p = -\frac{\gamma_0}{p_0} z + C.$$

Постоянную интегрирования C определим из граничного условия $p(0) = p_0$. Полагая в последнем решении $z = 0$, получим $C = \ln p_0$. Таким образом, это решение принимает вид $\ln p = \ln p_0 - \gamma_0 z/p_0$, откуда, потенцируя, получаем окончательно

$$p = p_0 e^{-(\gamma_0/p_0) z}; \quad (9.4)$$

Покажем, что из этого решения в качестве частного случая получается линейное уменьшение давления по высоте при постоянной плотности. Для этого разложим экспоненту в степенной ряд:

$$e^{-(\gamma_0/p_0)z} = 1 - \frac{\gamma_0}{p_0}z + \frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_0}{p_0}z\right)^2 + \dots + \frac{1}{n!}\left(-\frac{\gamma_0}{p_0}z\right)^n + \dots$$

Величина отношения γ_0/p_0 для газов имеет порядок 10^{-4} . Действительно, например, для воздуха удельный вес γ_0 — величина порядка 10 Н/м^3 , а атмосферное давление p_0 — порядка 10^5 Па . Поэтому при не слишком больших значениях высоты над поверхностью земли z (порядка 100 м) всеми членами этого ряда, кроме первых двух, можно пренебречь. В результате получим

$$e^{-(\gamma_0/p_0)z} = 1 - z\gamma_0/p_0,$$

что приводит к линейному уменьшению давления по высоте

$$p = p_0 - \gamma_0 z, \quad (9.5)$$

где плотность постоянна и равна ρ_0 .

Избыточное давление в рабочем пространстве печи, заполненном легким газом

На рис. 9.2 изображена схема металлургической печи, рабочее пространство которой заполнено высокотемпературными газами, плотность которых ρ_r существенно меньше, чем плотность окружающего воздуха. На поду печи на уровне рабочих окон поддерживается давление p_0 , равное давлению в окружающей среде. Это необходимо для исключения подсоса воздуха в печь и выбивания газов. Найдем как изменяется давление внутри печи p_r и в окружающем воздухе p_b по высоте. В связи с небольшой высотой печи изменением плотности будем пренебрегать.

Используем решение (9.5). При этом давление внутри печи будет $p_r = p_0 - \rho_r g z$, а давление в окружающей среде $p_b = p_0 - \rho_b g z$.

Поскольку $\rho_r < \rho_b$, давление внутри печи убывает по высоте медленнее, чем снаружи (см. гра-

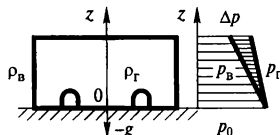


Рис. 9.2. Изменение избыточного давления по высоте печи

фик на рис. 9.2), и при любом $z > 0$ давление в печи будет больше, чем в окружающей среде на величину

$$\Delta p \equiv p_r - p_b = (\rho_b - \rho_r) gz. \quad (9.6)$$

Например, при $z = h$, т. е. под сводом печи

$$\Delta p(h) = (\rho_b - \rho_r) gh. \quad (9.6, a)$$

Таким образом, если в верхней части печи имеются отверстия или неплотности в кладке, то через них будет происходить выбивание газов из печи.

Принцип действия дымовой трубы

На рис. 9.3 приведена схема, на которой показана дымовая труба *A*, соединенная дымовым каналом *Б* с печью *B*.

Давление в печи на уровне пода, откуда производится отбор продуктов сгорания, практически равно атмосферному давлению на уровне основания трубы, т. е. в сечении 2—2. В сечении 1—1 в устье трубы давление такое же, как в окружающей среде на этом уровне, т. е. p_0 .

Направим ось z вертикально вниз. Плоскость $z = 0$ расположим в сечении 1—1 устья трубы. Плотность продуктов сгорания, заполняющих трубу, ρ_r существенно меньше плотности окружающего воздуха ρ_b , поскольку они имеют достаточно высокую тем-

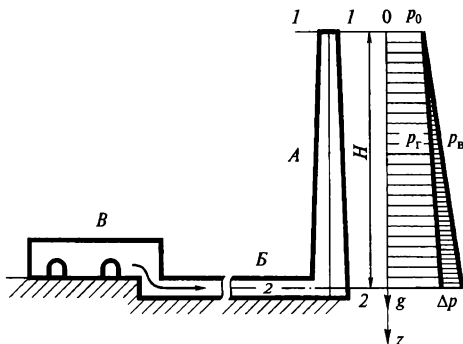


Рис. 9.3. Распределение давления по высоте трубы

пературу. Изменением плотностей ρ_{Γ} и $\rho_{\text{В}}$, связанным с изменением давления, будем пренебрегать, так как даже при высоте трубы 100 м это изменение составляет около 1%. Таким образом, оба газа, т. е. продукты сгорания и окружающий воздух, будем рассматривать как несжимаемые жидкости.

Легко видеть, что эта задача не отличается от первой из рассмотренных нами задач, т. е. изменение давления как внутри трубы p_{Γ} , так и в окружающей среде p_{Γ} по мере удаления вниз от сечения $1-1$ описывается выражением (9.3)

$$p_{\text{В}} = p_0 + \gamma_{\text{В}}z; \quad p_{\Gamma} = p_0 + \gamma_{\Gamma}z.$$

Таким образом, в любом сечении, расположенном ниже сечения $1-1$, давление внутри трубы будет меньше, чем в окружающей среде, поскольку $\gamma_{\text{В}} > \gamma_{\Gamma}$. В частности, в плоскости основания трубы (в сечении $2-2$), т. е. при $z = H$, имеем

$$p_{\text{В}}(H) = p_0 + \gamma_{\text{В}}H; \quad p_{\Gamma}(H) = p_0 + \gamma_{\Gamma}H.$$

Следовательно, в основании трубы создается разрежение

$$\Delta p \equiv p_{\text{В}}(H) - p_{\Gamma}(H) = (\gamma_{\text{В}} - \gamma_{\Gamma})H. \quad (9.7)$$

Поскольку, как уже было указано выше, давление в печи равно $p_{\text{В}}(H)$, следовательно, под действием этого разрежения продукты сгорания будут отводиться из печи в дымовой канал и в трубу.

Как это видно из выражения (9.7), разрежение, создаваемое трубой, будет тем больше, чем больше ее высота H и чем меньше плотность продуктов сгорания, т. е. чем выше их температура.

Глава 10

ДИНАМИКА РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

1. Режимы движения реальной жидкости

Движение реальной жидкости отличается от движения идеальной наличием сил внутреннего трения, взаимодействие которых с силами инерции приводит к тому, что движение реальной жидкости может осуществляться в двух принципиально различных режимах — ламинарном и турбулентном.

При ламинарном режиме частицы жидкости движутся по плавным, непересекающимся траекториям, а все характеристики потока (скорость, давление, температура и т. д.) представляют собой плавно изменяющиеся, гладкие функции координат и времени (при нестационарном движении). При ламинарном движении все процессы переноса в направлении, поперечном к направлению потока, т. е. процессы переноса импульса, тепла и массы примеси, осуществляются только за счет молекулярных механизмов (в результате теплового движения молекул). Ламинарное движение — это упорядоченное движение жидкости, которое иногда называют слоистым движением.

При турбулентном режиме частицы жидкости движутся по сложным, ломаным, многократно пересекающимся траекториям, а все характеристики потока представляют собой пульсирующие, скачкообразно и хаотически изменяющиеся функции координат и времени. При этом режиме, следовательно, происходит макроскопическое перемешивание потока, а потому процессы поперечного переноса осуществляются не только за счет микроскопического, молекулярного механизма, но и за счет этого макроскопического перемешивания. Указанный процесс макроскопического перемешивания жидкости в турбулентном потоке можно представить следующим образом. За счет поперечных пульсаций скорости крупные объемы жидкости, турбулентные вихри, называемые также турбулентными молями, перемещаются в направлении, перпендикулярном к направлению движения жидкости, в результате чего и осуществляется весьма интенсивный процесс турбулентного переноса различных свойств потока (импульса, тепла, массы примеси и т. д.), который, в отличие от молекулярного переноса, часто называют молярным переносом.



Рис. 10.1. Изменение скорости в функции времени для турбулентного потока

Из приведенного описания турбулентного потока следует, что это движение является существенно нестационарным. На рис. 10.1 в качестве примера показан график изменения во времени проекции скорости на ось x в какой-либо точке турбулентного потока. Такого же типа графики характеризуют зависимость от времени любого свойства турбулентного потока, например,

двух других составляющих вектора скорости, температуры, концентрации и т.д. Пульсационно изменяющееся во времени мгновенное значение, например скорости, называется актуальным значением, или просто актуальной скоростью. Как это видно из приведенного графика, актуальное значение скорости в любой момент времени может быть представлено как сумма осредненного по времени значения этой величины \bar{u} и пульсации скорости u' , т. е. $u = \bar{u} + u'$.

В дальнейшем будем рассматривать только такие турбулентные потоки, называемые квазистационарными, для которых осредненные значения, например скорости, не зависят от времени, т. е. потоки, стационарные по отношению к осредненным величинам. Таким образом, в последнем выражении u и u' являются функциями времени, а \bar{u} в каждой данной точке турбулентного потока постоянна. При этом актуальная скорость u пульсирует относительно своего осредненного значения, а пульсационная скорость u' — относительно нуля. Поскольку положительные и отрицательные значения пульсации равновероятны, очевидно, что средняя по времени пульсация равна нулю, т. е. $\bar{u}' = 0$.

Осредненная по времени величина, например скорости, определяется очевидным образом:

$$\bar{u} = \frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} u dt,$$

где t_0 — интервал осреднения. Важной проблемой при этом является правильный выбор интервала осреднения, так как, если этот интервал выбран слишком малым, результат осреднения будет неправильным. Критерием правильности осреднения является следующее равенство: $\bar{u} = \bar{\bar{u}}$, т. е. повторное применение операции осреднения (на увеличенном интервале) не изменяет значения средней величины.

Из последнего правила, между прочим, следует уже упомянутый факт равенства нулю осредненного значения пульсации. Действительно, по определению пульсации $u' = u - \bar{u}$. Применяя к этому равенству линейную операцию осреднения, получаем $\bar{u}' = \bar{u} - \bar{\bar{u}}$, т. е. $\bar{u}' = 0$.

В связи с тем, что как в теоретическом, так и в экспериментальном плане оперировать столь сложными функциями времени, какими являются актуальные величины, весьма трудно, а часто и невозможно, в дальнейшем будем иметь дело лишь с ос-

редненными величинами. Следует, однако, отдавать себе отчет в том, что осредненная величина (и ее распределение в потоке) дает далеко не полную информацию о структуре турбулентного течения. Действительно, при одном и том же значении осредненной величины амплитуды и частоты пульсаций могут быть совершенно различными. Для дополнения этой информации часто используют величину, называемую уровнем, или интенсивностью пульсаций и определяемую как отношение среднеквадратичного значения пульсации к осредненному значению данной величины. Например, уровень пульсаций продольной компоненты скорости

равен $I_u = \frac{\sqrt{(u')^2}}{\bar{u}}$. Часто также используют среднюю кинетическую

энергию пульсаций, отнесенную к единице массы жидкости, т. е. массовую плотность кинетической энергии пульсаций

$$k = 0,5 \times \left[\overline{(u')^2} + \overline{(v')^2} + \overline{(w')^2} \right].$$

Чрезвычайно важной проблемой является определение условий, при которых происходит переход от ламинарного режима движения к турбулентному. Как уже было указано выше, этот переход определяется взаимодействием сил внутреннего трения и инерции.

Сила внутреннего трения играет в рассматриваемом процессе перехода роль консервативной силы, т. е. силы, способствующей сохранению устойчивости ламинарного режима. Чем больше сила внутреннего трения, т. е. чем сильнее взаимодействие между соседними слоями жидкости и чем интенсивнее происходит рассеяние (диссипация) механической энергии в теплоту, тем вероятнее ламинарный, упорядоченный режим движения.

Напротив, увеличение силы инерции приводит к тому, что имеющиеся в потоке и проникающие в него из окружающей среды возмущения (пульсации расхода, вызванные работой транспортирующих устройств, влияние шероховатости поверхности и т. д.) быстро нарастают по амплитуде и приводят, в конце концов, к потере устойчивости ламинарного режима и переходу его в турбулентный.

Безразмерная величина, которая приближенно характеризует соотношение сил инерции и внутреннего трения в потоке, называется числом, или критерием Рейнольдса и выражается следующим образом: $Re = u_0 L / \nu$. В этом выражении u_0 — характерное

значение скорости, м/с; L — характерный размер потока, м; ν — кинематический коэффициент вязкости, физический параметр жидкости, характеризующий величину силы внутреннего трения, действующей в потоке, $\text{м}^2/\text{с}$. Что касается характерных значений скорости и размера, то они для различных потоков определяются по-разному. Например, при течении жидкости в трубе или канале характерным значением скорости считается средняя по сечению скорость, а характерным размером потока — размер сечения. При внешнем обтекании тела характерная скорость — скорость потока вдали от тела, а характерный размер потока — характерный размер обтекаемого тела.

Понятно, что чем выше скорость движения жидкости и чем больше размер потока, тем больше будет сила инерции. Напротив, увеличение кинематического коэффициента вязкости приводит к возрастанию силы внутреннего трения. Таким образом, число Рейнольдса, действительно, характеризует соотношение этих сил. Ниже, в разделе III будет показано, что число Рейнольдса представляет собой отношение порядков (т. е. приближенных значений) массовых плотностей сил инерции и внутреннего трения.

Из приведенных рассуждений следует, что при увеличении числа Рейнольдса вероятность перехода от ламинарного режима движения к турбулентному возрастает. Значение этой величины, при достижении которого происходит указанный переход, называется критическим.

Теоретически и экспериментально нетрудно определить нижнее критическое значение числа Рейнольдса $Re_{кр}^H$, смысл которого заключается в следующем. Если рассматривается поток, для которого $Re < Re_{кр}^H$, то режим движения такого потока может быть только ламинарным, поскольку силы внутреннего трения настолько велики, что энергия любых возмущений, вносимых в поток, очень быстро рассеивается в теплоту, и турбулизация не происходит. Если окажется, что для рассматриваемого потока $Re > Re_{кр}^H$, то это означает, что в таком потоке возможно существование турбулентного режима.

До настоящего времени не установлено, должно ли существовать верхнее критическое значение числа Рейнольдса, т. е. такое его значение, при превышении которого режим движения может быть только турбулентным.

При движении жидкости в трубе или канале нижнее критическое значение числа Рейнольдса составляет величину около

2300. При обычных условиях, встречающихся в технике, для таких течений значение числа Рейнольдса порядка 10^4 гарантирует существование турбулентного режима

2. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости в трубе или канале

В инженерных расчетах движения реальной жидкости по трубам и каналам широко используется уравнение, которое, так же как и уравнение (8.8), выражает закон сохранения механической энергии, но не для трубки тока идеальной жидкости, а для потока реальной жидкости в трубе или канале и также называется уравнением Бернулли. При написании этого уравнения, в отличие от выражения (8.8), должны быть учтены два обстоятельства: во-первых, тот факт, что распределение скорости в поперечном сечении трубы является неоднородным, поскольку на стенках скорость равна нулю, неоднородными вследствие конечного размера сечения являются также распределения статического и геометрического давлений; во-вторых, поскольку жидкость реальная, часть механической энергии теряется, т. е. переходит, рассеивается в тепло вследствие действия сил трения.

Рассмотрим стационарное течение реальной несжимаемой жидкости в произвольно ориентированной трубе любого, например, круглого сечения (рис. 10.2). Полная механическая энергия потока, отнесенная к единице объема, в сечении $1-1$ будет равна сумме динамического, статического и геометрического давлений, т. е. сумме объемных плотностей кинетической энергии, потенциальной энергии давления и потенциальной энергии положения. При этом, поскольку все эти величины являются переменными по сечению трубы, необходимо использовать их значения, осредненные по площади сечения. Точно так же для сечения $2-2$ можно за-

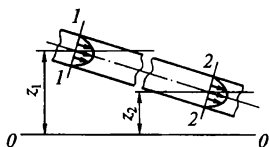


Рис 10.2 К выводу уравнения Бернулли для потока реальной жидкости в трубе

писать сумму осредненных по площади этого сечения динамического, статического и геометрического давлений, представляющую собой объемную плотность полной механической энергии жидкости в данном сечении. Очевидно, что поскольку жидкость реальная, и, следовательно, имеются потери энергии, полная механическая энергия в сечении $1-1$

будет больше соответствующей величины в сечении 2-2 на величину этих потерь, т. е. $\bar{p}_{д1} + \bar{p}_1 + \bar{p}_{г1} = \bar{p}_{д2} + \bar{p}_2 + p_{пот}$. Среднее по площади сечения динамическое давление должно, очевидно, определяться из выражения

$$\bar{p}_д = \frac{1}{S} \int_S \frac{\rho u^2}{2} dS, \quad (a)$$

где u — локальное значение скорости в любой точке сечения трубы.

Однако на практике известной величиной является обычно средняя по сечению скорость

$$\bar{u} = \frac{1}{S} \int u dS \equiv \frac{V}{S}.$$

Понятно, что динамическое давление, найденное по величине средней скорости $\rho \bar{u}^2/2$, не равно среднему динамическому давлению, определяемому выражением (а). Поэтому можно записать, что $\bar{p}_д = \alpha \rho \bar{u}^2/2$, где α — коэффициент Кориолиса, учитывающий это обстоятельство, определяется как отношение среднего динамического давления к динамическому давлению, найденному по средней скорости $\alpha = \bar{p}_д / (\rho \bar{u}^2/2)$, и зависит от формы поперечного профиля скорости.

Очевидно, что для круглого поперечного сечения среднее значение геометрического давления $\bar{p}_г = \gamma z$ (см. рис. 10.2), где z — высота расположения геометрического центра данного сечения по отношению к некоторой плоскости отсчета $0-0$.

Таким образом, уравнение Бернулли для потока реальной жидкости в трубе имеет вид

$$\alpha_1 \rho \bar{u}_1^2/2 + \bar{p}_1 + \gamma z_1 = \alpha_2 \rho \bar{u}_2^2/2 + \bar{p}_2 + \gamma z_2 + p_{пот}. \quad (10.1)$$

Как это следует из приведенных рассуждений, смысл полученного уравнения заключается в том, что оно выражает закон сохранения механической энергии для потока реальной жидкости в трубе с учетом неоднородности распределения характеристик потока по сечению и с учетом потерь энергии. Эти потери, поскольку они выражаются в единицах объемной плотности энергии, т. е. в единицах давления, часто называют потерями давления.

3. Потери давления на трение и на местные сопротивления

Потери энергии (или давления) при движении реальной жидкости в трубах и каналах принято разделять на потери давления на трение и на местные сопротивления и выражать как сумму этих двух видов потерь $p_{\text{пот}} = p_{\text{тр}} + p_{\text{м.с}}$.

Потери давления на трение

Эти потери возникают при движении жидкости по прямолинейным участкам трубопроводов при отсутствии изменений поперечного сечения трубы, связаны только с действием силы трения и представляют собой работу этой силы, отнесенную к единице объема жидкости.

При практических расчетах потери давления на трение определяют как величину, пропорциональную динамическому давлению, подсчитанному по средней скорости, т. е.

$$p_{\text{тр}} = \xi_{\text{тр}} \rho \bar{u}^2 / 2, \quad (10.2)$$

где безразмерный коэффициент пропорциональности $\xi_{\text{тр}}$ называется коэффициентом сопротивления трения.

Из простых физических соображений понятно, что коэффициент сопротивления трения $\xi_{\text{тр}}$ должен быть тем больше, чем больше длина участка трубы, на котором определяют потери, и тем меньше, чем больше размер поперечного сечения трубы. Действительно, при увеличении длины возрастает работа силы трения, а следовательно, и коэффициент сопротивления. Легко показать, что увеличение размера сечения трубы приводит к уменьшению удельной, т. е. отнесенной к единице объема, поверхности контакта между стенкой трубы и движущейся жидкостью, что, в свою очередь, приводит к уменьшению $\xi_{\text{тр}}$. Таким образом, выражение для коэффициента сопротивления трения имеет вид

$$\xi_{\text{тр}} = \lambda L / d_r, \quad (10.3)$$

где L — длина исследуемого участка трубы; d_r — гидравлический диаметр трубы (величина, вводимая для единообразной оценки размера труб с разной формой поперечного сечения и равная отношению учетверенной площади поперечного сечения трубы к его периметру), $d_r = 4S/P$. Легко видеть, что для трубы с круг-

лым поперечным сечением гидравлический диаметр равен диаметру трубы. Коэффициент пропорциональности λ называется гидравлическим коэффициентом трения и определяется по разному для двух различных режимов движения жидкости.

При ламинарном режиме движения гидравлический коэффициент трения выражается как величина, обратно пропорциональная числу Рейнольдса. Например, для круглой трубы

$$\lambda = 64/Re, \quad (10.4)$$

где $Re = ud/v$. Этот результат вполне понятен, поскольку увеличение числа Рейнольдса означает уменьшение относительной роли силы трения по сравнению с силой инерции, что должно приводить к уменьшению потерь на трение.

При турбулентном режиме движения возможны два различных случая, существование которых обусловлено особенностями турбулентного потока в трубах и каналах. Дело в том, что при этом режиме не все сечение потока занято турбулентно движущейся жидкостью. Вблизи стенки трубы, где скорость резко падает до нуля на самой твердой поверхности, абсолютные значения скорости оказываются малыми, а потому малой является и сила инерции; что касается силы трения, то она в этой узкой зоне потока велика в связи с резким изменением скорости и, следовательно, с большой разностью скоростей между соседними слоями жидкости. Таким образом, вблизи стенки трубы обязательно должен существовать такой тонкий слой движущейся жидкости, в котором силы трения велики по сравнению с силами инерции, следовательно, режим движения остается ламинарным. Этот тонкий слой ламинарно движущейся жидкости, расположенный вблизи стенки трубы при турбулентном режиме движения в ядре потока, называется ламинарным или вязким подслоем.

Понятно, что толщина ламинарного подслоя должна уменьшаться при увеличении числа Рейнольдса, так как при этом уменьшается сила трения по сравнению с силой инерции, и, следовательно, уменьшается размер зоны потока, в которой сила трения преобладает. Как показывают полуэмпирические расчеты, толщина ламинарного подслоя связана с числом Рейнольдса выражением

$$\delta_{л.п} = 68,4 r Re^{-0,875}, \quad (10.5)$$

где r — радиус поперечного сечения трубы.

Если при турбулентном режиме движения абсолютная шероховатость стенки трубы Δ , т. е. средняя высота выступов шероховатости, оказывается меньше толщины ламинарного подслоя (при малой шероховатости, либо при небольших значениях числа Рейнольдса, когда толщина ламинарного подслоя велика), течение называется течением в гидравлически гладкой трубе. Для этого случая гидравлический коэффициент трения, как и при ламинарном режиме, уменьшается при увеличении числа Рейнольдса. Однако влияние числа Рейнольдса в этом случае слабее, чем при ламинарном режиме. Это объясняется тем, что в ламинарном потоке сила трения, входящая в число Рейнольдса, зависящая от кинематического коэффициента вязкости ν и обусловленная действием молекулярных механизмов, является единственной. В турбулентном потоке она действует только в ламинарном подслое, поэтому ее влияние и, следовательно, влияние числа Рейнольдса должно быть слабее. В соответствии с эмпирической формулой Блазиуса

$$\lambda = 0,316 \operatorname{Re}^{-0,25}. \quad (10.6)$$

В противоположном случае, т. е. если абсолютная шероховатость больше толщины ламинарного подслоя, и, следовательно, выступы шероховатости проникают в турбулентное ядро потока (при развитой шероховатости, либо при больших значениях числа Рейнольдса, когда толщина ламинарного подслоя мала), гидравлический коэффициент трения не зависит от числа Рейнольдса и однозначно определяется относительной шероховатостью трубы, т. е. отношением высоты выступов шероховатости к радиусу трубы $k = \Delta/r$. При этом λ не зависит от скорости, и, следовательно, в соответствии с формулой (10.2) потери давления на трение пропорциональны квадрату скорости (квадратичный закон сопротивления).

Тот факт, что в рассматриваемом случае гидравлический коэффициент трения перестает зависеть от числа Рейнольдса, объясняется следующим образом. Когда толщина ламинарного подслоя становится меньше абсолютной шероховатости, сила молекулярного трения (а следовательно, и число Рейнольдса) перестает влиять на λ , так как ламинарный подслой, в котором она действует, скрыт между выступами шероховатости, непосредственно воздействующими на турбулентное ядро потока. Иными словами, сила инерции в этом случае настолько велика по сравнению с

силой трения, что изменение их соотношения уже не влияет на гидравлический коэффициент трения. Указанный режим называется течением в шероховатых трубах. Для расчета гидравлического коэффициента трения при этом режиме используют различные формулы, в частности, формулу Никурадзе

$$\lambda = [2 \lg(r_0/\Delta) + 1,74]^{-2}. \quad (10.7)$$

Формулы и другие данные для определения гидравлического коэффициента трения в различных случаях приводятся в справочниках.

Рассмотренные особенности зависимости гидравлического коэффициента трения от числа Рейнольдса и от шероховатости трубы при различных режимах хорошо видны на графике, показанном на рис. 10.3, построенном по экспериментальным данным Никурадзе и названном его именем. График построен в логарифмических координатах, и потому зависимости, соответствующие формулам (10.4) и (10.6), изображаются на нем прямыми линиями. Прямая 1 соответствует ламинарному режиму и формуле (10.4), когда λ изменяется обратно пропорционально числу Рейнольдса. Прямая 2 соответствует течению в гидравлически гладкой трубе при турбулентном режиме, когда λ также уменьшается при увеличении числа Рейнольдса в соответствии с формулой (10.6). Серия прямых 3 соответствует случаю течения в гидравлически шероховатой трубе. При этом λ не зависит от числа Рейнольдса и определяется только относительной шероховатостью трубы; чем больше последняя величина, тем выше расположена соответствующая кривая и тем меньше число Рейнольдса, при котором происходит переход к режиму течения в шероховатой трубе.

Таким образом, при расчете потерь давления на трение необходимо прежде всего определить режим движения жидкости в трубе, для чего следует найти величину числа Рейнольдса. Если эта величина меньше нижнего критического значения, т. е. если $Re < 2300$, то режим движения ламинарный, и гидравлический

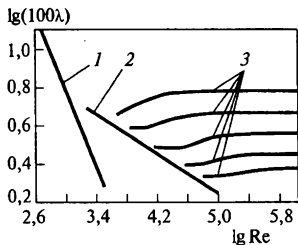


Рис. 10.3. График Никурадзе

коэффициент трения определяется по формуле (10.4). Если режим турбулентный, то необходимо выяснить, является ли труба гидравлически гладкой или шероховатой, сравнив толщину ламинарного подслоя с абсолютной шероховатостью. После этого по соответствующим формулам находят гидравлический коэффициент трения.

Потери давления на местные сопротивления

Потери давления на местные сопротивления возникают, когда по пути движения жидкости изменяется размер или форма поперечного сечения трубы, когда имеет место изгиб трубы на некоторый угол, когда поперечное сечение трубы загромождено измерительными или регулирующими органами. Эти потери обусловлены двумя причинами: во-первых, они вызваны изменением величины и направления скорости, т. е. действием сил инерции; во-вторых, во всех случаях местных сопротивлений в потоке имеются зоны, в которых скорости малы, а давление возрастает в направлении движения, что приводит к изменению направления движения жидкости на обратное, т. е. к образованию зон вихревого движения жидкости, называемых зонами отрыва потока от стенки. В этих зонах энергия движущейся жидкости интенсивно рассеивается в тепло (рис. 10.4).

Величина потери давления на местные сопротивления, так же как и потери на трение, определяется как доля динамического давления, т. е. по формуле, аналогичной выражению (10.2)

$$p_{м.с} = \xi_{м.с} \rho u^2 / 2^*, \quad (10.8)$$

где $\xi_{м.с}$ — коэффициент местного сопротивления.

В подавляющем большинстве случаев коэффициент местного сопротивления находится экспериментально, и значения его для различных случаев приводятся в справочной литературе. Однако для одного из случаев местного сопротивления — внезапного расширения — потерю давления и коэффициент $\xi_{м.с}$ можно приближенно найти теоретически.

Пусть в узком сечении трубы площадью S_1 средняя скорость равна u_1 , а давление p_1 . В широком сечении площадью S_2 средняя

*В этом выражении и далее в данной главе используются средние по сечению значения скорости. Знак осреднения для краткости опускается.

скорость и давление соответственно равны u_2 и p_2 . Изменение давления между сечениями 1-1 и 2-2 (рис. 10.5) обусловлено двумя причинами. Во-первых, как и в идеальной жидкости, это изменение связано с изменением скорости, которая в сечении 2-2 меньше, чем в сечении 1-1, а потому меньше и кинетическая энергия, и, следовательно, давление в сечении 2-2, т. е. объемная плотность потенциальной

энергии давления, должно быть больше. Во-вторых, это изменение обусловлено потерями энергии между сечениями 1-1 и 2-2.

Найдем вначале давление p_2 , используя закон сохранения импульса. Как известно из механики твердого тела, этот закон формулируется следующим образом: изменение количества движения системы равно импульсу равнодействующей внешних сил, приложенных к этой системе, т. е. $d(m\vec{w}) = \vec{F} dt$. Применительно к механике сплошной среды последнее выражение удобнее записать в виде

$$d(m\vec{w})/dt = \vec{F}, \quad (10.9)$$

а закон сохранения импульса формулировать следующим образом: результирующий поток импульса через некоторую замкнутую поверхность, выделенную в потоке жидкости, т. е. геометрическая сумма всех потоков импульса, проходящих через эту поверхность [левая часть уравнения (10.9)], равна равнодействующей внешних сил, приложенных к этой поверхности.

Выделим контрольную поверхность, как это показано штриховыми линиями на рис. 10.5, и применим к ней сформулированный закон сохранения импульса, который запишем в скалярной форме, поскольку будем рассматривать проекции векторов, фигурирующих в выражении (10.9), на ось x .

Плотность потока массы в левом сечении контрольного

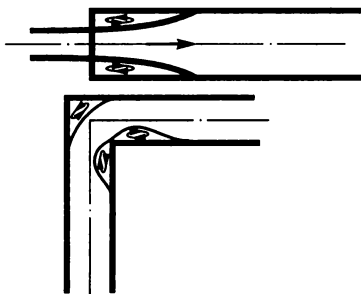


Рис. 10.4. Некоторые виды местных сопротивлений

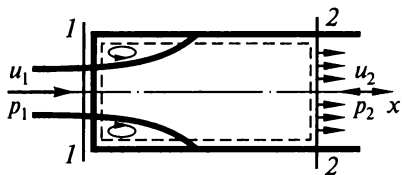


Рис. 10.5. К выводу формулы Борда

объема равна ρu_1 . Умножив эту величину на u_1 , получим плотность потока импульса в этом сечении ρu_1^2 , т. е. количество движения (импульс), проходящее через единицу площади сечения за единицу времени. Умножив эту величину на площадь S_1 , найдем поток импульса в левом сечении $\rho u_1^2 S_1$, т. е. количество движения, поступающее в контрольный объем через его левое сечение за единицу времени.

Понятно, что поток импульса в правом сечении, т. е. количество движения, уходящее вместе с движущейся жидкостью из контрольного объема за единицу времени, будет равен $\rho u_2^2 S_2$.

Таким образом, результирующий поток импульса через поверхность контрольного объема равен $\rho u_1^2 S_1 - \rho u_2^2 S_2$. В соответствии с уравнением (10.9) эта величина должна быть равна равнодействующей внешних сил, приложенных к поверхности контрольного объема. Силой трения на стенке трубы пренебрегаем. Тогда единственной силой, которую следует учитывать, является сила давления. Эта сила, приложенная к правому сечению контрольного объема, равна произведению давления в этом сечении на его площадь $p_2 S_2$. Считая, что на всей площади левого сечения давление постоянно, найдем силу давления, приложенную к левому сечению $p_1 S_2$.

Приравнивая результирующий поток импульса к равнодействующей сил давления, получаем

$$\rho u_1^2 S_1 - \rho u_2^2 S_2 = p_2 S_2 - p_1 S_2.$$

В правой части полученного уравнения сила давления, действующая на правое сечение контрольного объема положительна, поскольку она направлена против движения и, следовательно, уменьшает поток импульса на выходе из контрольного объема, т. е. увеличивает разность, стоящую в левой части уравнения. Сила давления, действующая на левое сечение, направлена в сторону движения, а потому отрицательна, так как увеличивает поток импульса на выходе.

Из последнего равенства находим давление во втором сечении

$$p_2 = p_1 + \rho u_1^2 S_1 / S_2 - \rho u_2^2,$$

или, учитывая, что $u_1 S_1 / S_2 = u_2$,

$$p_2 = p_1 + \rho u_2 (u_1 - u_2).$$

Давление p'_2 , которое было бы в сечении 2-2 при отсутствии потерь, найдем, используя уравнение Бернулли для идеальной жидкости (8.8)

$$\rho u_1^2/2 + p_1 = \rho u_2^2/2 + p'_2,$$

откуда

$$p'_2 = p_1 + \rho(u_1^2 - u_2^2)/2.$$

Таким образом, потери энергии (давления), обусловленные внезапным расширением, найдем, вычтя из p'_2 величину p_2 , т. е.

$$p_{м.с} = p'_2 - p_2 = \rho(u_1^2 - 2u_1u_2 + u_2^2)/2 = \rho(u_1 - u_2)^2/2. \quad (10.10)$$

Выражение (10.10) составляет содержание так называемой теоремы Борда, в соответствии с которой потеря давления при внезапном расширении равна динамическому давлению потерянной скорости.

Полученный результат легко представить в стандартной форме (10.8), исключив из правой части одну из скоростей, т. е. подставив $u_2 = u_1 S_1/S_2$, либо $u_1 = u_2 S_2/S_1$. При этом получим $p_{м.с} = (1 - S_1/S_2)^2 \rho u_1^2/2$, либо $p_{м.с} = (S_2/S_1 - 1)^2 \rho u_2^2/2$.

Таким образом, если потеря давления при внезапном расширении рассчитывается по динамическому давлению в узком сечении, то коэффициент местного сопротивления будет равен $\xi_{м.с} = (1 - S_1/S_2)^2$, если же расчет ведется по динамическому давлению в широком сечении, то $\xi_{м.с} = (S_2/S_1 - 1)^2$.

Значения коэффициентов местных сопротивлений для других случаев определены экспериментально и приводятся в справочной литературе и в руководствах по расчетам. Некоторые из них помещены в приложении 1. При этом в случаях, когда изменяется сечение трубы, обязательно указывается к какому сечению (узкому или широкому) относится приводимая величина коэффициента сопротивления.

4. Принципы гидравлического расчета напорных трубопроводов и систем эвакуации продуктов сгорания

Гидравлические расчеты трубопроводов, служащих для подачи воздуха, топлива и охлаждающей воды к печи, а также систем эвакуации продуктов сгорания (дымовых каналов), служащих для

удаления дыма из пламенных печей, основаны на использовании уравнения Бернулли для потока реальной жидкости в трубе или в канале (10.1). При этом указанное уравнение записывается для входного и выходного сечений трубопровода или канала.

Наиболее часто встречающаяся на практике постановка задачи такого расчета заключается в следующем. Задана геометрия трубопровода, т. е. его расположение, конфигурация, длины всех его участков, площади и форма сечений, а также расход жидкости или газа. Для напорного трубопровода задается, кроме того, давление на выходе p_2 , а в случае дымоотводящей системы — давление на входе p_1 . В первом случае требуется определить давление на входе в трубопровод p_1 , которое должен создавать нагнетательный насос или вентилятор, а во втором — разрежение на выходе p_2 , которое должна создавать дымовая труба или дымосос.

Расчет выполняют следующим образом. По расходу и площади сечения на входе и выходе определяют скорости, а затем динамические давления во входном и в выходном сечениях. По известной геометрии трубопровода находят значения геометрического давления. При известном значении скорости рассчитывают по приведенным выше методикам потери давления на трение и на местные сопротивления, которые суммируются. Таким образом, единственной неизвестной величиной в уравнении (10.1) остается перепад давления $\Delta p = p_1 - p_2$ что позволяет найти p_1 для нагнетательного трубопровода, либо p_2 для системы дымоудаления.

Иногда встречается и другая постановка задачи, когда заданы геометрия трубопровода и давления на входе и выходе, а искомой величиной является пропускная способность трубопровода, т. е. расход жидкости или газа. В этом случае все потери в уравнении (10.1), а также динамические давления на входе и выходе выражают через искомый расход, поскольку $u = V/S$ и получают уравнение с единственной неизвестной величиной — расходом V .

Это, однако, справедливо, только если заранее известен режим движения в трубе или канале (ламинарный, турбулентный в гладкой трубе, турбулентный в шероховатой трубе), поскольку способ определения потерь на трение зависит от режима. В противном случае приходится использовать метод последовательных приближений.

При расчетах систем эвакуации продуктов сгорания из пламенных печей практически встречается лишь первая постановка задачи, т. е. цель расчета заключается в определении необходимого

разрежения на выходе из системы, которое должно обеспечиваться дымовой трубой или дымососом. Этот расчет имеет некоторые особенности. Первая из них заключается в том, что плотность продуктов сгорания и скорость зависят от температуры, которая изменяется по длине дымового канала. При этом пользуются значениями плотности и скорости, приведенными к нормальным условиям ($T_0 = 273,15$ К; $\rho_0 = 101$ кПа), а значения этих величин на каждом данном участке системы считают постоянными и определяют по очевидным формулам $\rho = \rho_0 T_0 / T$; $u = u_0 T / T_0$, где T — средняя по длине данного участка температура. Следовательно, динамическое давление на рассматриваемом участке системы выражается следующим образом:

$$P_d = \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \frac{T}{T_0}. \quad (10.11)$$

Другая особенность расчета системы дымоудаления состоит в том, что изменение давления по длине и потери давления очень малы по сравнению с абсолютными величинами давления. В связи с этим, удобно пользоваться уравнением Бернулли, записанным для избыточных давлений, представляющих собой разность между статическим давлением в потоке и атмосферным давлением на том же уровне. Для получения уравнения Бернулли в такой форме запишем уравнение (10.1), в котором будем считать $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, поскольку движение в дымовых каналах печей всегда турбулентное, и, следовательно, профиль скорости близок к равномерному. В соответствии с равенством (9.5) атмосферное давление $p_{в1}$ на уровне z_1 связано с атмосферным давлением $p_{в2}$ на уровне z_2 выражением $p_{в1} = p_{в2} + \rho_B g (z_2 - z_1)$, где ρ_B — плотность окружающего воздуха. Вычитая последнее равенство из уравнения Бернулли (10.1), после простых преобразований получим

$$\rho u_1^2 / 2 + (p_1 - p_{в1}) = \rho u_2^2 / 2 + (p_2 - p_{в2}) + (\rho_B - \rho) g (z_1 - z_2) + P_{пот}. \quad (10.12)$$

Второе слагаемое в левой части уравнения (10.12) представляет собой избыточное статическое давление в первом сечении $P_{и1}$, второе слагаемое в правой части — избыточное статическое давление во втором сечении $P_{и2}$, третье — изменение избыточного геометрического давления между сечениями 1-1 и 2-2 $\Delta P_r = (\rho_B - \rho) g (z_1 - z_2)$. Последняя величина в случае, когда $z_1 > z_2$,

т. е. когда дымовые газы движутся вниз, положительна и складывается с потерями, а потому ее часто называют потерями на преодоление геометрического давления. Однако она может быть и отрицательной, если дымовые газы перемещаются вверх, т. е. если $z_1 < z_2$.

Легко показать, что Δp_r представляет собой отнесенную к единице объема работу, совершаемую против архимедовой силы, когда легкий газ в системе дымоудаления движется вниз, либо работу этой силы, когда газ движется вверх. В первом случае эта работа идет на увеличение избыточной потенциальной энергии положения газа, и изменение этой энергии, отнесенное к единице объема Δp_r , оказывается положительным, во втором — эта энергия уменьшается, так как работу совершает газ, и Δp_r будет отрицательной.

На практике система дымоудаления состоит из нескольких последовательно соединенных участков, характеризующихся своими значениями средней температуры, динамического и избыточного статического давлений, а также изменения избыточного геометрического давления и потерь на трение и на местные сопротивления. Запишем для этого случая уравнение Бернулли (10.12), учитывая, что скорость u_1 на входе в систему дымоудаления, т. е. в рабочем пространстве печи мала, а потому динамическим давлением на входе можно пренебречь. Учтем, кроме того, что статическое давление на поду печи, где и расположен обычно вход в дымовой канал, поддерживается, как правило, близким к атмосферному, откуда следует, что избыточное статическое давление в первом сечении $p_{и1}$ также равно нулю. Таким образом, левая часть уравнения (10.12) обращается в нуль, и оно с учетом выражения (10.11) принимает вид

$$\frac{\rho_0 u_{02}^2 T_2}{2 T_0} + p_{и2} + \sum \Delta p_r + \sum p_{пот} = 0, \quad (10.13)$$

где $\sum \Delta p_r$ — суммарное изменение избыточного геометрического давления; $\sum p_{пот}$ — суммарные потери давления на всех участках системы.

Очевидно, что для удаления дыма из печи величина избыточного статического давления на выходе из системы, т. е. на входе в дымовую трубу или в дымосос, $p_{и2} = p_2 - p_{в2}$ должна быть отрицательной, т. е. в этом сечении должно создаваться разрежение $p_{р2} = -p_{и2}$. Определение величины этого разрежения и составляет цель расчета системы дымоудаления. В соответствии с уравнением (10.13)

$$p_{p2} = \frac{\rho_0 u_{02}^2 T_2}{2 T_0} + \sum \Delta p_r + \sum p_{\text{пот}}. \quad (10.14)$$

Как было показано в п.2 гл.9, разрежение p_{p2} фактически представляет собой разность между значениями статического давления в печи на уровне пода и в основании дымовой трубы. Выражение (10.14) показывает, что эта избыточная потенциальная энергия давления (отнесенная к единице объема) должна быть такой, чтобы ее хватило на увеличение кинетической энергии дымовых газов до значения, соответствующего скорости в основании дымовой трубы, на все изменения избыточной потенциальной энергии положения $\sum \Delta p_r$ и на все необратимые потери $\sum p_{\text{пот}}$.

5. Расчет дымовой трубы

Наиболее часто для создания необходимого разрежения на выходе из дымового тракта пламенных печей используют дымовые трубы. Найдем выражение, позволяющее определить высоту дымовой трубы, исходя из параметров дымового тракта, расхода и температур продуктов сгорания. С этой целью запишем уравнение Бернулли для потока продуктов сгорания в трубе, обозначив сечение, расположенное в основании трубы, 2-2, а расположенное в устье 3-3:

$$\rho_0 u_{02}^2 T_2 / 2 T_0 + p_{и2} = \rho_0 u_{03}^2 T_3 / 2 T_0 + p_{и3} + \Delta p_r + p_{\text{пот}}.$$

В этом уравнении u_{02} — скорость (при нормальных условиях) на входе в трубу, т. е. на выходе из дымового тракта; u_{03} — скорость в устье трубы; $p_{и3} = p_3 - p_{в3} = 0$, так как статическое давление в устье трубы равно атмосферному давлению; $\Delta p_r = -(\rho_{в0} T_0 / T_{в} - \rho_0 T_0 / \bar{T}) gH$, здесь $\rho_{в0}$ — плотность окружающего воздуха при нормальных условиях; \bar{T} — средняя по высоте трубы H температура продуктов сгорания, знак «минус» учитывает тот факт, что легкие продукты сгорания движутся по трубе снизу вверх; $p_{\text{пот}} \equiv p_{\text{тр}} = \lambda N \rho_0 u_0^2 \bar{T} / 2 \bar{d} T_0$, поскольку местные сопротивления в трубе отсутствуют; \bar{d} — средний диаметр трубы (кирпичные трубы выполняют конусными). С учетом приведенных обстоятельств это уравнение принимает вид

$$\rho_0 u_{02}^2 T_2 / 2 T_0 + p_{и2} = \rho_0 u_{03}^2 T_3 / 2 T_0 - (\rho_{в0} T_0 / T_{в} - \rho_0 T_0 / \bar{T}) gH + \lambda N \rho_0 u_0^2 \bar{T} / 2 \bar{d} T_0,$$

откуда находим разрежение, создаваемое трубой высотой H :

$$p_{p2} \equiv -p_{н2} = (\rho_{в0} T_0 / T_{в} - \rho_0 T_0 / \bar{T}) g H - (\rho_0 \mu_{03}^2 T_3 / 2 T_0 - \rho_0 \mu_{02}^2 T_2 / 2 T_0) - \lambda H \rho_0 \bar{\mu}_0^2 \bar{T} / 2 \bar{d} T_0. \quad (10.15)$$

Первое слагаемое в правой части этого выражения есть величина разрежения, полученная в п. 2 гл. 9 для условий отсутствия движения дымовых газов. В реальности, т. е. при наличии движения, разрежение будет меньше на величину приращения кинетической энергии (второе слагаемое) и на величину потерь на трение (третье слагаемое).

Разрежение, создаваемое трубой, должно, очевидно, равняться требуемому разрежению в конце дымового тракта, определяемому выражением (10.14). Приравнявая правые части формул (10.14) и (10.15), находим равенство, определяющее необходимую высоту дымовой трубы

$$H = \frac{\sum \Delta p_{\Gamma} + \sum p_{\text{пот}} + \rho_0 \mu_{03}^2 T_3 / 2 T_0}{(\rho_{в0} T_0 / T_{в} - \rho_0 T_0 / \bar{T}) g - \lambda \rho_0 \bar{\mu}_0^2 \bar{T} / 2 T_0 \bar{d}}. \quad (10.16)$$

В связи с возможностью зарастания пылью дымовых каналов, рекуператоров и котлов-утилизаторов суммарное сопротивление $\sum \Delta p_{\Gamma} + \sum p_{\text{пот}}$ в формуле (10.16) обычно увеличивают на 30%, что обеспечивает необходимый запас тяги дымовой трубы. Как видно из полученной формулы, требуемая высота дымовой трубы возрастает при увеличении потерь давления в дымовом тракте и в трубе, а также затрат энергии на перемещение горячих газов вниз, при увеличении температуры окружающего воздуха и уменьшении температуры дымовых газов.

6. Истечение газов через отверстия в стенах печей

Как было показано выше, по высоте печи, т. е. по мере удаления от пода, избыточное давление, равное разности между давлением внутри печи и давлением в окружающей среде, возрастает. Поэтому при наличии в кладке печи неплотностей или отверстий через них будет происходить истечение газов, заполняющих рабочее пространство печи. Рассчитать это истечение означает найти скорость и расход газа. При этом, поскольку истечение происходит с низкой скоростью, газ можно считать несжимаемой жидкостью. Расположим сечения 1-1 и 2-2 перед входом в отверстие

и после выхода из него (рис. 10.6) и запишем для них уравнение Бернулли (10.1), учитывая, что эти сечения находятся на одном уровне, а потому $z_1 = z_2$ и принимая, что $u_1 = 0$, поскольку размеры рабочего пространства очень велики по сравнению с размером отверстия, и что коэффициент Кориолиса для второго сечения равен единице:

$$p_1 = \rho u_2^2 / 2 + p_2 + p_{\text{пот.}}$$

Фигурирующая в правой части этого равенства потеря энергии связана с местным сопротивлением, обусловленным внезапным сужением потока при входе в отверстие и с внезапным расширением при выходе из него. Выразив эту величину с помощью формулы (10.8), найдем скорость истечения

$$u_2 = \sqrt{1/(1 + \xi_{\text{м.с}})} \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho_{\text{г}}}$$

или, обозначая $\sqrt{1/(1 + \xi_{\text{м.с}})} = \varphi$, где φ называется коэффициентом скорости, и учитывая, что в соответствии с формулой (9.6, а) при высоте расположения отверстия над подом печи, равной h , избыточное давление составляет $p_1 - p_2 = \Delta p \equiv (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{г}}) gh$, окончательно получим

$$u_2 = \varphi \sqrt{2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{г}}) gh / \rho_{\text{г}}} . \quad (10.17)$$

Для определения расхода истекающего газа скорость u_2 следует умножить на площадь сечения истекающей струи $f_{\text{стр}}$, которая обычно меньше площади сечения отверстия f и связана с ней выражением $f_{\text{стр}} = \epsilon f$, где ϵ — коэффициент сжатия струи. Таким образом, выражение для расхода имеет вид

$$V = \varphi \epsilon f \sqrt{2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{г}}) gh / \rho_{\text{г}}} = \mu' f \sqrt{2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{г}}) gh / \rho_{\text{г}}} , \quad (10.18)$$

где $\mu' = \varphi \epsilon$ называется коэффициентом расхода и определяется из эксперимента. Для отверстий в тонких стенках $\mu' = 0,62$, для стенок большой толщины $\mu' = 0,8$.

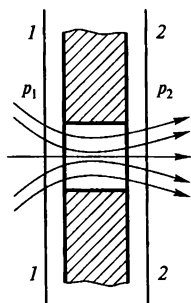


Рис 10.6. Истечение газа через отверстие в стенке печи

7. Внутреннее трение в ламинарном потоке реальной жидкости

При движении реальной жидкости, помимо тех сил, которые действуют в идеальной жидкости, т. е. внешних массовых сил, сил давления и инерции, действуют также и силы внутреннего трения.

Сила внутреннего трения возникает тогда, когда имеет место относительное смещение (сдвиг) соседних слоев жидкости. В случае движения несжимаемой жидкости этот сдвиг обусловлен тем, что соседние слои движутся с различными скоростями, т. е. тем, что имеется неоднородное распределение скорости в потоке. При движении сжимаемой жидкости этот сдвиг может быть помимо этого связан с объемной деформацией, т. е. сжатием или расширением жидкости в результате изменения давления или температуры, либо одновременно обоих этих параметров состояния. В дальнейшем, когда это не оговаривается особо, будем рассматривать лишь первый случай, т. е. силу трения, обусловленную неоднородным распределением скорости в потоке несжимаемой жидкости.

Величину силы внутреннего трения, возникающей в потоке жидкости, удобно характеризовать напряжением этой силы, т. е. ее величиной, отнесенной к единице поверхности. Эта величина называется касательным напряжением трения, обозначается τ и измеряется в паскалях.

Возникновение силы внутреннего трения в движущейся жидкости или газе обусловлено переносом количества движения (импульса) в поперечном направлении, т. е. в направлении, нормальном по отношению к направлению движения жидкости. При ламинарном режиме движения этот перенос осуществляется в результате теплового движения молекул, которые перемещаются между различными слоями жидкости, имеющими разные скорости и переносят импульс из слоя в слой.

Покажем, что это действительно так, т. е. что сила трения возникает вследствие поперечного, обусловленного тепловым движением молекул, переноса продольного, соответствующего скорости направленного движения жидкости, импульса. Более того, покажем, что сила трения представляет собой результирующий поток продольного импульса в поперечном направлении, а касательное напряжение трения — плотность этого потока.

Пусть рассматриваемая жидкость представляет собой газ, подчиняющийся элементарной молекулярно-кинетической теории (термодинамически идеальный газ), движущийся в таких услови-

ях, когда плотность постоянна, постоянным является и давление, так что сила давления отсутствует. При этом движение происходит только в направлении оси x , а скорость u изменяется только в направлении оси y (рис. 10.7). Выделим контрольный объем в виде прямоугольного параллелепипеда, площадь основания которого равна dS , а высота Λ представляет собой среднюю длину свободного пробега молекул. Обозначим среднюю скорость теплового движения молекул \bar{c} , м/с; число молекул в единице объема n , $1/\text{м}^3$, и массу одной молекулы m , кг. Очевидно, что плотность потока массы газа, переносимой в направлении y за счет теплового движения молекул, равна $i n \bar{c} m$, кг/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$), где i — безразмерная величина, меньшая единицы, показывающая, какая доля всех молекул имеет составляющую скорости теплового движения, направленную вдоль оси y . Понятно, что поток массы газа в направлении y через площадь dS составит $i n \bar{c} m dS$, или, учитывая, что $n \cdot m = \rho$, $i \rho \bar{c} dS$, кг/с. Поскольку самопроизвольного накопления газа в рассматриваемом контрольном объеме происходить не может, одно и то же количество газа входит в параллелепипед (см. рис. 10.7) через его верхнее основание и выходит через нижнее. При этом поток импульса, вносимый в контрольный объем через его верхнее основание, где скорость газа равна $u(y + \Lambda)$, выразится как $dI_1 = i \rho \bar{c} dS u(y + \Lambda)$, а выносимый через нижнее основание, где скорость равна $u(y)$, составит $dI_2 = i \rho \bar{c} dS u(y)$. Таким образом, результирующий поток импульса будет равен $dI_1 - dI_2 = i \rho \bar{c} dS [u(y + \Lambda) - u(y)]$. Тот факт, что результирующий поток импульса не равен нулю, означает, что на выделенный объем действует внешняя сила. В рассматриваемых условиях это может быть только сила трения, приложенная к этому объему со стороны окружающей жидкости. В соответствии с законом сохранения импульса сила трения как раз и будет равна результирующему потоку импульса:

$$dF_{\text{тр}} = dI_1 - dI_2,$$

или

$$dF_{\text{тр}} = \tau dS = i \rho \bar{c} dS [u(y + \Lambda) - u(y)].$$

Таким образом касательное напряжение трения действительно представляет собой плотность результирующего потока продольного импульса в поперечном направлении:

$$\tau = \frac{dI_1 - dI_2}{dS},$$

откуда получаем следующее выражение для τ :

$$\tau = i \rho \bar{c} [u(y + \Lambda) - u(y)]. \quad (10.19)$$

Если величину $u(y + \Lambda)$ разложить в ряд Тейлора и вследствие малости Λ ограничиться первыми двумя членами разложения, получим $u(y + \Lambda) = u(y) + \Lambda du/dy$. Подставляя этот результат в формулу (10.19), найдем

$$\tau = i \rho \bar{c} \Lambda du/dy. \quad (10.20)$$

Таким образом, касательное напряжение трения будет тем больше, чем больше разность скоростей между соседними слоями жидкости, или, точнее, чем больше поперечный градиент скорости.

Выражение (10.20) можно записать в виде

$$\tau = \mu du/dy. \quad (10.21)$$

Это выражение называется формулой Ньютона и определяет касательное напряжение трения, возникающее в потоке жидкости, движущемся в направлении оси x при наличии изменения скорости в направлении оси y . Формулу Ньютона (10.19) используют также и для потоков, лишь приблизительно удовлетворяющих этим условиям, т. е. когда движение жидкости осуществляется преимущественно в направлении x , а скорость изменяется главным образом в направлении y . В общем случае, напряжение, возникающее в жидкости, представляет собой тензор, включающий как нормальные (давление), так и касательные компоненты.

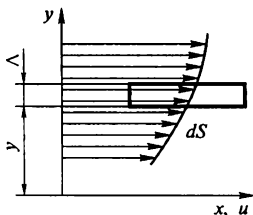


Рис 10.7. К выводу выражения для касательного напряжения трения

Коэффициент пропорциональности μ в формуле (10.21) называется динамическим коэффициентом вязкости, измеряется в паскалях, умноженных на секунду, и представляет собой физический параметр жидкости. Для газов эта величина зависит от температуры и давления, а для капельных жидкостей — только от температуры.

Формуле Ньютона (10.21) можно придать и другой вид, имеющий важный физический смысл. Обозначим

величину $\mu/\rho = \nu$, $\text{м}^2/\text{с}$, и назовем ее кинематическим коэффициентом вязкости. Поскольку эта величина равна отношению двух физических параметров жидкости, она также представляет собой физический параметр. Умножим и разделим правую часть формулы Ньютона на плотность и, считая жидкость несжимаемой, внесем ее под знак производной. Тогда получим

$$\tau = \nu \partial(\rho u) / \partial y. \quad (10.22)$$

В этом выражении величину, стоящую под знаком производной, можно рассматривать как импульс, отнесенный к единице объема движущейся жидкости, т. е. объемную плотность импульса, поскольку она равна произведению массы единицы объема (плотности) на скорость.

Таким образом, формула Ньютона, записанная в виде (10.20), означает, что плотность потока импульса в направлении y (т. е. касательное напряжение трения τ) пропорциональна градиенту объемной плотности импульса. Ниже, в разделе IV будет показано, что такую форму имеет не только закон, описывающий молекулярный перенос импульса (10.20), но и другие законы переноса, например, законы молекулярного переноса теплоты (теплопроводности) и массы примеси (диффузии). Во всех этих законах, представляющих собой частные случаи общего закона переноса — принципа линейности Л. Онсагера, коэффициенты пропорциональности между плотностью потока соответствующей субстанции (импульса, тепла, массы примеси) и градиентом объемной плотности этой субстанции измеряются в одних и тех же единицах ($\text{м}^2/\text{с}$) и имеют один и тот же физический смысл: они характеризуют интенсивность соответствующего процесса переноса и называются коэффициентами переноса.

Таким образом, кинематический коэффициент вязкости ν представляет собой коэффициент молекулярного переноса импульса и определяет интенсивность этого процесса. Действительно, как это видно из выражения (10.20), при одной и той же величине градиента объемной плотности импульса касательное напряжение трения (т. е. плотность потока импульса) будет тем больше, чем больше кинематический коэффициент вязкости. Эта величина также зависит от параметров состояния жидкости — от давления и температуры для газов и только от температуры для капельных жидкостей.

8. Уравнения движения реальной жидкости (уравнения Навье—Стокса)

Так как движение реальной жидкости отличается от движения идеальной лишь наличием силы внутреннего трения, то уравнение в векторной форме, описывающее движение реальной жидкости, должно отличаться от уравнения Эйлера (8.7) лишь тем, что в его правой части, помимо векторов массовой плотности внешней массовой силы и силы давления, должен фигурировать вектор массовой плотности силы внутреннего трения. Найдем выражение для последней величины в случае движения несжимаемой реальной жидкости.

Рассмотрим вначале простейший случай, для которого справедлива формула Ньютона (10.21), т. е. случай, когда жидкость движется только в направлении оси x , а скорость ее движения изменяется только вдоль оси y . Выделим в таком потоке элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz (рис. 10.8).

Касательное напряжение трения, действующее на нижнюю грань параллелепипеда со стороны нижележащих «медленных» слоев жидкости, направлено против движения и равно τ . В верхней грани, находящейся на расстоянии dy от нижней, касательное напряжение будет, очевидно, равно $\tau + dy \partial\tau/\partial y$, а направление его будет совпадать с направлением движения жидкости, поскольку оно возникает под воздействием расположенных выше этой плоскости «быстрых» слоев жидкости. Понятно, что сила трения равна произведению касательного напряжения трения на соответствующую площадь, которая в рассматриваемом случае имеет величину $dx dz$. Таким образом, результирующая величина силы внутреннего трения, приложенная к выделенному элементарному объему с учетом направления сил, действующих на нижнюю и верхнюю грани параллелепипеда, выразится в виде

$$dF_{\text{тр}x} = (\tau + dy \partial\tau/\partial y) dx dz - \tau dx dz, \text{ или } dF_{\text{тр}x} = (\partial\tau/\partial y) dV,$$

где индекс x означает направление действия силы.

Напомним, что необходимо прибавить к правой части уравнения (8.7) массовую плотность силы внутреннего трения. В рассматриваемом простейшем случае эта величина будет равна $f_{\text{тр}x} \equiv dF_{\text{тр}x}/dM = dF_{\text{тр}x}/\rho dV$, или с учетом предыдущего равенства $f_{\text{тр}x} = (1/\rho) \partial\tau/\partial y$. Подставляя в последнее выражение фор-

мулу Ньютона (10.21), вынося постоянную величину μ за знак производной и учитывая, что $\mu/\rho = \nu$, получим $f_{\text{тр}x} = \nu \partial^2 u / \partial y^2$.

В общем случае, т. е. когда вектор скорости имеет все три компоненты u , v и w , неравные нулю, и когда каждая из них зависит от всех трех координат, проекция вектора массовой плотности силы внутреннего трения на ось x запишется в виде

$$df_{\text{тр}x} = \nu (\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 + \partial^2 u / \partial z^2) = \nu \nabla^2 u. \quad (10.23)$$

Выражения для проекций этого вектора на оси y и z соответственно, будут иметь следующий вид:

$$df_{\text{тр}y} = \nu (\partial^2 v / \partial x^2 + \partial^2 v / \partial y^2 + \partial^2 v / \partial z^2) = \nu \nabla^2 v; \quad (10.24)$$

$$df_{\text{тр}z} = \nu (\partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2 + \partial^2 w / \partial z^2) = \nu \nabla^2 w. \quad (10.25)$$

Умножив каждую из этих проекций на соответствующий орт и сложив, получим вектор массовой плотности силы внутреннего трения

$$f_{\text{тр}z} = \nu (\nabla^2 u \vec{i} + \nabla^2 v \vec{j} + \nabla^2 w \vec{k}) = \nu \nabla^2 \vec{w}. \quad (10.26)$$

Добавив эту величину в правую часть уравнения Эйлера (8.7), получим уравнение движения реальной несжимаемой жидкости в векторной форме

$$\rho \frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{K} - \text{grad } p + \nu \nabla^2 \vec{w}, \quad (10.27)$$

называемое уравнением Навье–Стокса.

Это уравнение, понятно, может быть записано в проекциях на оси координат, т. е. в виде трех уравнений, в которых фигурируют проекции соответствующих векторов на оси x , y и z :

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \\ \frac{dv}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \\ \frac{dw}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w, \end{aligned} \right\} \quad (10.28)$$

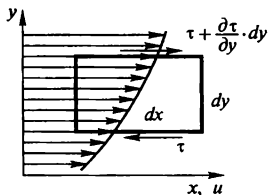


Рис. 10.8. К выводу уравнения Навье–Стокса

Полученные уравнения Навье—Стокса (10.27) или (10.28) справедливы лишь для несжимаемой реальной жидкости, поскольку в них учтена только та составляющая силы внутреннего трения, которая обусловлена неоднородным распределением скорости в потоке.

В случае движения сжимаемой жидкости, как уже было указано выше, помимо этой величины, в уравнении движения должна фигурировать также сила внутреннего трения, обусловленная сдвигом слоев вследствие объемной деформации (сжатия или расширения) жидкости. При этом уравнение Навье—Стокса в векторной форме будет иметь вид

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = \bar{K} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \nabla^2 \vec{w} + \frac{1}{3} \nu \text{grad div } \vec{w}. \quad (10.29)$$

Последнее слагаемое в правой части этого уравнения как раз и представляет собой массовую плотность указанной силы, поскольку дивергенция вектора скорости характеризует степень объемной деформации (для несжимаемой жидкости $\text{div } \vec{w} = 0$), а градиент от этой величины характеризует степень неоднородности деформации.

9. Постановка задачи для расчета движения реальной жидкости

Как и в случае идеальной жидкости задачей расчета движения реальной несжимаемой жидкости является нахождение вектора скорости, или, что то же, трех его проекций и давления. Таким образом, в общем случае требуется найти четыре скалярных функции координат и времени путем решения трех уравнений движения (10.28) и уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости (7.4). Понятно, что при этом должны быть заданы также начальные (для нестационарного движения) и граничные условия. Что касается последних, то для скорости они являются очевидными и заключаются в том, что на твердой непроницаемой поверхности вектор скорости обращается в нуль.

Сформулированная таким образом задача чрезвычайно сложна и не имеет до сих пор общего решения. Более того, для нее не доказана и теорема о существовании и единственности решения. Однако для некоторых простейших частных случаев можно полу-

читать аналитическое решение этой задачи. Разумеется, здесь могут применяться и широко применяются численные методы решения.

Задача расчета движения реальной жидкости еще более усложняется, если жидкость является сжимаемой. В этом случае необходимо использовать уравнение движения в форме (10.29), уравнение неразрывности в форме (7.3), а также, поскольку появляется еще одна искомая функция — плотность, уравнение состояния газа. Для небаротропных течений необходимо добавить также уравнение энергии.

Весьма большая сложность задач движения реальной жидкости и необходимость решения связанных с ними практических проблем привели к созданию различных приближенных методов расчета и теорий. Наиболее распространенной из них и имеющей наибольшее практическое значение является рассматриваемая в гл. 11 теория пограничного слоя.

10. Стационарное установившееся ламинарное течение несжимаемой жидкости в плоском канале и в круглой трубе (течение Пуазейля)

Рассмотрим один из немногих случаев движения реальной жидкости, для которого можно получить точное аналитическое решение уравнений Навье—Стокса. Речь пойдет о стационарном ламинарном течении жидкости в канале, образованном двумя бесконечными плоскими пластинами (рис. 10.9). Практически это означает, что движение происходит в канале, высота которого (размер по оси y) очень мала по сравнению с шириной (размер по оси z), т. е. $2l \ll 2B$.

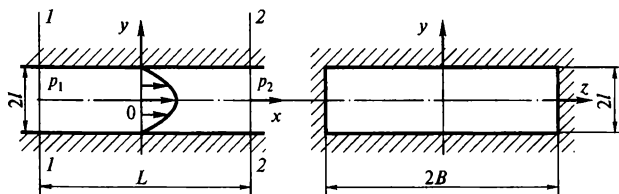


Рис. 10.9. Течение Пуазейля

Поскольку течение стационарно, имеем $\partial \vec{w} / \partial t = 0$. Движение происходит только в направлении оси x , т. е. $v = w = 0$. При этом из уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости (7.4) получаем $du/dx = 0$, т. е. скорость вдоль канала не изменяется. Такое течение называется установившимся или гидродинамически стабилизированным и практически реализуется на достаточно большом расстоянии от входа в канал.

Таким образом, скорость u изменяется лишь по высоте канала, т. е. является функцией только координаты y .

Запишем для рассматриваемого случая уравнения Навье–Стокса (10.27). Поскольку $v = w = 0$, из уравнений для осей y и z , не учитывая действия внешней массовой силы, получаем $\partial p / \partial y = 0$ и $\partial p / \partial z = 0$. Таким образом, давление изменяется лишь по длине канала, т. е. $p = p(x)$. Из уравнения для оси x , учитывая уже полученные результаты, имеем

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{d^2 u}{dy^2}.$$

Таким образом, рассматриваемое течение происходит лишь при наличии сил давления и внутреннего трения. Сила инерции отсутствует, так как все частицы жидкости движутся прямолинейно и равномерно, а действием силы тяжести, направленной по оси y (жидкость движется горизонтально), пренебрегаем вследствие малой высоты канала.

Умножив обе части последнего уравнения на ρ , получим

$$\mu d^2 u / dy^2 = dp / dx.$$

Величина, стоящая в левой части, зависит только от y , а в правой — только от x . Поскольку x и y взаимно независимы, равенство этих величин может выполняться, только если обе они постоянны. Обозначив эту константу $-\Pi$ (так как $dp/dx < 0$ — давление вдоль канала уменьшается вследствие потерь на трение), получим уравнения

$$dp/dx = -\Pi; \tag{а}$$

$$\mu d^2 u / dy^2 = -\Pi. \tag{б}$$

Из уравнения (а) следует, что давление вдоль канала уменьшается линейно, а уравнение (б) позволяет найти распределение

скорости по высоте канала. Для решения этой задачи необходимо задать граничные условия для скорости. Они заключаются в том, что на стенках канала скорость обращается в нуль, т. е. $u(\pm l) = 0$, а на оси достигает максимума (см. рис. 10.9), т. е. при $y = 0$ $du/dy = 0$.

Интегрируя уравнение (6), получим $du/dy = -\Pi y/\mu + C_1$, где произвольную константу интегрирования C_1 определим из граничного условия в осевой плоскости канала, что дает $C_1 = 0$. Таким образом, получаем

$$du/dy = -\Pi y/\mu.$$

После вторичного интегрирования имеем

$$u = -\Pi y^2/2\mu + C_2.$$

Значение произвольной константы интегрирования C_2 найдем из граничного условия на стенках канала. Подставляя в последнее выражение $y = \pm l$ и $u(\pm l) = 0$, получим $C_2 = \Pi l^2/2\mu$. Таким образом, искомое решение имеет вид

$$u = \frac{\Pi l^2}{2\mu} \left[1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \right], \quad (10.30)$$

или, обозначив безразмерную координату $y/l = \eta$,

$$u = \frac{\Pi l^2}{2\mu} (1 - \eta^2). \quad (10.30, a)$$

Таким образом, распределение скорости в сечении канала имеет вид квадратичной параболы с вершиной в осевой плоскости канала.

Для того, чтобы представить и левую часть выражения (10.30) в безразмерном виде, найдем скорость в осевой плоскости канала. Полагая в этом выражении $y = 0$, получим $u(0) = u_m = \Pi l^2/2\mu$. Таким образом, профиль скорости, представленный в безразмерной форме, имеет вид

$$u/u_m = 1 - \eta^2. \quad (10.30, б)$$

Для того, чтобы задача была полностью решена, остается найти значение константы Π , что легко сделать, если задать еще

какое-либо условие, например, расход жидкости через поперечное сечение канала \dot{V} . Заметим, что, определяя величину Π , мы тем самым в соответствии с выражением (а) находим изменение давления по длине канала, т. е. потери давления на трение.

Очевидно, что, поскольку по ширине канала (по оси z) скорость не изменяется, расход жидкости через поперечное сечение выражается в виде

$$\dot{V} = 2B \int_{-l}^l u(y) dy,$$

или, так как профиль скорости симметричен относительно плоскости xOz ,

$$\dot{V} = 4B \int_0^l u(y) dy.$$

Подставляя вместо скорости выражение для нее (10.28) и приводя подынтегральное выражение к безразмерному виду, получим

$$\dot{V} = 2B \frac{\Pi l^3}{\mu} \int_0^1 (1 - \eta^2) d\eta,$$

откуда

$$\dot{V} = \frac{4}{3} \frac{B \Pi l^3}{\mu}. \quad (10.31)$$

Выражение (10.31) устанавливает связь между константой Π и расходом жидкости \dot{V} , в результате чего задача оказывается полностью решенной. Кроме того, оно позволяет найти потери давления на трение, а затем определить гидравлический коэффициент трения. Для этого найдем вначале среднюю по сечению скорость $\bar{u} = \dot{V}/S$, т. е.

$$\bar{u} = \frac{4B \Pi l^3}{3\mu 4Bl} = \frac{\Pi l^2}{3\mu}. \quad (10.32)$$

Поскольку $u_m = \Pi l^2 / 2\mu$, то $\bar{u} = 2u_m / 3$.

Из формулы (10.32) найдем связь между константой Π и средней по сечению скоростью \bar{u} :

$$\Pi = 3\mu \bar{u} / l^2. \quad (10.33)$$

Рассмотрим теперь два сечения канала 1-1 и 2-2, находящиеся одно от другого на расстоянии L (рис. 10.9). В первом из них давление равно p_1 , во втором — p_2 . Очевидно, что, поскольку динамические и геометрические давления в этих сечениях равны, то $p_{тр} = p_1 - p_2 = -L dp/dx = \Pi L$. Отсюда с учетом выражения (10.31) получаем

$$p_{тр} = 3\mu \bar{u} L / l^2. \quad (10.34)$$

Покажем, что смысл выражения (10.34) заключается фактически в том, что $p_{тр}$ представляет собой работу силы трения между стенками канала и потоком, отнесенную к единице объема. Для этого оценим указанную величину, а затем сравним полученный результат с выражением (10.34).

Итак, найдем отношение работы силы трения $A_{тр}$ на длине канала L к объему жидкости в канале при этой же длине:

$$\frac{A_{тр}}{V} = \frac{F_{тр}^w \cdot L}{V},$$

где $F_{тр}^w$ — сила трения на боковой поверхности канала $S_{бок} = 4(B+l)L$, или $S_{бок} = 4BL$, поскольку $l \ll B$. При этом $F_{тр}^w = \tau_w \cdot 4BL$, где τ_w — касательное напряжение трения на стенке, $\tau_w = \mu(\partial u / \partial y)_{y = \pm l}$, или $\tau_w \sim \mu \bar{u} / l$, где \bar{u} — средняя по сечению скорость. Подставляя эти результаты в последнее выражение и учитывая, что $V = 4BlL$, получим

$$\frac{A_{тр}}{V} = \frac{\mu \bar{u} L}{l^2}.$$

Таким образом, выражение (10.34) фактически означает, что потеря давления на трение действительно представляет собой работу силы трения, отнесенную к единице объема.

В соответствии с формулой для потерь давления на трение (10.2)

$$p_{тр} = \lambda \frac{L}{d_r} \cdot \frac{\rho \bar{u}^2}{2}.$$

Приравнявая правые части последнего выражения и формулы (10.34), получаем $\lambda = 6d_r \mu / \rho \bar{u} l^2$, или, учитывая, что $d_r =$

$= 4(2B \cdot 2l)/2(2B + 2l)$ и, что $B \gg l$, т. е. $d_r = 4l$, или $l = d_r/4$, находим

$$\lambda = 96/\text{Re}, \quad (10.35)$$

где $\text{Re} = \bar{u}d_r/\nu$,

Таким образом, точное решение уравнений Навье–Стокса действительно дает для гидравлического коэффициента трения формулу $\lambda = c/\text{Re}$.

Аналогичным образом решается задача для течения Пуазейля в трубе круглого сечения. Отличие заключается лишь в том, что иначе выглядит оператор Лапласа от скорости u , записанный в цилиндрических координатах:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2},$$

где r и φ — радиальная и угловая координаты соответственно. При этом первое и последнее слагаемые равны нулю, так как течение установившееся и осесимметричное.

Таким образом, уравнение Навье–Стокса сводится в рассматриваемом случае к следующему:

$$0 = -\frac{1}{r} \frac{dp}{dx} + \nu \left(\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} \right),$$

что после простых преобразований дает

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx}.$$

Поскольку левая часть этого уравнения зависит только от r , а правая только от x , следовательно, обе они постоянны, и вместо последнего уравнения получаем два:

$$\frac{dp}{dx} = -\Pi; \quad \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = -\Pi.$$

Первое из этих уравнений — фактически уже решение (с точностью до константы) для распределения давления по длине тру-

бы, а из второго найдем радиальное распределение скорости путем решения этого уравнения при очевидных граничных условиях: $(du/dr)_{r=0} = 0$; $u(r_0) = 0$.

Итак, после первого интегрирования уравнения

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = -\frac{\Pi}{\mu} r$$

получаем

$$r \frac{du}{dr} = -\frac{\Pi}{2\mu} r^2 + C_1,$$

где константу интегрирования C_1 определим из граничного условия на оси трубы: $C_1 = 0$. После сокращения на r получаем уравнение

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\Pi r}{2\mu},$$

интегрирование которого дает

$$u(r) = -\frac{\Pi}{4\mu} r^2 + C_2.$$

Константу интегрирования C_2 найдем из граничного условия на стенке трубы (условие прилипания): $C_2 = \Pi r_0^2 / 4\mu$.

Таким образом, для круглой трубы, как и для плоского канала, поперечное распределение скорости имеет вид квадратичной параболы:

$$u = \frac{\Pi r_0^2}{4\mu} - \frac{\Pi r^2}{4\mu},$$

или

$$u = \frac{\Pi r_0^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (10.36)$$

Из этого решения легко находим, что скорость на оси трубы выражается как

$$u_m = \frac{\Pi r_0^2}{4\mu}, \quad (10.37)$$

т. е. решение (10.36) можно записать в виде

$$u = u_m \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right].$$

Разделив обе части на u_m и обозначив безразмерный радиус $r/r_0 = \eta$, получим безразмерную форму решения (10.36)

$$\frac{u}{u_m} = 1 - \eta^2, \quad (10.38)$$

что совпадает с безразмерной формой решения для плоского канала (10.30, а).

Как в предыдущем случае, задача решена с точностью до константы Π , для определения которой должен быть задан расход жидкости в трубе или, что равнозначно, средняя по сечению скорость.

Расход для круглой трубы выражается следующим образом:

$$\dot{V} = \int_S u \, ds; \quad s = \pi r^2; \quad ds = 2\pi r \, dr,$$

откуда

$$\dot{V} = 2\pi \int_0^{r_0} u r \, dr,$$

или, приводя интеграл к безразмерному виду,

$$\dot{V} = 2\pi u_m r_0^2 \int_0^1 \frac{u}{u_m} \eta \, d\eta.$$

Подставляя вместо u/u_m выражение (10.38), получим

$$\dot{V} = 2\pi u_m r_0^2 \int_0^1 (1 - \eta^2) \eta \, d\eta = \frac{1}{2} \pi u_m r_0^2,$$

или, используя (10.37),

$$\dot{V} = \frac{\pi \Pi r_0^4}{8\mu}. \quad (10.39)$$

Формула (10.39) представляет собой как раз искомую связь между константой Π и расходом, однако в ней удобнее исполь-

зовать не расход, а среднюю по сечению скорость, которую получим, разделив расход на площадь сечения πr_0^2 :

$$\bar{u} = \frac{\Pi r_0^2}{8\mu}. \quad (10.40)$$

Сопоставляя выражение (10.40) с формулой (10.37) для осевой (максимальной) скорости, заметим, что в случае круглой трубы осевая скорость вдвое превышает среднюю $u_m = 2\bar{u}$. Поэтому, если для получения безразмерной скорости использовать \bar{u} , т. е. ввести $\Gamma = u/\bar{u}$, то вместо (10.38), получим равенство

$$\Gamma = 2(1 - \eta^2), \quad (10.41)$$

которое будет использовано ниже в разделе IV.

Из выражения (10.40) находим, наконец, константу Π

$$\Pi = \frac{8\mu\bar{u}}{r_0^2},$$

что позволяет определить потери на трение, поскольку, как и для плоского канала, $p_{\text{тр}} = \Pi L$:

$$p_{\text{тр}} = \frac{8\mu\bar{u}L}{r_0^2}, \quad (10.42)$$

или, учитывая, что $r_0 = d/2$,

$$p_{\text{тр}} = \frac{32\mu\bar{u}L}{d^2}. \quad (10.43)$$

Нетрудно, как и в предыдущем случае, выяснить смысл этих результатов: потеря давления на трение есть работа силы трения, отнесенная к единице объема.

Приравняв правые части выражения (10.43) и гидравлической формулы для потери давления на трение

$$p_{\text{тр}} = \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho \bar{u}^2}{2},$$

найдем гидравлический коэффициент трения

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}},$$

который, как и для плоского канала, обратно пропорционален числу Рейнольдса; различие — лишь в величине численного множителя.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

1. Основные понятия

Как уже было отмечено выше, уравнения движения реальной жидкости (хотя бы и несжимаемой), т. е. уравнения Навье—Стокса, настолько сложны, что их аналитическое решение в общем виде, т. е. отыскание распределения трех компонент вектора скорости и давления, является пока неразрешимой задачей. Эти уравнения имеют точные решения лишь в некоторых наиболее простых случаях.

Однако на практике существует необходимость в решении задач движения вязкой жидкости, так как они имеют не только самостоятельное значение, но и играют чрезвычайно важную роль при рассмотрении процессов конвективного тепло- и массообмена. В связи с этим были созданы различные приближенные теории и методы, позволяющие решать указанные задачи. Наибольшее значение среди них имеет теория пограничного слоя, основы которой были заложены Л. Прандтлем в начале XX в. В настоящее время эта теория представляет собой основу, на которой зиждется все здание современной теории процессов конвективного переноса тепла и массы.

В основе теории гидродинамического пограничного слоя лежит физически совершенно ясная мысль, заключающаяся в том, что, как это следует из формулы Ньютона для вязкого трения (10.21), достаточно большие значения касательных напряжений трения, а следовательно, и сил внутреннего трения, могут возникать лишь при наличии достаточно больших градиентов скорости. Следовательно, только при этом условии (когда градиенты скорости достаточно велики) необходимо принимать в расчет силы внутреннего трения, действующие в движущейся реальной жидкости. В других случаях жидкость можно рассматривать как идеальную, невязкую.

Очевидно, что большие градиенты скорости могут возникать в следующих двух случаях. Во-первых, при движении жидкости вблизи твердой поверхности, так как на поверхности осуществляется условие прилипания, т. е. скорость жидкости равна нулю. Во-вторых, вблизи зоны контакта двух потоков жидкости, имеющих

существенно различные скорости, например, при истечении жидкости в неподвижную среду, заполненную той же жидкостью. В первом случае говорят о возникновении пристеночного пограничного слоя, во втором — свободного пограничного слоя.

В обоих случаях в потоке можно выделить тонкую по сравнению с его размерами зону, например, вблизи твердой поверхности (рис. 11.1), в

которой поперечный градиент скорости настолько велик, что пренебрегать влиянием сил внутреннего трения нельзя.

В остальной же части течения жидкость ведет себя как идеальная, так как градиент скорости и, следовательно, силы внутреннего трения в этой области пренебрежимо малы. Именно эта тонкая зона, в которой необходимо учитывать влияние сил внутреннего трения, и носит название пограничного слоя.

Такое рассмотрение потока, т. е. разделение его на две области — пограничный слой и зону невязкого или невозмущенного течения — имеет два весьма существенных достоинства. Во-первых, движение жидкости в невозмущенном потоке, т. е. за пределами пограничного слоя, описывается закономерностями, характерными для идеальной жидкости, т. е. уравнениями Эйлера (8.7). Во-вторых, сами уравнения движения вязкой жидкости в пограничном слое существенно упрощаются в связи с малой толщиной этой зоны.

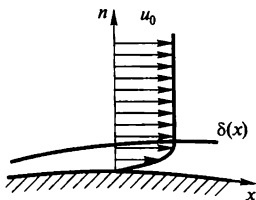


Рис 11.1. Пристеночный пограничный слой

так

и

2.11

2. Виды пограничных слоев

На рис. 11.2 показана схема одного из простейших случаев пограничных слоев — пристеночного пограничного слоя, образующегося при стационарном движении жидкости вдоль полубесконечной плоской поверхности. Неограниченный поток, имеющий при $x \leq 0$, т. е. до передней кромки стенки, однородное распределение скорости u_0 , движется вдоль плоской пластины, неограниченной в направлении оси z . Поверхность пластины совпадает с полуплоскостью xOz , соответствующей положительным значениям x . В любом сечении потока, т. е. при любом $x > 0$, скорость на поверхности равна нулю, и, следовательно, вблизи по-

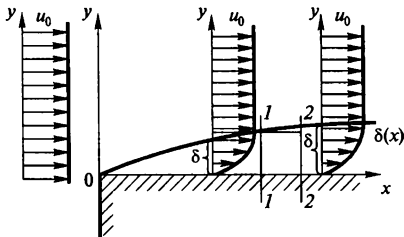


Рис 11.2. Ламинарный пограничный слой на плоской поверхности

верхности образуется тонкий пограничный слой, в пределах которого скорость изменяется от нуля на стенке до u_0 на его верхней границе.

По мере удаления от передней кромки пластины толщина пограничного слоя δ возрастает, поскольку возмущающее (тормозящее) влияние стенки проникает все дальше в невозмущенный поток вследствие поперечного переноса импульса, т. е. вследствие действия сил внутреннего трения. Следовательно, $\delta = \delta(x)$.

Таким образом, пристеночный пограничный слой представляет собой тонкий слой движущейся жидкости, расположенный вблизи поверхности твердого тела. По толщине этого слоя скорость изменяется от нуля на стенке до скорости невозмущенного потока на его внешней границе. В пределах этого слоя, следовательно, имеется поперечный градиент скорости, а поэтому происходит поперечный перенос импульса, т. е. действует сила внутреннего трения. За пределами пограничного слоя, т. е. в невозмущенном потоке, поперечный градиент скорости отсутствует, и, следовательно, отсутствует и сила внутреннего трения.

Режим движения жидкости в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным. На рис. 11.3 представлена схема возникновения турбулентного пограничного слоя на твердой плоской поверхности. Как уже было указано выше, по мере удаления от передней кромки пластины толщина ламинарного пограничного слоя $\delta(x)$ возрастает. При этом, поскольку на внешней границе скорость рав-

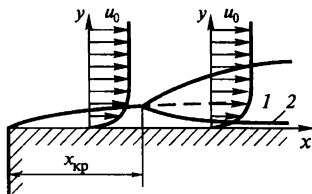


Рис 11.3. Схема образования турбулентного пограничного слоя на плоской поверхности:

1 — турбулентная зона; 2 — ламинарный подслой

на u_0 , а на нижней — нулю, среднее значение поперечного градиента скорости u_0/δ уменьшается, и, следовательно, уменьшается сила трения. Однако увеличение толщины пограничного слоя означает нарастание массы жидкости, движущейся в нем, и, следовательно, увеличение силы инерции. В конце концов на некотором расстоянии $x_{кр}$ от передней кромки пластины сила инерции оказывается настолько большой по сравнению с силой трения, что ламинарный режим теряет устойчивость и переходит в турбулентный, т. е. образуется турбулентный пограничный слой.

В связи с тем, что интенсивность турбулентного, пульсационного переноса импульса в направлении y очень велика по сравнению с интенсивностью молекулярного переноса, толщина турбулентного пограничного слоя нарастает по длине пластины быстрее, чем толщина ламинарного пограничного слоя и при прочих равных условиях оказывается существенно больше последней. По той же причине поперечный градиент скорости в турбулентном потоке меньше, чем в ламинарном.

Однако турбулентный поток занимает не всю толщину турбулентного пограничного слоя. Вблизи стенки, где абсолютные значения скорости малы, а поперечный градиент скорости велик, сила инерции оказывается малой по сравнению с силой внутреннего трения, а потому ламинарный режим сохраняет устойчивость.

Таким образом, турбулентный пограничный слой состоит из двух зон: большую часть его толщины занимает собственно турбулентная зона, а вблизи стенки сохраняется тонкий ламинарный подслой. Разумеется, описанная двухслойная схема турбулентного пограничного слоя представляет собой лишь весьма упрощенную модель реального очень сложного явления.

Критическое расстояние $x_{кр}$, на котором образуется турбулентный пограничный слой, определяется из критического значения числа Рейнольдса. Как и в случае течения в трубах, для движения в пограничном слое можно задать лишь нижнее критическое значение этого критерия, которое для рассматриваемого случая имеет величину порядка 10^5 .

На рис. 11.4 изображена схема свободного пограничного слоя, образующегося при смешении двух полуограниченных однородных потоков. Эти потоки, имеющие скорости u_{01} и u_{02} , движутся в положительном направлении оси x вдоль разделяющей их бесконечно тонкой пластины, которая заканчивается при $x = 0$. Таким образом, начиная с этой прямой, образуется расширяю-

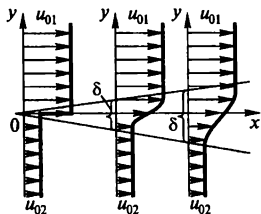


Рис. 11.4. Свободный пограничный слой

Однако в отличие от пристеночного пограничного слоя, который с одной стороны примыкает к невозмущенному потоку, а с другой — к твердой поверхности, свободный пограничный слой с обеих сторон переходит в невозмущенный поток. Это обстоятельство приводит к тому, что свободный пограничный слой, в связи с отсутствием стабилизирующего влияния стенки, легко турбулизируется, и встречающиеся на практике свободные струи почти всегда турбулентные.

Отсутствие твердой поверхности приводит также к тому, что в свободном турбулентном пограничном слое, т. е. в свободных турбулентных струях, отсутствует ламинарный подслой. Такой пограничный слой является турбулентным по всей толщине.

Пограничный слой образуется и при движении жидкости в трубе. На рис. 11.5 показана схема течения жидкости в трубе. Во входном сечении трубы 1-1 распределение скорости однородное. В связи с тем, что на стенке трубы скорость равна нулю, начиная с входного сечения трубы, вблизи стенки образуется кольцевой пограничный слой (заштрихованная зона), а в центральной части сечения сохраняется зона невозмущенного потока, называ-

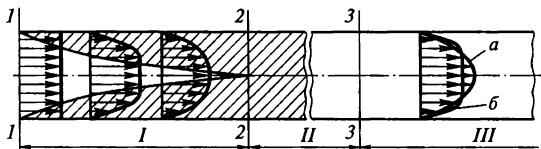


Рис 11.5. Схема течения жидкости в трубе:
а — ламинарный режим; б — турбулентный режим

мая потенциальным ядром, в которой отсутствует поперечный градиент скорости. По мере удаления от входного сечения толщина пограничного слоя возрастает, и в сечении $2-2$ он смыкается на оси, заполняя всю площадь поперечного сечения трубы.

Участок I , расположенный между сечениями $1-1$ и $2-2$, на протяжении которого существуют пограничный слой и потенциальное ядро, называется входным. В дальнейшем, по мере удаления от входа в трубу, на переходном участке II между сечениями $2-2$ и $3-3$ продолжается перестройка поперечного профиля скорости. Наконец, в сечении $3-3$ эта перестройка заканчивается и начинается участок III , называемый участком гидродинамически стабилизированного, или установившегося течения. Именно для такого течения была решена задача в гл. 10, когда получили, что распределение скорости в нем при ламинарном режиме является параболическим.

Описанная схема является общей как для ламинарного, так и для турбулентного режимов движения жидкости в трубе, однако в случае турбулентного режима в связи с более интенсивным нарастанием толщины пограничного слоя длина входного участка оказывается меньшей; уменьшается и длина переходного участка. При этом в связи с интенсивным поперечным переносом импульса профиль скорости на участке установившегося течения получается более сглаженным, т. е. более близким к однородному.

Интересной особенностью течения на входном участке является тот факт, что в невозмущенной части потока, т. е. в потенциальном ядре, скорость, постоянная в поперечном сечении ядра, растет по его длине. Это объясняется тем, что площадь сечения ядра по длине уменьшается, а расход жидкости через поперечное сечение трубы постоянен по длине.

3. Дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя (уравнения Прандтля)

Найдем уравнения, описывающие движение жидкости в пограничном слое. С этой целью рассмотрим вначале ламинарный пограничный слой на плоской поверхности (см. рис. 11.2).

Течение однородного неограниченного потока вблизи поверхности полуограниченной плоской пластины, на первый взгляд, представляется настолько идеализированным, что не может иметь прямого отношения к потокам, встречающимся в металлургичес-

кой практике. Однако, на самом деле, это не только наиболее простой случай взаимодействия потока с поверхностью, но и достаточно часто встречающийся в металлургической практике случай пограничного слоя. Действительно, практически такая же ситуация реализуется в протяжных или в башенных печах, в которых металл в виде непрерывной полосы перемещается относительно неподвижной атмосферы печи, что вполне равноценно перемещению однородного потока относительно неподвижной поверхности металла. Близкая ситуация имеет место и в различных проходных, например, роликовых печах при нагреве листового металла.

В пограничном слое вектор скорости имеет проекции как на ось x , так и на ось y . В этом легко убедиться, если рассмотреть прямоугольный параллелепипед, изображенный на рис. 11.2. Левая грань этого параллелепипеда лежит в сечении $1-1$, правая — в сечении $2-2$. Размер его в направлении оси z может быть любым, например, равным единице. Высота параллелепипеда, т. е. его размер по оси y , равна толщине пограничного слоя в сечении $1-1$. Очевидно, что расход жидкости, поступающей в параллелепипед через его левую грань, где скорость изменяется от нуля до u_0 , больше, чем расход жидкости, выходящей из параллелепипеда через правую грань, где скорость изменяется от нуля до величины, меньшей u_0 , так как в сечении $2-2$ толщина пограничного слоя больше, чем в сечении $1-1$. Отсюда следует, что, поскольку жидкость несжимаема, разность между этими двумя количествами жидкости должна покидать параллелепипед через его верхнюю грань, т. е. должно быть перемещение жидкости в направлении оси y .

Рассматриваемое течение описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \quad (11.1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right); \quad (11.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (11.3)$$

Искомыми функциями в этих уравнениях являются две компоненты вектора скорости u и v и давление p .

Уравнения (11.1) и (11.2) являются уравнениями Навье–Стокса для проекций вектора скорости на оси x и y соответственно, уравнение (11.3) представляет собой уравнение неразрывности для рассматриваемого двухмерного течения. Действием внешних массовых сил (гравитационных) пренебрегаем.

Переход от системы (11.1)–(11.3) к уравнениям пограничного слоя осуществляют путем оценки порядка всех величин, входящих в эту систему и отбрасывания малых величин. Рассмотрим в общих чертах эту операцию.

В связи с малой толщиной пограничного слоя, т. е. с тем, что $\delta \ll x$, логично предположить, что $0(x) = 1$; $0(y) = \delta^*$. При этом $\delta \ll 1$. Далее, поскольку основным направлением движения является x , полагаем, что $0(u) = 1$. Для оценки порядка величины поперечной компоненты скорости используем уравнение неразрывности (11.3). При этом будем считать (и это легко доказать), что порядок n -й производной равен отношению порядка функции к порядку аргумента в степени n . В связи с тем, что и u , и x имеют порядок 1, ясно, что $0(du/dx) = 1$, а так как оба слагаемых в левой части уравнения (11.3) должны иметь одинаковый порядок, чтобы в сумме давать ноль, получаем $0(\partial v/\partial y) = 1$. Отсюда следует, что $0(v) = \delta$, так как $0(y) = \delta$.

Таким образом, получаем одно из характерных свойств пограничного слоя: малость поперечной компоненты скорости по сравнению с продольной.

Для того, чтобы оценить порядок всех членов, входящих в уравнения (11.1) и (11.2), необходимо знать порядок кинематического коэффициента вязкости ν . Из самых общих соображений заключающихся в том, что в пограничном слое сила инерции и сила внутреннего трения должны быть величинами одного порядка, нетрудно получить, что $0(\nu) = \delta^2$.

Действительно, левая часть уравнения (11.1) представляет собой массовую плотность силы инерции, а второе слагаемое в правой части – массовую плотность силы трения. Поскольку, как это показано ниже, порядок первой из этих величин равен единице, вторая также должна иметь этот порядок. Но выражение в скобках имеет порядок $1/\delta^2$, следовательно, $0(\nu) = \delta^2$.

Итак, приступаем к определению порядка величин в уравнениях (11.1) и (11.2). Для этого под каждым из членов этих урав-

*Обозначение типа $0(x) = 1$ означает: порядок величины x равен единице.

нений напишем его порядок. Порядок градиентов давления пока оценивать не будем:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right);$$

$$1 \frac{1}{l} \quad \delta \frac{1}{\delta} \quad \delta^2 \frac{1}{l} \quad \frac{1}{\delta^2}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$1 \frac{\delta}{l} \quad \delta \frac{\delta}{\delta} \quad \delta^2 \frac{\delta}{l} \quad \frac{\delta}{\delta^2}.$$

Таким образом в уравнении (11.1) пренебрежимо малой величиной является $v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, а в уравнении (11.2) все оцениваемые величины имеют порядок, не превышающий величину δ . Первое обстоятельство является также характерной чертой пограничного слоя, обусловленной его малой толщиной: изменение всех величин поперек пограничного слоя существенно превышает их изменение по продольной координате x . Второе обстоятельство означает, что $0 \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) = \delta$ [считаем, что $0(\rho) = 1$]. Это также харак-

терное свойство пограничного слоя, заключающееся в том, что давление поперек пограничного слоя почти не изменяется, т. е. давление передается через пограничный слой без искажений. Таким образом, второе из рассматриваемых нами уравнений вырождается в условие постоянства давления поперек пограничного слоя.

Итак, вместо уравнений (11.1)–(11.3) получена следующая система

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

Заметим, что первое слагаемое в правой части первого уравнения, т. е. уравнения движения, уже не частная, а полная про-

изводная от давления по продольной координате, что и естественно, так как поперек потока давление не меняется.

Что касается уравнения неразрывности, то его вид не изменился: оба слагаемых — величины одного порядка.

Полученные уравнения (11.4) называются уравнениями пограничного слоя или уравнениями Прандтля. Неизвестными функциями в этой системе являются $u(x, y)$ и $v(x, y)$, что же касается давления, то в связи с его постоянством поперек пограничного слоя, распределение давления вдоль оси x в пограничном слое такое же, как и в невозмущенном потоке.

В связи с тем, что движение жидкости за пределами пограничного слоя подчиняется закономерностям движения идеальной жидкости, распределение давления $p(x)$ в этой области, а следовательно, и в пограничном слое, может быть получено путем решения уравнений Эйлера. Например, для рассматриваемого случая стационарного движения вдоль плоской поверхности уравнение Эйлера для невозмущенного потока имеет вид

$$u_0 \frac{du_0}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx},$$

откуда получаем, что $dp/dx = 0$, так как $du_0/dx = 0$.

Следовательно, в пограничном слое на плоской поверхности $dp/dx = 0$, т. е. в этом случае давление в пограничном слое всюду постоянно.

Таким образом, в случае пограничного слоя на плоской поверхности уравнения Прандтля имеют вид

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11.5)$$

Заметим, что эта же система описывает и плоский свободный пограничный слой при ламинарном режиме движения.

Граничные условия для полученных уравнений имеют вид:

$$\text{при } y = 0 \quad u = 0, \quad v = 0;$$

$$\text{при } y = \delta \quad u = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

В настоящее время разработаны различные как аналитические, так и численные методы решения уравнений ламинарного погра-

ничного слоя с указанными граничными условиями. Здесь эти решения не приведены, они имеются в специальной литературе.

Для решения наиболее важных задач теории пограничного слоя в дальнейшем будем использовать упрощенные, так называемые интегральные методы, применяя которые, необходимо, однако, использовать полученные уравнения.

Необходимо отметить, что, используя формулу Ньютона для касательного напряжения трения $\tau = \mu \, du/dy$, можно записать первое из уравнений системы (11.5) в следующем виде:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}. \quad (11.6)$$

4. Уравнения Прандтля для турбулентного пограничного слоя

Задача заключается в том, чтобы получить уравнения турбулентного пограничного слоя, записанные для осредненных по времени скоростей. Здесь и в дальнейшем будем рассматривать квазистационарное турбулентное движение, т. е. такое, в котором осредненная скорость постоянна во времени.

Считаем, что уравнения ламинарного пограничного слоя (11.5) справедливы для актуальных, т. е. мгновенных значений скоростей в турбулентном пограничном слое. При этом, конечно, в левой части первого из этих уравнений должна быть добавлена локальная производная du/dt , так как актуальная скорость в турбулентном потоке является сложной пульсирующей функцией времени. Затем подставляем в эти уравнения вместо актуальных значений скоростей u и v их выражения через осредненные и пульсационные скорости, т. е. $u = \bar{u} + u'$; $v = \bar{v} + v'$. После этого производим операцию осреднения по времени полученных уравнений. В результате после простых преобразований и учитывая, что $\overline{u'} = 0$, $\overline{v'} = 0$, $\frac{\partial \overline{(u')^2}}{\partial x} \ll \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y}$ и $\partial \bar{u}/\partial t = 0$, получим

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad (11.7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0. \quad (11.8)$$

Мы видим, что уравнение неразрывности (11.8) для осредненных скоростей имеет тот же вид, что и для ламинарного случая.

Что же касается уравнения движения (11.7), то оно существенно изменилось: в правой его части появился дополнительный член — производная по y осредненного произведения продольной и поперечной пульсаций скорости $\overline{u'v'}$. Эта величина имеет глубокий физический смысл, который постараемся сейчас выяснить. Запишем уравнение движения (11.7) в следующем виде:

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\tau + \tau_T). \quad (11.9)$$

Здесь $\tau = \mu \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}$ представляет собой касательное напряжение трения, которое обусловлено молекулярным переносом количества движения и уже встречалось в уравнении (11.6) для ламинарного пограничного слоя. Новой по сравнению с этим уравнением является величина τ_T , которая, как легко видеть из сопоставления уравнений (11.7) и (11.9), выражается следующим образом:

$$\tau_T = -\rho \overline{u'v'}. \quad (11.10)$$

Эта величина, как видно из формулы (11.10), представляет собой осредненную плотность потока количества движения, переносимого в поперечном направлении благодаря наличию поперечной пульсации скорости v' . Действительно, произведение $\rho v'$, кг/(м²·с), имеет смысл плотности потока массы, переносимого в направлении оси y . Умножив его на u' , получим, очевидно, плотность потока импульса. Величина τ_T называется турбулентным касательным напряжением трения.

Таким образом, в турбулентном потоке имеет место, кроме молекулярного, и турбулентный перенос количества движения, обусловленный пульсационным характером движения, в результате чего в уравнении движения появляется новая величина — турбулентное касательное напряжение трения. Причем в турбулентной зоне пограничного слоя $\tau_T \gg \tau$, а в вязком подслое $\tau_T \ll \tau$.

Итак, гидродинамический турбулентный пограничный слой описывается системой из двух уравнений (11.8) и (11.9), которая, однако, не является замкнутой. Действительно, число неизвест-

ных в этой системе превышает число уравнений. Неизвестными являются компоненты осредненной скорости \bar{u} и \bar{v} , а также турбулентное касательное напряжение трения τ_t . Это обстоятельство делает задачу расчета турбулентного пограничного слоя в данной постановке неразрешимой.

Для того, чтобы замкнуть указанную систему, используют полуэмпирические теории турбулентности, которые позволяют на основе некоторых гипотез о механизме турбулентного переноса получить связь между осредненными характеристиками турбулентного потока и турбулентным касательным напряжением трения. Важно отметить, что все упомянутые теории являются полуэмпирическими, т. е. в них неизбежно используются константы, которые можно получить только из эксперимента (эмпирические константы).

В настоящее время известно несколько различных полуэмпирических теорий турбулентности. Рассмотрим лишь одну из них — полуэмпирическую теорию турбулентности Л. Прандтля, которую наиболее часто используют для практических расчетов.

5. Полуэмпирическая теория турбулентности Л. Прандтля

Эта теория построена по аналогии с молекулярно-кинетической теорией газов. Как в последней используется понятие длины свободного пробега молекул, т. е. расстояния, которое в среднем проходят молекулы между столкновениями и на протяжении которого все характеристики молекул (в том числе их количество движения) остаются постоянными, так и в теории Прандтля вводится понятие пути смещения. Под этой величиной понимается такое расстояние, на протяжении которого перемещающийся поперек потока объем жидкости, или турбулентный моль, сохраняет постоянным свое осредненное количество движения. Пройдя это расстояние, турбулентный моль скачком, т. е. пульсацией, изменяет свое количество движения, смешиваясь с окружающей жидкостью. Рассмотрим турбулентный поток, направленный по оси x и характеризующийся некоторым распределением осредненной скорости \bar{u} по координате y (рис. 11.6). Осредненная скорость в слое $1-1$, расположенном на расстоянии y от плоскости отсчета, равна $\bar{u}(y)$, а в слое $2-2$, находящемся на расстоянии l_u от него — $\bar{u}(y + l_u)$, где l_u — путь смещения. Турбулентный

моль единичного объема, который вследствие наличия поперечной пульсации скорости движется из слоя 1-1 в слой 2-2, сохраняет на протяжении расстояния l_u между ними свое осредненное количество движения, $\rho \bar{u}(y)$ (ρ — масса единичного моля; $\bar{u}(y)$ — его скорость в слое 1-1). Пройдя расстояние l_u , т. е. попав в слой 2-2, этот моль скачком изменяет свое количество движения на величину $\rho u'$ и приобретает количество движения, соответствующее осредненной скорости в слое 2-2, $\bar{u}(y + l_u)$, т. е.

$$\rho \bar{u}(y) + \rho u' = \rho \bar{u}(y + l_u),$$

или, учитывая, что $\rho = \text{const}$,

$$\bar{u}(y) + u' = \bar{u}(y + l_u).$$

Отсюда величина продольной пульсации скорости оказывается равной

$$u' = \bar{u}(y + l_u) - \bar{u}(y). \quad (11.11)$$

Разлагая величину $\bar{u}(y + l_u)$ в ряд Тейлора и ограничиваясь вследствие малости l_u первыми двумя членами разложения, получим

$$\bar{u}(y + l_u) = \bar{u}(y) + l_u \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}.$$

Подставляя этот результат в выражение (11.11), получаем формулу для продольной пульсации скорости

$$u' = l_u \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (11.12)$$

Полагаем, что поперечная пульсация скорости v' близка по абсолютной величине к продольной, однако знаки этих величин должны быть противоположными. Действительно, если $v' > 0$, то это значит, что турбулентный моль перемещается снизу вверх. При этом в данный слой поступает жидкость, имеющая меньший импульс, что приводит к отрицательной пульсации продольной скорости. В противном случае, т. е. когда $v' < 0$, в данный

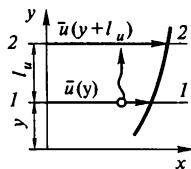


Рис. 11.6. К полуэмпирической теории турбулентности Прандтля

слой поступает «быстрый» моль, и продольная пульсация будет положительна. Таким образом, имеем

$$v' = -l_u \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (11.13)$$

Подставляя выражения (11.12) и (11.13) в равенство (11.10) и производя осреднение по времени, получим известную формулу Прандтля для турбулентного касательного напряжения трения

$$\tau_T = \rho l_u^2 (\partial \bar{u} / \partial y)^2. \quad (11.14)$$

Формула Прандтля замыкает систему уравнений турбулентного пограничного слоя, поскольку она позволяет выразить одну из неизвестных величин τ_T через другую \bar{u} .

Однако пока не известно, как определить величину пути смешения. Оказывается, что для пристеночного пограничного слоя формула Прандтля дает хорошие результаты, если принять $l_u = ky$, где y — расстояние по нормали от стенки; k — единственная эмпирическая константа в этой теории.

Наличие именно такой, линейной связи между путем смешения и расстоянием от стенки вполне объяснимо. По мере приближения к стенке расстояние беспрепятственного перемещения турбулентного моля должно уменьшаться, так как стенка гасит, демпфирует пульсации, следовательно, l_u должно расти при возрастании y . С другой стороны, эта связь может быть только линейной, так как l_u имеет такую же размерность как и y .

Для того чтобы найти величину, характеризующую интенсивность турбулентного переноса импульса, представим формулу Прандтля (11.14) в виде (10.21), т. е. в виде частного случая принципа линейности Онсагера:

$$\tau_T = v_T \frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial y}, \quad (11.15)$$

где v_T представляет собой коэффициент турбулентного переноса импульса, характеризует интенсивность этого процесса и называется турбулентным кинематическим коэффициентом вязкости. Сопоставляя выражения (11.14) и (11.15), видим, что

$$v_T = l_u^2 (\partial \bar{u} / \partial y). \quad (11.16)$$

Таким образом, турбулентный кинематический коэффициент вязкости ν_T , в отличие от молекулярного ν , не является физическим параметром жидкости, но представляет собой гидродинамическую характеристику турбулентного потока, зависящую от его структуры и от координат.

Таким образом, рассчитать турбулентный пограничный слой на твердой поверхности можно (такие решения приведены в специальной литературе), используя уравнения (11.8) и (11.9), а также формулу Прандтля (11.14). Граничные условия при этом не отличаются от соответствующих условий для ламинарного пограничного слоя.

Однако для расчета характеристик турбулентного пограничного слоя (как и ламинарного) воспользуемся более простыми приближенными методами, известными как интегральные методы теории пограничного слоя. В основе этих методов применительно к решению гидродинамических задач пограничного слоя лежит уравнение потока количества движения.

6. Расчеты пограничных слоев на основе интегральных методов

Уравнение потока количества движения для пограничного слоя

Характеристики пограничного слоя, включая закон изменения его толщины, распределение скорости и величину касательного напряжения трения на поверхности, можно приближенно определить, не прибегая к интегрированию уравнений Прандтля, а используя эти уравнения лишь косвенно. Именно эту задачу и позволяет решить уравнение потока импульса для пограничного слоя, называемое часто уравнением Кармана.

Вывод этого уравнения основан на уже применявшемся законе сохранения импульса для потока жидкости, который формулируется следующим образом: результирующий поток количества движения через неподвижную замкнутую поверхность, выделенную в движущейся жидкости, равен равнодействующей внешних сил, приложенных к этой поверхности.

В стационарном потоке несжимаемой жидкости вблизи плоской пластины (рис. 11.7) выделим контрольную поверхность плоскостями 1-2 и 3-4, перпендикулярными к оси x и находящимися одна от другой на расстоянии dx , плоскостью 2-3, парал-

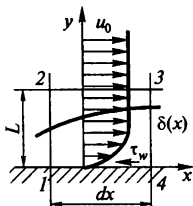


Рис. 11.7. К выводу уравнения потока импульса для пограничного слоя

лельной плоскости xOz (ось z перпендикулярна плоскости чертежа) и отстоящей от поверхности пластины на расстояние L , превышающее толщину пограничного слоя в данном сечении ($L > \delta$) и самой поверхностью пластины $1-4$. Размер выделенного параллелепипеда в направлении оси z примем равным единице.

Определим результирующий поток импульса через поверхность этого параллелепипеда, т. е. алгебраическую сумму потоков количества движения через все его грани.

При этом будем считать поступающие вместе с втекающей в параллелепипед жидкостью потоки импульса положительными, а уходящие — отрицательными.

Вначале подсчитаем поток импульса, поступающий в параллелепипед через грань $1-2$. Через единицу этой поверхности в единицу времени проходит масса ρu (плотность потока массы), а через элемент поверхности $dy \cdot 1$ — масса $\rho u dy$. Умножив эту массу на u , получим поток количества движения через элемент поверхности $\rho u^2 dy$. Ясно, что так как $u = u(y)$, то поток количества движения через всю поверхность $1-2$ с учетом принятого правила знаков выразится следующим образом:

$$\dot{I}_{1-2} = \int_0^L \rho u^2 dy.$$

На протяжении расстояния dx эта величина получит приращение

$$dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u^2 dy,$$

и поток импульса через грань $3-4$ с учетом того, что жидкость через эту грань вытекает, будет равен

$$\dot{I}_{3-4} = - \left(\int_0^L \rho u^2 dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u^2 dy \right).$$

Через поверхность пластины $1-4$ движение жидкости отсутствует, но через плоскость $2-3$ жидкость может проходить. В связи с тем, что в сечении $3-4$ толщина пограничного слоя больше, чем в сечении $1-2$, поток массы жидкости (массовый

расход), поступающий в параллелепипед через грань 1-2 (\dot{M}_{1-2}) превышает поток массы, вытекающий через грань 3-4 (\dot{M}_{3-4}). Отсюда следует, что через грань 2-3 жидкость покидает параллелепипед, и, таким образом, в соответствии с принятым правилом знаков поток импульса через эту грань должен быть отрицательным. Эту величину можно определить как поток массы жидкости, проходящий через грань 2-3 (\dot{M}_{2-3}), умноженный на величину скорости в плоскости этой грани, т. е. на скорость невозмущенного потока u_0 : $\dot{I}_{2-3} = -\dot{M}_{2-3} u_0$. Так как жидкость несжимаема, то количество жидкости, поступающее в параллелепипед за единицу времени, должно быть равно количеству жидкости, выходящему из него, т. е. $\dot{M}_{2-3} = \dot{M}_{1-2} - \dot{M}_{3-4}$, но $\dot{M}_{1-2} = \int_0^L \rho u dy$, а \dot{M}_{3-4} может быть выражена как эта же величина плюс ее приращение на расстоянии dx , т. е.

$$\dot{M}_{3-4} = \int_0^L \rho u dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy,$$

тогда

$$\dot{M}_{2-3} = -dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy.$$

Таким образом, поток количества движения через плоскость 2-3 определится как

$$\dot{I}_{2-3} = u_0 dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy$$

или, с учетом постоянства u_0 ,

$$\dot{I}_{2-3} = dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u_0 u dy.$$

В соответствии с законом сохранения количества движения имеем

$$\dot{I}_{1-2} + \dot{I}_{2-3} + \dot{I}_{3-4} = dF_{\text{тр}}, \quad (11.17)$$

где $dF_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая на параллелепипед по поверхности пластины 1-4; это единственная внешняя сила, при-

ложенная к поверхности параллелепипеда, так как трения в плоскости 2-3 нет ($\partial u_0 / \partial y = 0$), а статическое давление по координате x , как было показано выше, постоянно. Очевидно, что $dF_{\text{тр}} = \tau_w dx$, где τ_w — касательное напряжение трения на поверхности пластины.

Подставляя в уравнение (11.17) выражения для \dot{I}_{1-2} , \dot{I}_{2-3} , \dot{I}_{3-4} и $dF_{\text{тр}}$, имеем

$$\int_0^L \rho u^2 dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u_0 u dy - \int_0^L \rho u^2 dy - dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u^2 dy = \tau_w dx.$$

Откуда, производя очевидные сокращения и объединяя однородные члены, получаем уравнение

$$\frac{d}{dx} \int_0^L \rho (u_0 - u) u dy = \tau_w,$$

которое непосредственно выражает закон сохранения количества движения: отнесенное к единице поверхности пластины изменение избыточного потока количества движения, переносимого конвекцией вдоль пластины, равно касательному напряжению трения на ее поверхности.

Учитывая, что жидкость несжимаемая ($\rho = \text{const}$) и что в пределах $\delta \leq y \leq L$ интеграл в левой части последнего уравнения равен нулю, так как в этих пределах $u = u_0$, получим уравнение Кармана

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_0 - u) u dy = \frac{\tau_w}{\rho}. \quad (11.18)$$

Это уравнение одинаково справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного пограничных слоев, так как закон сохранения импульса является общим законом механики, независимо от механизма переноса количества движения.

В случае ламинарного пограничного слоя, когда касательное напряжение трения на стенке может быть выражено с помощью

формулы Ньютона $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$, из уравнения (11.18) получаем уравнение Кармана для ламинарного пограничного слоя

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_0 - u) u dy = \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (11.19)$$

Практическое значение уравнения Кармана заключается в том, что оно позволяет найти закон изменения толщины пограничного слоя по оси x , зная который нетрудно определить распределение скоростей и величину касательного напряжения трения на стенке.

Ламинарный пограничный слой на твердой поверхности

Цель этого расчета заключается в том, чтобы, используя уравнение потока количества движения (11.19), найти изменение толщины пограничного слоя по длине пластины, т. е. функцию $\delta(x)$, распределение скоростей u и v в пограничном слое и касательное напряжение трения на поверхности $\tau_w(x)$.

Очевидно, что для нахождения функции $\delta(x)$ необходимо знать, как распределена скорость u по толщине пограничного слоя, так как только при этом условии можно вычислить интеграл в левой части уравнения (11.19) и определить производную в правой его части.

Однако оказывается, что совершенно не обязательно знать точную форму поперечного профиля скорости. Вполне достаточно приближенно описать функцию $u(y)$ так, чтобы она соответствовала основным граничным условиям для профиля скорости. Возможность такой аппроксимации неизвестных функций является одним из основных преимуществ интегральных методов теории пограничного слоя.

Используем для аппроксимации поперечного профиля скорости в пограничном слое полином третьей степени

$$u(y) = a + by + cy^2 + dy^3, \quad (11.20)$$

где постоянные коэффициенты a , b , c и d должны быть определены из известных заранее граничных условий для распределения скорости. Этими граничными условиями являются следующие:

- 1) при $y = 0$ $u = 0$;
- 2) при $y = 0$ $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$;
- 3) при $y = \delta$ $u = u_0$;
- 4) при $y = \delta$ $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

Первое из этих условий является очевидным и выражает условие прилипания. Второе условие является следствием уравнения Прандтля для ламинарного пограничного слоя (11.5). Действительно, в связи с тем, что на поверхности пластины $u = 0$ и $v = 0$ (пластина непроницаема), из уравнения (11.5) получаем, что $(\partial^2 u / \partial y^2)_{y=0} = 0$. Таким образом, здесь косвенно используем точные уравнения пограничного слоя для приближенного решения, выполняемого с помощью интегрального метода.

Третье условие также является очевидным, а четвертое представляет собой условие плавного перехода переменной в пределах пограничного слоя скорости u в постоянную скорость невозмущенного потока u_0 .

Используя первое условие, получаем $a = 0$; из второго условия следует, что $c = 0$. Третье и четвертое условия дают систему из двух уравнений с двумя неизвестными b и d , решая которую находим

$$b = \frac{3}{2} u_0 \frac{y}{\delta}; \quad d = -\frac{1}{2} u_0 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3.$$

Подставляя эти результаты в выражение (11.20), получаем приближенную формулу для профиля скорости

$$u = u_0 \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right], \quad (11.21)$$

или в безразмерном виде

$$\frac{u}{u_0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3. \quad (11.21, a)$$

Подставляя полученное выражение для u в уравнение Кармана (11.19) и выполняя интегрирование в левой его части и дифференцирование в правой, получим следующее дифференциальное уравнение для толщины пограничного слоя

$$\frac{39}{280} u_0 \frac{d\delta}{dx} = \frac{3}{2} v \frac{u_0}{\delta},$$

или, разделяя переменные и производя необходимые сокращения,

$$\delta d\delta = \frac{140}{13} \frac{v}{u_0} dx,$$

откуда, интегрируя, находим

$$\delta^2 = \frac{280}{13} \frac{\nu x}{u_0} + C.$$

Значение постоянной интегрирования C определяем из того очевидного условия, что при $x = 0$, т. е. на передней кромке пластины, $\delta = 0$. При этом получаем $C = 0$.

Таким образом, изменение толщины ламинарного пограничного слоя по длине пластины выразится формулой

$$\delta = 4,64 \sqrt{\nu x / u_0}, \quad (11.22)$$

или в безразмерной форме

$$\delta/x = 4,64 / \sqrt{u_0 x / \nu},$$

но величина $u_0 x / \nu$ представляет собой число Рейнольдса Re_x , в котором роль характерного размера играет координата \bar{x} , т. е. расстояние от передней кромки пластины. Поэтому последнюю формулу можно записать в виде

$$\delta/x = 4,64 / Re_x^{0,5}. \quad (11.22, a)$$

Полученное выражение показывает, что условие $\delta \ll x$, лежащее в основе всей теории пограничного слоя, выполняется, если число Рейнольдса очень велико. Таким образом, теория пограничного слоя представляет собой теорию движения реальной жидкости при больших значениях числа Рейнольдса.

Заметим, что именно это обстоятельство определяет практическое значение этой теории. Действительно, современные технологические процессы, в частности металлургические, происходят с высокой интенсивностью, при высоких скоростях движения участвующих в них сред, т. е. при больших значениях числа Рейнольдса.

Полученные результаты показывают также, что толщина пограничного слоя увеличивается при повышении кинематического коэффициента вязкости жидкости и уменьшается при увеличении скорости невозмущенного потока. Первый из указанных эффектов объясняется тем, что увеличение коэффициента молекулярного переноса импульса означает повышение интенсивности поперечного переноса количества движения, что приводит к более

интенсивному проникновению возмущающего (тормозящего) влияния стенки в невозмущенный поток и, следовательно, к увеличению толщины пограничного слоя. Второй эффект обусловлен тем, что при повышении скорости невозмущенного потока увеличивается интенсивность конвективного продольного переноса импульса. При этом невозмущенный поток более интенсивно внедряется в пограничный слой, уменьшая его толщину.

Заметим, что число Рейнольдса может рассматриваться как величина, характеризующая соотношение интенсивностей процессов конвективного продольного и молекулярного поперечного переноса импульса.

Формула (11.22) позволяет найти распределение обеих компонент вектора скорости в пограничном слое. Действительно, подставляя эту формулу в выражение (11.21), легко определить в явном виде распределение продольной компоненты скорости $u(x, y)$, после чего из уравнения неразрывности можно найти распределение поперечной компоненты $v(x, y)$.

Зная толщину пограничного слоя, легко также найти выражение для касательного напряжения трения на поверхности пластины, т. е. оценить, какое сопротивление оказывает твердая поверхность при ламинарном движении жидкости вдоль нее. Действительно, используя формулу Ньютона для касательного напряжения трения и выражение (11.21) для поперечного распределения скорости, получаем

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \mu \frac{u_0}{\delta},$$

откуда с помощью формулы для толщины пограничного слоя (11.22) находим

$$\tau_w = 0,323 \frac{\rho u_0^2}{\text{Re}_x^{0,5}}. \quad (11.23)$$

Как видно из этих формул, касательное напряжение трения на поверхности пластины уменьшается по длине последней обратно пропорционально $x^{0,5}$, что объясняется ростом толщины пограничного слоя. Что касается зависимости τ_w от двух параметров задачи u_0 и ν , то касательное напряжение трения на стенке резко возрастает при увеличении скорости невозмущенного потока ($\tau_w \sim u_0^{1,5}$) в связи с увеличением поперечного градиента

скорости на стенке и оказывается тем большим, чем больше кинематический коэффициент вязкости ($\tau_w \sim \nu^{0,5}$), так как ν характеризует интенсивность молекулярного поперечного переноса импульса, а τ_w представляет собой плотность потока импульса на стенке.

Заметим, что формула (11.23) дает возможность сравнить полученное приближенное решение с точным, найденным интегрированием уравнений Прандтля (11.5). Оказывается, что точное решение для τ_w имеет тот же вид, что и приближенное, и лишь величина численного множителя отличается на 3%.

Турбулентный пограничный слой на твердой поверхности

Как и для ламинарного пограничного слоя, задача заключается в том, чтобы определить, как изменяется по длине пластины толщина турбулентного пограничного слоя, найти распределение осредненных скоростей и касательное напряжение трения на поверхности. Для этого воспользуемся уравнением потока количества движения (11.18). Так же как и ранее, для решения этой задачи необходимо знать распределение скорости по толщине пограничного слоя и связь между касательным напряжением трения на поверхности и толщиной пограничного слоя.

Распределение скорости по толщине турбулентного пограничного слоя существенно отличается от ее распределения в ламинарном слое (рис. 11.8). В связи с тем, что интенсивность турбулентного переноса импульса значительно превышает интенсивность молекулярного переноса, градиент скорости в турбулентном пограничном слое имеет на большей части его толщины, т. е. в собственно турбулентной зоне, значительно меньшую величину, а в непосредственной близости к стенке, т. е. в ламинарном подслое, скорость резко падает до нуля на поверхности. Для описания этого распределения широко используют эмпирическую формулу Прандтля, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными в широком диапазоне чисел Рейнольдса и в различных условиях турбулентного течения. Эта формула имеет следующий вид:

$$u = u_0 (y/\delta)^{1/7}, \quad (11.24)$$

где δ — толщина турбулентного пограничного слоя.

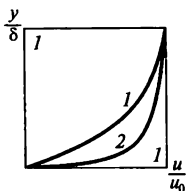


Рис 11.8. Распределение скорости по толщине ламинарного (1) и турбулентного (2) пограничных слоев

Для описания связи между касательным напряжением трения на поверхности τ_w и толщиной турбулентного пограничного слоя воспользуемся также весьма универсальной эмпирической формулой Блазиуса

$$\tau_w = 0,0228 \frac{\rho u_0^2}{Re_\delta^{0,5}}, \quad (11.25)$$

где Re_δ — число Рейнольдса, в котором роль характерного размера играет толщина турбулентного пограничного слоя, $Re_\delta = u_0 \delta / \nu$.

Подставляя выражения (11.24) и (11.25) в уравнение Кармана (11.18), получим дифференциальное уравнение для толщины турбулентного пограничного слоя

$$\frac{7}{72} u_0^2 \frac{d\delta}{dx} = 0,0228 u_0^2 \left(\frac{\nu}{u_0 \delta} \right)^{0,25},$$

откуда, разделяя переменные и интегрируя, получаем

$$0,8 \delta^{1,25} = 0,234 (\nu / u_0)^{0,25} x + C.$$

Критическое расстояние от передней кромки пластины, в конце которого возникает турбулентный пограничный слой, определяется, исходя из критического значения числа Рейнольдса

$$x_{кр} = \frac{Re_x^{кр} \cdot \nu}{u_0}.$$

В связи с тем, что ν — величина очень малая, а скорости, встречающиеся на практике, велики, примем, что $x_{кр} = 0$, т. е. что турбулентный пограничный слой начинается на передней кромке пластины, $\delta(0) = 0$, откуда находим значение постоянной интегрирования $C = 0$. Таким образом, выражение для изменения по длине пластины толщины турбулентного пограничного слоя имеет вид

$$\delta = 0,375 (\nu / u_0)^{0,2} x^{0,8} \quad (11.26)$$

или в безразмерной форме

$$\delta/x = 0,375 / Re_x^{0,2}. \quad (11.26, a)$$

Сравнивая эти выражения с формулами для толщины ламинарного пограничного слоя (11.22), (11.22, а), видим, что по мере удаления от передней кромки пластины толщина турбулентного пограничного слоя растет значительно быстрее, чем ламинарно, что и естественно, так как интенсивность турбулентного переноса импульса (v_T) значительно выше интенсивности молекулярного переноса (v).

Что касается влияния на толщину турбулентного пограничного слоя кинематического коэффициента вязкости ν и скорости невозмущенного потока u_0 , то оно качественно такое же, как и в случае ламинарного пограничного слоя: δ увеличивается при увеличении ν и уменьшается при увеличении u_0 . Это объясняется теми же причинами, что и при ламинарном режиме. Однако влияние указанных параметров на толщину турбулентного пограничного слоя значительно слабее, чем в случае ламинарного слоя.

Более слабое влияние кинематического коэффициента вязкости ν обусловлено тем, что молекулярный перенос импульса, интенсивность которого характеризует эта величина, фактически имеет место лишь в ламинарном подслое.

Ослабление влияния скорости невозмущенного потока u_0 на толщину турбулентного пограничного слоя объясняется тем, что увеличение скорости, как и при ламинарном режиме, увеличивает интенсивность продольного конвективного переноса импульса, но одновременно увеличивает и интенсивность поперечного переноса импульса в турбулентной зоне, т. е. величину турбулентного кинематического коэффициента вязкости ν_T , что частично компенсирует влияние увеличения скорости.

Действительно, среднее по толщине пограничного слоя значение пути смещения l_u , фигурирующего в выражении (11.16), пропорционально толщине пограничного слоя, так как $l_u \sim y$, а среднее значение поперечного градиента скорости пропорционально u_0 и обратно пропорционально δ , таким образом, из (11.16) получаем

$$v_T \sim u_0 \delta, \quad (11.27)$$

что и свидетельствует о возрастании v_T при увеличении u_0 .

Выражение (11.26) вместе с формулой Прандтля (11.24) дает возможность найти в явном виде распределение продольной компоненты скорости $u(x, y)$, после чего с помощью уравнения неразрывности можно найти распределение поперечной компоненты $v(x, y)$.

Подставляя выражение для толщины турбулентного пограничного слоя (11.26) в формулу Блазиуса (11.25), определим, как изменяется по длине пластины касательное напряжение трения на поверхности

$$\tau_w = 0,029 \delta \frac{\rho u_0^2}{\text{Re}_x^{0,2}}. \quad (11.28)$$

Таким образом, и в случае турбулентного пограничного слоя касательное напряжение трения на поверхности уменьшается по длине пластины, что также объясняется увеличением толщины пограничного слоя. Однако, несмотря на то, что δ растет вдоль поверхности быстрее, чем при ламинарном режиме, τ_w уменьшается медленнее. Причина — увеличение ν_T , обусловленное также увеличением толщины турбулентного пограничного слоя (11.27).

Влияние кинематического коэффициента вязкости ν на τ_w также слабее, чем при ламинарном режиме, так как молекулярный механизм переноса импульса действует только в ламинарном подслое, а вот влияние скорости сильнее в связи с тем, что увеличение скорости u_0 не только увеличивает поперечный градиент скорости, но и приводит к возрастанию интенсивности турбулентного переноса импульса (11.27).

Для практических расчетов, в частности, для расчетов процессов тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое, важно знать не только локальное, изменяющееся от точки к точке значение касательного напряжения на стенке, но и среднее по поверхности тела значение этой величины. В случае неограниченной плоской пластины осреднение любой величины по поверхности означает осреднение по некоторой длине. Найдем среднее по длине L значение касательного напряжения трения на поверхности пластины

$$\bar{\tau}_{wL} = \frac{1}{L} \int_0^L \tau_w(x) dx.$$

Подставляя в это выражение формулу (11.28) для локального значения τ_w и выполняя интегрирование, получим

$$\bar{\tau}_{wL} = 0,036 \frac{\rho u_0^2}{\text{Re}_L^{0,2}}, \quad (11.29)$$

где $\text{Re}_L = u_0 L / \nu$.

Результаты, полученные в этой главе, будут широко использоваться при рассмотрении процессов конвективного тепло- и массообмена. Кроме того, они позволяют непосредственно рассчитать пограничные слои, образующиеся на поверхности металла в протяжных и проходных печах, а также приближенно оценить их характеристики применительно к печам, в которых металл омывается неоднородным потоком газа, например, методическим, мартеновским и др.

Свободные турбулентные струи

В современных высокоинтенсивных агрегатах струйные потоки практически всегда являются турбулентными. К задачам, связанным со струйным движением жидкостей и газов, относятся задачи о распространении факелов в камерах печей, о струйном нагреве и охлаждении металла, о продувке жидкого металла газами и др.

Наиболее простой случай турбулентного струйного потока — свободная турбулентная струя, распространяющаяся вдали от твердых поверхностей. Если при этом струя истекает в пространство, заполненное средой с теми же физическими свойствами, что и жидкость, образующая струю, то такая свободная турбулентная струя называется затопленной.

На рис. 11.9 показана схема свободной турбулентной струи. Эта схема одинаково справедлива как для осесимметричной струи, истекающей из круглого сопла радиусом r_0 , так и для плоской струи, истекающей из щелевого сопла, половина ширины которого равна b_0 . Начиная со среза сопла, в струе образуется свободный турбулентный пограничный слой (заштрихованная зона на рис. 11.9), который по мере удаления от сопла расширяется как в сторону невозмущенного потока внутри струи, так и в

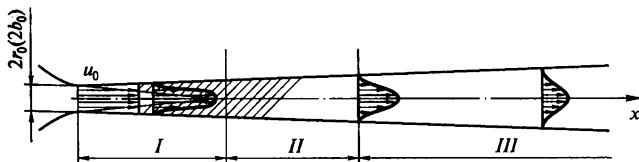


Рис. 11.9. Свободная турбулентная струя

сторону неподвижной окружающей среды. Это расширение происходит в результате поперечного переноса импульса, что приводит к вовлечению в струю неподвижной окружающей среды на внешних границах и к сужению зоны невозмущенного потока внутри струи. Эта зона, называемая потенциальным ядром, перестает существовать в конце участка *I* (начального участка струи), где свободный пограничный слой заполняет уже все поперечное сечение струи. На переходном участке *II* продолжается перестройка поперечного профиля скорости в струе. Наконец, на основном, или автотомодельном участке струи *III* поперечные профили скорости приобретают важное свойство, заключающееся в следующем.

Если поперечные профили скорости, измеренные в различных поперечных сечениях основного участка осесимметричной свободной турбулентной струи (рис. 11.10, *a*), представить в безразмерных координатах $u/u_m = \varphi(r/R)$, где u_m — скорость на оси в данном поперечном сечении; R — радиус струи в этом сечении, то все эти профили лягут на одну и ту же кривую (рис. 11.10, *б*). Это свойство называется свойством подобия или автотомодельности поперечных профилей скорости на основном участке струи. В связи с этим основной участок струи часто называют автотомодельным. Тем же свойством обладают поперечные профили скорости и на основном участке плоской струи; представленные в координатах $u/u_m = \varphi(y/B)$, где u_m — скорость в осевой плоскости струи, B — половина ширины струи, они сливаются в одну кривую.

Для того чтобы объяснить причину автотомодельности поперечных профилей скорости на основном участке свободных турбулентных струй, заметим, что гипотетические струи-источники, истекающие из отверстий бесконечно малого размера, являются автотомодельными на всем их протяжении в связи с тем, что в этих

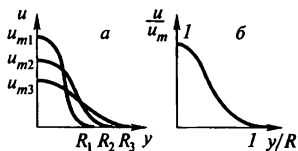


Рис. 11.10. Поперечные профили скорости на основном участке струи в естественных (*a*) и автотомодельных (*б*) координатах

течениях нет характерного размера. Понятно, что струи, истекающие из сопел конечного размера, становятся автотомодельными, начиная с некоторого, достаточно большого расстояния от сопла, где его конечный размер практически перестает влиять на развитие течения.

Важным свойством свободных турбулентных струй является пря-

молинейность их границ. Это означает, что радиус поперечного сечения осесимметричной струи и полуширина плоской струи нарастают по их длине линейно, т. е. $R = r_0 + cx$ и $B = b_0 + cx$. Это свойство обусловлено, по существу, тем, что в свободных турбулентных струях отсутствует зона ламинарного течения, т.е. ламинарный подслои. Как было показано выше, толщина турбулентного пристеночного пограничного слоя слабее зависит от числа Рейнольдса, чем толщина ламинарного пограничного слоя. В выражении (11.22, а) Re фигурирует в степени 0,5, а в выражении (11.26, а) — лишь в степени 0,2. Причина этого различия заключается в том, что сила молекулярного (т.е. обусловленного молекулярным переносом импульса) трения, учитываемая в числе Рейнольдса, действует лишь в ламинарном подслое, составляющем малую часть толщины турбулентного пограничного слоя на твердой поверхности. Понятно, что толщина свободного турбулентного пограничного слоя, в котором ламинарный подслои отсутствуют, не будет зависеть от молекулярного трения и, следовательно, от числа Рейнольдса, а, следовательно, будет линейно расти с увеличением координаты x (см. выражение (11.26, а)).

В связи с тем, что свободные струйные течения представляют собой частный случай свободного пограничного слоя, давление поперек таких течений не изменяется, и, следовательно, во всем поле течения струи оно постоянно и равно давлению в окружающей среде. Таким образом, в свободных турбулентных струях отсутствуют силы давления. Кроме этого, на границах струи отсутствуют и силы трения. Это объясняется тем, что на указанных границах обращается в ноль не только скорость, но и ее производная по поперечной координате.

Отсутствие этих сил означает, что для любого участка струи, выделенного двумя поперечными сечениями, находящимися на любом расстоянии одно от другого, равнодействующая внешних сил будет равна нулю, а следовательно, будет равен нулю и результирующий поток импульса. Иными словами, потоки импульса, проходящие через эти сечения, будут равны. Таким образом, важнейшим свойством свободной струи является сохранение потока импульса по ее длине: во всех поперечных сечениях струи поток импульса будет одним и тем же, т.е. равным потоку импульса в начальном сечении струи на выходе из сопла. Указанные свойства свободных турбулентных струй лежат в основе интегральных методов расчета этих течений. Проведем с помощью

такого метода расчет основного участка осесимметричной свободной турбулентной струи, истекающей из сопла диаметром $2r_0$ со скоростью u_0 , постоянной по площади выходного сечения сопла.

В результате расчета найдем закон изменения скорости на оси струи, т. е. функцию $u_m(x)$, распределение двух компонент скорости в поле течения струи $u(x, r)$ и $v(x, r)$, изменение по длине струи расхода $\dot{V}(x)$ и потока кинетической энергии $E_k(x)$.

Исходным пунктом расчета, как и для пристеночного пограничного слоя, является интегральное соотношение, выражающее закон сохранения импульса и заключающееся в том, что поток количества движения, проходящий через поперечное сечение струи, не изменяется по ее длине и, следовательно, остается равным начальному потоку импульса, т. е.

$$\dot{I} = \dot{I}_0. \quad (\text{а})$$

Помимо этого, будем пользоваться свойством автомодельности поперечных профилей скорости на основном участке: $u/u_m = \varphi(r/R)$, или, обозначая $r/R \equiv \eta$,

$$u/u_m = \varphi(\eta). \quad (\text{б})$$

Учтем также, что радиус струи линейно нарастает по ее длине, т. е.

$$R = r_0 + cx, \quad (\text{в})$$

где c — постоянный коэффициент, представляющий собой тангенс половины угла раскрытия струи.

Поток импульса \dot{I} через поперечное сечение струи, фигурирующий в уравнении (а), найдем, проинтегрировав по площади сечения S плотность потока импульса ρu^2 :

$$\dot{I} = \int_S \rho u^2 ds,$$

где s — текущее значение площади. Для круглой струи $s = \pi r^2$, откуда $ds = 2\pi r dr$, и для потока импульса с учетом постоянства плотности получаем

$$\dot{I} = 2\pi\rho \int_0^R u^2 r dr.$$

Для представления подинтегрального выражения в безразмерном виде вынесем за знак интеграла не зависящие от текущего радиуса r величины u_m^2 и R^2 , тогда получим

$$\dot{I} = 2\pi\rho u_m^2 R^2 \int_0^1 (u/u_m)^2 (r/R) d(r/R),$$

или, учитывая, что u/u_m есть одна и та же функция φ от безразмерной координаты $\eta = y/R$, изменяющейся в поперечном сечении струи от 0 до 1,

$$\dot{I} = 2\pi\rho u_m^2 R^2 \int_0^1 \varphi^2(\eta) \eta d\eta.$$

Заметим, что интеграл в правой части этого выражения представляет собой постоянную величину, т. е. число, так как $\varphi(\eta)$ не зависит от x , а пределы интегрирования также являются числами. Обозначим эту постоянную K_1 и заметим, что ее легко найти, если аппроксимировать безразмерный профиль скорости $\varphi(\eta)$ какой-либо подходящей функцией. Например, для этой цели часто используют так называемый профиль Шлихтинга $u/u_m \equiv \varphi(\eta) = (1 - \eta^{3/2})^2$.

Итак, для потока импульса через любое поперечное сечение основного участка струи получаем выражение

$$\dot{I} = 2\pi K_1 \rho u_m^2 R^2,$$

приравняв которое в соответствии с уравнением (а) к начальному потоку импульса $\dot{I}_0 = \rho u_0^2 \pi r_0^2$, получим после сокращений и с учетом выражения (в) для радиуса струи формулу для изменения осевой скорости по длине струи

$$u_m = \frac{r_0 u_0}{\sqrt{2K_1} (r_0 + cx)}. \quad (11.30)$$

В соответствии с полученным результатом на основном участке осевая скорость изменяется по длине струи по гиперболическому закону, т. е. уменьшается обратно пропорционально расстоянию от сопла.

Выражение (11.30) легко представить в безразмерном виде. Действительно, разделив обе его части на u_0 , а также числитель и знаменатель правой части — на r_0 , получим

$$\frac{u_m}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{2K_1} \left(1 + c \frac{x}{r_0}\right)}. \quad (11.30, a)$$

Формула (11.30, а) показывает, что изменение безразмерной осевой скорости u_m/u_0 в функции безразмерного расстояния от сопла x/r_0 описывается для всех осесимметричных струй одной и той же кривой, независимо от начальной скорости струи u_0 и от размера сопла r_0 . Это важное свойство свободных турбулентных струй часто формулируют следующим образом: свободная турбулентная струя автомодельна по отношению к начальному числу Рейнольдса. Смысл приведенной формулировки заключается в том, что безразмерные характеристики струи, например безразмерные скорости, зависят от безразмерных координат одинаковым образом для всех свободных турбулентных струй одной и той же геометрии (например, для всех осесимметричных струй), независимо от величины начального числа Рейнольдса $Re_0 = u_0 r_0 / \nu$.

Закон изменения осевой скорости по длине струи (11.30) позволяет с использованием функции $\varphi(\eta)$, аппроксимирующей автомодельный профиль скорости, найти в каждой точке струи продольную компоненту скорости $u(x, y)$, а затем с помощью уравнения неразрывности легко определить и распределение поперечной компоненты.

Расход через поперечные сечения струи, m^3/c , найдем следующим образом:

$$\dot{V} = \int_S u ds = 2\pi \int u r dr,$$

или, представляя подынтегральное выражение в безразмерной форме,

$$\dot{V} = 2\pi u_m R^2 \int_0^1 \frac{u}{u_m} \frac{r}{R} d \frac{r}{R} = 2\pi u_m R^2 \int_0^1 \varphi(\eta) \eta d\eta.$$

Легко видеть, что интеграл в правой части последнего равенства также представляет собой число, которое обозначим K_2 . Учитывая этот факт и подставляя сюда вместо u_m выражение (11.30), а вместо радиуса струи закон его изменения по длине, после сокращений получим

$$\dot{V} = \frac{\sqrt{2}K_2}{\sqrt{K_1}} \pi r_0 u_0 (r_0 + cx),$$

или, учитывая, что $\pi r_0^2 u_0^2 = \dot{V}_0$, где \dot{V}_0 — начальный расход на выходе из сопла,

$$\dot{V} = \frac{\sqrt{2}K_2}{\sqrt{K_1}} \dot{V}_0 \left(1 + c \frac{x}{r_0}\right). \quad (11.31)$$

Таким образом, расход линейно нарастает по длине струи в связи с вовлечением в движение (подсосом) окружающей среды.

Рассчитаем теперь изменение потока кинетической энергии по длине струи. Плотность потока кинетической энергии, т. е. энергия, переносимая через единицу поверхности за единицу времени, очевидно, представляет собой половину произведения плотности потока массы ρu на квадрат скорости, т. е. эта величина равна $\rho u^3/2$. Проинтегрировав ее по площади поперечного сечения струи, найдем поток кинетической энергии, Вт:

$$E_k = \int_S \frac{\rho u^3}{2} ds = \pi \rho \int_0^R u^3 r dr,$$

т. е. энергию, проходящую через все поперечное сечение струи за единицу времени.

Представляя, как и ранее, подынтегральное выражение в безразмерной форме, получим

$$E_k = \pi \rho u_m^3 R^2 \int_0^1 \left(\frac{u}{u_m}\right)^3 \frac{r}{R} d\frac{r}{R},$$

или

$$E_k = \pi \rho u_m^3 R^2 \int_0^1 \varphi^3(\eta) \eta d\eta.$$

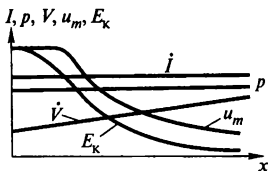


Рис. 11.11. Изменение характеристик свободной турбулентной струи по ее длине

де из сопла составляет $E_{k0} = \pi r_0^2 \rho u_0^3 / 2$,

$$E_k = \frac{K_3}{\sqrt{2} K_1^{3/2}} \frac{E_{k0}}{1 + cx/r_0}. \quad (11.32)$$

Полученный результат показывает, что поток кинетической энергии по длине основного участка струи уменьшается обратно пропорционально расстоянию от сопла. Он имеет большое значение, поскольку объясняет причину движения жидкости в струе: это движение происходит за счет избытка кинетической энергии, которая расходуется на вовлечение в струю окружающей среды.

На рис. 11.11 показано изменение основных характеристик свободной осесимметричной турбулентной струи по ее длине.

Аналогичным образом может быть проведен расчет плоской свободной турбулентной струи. При этом отличие от приведенного расчета сводится к тому, что элемент площади поперечного сечения струи определяется как $ds = dy$, т. е. размер по оси z принимается равным единице.

Легко показать, что результаты такого расчета аналогичны данным, полученным для осесимметричной струи, однако в плоской струе расход нарастает пропорционально \sqrt{x} , а осевая скорость и поток кинетической энергии уменьшаются обратно пропорционально \sqrt{x} , т. е. плоская струя затухает медленнее осесимметричной. Это отличие объясняется меньшей поверхностью соприкосновения плоской струи с неподвижной окружающей средой и, следовательно, меньшей интенсивностью подсоса вещества из окружающей среды.

Интеграл в правой части этого равенства также является константой. Обозначив ее K_3 и используя законы изменения u_m и R по длине струи, получим

$$E_k = \frac{\pi K_3}{2\sqrt{2} K_1^{3/2}} \frac{r_0^3 \rho u_0^3}{r_0 + cx},$$

или, учитывая, что начальный поток кинетической энергии на выходе

из сопла составляет $E_{k0} = \pi r_0^2 \rho u_0^3 / 2$,

$$E_k = \frac{K_3}{\sqrt{2} K_1^{3/2}} \frac{E_{k0}}{1 + cx/r_0}. \quad (11.32)$$

Полученный результат показывает, что поток кинетической энергии по длине основного участка струи уменьшается обратно пропорционально расстоянию от сопла. Он имеет большое значение, поскольку объясняет причину движения жидкости в струе: это движение происходит за счет избытка кинетической энергии, которая расходуется на вовлечение в струю окружающей среды.

На рис. 11.11 показано изменение основных характеристик свободной осесимметричной турбулентной струи по ее длине.

Аналогичным образом может быть проведен расчет плоской свободной турбулентной струи. При этом отличие от приведенного расчета сводится к тому, что элемент площади поперечного сечения струи определяется как $ds = dy$, т. е. размер по оси z принимается равным единице.

Легко показать, что результаты такого расчета аналогичны данным, полученным для осесимметричной струи, однако в плоской струе расход нарастает пропорционально \sqrt{x} , а осевая скорость и поток кинетической энергии уменьшаются обратно пропорционально \sqrt{x} , т. е. плоская струя затухает медленнее осесимметричной. Это отличие объясняется меньшей поверхностью соприкосновения плоской струи с неподвижной окружающей средой и, следовательно, меньшей интенсивностью подсоса вещества из окружающей среды.

Глава 12
**ДВИЖЕНИЕ ГАЗОВ
И РЕЖИМ ДАВЛЕНИЯ В ПЕЧАХ**

**1. Частично ограниченные струи.
Струйные приборы**

В металлургических печах редко встречаются свободные турбулентные струи в чистом виде. Довольно часто влиянием твердых поверхностей на распространение струи пренебречь нельзя. Если при этом струя распространяется вдоль твердой поверхности (или вдоль свободной поверхности жидкости, например, расплавленного металла в плавильных печах), то она называется пологограниченной, или настильной.

На рис. 12.1 показана схема настильной плоской струи, истекающей из щелевого сопла и распространяющейся вдоль плоской стенки. На выходе из сопла, где имеет место однородное распределение начальной скорости, образуются два пограничных слоя. Один из них, возникающий на верхней границе струи, обусловлен подсосом окружающей среды и является свободным пограничным слоем. Другой образуется на поверхности, обусловлен тем, что на ней реализуется условие прилипания и представляет собой пристеночный пограничный слой.

На протяжении начального участка в такой струе, так же как и в свободной, имеется зона невозмущенного потока, т. е. потенциальное ядро (незаштрихованная зона на рис. 12.1). В конце этого участка оба пограничных слоя сливаются. При этом, поскольку скорость нарастания свободного пограничного слоя, обусловленная подсосом окружающей среды, больше, чем пристеноч-

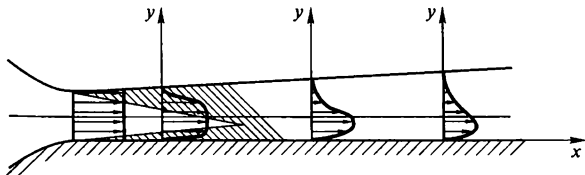


Рис. 12.1. Настильная струя

ного, максимум скорости расположен не в геометрической плоскости симметрии сопла, а смещен к твердой поверхности.

Таким образом, настильная струя представляет собой комбинацию двух рассмотренных выше пограничных слоев: свободного и пристеночного. Так же как в свободной струе, давление в такой струе всюду постоянно и равно давлению в окружающей среде, однако, в отличие от свободной струи, поток импульса, переносимый через поперечные сечения струи, изменяется по ее длине, так как на стенке действует сила трения. Расход через поперечные сечения струи растет по длине, но медленнее, чем в свободной струе в связи с ограничением подсоса с одной стороны струи. Что касается потока кинетической энергии, то эта величина, как и в свободной струе, падает по длине (хотя и медленнее), так как кинетическая энергия расходуется на вовлечение в движение окружающей среды.

Для расчетов полуограниченных (настильных) струй с успехом применяются рассмотренные выше интегральные методы теории пограничного слоя. При этом, разумеется, следует учитывать действие силы трения на стенке. Профиль скорости во внешней части струи при выполнении таких расчетов аппроксимируют выражениями, характерными для свободных струй, а во внутренней — для пристеночного пограничного слоя.

Другой имеющий большое практическое значение случай частично ограниченного струйного течения реализуется в струйных приборах.

Рассмотрим истечение турбулентной струи в цилиндрическую камеру смешения, открытую с обоих торцов (рис. 12.2). В этом случае до соприкосновения со стенками камеры смешения струя ведет себя практически как свободная, подсасывая окружающую среду через входной торец камеры. Однако в связи с ограничением подсоса окружающей среды кинетическая энергия струи не может быть полностью израсходована на вовлечение в движение подсосанной среды, а потому она частично превращается в потенциальную энергию давления. Это означает, что такая струя способна совершать работу противодавления.

На рис. 12.2 показано изменение избыточного давления p_u по длине камеры смешения. На протяжении участка между сечениями $0-0$ и $1-1$, т.е. по длине кольцевого участка камеры смешения, давление падает от атмосферного ($p_u = 0$) во входном сечении до величины, меньшей атмосферного ($p_u < 0$), вследствие

иличия потерь. Таким образом, в сечении $1-1$ имеет место разрежение, под действием которого и происходит поступление окружающей среды в камеру смешения.

На участке между сечениями $2-2$, где струя раскрылась до стенки камеры смешения, и $1-1$ давление также падает по длине вследствие наличия потерь, а так как в сечении $3-3$

оно равно атмосферному ($p_u = 0$), следовательно, в сечении $2-2$ давление должно превышать атмосферное ($p_u > 0$).

Таким образом, на участке струйного движения между сечениями $1-1$ и $2-2$ струя движется из области с меньшим давлением в область с большим давлением, т. е. совершает работу, затрачиваемую на повышение потенциальной энергии давления и компенсируемую работой противодействия. Как было указано выше, эта работа совершается за счет кинетической энергии струи.

Подобные устройства называются струйными приборами — инжекторами, если они служат для нагнетания газа или жидкости в пространство, примыкающее к сечению S_3 , или эжекторами, если они служат для удаления газа или жидкости из пространства, примыкающего к сечению S_2 . Частным случаем инжектора является инжекционная горелка, в которой кинетическая энергия струи горючего газа (инжектирующая среда), истекающего через сечение S_1 , используется для подсосывания воздуха (инжектируемая среда), необходимого для горения, через сечение S_2 . В результате в сечении S_3 образуется горючая смесь газа с воздухом.

Для вывода уравнения, характеризующего работу инжектора, используем закон сохранения количества движения в применении к контрольному объему, показанному штриховой линией на рис. 12.2.

Пусть u_1 , u_2 и u_3 — соответственно средние по сечениям S_1 , S_2 , S_3 скорости инжектирующей, инжектируемой сред и смеси, м/с; p_1 , p_2 — соответственно статические давления в сечениях $1-1$ и $2-2$, Па; ρ — плотность среды, кг/м³.

В соответствии с законом сохранения количества движения (предположим, что плотности всех трех сред одинаковы) результирую-

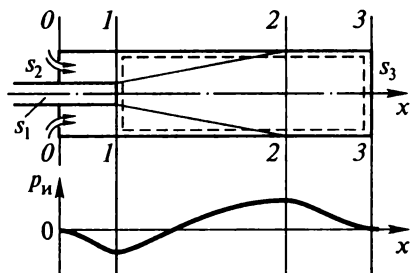


Рис. 12.2. Схема струйного прибора и изменение давления по длине камеры смешения

щий поток импульса через поверхность контрольного объема равен равнодействующей внешних сил, приложенных к этой поверхности. Для рассматриваемого случая это означает

$$\rho S_3 u_3^2 - \rho S_1 u_1^2 - \rho S_2 u_2^2 = S_3(p_1 - p_3), \quad (12.1)$$

т. е. разность между потоками импульса на выходе из камеры смешения и на входе в нее равна разности сил давления в этих сечениях (равнодействующей сил давления). Уравнение записано без учета силы трения на стенке камеры.

Обозначим \dot{M}_1 , \dot{M}_2 и \dot{M}_3 потоки массы (массовые расходы) сред, кг/с:

$$\dot{M}_1 = \rho S_1 u_1; \quad \dot{M}_2 = \rho S_2 u_2; \quad \dot{M}_3 = \rho S_3 u_3.$$

Площадь сечения S_3 можно выразить через объемный расход смеси \dot{V}_3 , м³/с, и ее скорость

$$S_3 = \dot{V}_3 / u_3,$$

или

$$S_3 = (\dot{V}_1 + \dot{V}_2) / u_3,$$

где \dot{V}_1 и \dot{V}_2 — расходы инжектирующей и инжектируемой сред.

Подставляя эти выражения в уравнение (12.1) и умножая затем обе части его на u_3 , получим

$$(\dot{M}_1 + \dot{M}_2) u_3^2 - \dot{M}_1 u_1 u_3 - \dot{M}_2 u_2 u_3 = (\dot{V}_1 + \dot{V}_2)(p_1 - p_3).$$

Прибавляя к обеим частям этого уравнения величину $\dot{M}_1 u_1^2 / 2 + \dot{M}_2 u_2^2 / 2$, после простых преобразований получим выражение

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 u_1^2 / 2 + \dot{M}_2 u_2^2 / 2 &= (\dot{M}_1 + \dot{M}_2) u_3^2 / 2 + (\dot{V}_1 + \dot{V}_2)(p_3 - p_2) + \\ &+ \dot{M}_1 (u_1 - u_3)^2 / 2 + \dot{M}_2 (u_2 - u_3)^2 / 2, \end{aligned} \quad (12.2)$$

которое представляет собой уравнение энергетического баланса инжектора. Каждый из членов этого уравнения имеет смысл потока энергии (мощности) и измеряется в ваттах. Левая часть есть сумма потоков кинетической энергии инжектирующей и инжектируемой сред, которая равна сумме потока кинетической энергии смеси, работы противодавления, отнесенной к единице времени, и потерь потока энергии на удар потоков, т. е. на измене-

ние их скоростей в результате внезапного расширения (последние два члена в правой части).

Как это видно из уравнения (12.2), при увеличении кинетической энергии смеси работа противодавления (при прочих равных условиях) уменьшается и, наоборот, уменьшение кинетической энергии смеси позволяет увеличить работу противодавления. Это обстоятельство используют, устанавливая на выходе из инжектора суживающийся насадок (конфузор), позволяющий увеличить кинетическую энергию смеси, либо расширяющийся (диффузор), позволяющий увеличить работу противодавления.

Уравнение энергетического баланса инжектора может быть применено, в частности, для определения необходимой скорости истечения инжектирующей среды u_1 при заданных параметрах работы инжектора. Одним из таких наиболее важных параметров является кратность инъекции n , которая представляет собой отношение расходов инжектируемой и инжектирующей сред, т. е.

$$n = \dot{V}_2 / \dot{V}_1 = (\dot{V}_3 - \dot{V}_1) / \dot{V}_1 = \dot{V}_3 / \dot{V}_1 - 1.$$

Например, в случае, когда площадь сечения s_2 очень велика по сравнению с площадью сопла s_1 , скоростью u_2 в уравнении (12.2) можно пренебречь. Если при этом мала и величина противодавления $p_3 - p_2$, то уравнение (12.2) принимает следующий вид:

$$\dot{M}_1 u_1^2 / 2 = \dot{M}_3 u_3^2 / 2 + \dot{M}_1 (u_1 - u_3)^2 / 2 + \dot{M}_2 u_3^2 / 2,$$

откуда после очевидных сокращений получим $u_1 = \dot{M}_3 u_3 / \dot{M}_1$.

Так как плотности инжектирующей среды и смеси одинаковы, последнее соотношение дает $u_1 = \dot{V}_3 u_3 / \dot{V}_1$, откуда с учетом выражения для кратности инъекции получаем

$$u_1 = (n + 1) u_3.$$

2. Ограниченные струи

На рис. 12.3 показаны схема движения жидкости в осесимметричной струе, распространяющейся в цилиндрической камере, а также распределение скорости в поперечных сечениях камеры и график изменения избыточного статического давления по ее длине.

На выходе из сопла вследствие потерь энергии при внезапном расширении избыточное давление, под действием которого происходит истечение струи, резко падает и переходит в разрежение.

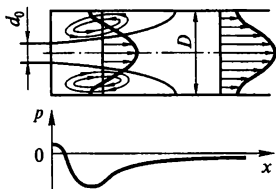


Рис. 12.3. Схема течения и распределение давления в ограниченной струе

Таким образом, в ограниченной струе на подсос окружающей среды расходуется не только кинетическая энергия, но частично и потенциальная энергия давления.

В дальнейшем происходит увеличение давления: вследствие резкого падения скорости кинетическая энергия потока переходит в потенциальную энергию давления. Следовательно, на этом участке движение в струе происходит за

счет сил инерции в направлении увеличения давления, т. е. струя движется вследствие того, что она обладает запасом кинетической энергии. Однако на краях струи, где скорости малы, силы инерции оказываются недостаточными для преодоления сил давления. В результате часть потока разворачивается и движется в направлении, обратном основному направлению течения. Именно эта часть потока и подсасывается в струю в качестве окружающей среды в области, прилегающей к соплу. Таким образом, прямой поток в ограниченной струе оказывается окруженным торoidalной циркуляционной зоной, в которой частицы жидкости движутся по замкнутым траекториям.

Из указанного видно, что ограниченная струя, в отличие от свободной, не является изобарным течением, а потому поток импульса по ее длине не сохраняется. Кроме этого, в случае течения струи в камере не выполняется свойственное пограничным слоям условие малости поперечной компоненты скорости по сравнению с продольной. Действительно, в области разворота потока в циркуляционной зоне ситуация оказывается обратной: поперечная компонента скорости велика по сравнению с продольной. Следовательно, ограниченная струя, строго говоря, не относится к течениям типа пограничного слоя, и рассмотренные выше методы теории пограничного слоя не могут использоваться для расчета таких течений.

Для расчета ограниченных турбулентных струй с успехом используют численное решение полных уравнений Навье—Стокса, записанных для осредненных величин (так называемых уравнений Рейнольдса) с использованием современных полуэмпирических теорий турбулентности.

Однако, как показывают эксперименты, в случае, когда диаметр камеры D достаточно велик по сравнению с диаметром d_0 , конкретно, когда $D/d_0 \geq 8$, ограниченную струю с достаточной для практических целей точностью можно рассматривать как свободную и рассчитывать с помощью изложенных выше методов.

3. Организация движения газов и рациональный режим давления в печах

В современных высокопроизводительных металлургических печах движение газов, несмотря на наличие температурных неоднородностей, обусловленных горением и теплообменом и приводящих к возникновению архимедовых сил, определяется, главным образом, не действием этих сил, а динамическим воздействием струй, истекающих из горелок и форсунок. В частности, на характер движения газов и на распределение давления в печи влияет не столько расположение мест отвода продуктов сгорания, сколько расположение горелочных устройств и их характеристики. Как и во всех случаях распространения ограниченных струй, в областях, прилегающих к выходным отверстиям горелок и форсунок, образуются зоны разрежения. Напротив, в местах удара струй о кладку или металл (последнее имеет место в печах скоростного струйного нагрева) образуются области повышенного давления вследствие перехода кинетической энергии в потенциальную энергию давления при торможении потока.

Указанные неоднородности в распределении статического давления оказываются тем более ярко выраженными, чем больше начальный поток импульса струй, т. е. чем больше мощность горелочных устройств. Неоднородности в распределении давления, обусловленные динамическим воздействием горелочных устройств, накладываются на распределение давления, связанное с неоднородным распределением температуры (а следовательно, и плотности) и на общий уровень давления, обусловленный действием системы автоматического управления давлением. Это создает тот сложный характер распределения статического давления, который характерен для современных топливных металлургических печей.

Эти особенности распределения давления, с одной стороны, позволяют реализовать необходимый характер движения газов в

печи, например, организовать рециркуляцию продуктов сгорания с целью выравнивания температуры в рабочем пространстве печи при одновременном снижении температурного уровня процесса, с другой стороны, они создают трудности, связанные с неизбежной негерметичностью рабочего пространства: существенно неоднородное распределение давления приводит к выбиванию продуктов сгорания, либо к подосу воздуха через технологические и другие отверстия в стенах печей.

Большинство промышленных печей негерметично. Это связано, прежде всего, с тем, что печь имеет окна, предназначенные для загрузки и выгрузки металла, а также для ее обслуживания. Задачей системы автоматического управления давлением в печи является поддержание нулевого избыточного давления на заданном уровне. При этом, как было показано ранее, в сечениях, расположенных выше этого уровня, давление будет выше атмосферного, т. е. будет существовать избыточное давление, и при наличии отверстий, либо неплотностей будет происходить выбивание продуктов сгорания. Это не относится, однако, к областям, прилегающим к горелкам и форсункам, где, как уже было указано, обычно возникают зоны разрежения. В сечениях, расположенных ниже уровня нулевого давления, будет возникать разрежение и, следовательно, будет иметь место подсос воздуха через отверстия и неплотности. Понятно, что оба указанных явления, т. е. подсос воздуха в рабочее пространство печи и выбивание продуктов сгорания, являются крайне нежелательными. Первое приводит к увеличению окислительной способности атмосферы печи и, следовательно, к ускорению процессов окисления и обезуглероживания нагреваемого металла, а кроме того, к увеличению расхода топлива, так как появляется потребность в дополнительной теплоте, необходимой для нагрева подсосанного холодного воздуха. Второе, т. е. выбивание продуктов сгорания, ухудшает санитарные условия работы обслуживающего персонала и также приводит к увеличению расхода топлива.

В связи с этим система автоматического управления давлением должна, очевидно, поддерживать нулевое избыточное давление на уровне пода печи, где как раз и расположены указанные выше окна.

Для регулирования давления используют обычно шиберы, устанавливаемые в дымовых каналах и приводимые в движение исполнительными механизмами системы автоматического управле-

ния давлением. При опускании шиберов уменьшается сечение для прохода дымовых газов, увеличивается создаваемое им местное сопротивление, и, поскольку разрежение после шиберов практически постоянно и определяется высотой дымовой трубы, увеличение перепада давления на шиберов приводит к повышению давления по всему тракту до шиберов, в том числе в рабочем пространстве печи и, следовательно, к опусканию поверхности нулевого уровня. При поднятии шиберов перепад давления на нем уменьшается, что приводит к уменьшению давления в печи, т. е. к перемещению поверхности нулевого уровня вверх. Таким образом, изменяя положение шиберов, можно скомпенсировать изменения давления в печи, вызванные изменениями тепловой нагрузки (т. е. расхода топлива и воздуха, а следовательно, и дымовых газов) и поддерживать нулевое избыточное давление на уровне пода печи.

Раздел III
**ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ**

Глава 13
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ.
ПОДОБИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**

1. Основные понятия теории подобия

В большинстве случаев процессы, протекающие в металлургических агрегатах, настолько сложны, что получить для них аналитические, хотя бы и приближенные, решения невозможно. Очень часто и численное решение соответствующих задач сопряжено с большими трудностями. Поэтому для решения задачи приходится часто использовать экспериментальное исследование. Однако данные, полученные в результате численного или экспериментального исследования, справедливы, строго говоря, только для конкретных условий проведения данного расчета или эксперимента. Таким образом, возникают следующие два вопроса:

1) каким образом должны быть обработаны экспериментальные или расчетные данные, чтобы они имели некоторую общность, т. е. были бы справедливы не для одного единственного явления или процесса, а для некоторой их совокупности;

2) на какую совокупность явлений можно распространять обработанные указанным способом результаты единичного экспериментального или численного исследования?

С этими двумя вопросами тесно связана проблема моделирования физических и физико-химических процессов, протекающих в металлургических печах. Дело в том, что непосредственное экспериментальное исследование этих процессов на натуральных

объектах, т. е. на промышленных печах, часто оказывается весьма затруднительным, или вообще невозможным. В результате возникает необходимость моделирования этих процессов в лабораторных условиях и на лабораторных установках. Понятно, что модель должна быть сооружена так и процессы в ней должны протекать таким образом, чтобы результаты их экспериментального исследования могли быть перенесены на образец.

Ответ на все эти вопросы и должна дать теория подобия, которая представляет собой научную основу обобщения экспериментальных данных и моделирования различных физических и физико-химических процессов.

Наибольший вклад в создание теории подобия применительно к тепловым процессам внесли наши соотечественники, профессора М. В. Кирпичев, М. А. Михеев, Л. С. Эйгенсон, А. А. Гухман.

Важнейшими понятиями теории подобия являются понятия класса и группы явлений. Классом физических явлений (процессов) называется такая их совокупность, которая характеризуется единым физическим механизмом, лежащим в основе этих явлений, и потому описывается одной и той же системой дифференциальных уравнений. Класс представляет собой наиболее широкую совокупность явлений одной и той же физической природы. Примерами классов явлений могут служить течения идеальной или реальной жидкости. Понятно, что в класс входит бесчисленное множество единичных явлений. В соответствии с этим система дифференциальных уравнений, описывающая все явления данного класса, имеет бесчисленное множество частных решений, каждое из которых соответствует определенному единичному явлению из данного класса.

Для того, чтобы выделить из класса определенное единичное явление и, соответственно, для того, чтобы получить частное решение системы уравнений, необходимо задать условия однозначности, определяющие всю специфику данного единичного явления. В условия однозначности входят геометрические и физические свойства системы, а также краевые условия.

Под геометрическими свойствами системы понимают форму и размеры тел, составляющих систему. Например, если речь идет о движении жидкости, должны быть заданы форма и размеры сосуда, либо канала, где происходит движение, или форма и размеры тела, обтекаемого потоком жидкости.

В физические свойства системы входят значения физических параметров тел, составляющих систему, или их зависимость от характеристик процесса, либо от координат и времени, если эти параметры изменяются. Например, в случае движения жидкости должны быть заданы ее плотность и вязкость, а также ускорение силы тяжести, либо зависимость плотности и вязкости от температуры и давления, если эти параметры рассматриваются как переменные величины.

Краевые условия содержат начальные и граничные условия задачи. В качестве начальных условий, имеющих смысл лишь для нестационарных процессов, задаются распределения величин, подлежащих определению (теоретическому или экспериментальному), в начальный момент времени. В случае нестационарного движения жидкости в этот момент должны быть заданы распределения скорости и давления.

Граничные условия описывают взаимодействие системы с окружающей средой. Например, в качестве граничных условий могут быть заданы значения определяемых величин на границах системы. В случае движения реальной жидкости в канале задаются распределения скорости и давления на входе в канал и на выходе из него, а также условие прилипания на твердых поверхностях, т. е. нулевое значение скорости на стенках канала.

Таким образом, класс — наиболее широкая совокупность однотипных явлений, единичное явление — наиболее узкая. Промежуточное положение между этими двумя совокупностями занимает группа явлений, представляющая собой совокупность подобных физических явлений.

Теория подобия физических явлений возникла как последовательное обобщение представлений о геометрическом подобии. Поэтому поясним некоторые важные понятия теории подобия вначале на геометрическом примере.

Рассмотрим класс плоских фигур, называемых прямоугольниками и представляющих собой четырехугольники с прямыми углами между сторонами. В этот класс входит бесчисленное множество единичных фигур, отличающихся одна от другой численными значениями длин сторон.

Если две стороны a и b какого-либо прямоугольника умножить на одну и ту же величину k_1 , называемую множителем преобразования, то получим прямоугольник со сторонами $a' = k_1 a$ и $b' = k_1 b$, подобный первому. Придавая множителю преобразова-

ния k_1 различные значения, получим бесчисленное множество фигур, входящих в класс прямоугольников и составляющих группу фигур, т. е. совокупность подобных прямоугольников.

Понятно, что множитель преобразования k_1 связывает между собой не только сходственные стороны, но и все сходственные линейные элементы подобных геометрических фигур или тел. Например, диагональ m' второго из упомянутых выше подобных прямоугольников также связана с диагональю первого m соотношением $m' = k_1 m$. Ясно также, что множители преобразования для нелинейных элементов подобных фигур или тел будут отличаться от множителя преобразования линейных элементов, но будут одними и теми же для всех сходственных одноименных элементов. Например, множитель преобразования k_2 площадей подобных прямоугольников, определяемый соотношением $S' = k_2 S$, разумеется, не равен k_1 . Легко сообразить, что $k_2 = k_1^2$. Однако он будет одним и тем же для всех сходственных элементов площади. Например, площади треугольников, образованных отрезками диагоналей и сходственными сторонами, будут в подобных прямоугольниках связаны между собой тем же множителем преобразования k_2 .

Таким образом, применительно к геометрическому подобию множитель преобразования может быть определен как безразмерная величина, представляющая собой отношение сходственных одноименных элементов двух различных фигур или тел. Если эти две фигуры или два тела подобны, то множители преобразования для всех одноименных, т. е. имеющих одинаковую размерность, элементов одинаковы.

Точно так же можно ввести понятие множителя преобразования и для физических явлений (процессов), определив его как отношение одноименных (например, скоростей или давлений) характеристик двух физических процессов в сходственные моменты времени и в сходственных точках. Если эти два процесса подобны, то множители преобразования представляют собой постоянные величины, не зависящие от координат и времени.

Однако в подобии геометрических фигур можно убедиться и другим способом. Рассмотрим, например, безразмерную величину $K_1 = a/b$, представляющую собой отношение двух сторон одного какого-либо прямоугольника. Ясно, что эта величина, называемая критерием или числом подобия, будет одной и той же для всех подобных между собой прямоугольников, т. е. для всей этой

группы фигур $K_l = a/b = a'/b' = a''/b'' \dots$. Это обстоятельство принято обозначать следующим образом: $K_l = \text{idem}$, где idem означает «то же самое», т. е. для всех подобных фигур критерий подобия имеет одну и ту же величину.

Таким образом, критерий подобия представляет собой безразмерную величину, представляющую собой комбинацию величин, определяющих элементы данной фигуры или тела. Для всех подобных фигур или тел такая комбинация имеет одно и то же значение.

Заметим, что критерий (или число) подобия не обязательно должен быть выражен как отношение элементов, имеющих одну и ту же размерность. Например, ясно, что для всех подобных прямоугольников отношение площади к квадрату одной из сторон также является одной и той же величиной, т. е. также представляет собой критерий подобия. Действительно, величина $K_S = ab/a^2 = b/a$, очевидно, одинакова для всех подобных прямоугольников.

Точно так же для подобных физических явлений могут быть записаны безразмерные величины, критерии или числа подобия, образованные из величин, характерных для каждого данного явления и одинаковые для всех подобных явлений.

Таким образом, подобными физическими явлениями, образующими группу, называются явления одной физической природы, принадлежащие к одному классу (и, следовательно, описываемые одной и той же системой дифференциальных уравнений) и отличающиеся одно от другого лишь масштабами. Все характеристики любого из таких явлений могут быть получены из одноименных характеристик любого другого явления, подобного данному, т. е. принадлежащего к той же группе, путем умножения на соответствующие множители преобразования, являющиеся постоянными величинами.

Понятно, что поскольку все своеобразие каждого единичного явления, входящего в группу подобных явлений, сосредоточено в условиях однозначности, эти условия для явлений одной группы должны быть подобны, т. е. должны отличаться лишь множителями преобразования. Ясно, в частности, что подобными могут быть лишь такие процессы, которые происходят в геометрически подобных системах, поскольку геометрические свойства системы входят в условия однозначности.

2. Связь между множителями преобразования для потока реальной жидкости. Критерии гидродинамического подобия

Введенные выше понятия теории подобия теперь применим к задачам механики жидкости и газа.

На рис. 13.1 показаны два случая движения жидкости в круглой трубе. Для потока, представленного на рис. 13.1, *а*, на некотором расстоянии x от входа в трубу распределение скорости изображается кривой $u(r)$, где r — текущий радиус, изменяющийся от 0 до r_0 (r_0 — радиус трубы). Если теперь рассмотрим распределение скорости в сходственном сечении второй трубы (рис. 13.1, *б*), отстоящем на расстоянии $x' = k_1 x$ от входа в нее, и если при этом окажется, что в каждой точке этого сечения с текущим радиусом $r' = k_1 r$ скорость u' определяется соотношением $u'(r') = k_u u(r)$, где k_u — множитель преобразования скорости, то это означает, что второй поток подобен первому. Очевидно, что при этом линейный множитель преобразования k_1 определится как отношение диаметров (или радиусов) труб $k_1 = r'_0/r_0$, а множитель преобразования скорости k_u — как отношение характерных скоростей, например, средних по сечению, $k_u = u'_0/u_0$.

В подобии рассмотренных потоков можно убедиться и другим способом, используя понятие критериев подобия. Эти потоки будут подобны, если при одинаковых значениях безразмерного расстояния от входа, т. е. критерия $X = x/r_0 = x'/r'_0$ и при одинаковых значениях безразмерного расстояния от оси, т. е. критерия $R = r/r_0 = r'/r'_0$, безразмерные скорости будут одинаковы, т. е. $U = u/u_0 = u'/u'_0$. Таким образом, эти потоки будут подобны, если при выполнении условий $X = idem$ и $R = idem$, получим $U = idem$. Понятно, что можно реализовать бесчисленное множество таких подобных течений, образующих группу подобных явлений.

Важным вопросом, имеющим практическое значение при моделировании различных процессов, является вопрос о том, являются ли все множители преобразования независимыми или между ними имеются какие-то связи. С точки зрения моде-

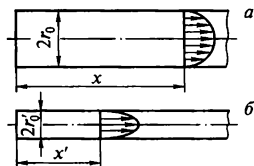


Рис 13.1. Подобные течения вязкой жидкости в круглой трубе

лирования этот вопрос сводится к проблеме выбора множителей преобразования. Решая эту проблему, необходимо знать, можно ли придавать множителям преобразования произвольные, например, удобные для моделирования значения, или при этом имеются некоторые ограничения.

Для отыскания ответа на указанный вопрос рассмотрим два нестационарных потока реальной жидкости, движущейся в поле силы тяжести. Будем считать, что эти потоки подобны между собой и выясним, имеются ли при этом какие-то связи между множителями преобразования.

Пусть уравнение движения для первого из рассматриваемых потоков имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (13.1)$$

Поскольку второй поток подобен первому, он описывается таким же уравнением

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} = g' - \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial x'} + v' \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right), \quad (13.2)$$

в котором знаком «штрих» отмечены параметры, независимые переменные и функции, относящиеся ко второму потоку. При этом из подобия рассматриваемых потоков следует, что все эти величины пропорциональны соответствующим величинам для первого потока, а коэффициентами пропорциональности являются множители преобразования, т. е. $g' = k_g g$; $\rho' = k_\rho \rho$; $v' = k_v v$; $t' = k_t t$; $x' = k_x x$; $y' = k_y y$; $u' = k_u u$; $p' = k_p p$.

Подставляя эти выражения в уравнение (13.2) и учитывая, что множители преобразования постоянны, а потому могут быть вынесены за знаки производных и дифференциалов, получим

$$\frac{k_u}{k_t} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{k_u^2}{k_x} u \frac{\partial u}{\partial x} = k_g g - \frac{k_p}{k_\rho k_x} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{k_v k_u}{k_y^2} v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (13.3)$$

или, разделив обе части на k_u^2/k_x ,

$$\frac{k_x}{k_t k_x} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{k_g k_x}{k_u^2} g - \frac{k_p}{k_\rho k_u^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{k_v}{k_u k_x} v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (13.4)$$

Поскольку рассматриваемые потоки подобны, они должны описываться тождественными уравнениями. Следовательно, уравнение (13.4) должно быть тождественно уравнению (13.1). Это требование будет выполнено только в том случае, если постоянные коэффициенты перед всеми членами в уравнении (13.4), составленные из множителей преобразования, будут равны единице, как это уже имеет место для второго слагаемого в левой части уравнения (13.4).

Таким образом, получаем следующие соотношения между множителями преобразования:

$$\frac{k_l}{k_u k_r} = 1; \quad \frac{k_g k_l}{k_u^2} = 1; \quad \frac{k_p}{k_p k_u^2} = 1; \quad \frac{k_v}{k_u k_l} = 1. \quad (13.5)$$

Равенства (13.5) найдены, исходя из условия, что рассматриваемые потоки подобны, а потому представляют собой необходимые условия подобия двух потоков жидкости.

Таким образом, из семи множителей преобразования (k_g , k_p , k_v , k_l , k_r , k_p и k_u) лишь любые три можно выбирать произвольно. Четыре остальных должны определяться из четырех условий (13.5).

Равенства (13.5) можно записать в ином виде. Для этого множители преобразования выразим как отношения соответствующих величин для первого и второго потоков, подставим эти выражения в равенства (13.5) и разнесем величины, характерные для каждого из потоков, по разные стороны от знака равенства. Например, в первое соотношение (13.5) подставим $k_l = l'/l$, где l и l' — характерные размеры первого и второго потоков соответственно; $k_u = u'_0/u_0$, где u_0 и u'_0 — характерные (заданные) скорости для первого и второго потоков соответственно, $k_r = r'/t$. В результате вместо первого из равенств (13.5) получим $u_0 t/l = u'_0 r'/l'$.

Полученная безразмерная величина

$$No = u_0 t/l \quad (13.6)$$

называется критерием или числом гомохронности. Таким образом, одним из условий подобия является равенство чисел гомохронности для двух потоков, т. е. $No = idem$.

Легко видеть, что в число гомохронности входят два постоянных параметра задачи — характерная скорость и характерный размер и независимая переменная, аргумент задачи — время. Таким

образом, число гомохронности также является переменной величиной и представляет собой безразмерное время. Смысл этого утверждения заключается в том, что равенство чисел гомохронности, т. е. условие $Но = idem$, определяет сходственные моменты времени для двух сравниваемых потоков. Например, распределения скоростей в этих двух потоках будут подобными не в один и тот же момент времени $t = t'$, а в сходственные моменты времени, определяемые условием $Но = idem$, т. е. условием $u_0 t / l = u_0' t' / l'$.

Проделав такую же операцию со вторым из равенств (13.5), получим $u_0^2 / g l = (u_0')^2 / g' l'$. Безразмерная величина

$$Fr = u_0^2 / g l \quad (13.7)$$

называется числом или критерием Фруда и представляет собой безразмерный параметр задачи, так как все величины, входящие в выражение для Fr , являются постоянными параметрами. Из третьего равенства (13.5) получаем $p / \rho u_0^2 = p' / \rho' (u_0')^2$, где величина

$$Eu = p / \rho u_0^2 \quad (13.8)$$

называется критерием (или числом) Эйлера. Этот критерий представляет собой безразмерное давление, т. е. безразмерную искомую функцию в рассматриваемой задаче. В выражение для критерия Эйлера входят два постоянных параметра (ρ и u_0) и искомая функция — давление, являющееся переменной величиной. Таким образом, критерий Эйлера также является переменной величиной.

Наконец, используя последнее равенство (13.5), получим $u_0 l / \nu = u_0' l' / \nu'$. Эта величина $Re = u_0 l / \nu$ — критерий Рейнольдса. В данной задаче критерий (число) Рейнольдса есть безразмерный параметр, поскольку все входящие в него величины (u_0 , l и ν) представляют собой параметры.

Проведенный анализ условий подобия двух потоков реальной жидкости позволяет сделать два важных вывода: 1) для подобия таких потоков необходимо, чтобы они протекали в геометрически подобных системах, чтобы подобными были условия однозначности и чтобы выполнялись следующие четыре условия: $Но = idem$; $Eu = idem$; $Fr = idem$; $Re = idem$, из которых первое просто определяет сходственные моменты времени, а три других являются необходимыми условиями подобия; 2) все безразмерные числа, или критерии подобия можно разделить на три вида: безразмер-

ные аргументы (например, критерий гомохронности $Но = u_0 l / t$), безразмерные искомые функции (например, критерий Эйлера $Eu = p / \rho u_0^2$) и безразмерные параметры {например, числа Фруда $Fg = u_0^2 / gl$ и Рейнольдса $Re = u_0 l / \nu$ }.

Для выяснения физического смысла полученных критериев подобия (Eu , Fg и Re) рассмотрим поток реальной жидкости, который описывается тем же уравнением, что и проанализированные течения, но в стационарном случае, когда $du/dt \equiv 0$, т. е. уравнением

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (13.9)$$

Это уравнение представляет собой частный случай уравнения Навье—Стокса (10.27), и, следовательно, каждое слагаемое в нем имеет смысл массовой плотности определенной силы, действующей в потоке жидкости. В частности, как было показано в разделе II, левая часть этого уравнения есть массовая плотность силы инерции, первое слагаемое в правой части — массовая плотность гравитационной силы, второе — массовая плотность силы давления и третье — массовая плотность силы внутреннего трения.

Найдем теперь порядок, т. е. приближенное значение каждой из этих величин, считая, что порядок скорости равен ее характерному значению u_0 , т. е. $0(u) = u_0$, порядок координат равен характерному размеру потока l , т. е. $0(x) = l$, $0(y) = l$, а порядки g , p и ρ просто равны этим величинам.

Тогда порядок массовой плотности силы инерции выразится как $0(f_{ин}) = u_0^2 / l$, порядок массовой плотности силы тяжести $0(f_{гр}) = g$, порядок массовой плотности силы давления $0(f_{давл}) = p / \rho l$, наконец, порядок массовой плотности силы внутреннего трения $0(f_{тр}) = \nu u_0 / l^2$.

Сопоставляя теперь полученные выражения для порядков четырех сил, действующих в потоке, с выражениями для критериев подобия, легко найдем, что $Eu = 0(f_{давл}) / 0(f_{ин})$; $Fg = 0(f_{ин}) / 0(f_{гр})$; $Re = 0(f_{ин}) / 0(f_{тр})$.

Таким образом, критерий Эйлера, представляющий собой отношение порядков сил давления и инерции, является приближенной характеристикой соотношения этих сил. Точно так же критерий Фруда характеризует соотношение сил инерции и гравитационной, а критерий Рейнольдса — сил инерции и внутреннего трения.

3. Связь между критериями подобия. Основная теорема теории подобия

Выше было показано, что в том случае, когда два потока реальной жидкости являются подобными, все одноименные критерии подобия для этих потоков имеют одинаковые значения, т. е. равны между собой. Теперь остается выяснить, необходимо ли выполнение всех этих условий или достаточно обеспечить равенство лишь некоторых критериев, для того чтобы другие также оказывались равными, и чтобы, таким образом, рассматриваемые потоки были подобными. Этот вопрос имеет непосредственное практическое значение с точки зрения моделирования течений реальной жидкости.

Для решения указанной задачи рассмотрим двухмерное стационарное течение реальной несжимаемой жидкости, происходящее в поле действия силы тяжести, вектор массовой плотности (ускорения) которой направлен вдоль оси y . Это течение описывается системой из трех уравнений с тремя неизвестными, включающей два уравнения движения (Навье—Стокса) для осей x и y и уравнение неразрывности:

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13.10)$$

В результате решения сформулированной таким образом задачи (дополненной соответствующими граничными условиями) три искомые величины (две компоненты вектора скорости u и v и давление p) определяются в виде функций от двух аргументов x и y и всех параметров задачи, в число которых входят плотность и вязкость жидкости, ускорение силы тяжести, характерное значение скорости u_0 , заданное в граничных условиях задачи, и характерный размер потока l . Это решение, следовательно, должно иметь вид

$$\begin{aligned} u(x, y, \rho, \nu, g, u_0, l); \\ v(x, y, \rho, \nu, g, u_0, l); \\ p(x, y, \rho, \nu, g, u_0, l). \end{aligned} \quad (13.11)$$

Таким образом, каждая искомая величина является функцией двух аргументов и пяти параметров.

Выполним операцию приведения задачи к безразмерному виду. Это означает, что все переменные величины, как функции, так и аргументы, фигурирующие в уравнениях (13.10), должны быть представлены безразмерными величинами, которые получают путем деления размерной величины на соответствующий масштаб. В качестве масштаба приведения для скорости используем ее характерное значение u_0 , для давления — величину ρu_0^2 , имеющую размерность давления, и для координат — характерный размер потока l . Таким образом, получим безразмерные компоненты скорости $U = u/u_0$, $V = v/u_0$, давление $Eu = p/\rho u_0^2$ и координаты $X = x/l$, $Y = y/l$.

Для того, чтобы ввести эти безразмерные величины в уравнения (13.10), подставим в них вместо размерных величин произведения безразмерных на соответствующие масштабы приведения. При этом масштабы как величины постоянные вынесем за знаки производных и дифференциалов. В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{u_0^2}{l} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) &= - \frac{u_0^2}{l} \frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{\nu u_0}{l^2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right); \\ \frac{u_0^2}{l} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) &= g - \frac{u_0^2}{l} \frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{\nu u_0}{l^2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right); \\ \frac{u_0}{l} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Для того, чтобы все величины, фигурирующие в этих уравнениях, были безразмерными, необходимо обе части первых двух разделить на величину u_0^2/l , а третьего — на величину u_0/l . Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= - \frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= \frac{1}{\text{Fr}} - \frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \\ \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13.12)$$

В этой системе, в отличие от исходной (13.10), фигурируют всего два безразмерных параметра Re и Fr и, следовательно, решение ее должно иметь вид зависимости трех безразмерных искомых функций U , V и Eu от двух безразмерных координат X , Y и от этих двух параметров, т. е.

$$\begin{aligned} U &= U(X, Y, Re, Fr); \\ V &= V(X, Y, Re, Fr); \\ Eu &= Eu(X, Y, Re, Fr). \end{aligned} \quad (13.13)$$

Из полученного результата вытекает весьма важный вывод, заключающийся в следующем: для двух потоков, описываемых одинаковой системой уравнений, распространяющихся в геометрически подобных системах и характеризующихся подобием условий однозначности, зависимость безразмерных искомых величин скоростей и давления U , V и Eu от безразмерных координат X и Y оказывается одинаковой, т. е. условия $U = idem$, $V = idem$ и $Eu = idem$ в сходственных точках ($X = idem$, $Y = idem$) выполняются при одинаковых значениях критериев Рейнольдса и Фруда, т. е. при выполнении условий $Re = idem$ и $Fr = idem$. Следовательно, для таких потоков одинаковые значения критериев Рейнольдса и Фруда ($Re = idem$ и $Fr = idem$) являются необходимыми и достаточными условиями подобия потоков. При этом условия $U = idem$, $V = idem$ и $Eu = idem$ в сходственных точках выполняются автоматически.

Критерии подобия, имеющие смысл безразмерных постоянных параметров задачи (в рассматриваемом случае Re и Fr), и, следовательно, составленные из параметров, т. е. из условий однозначности, называются определяющими критериями.

Критерии, имеющие смысл безразмерных искомых величин (в данном случае безразмерные скорости U , V и безразмерное давление, т. е. критерий Эйлера Eu), называются определяемыми критериями.

Определяющие критерии, как правило, характеризуют соотношение важнейших факторов, влияющих на развитие процесса. Например, как показывает проведенный анализ, критерий Рейнольдса характеризует соотношение сил инерции и внутреннего трения, а критерий Фруда — сил инерции и гравитации.

Такой же анализ может быть проведен для любых процессов, имеющих математическое описание, что позволяет сформули-

ровать необходимые и достаточные условия подобия таких процессов,

Процессы являются подобными, если они принадлежат к одному классу, т. е. описываются тождественными уравнениями, протекают в геометрически подобных системах, характеризуются подобием других условий однозначности и равенством одноименных критериев, составленных из условий однозначности (определяющих). Приведенная формулировка составляет содержание так называемой основной теоремы теории подобия.

Таким образом, получен ответ на все вопросы, поставленные в начале настоящего раздела. Оказывается, что результаты экспериментального или численного исследования можно распространять на группу явлений, т. е. на совокупность подобных явлений. При этом указанные результаты должны быть обработаны в виде зависимостей безразмерных искомых величин (определяемых критериев) от безразмерных аргументов и от безразмерных параметров (определяющих критериев).

Сопоставление вида решений рассмотренной задачи, сформулированной в размерных величинах (13.11) и в безразмерных (13.13), позволяет сделать еще один важный вывод. Оказывается, что в результате приведения задачи к безразмерному виду число величин, от которых зависят искомые функции, существенно сокращается. Действительно, если в решении (13.11) каждая из искомых функций зависит от двух аргументов и пяти параметров, то в решении (13.13) каждая из безразмерных искомых функций зависит от двух безразмерных аргументов и всего от двух безразмерных параметров. Это обстоятельство имеет большое практическое значение, так как облегчает графическое или табличное представление результатов численного или экспериментального решения задачи.

Возможность сокращения числа аргументов или параметров задачи в результате перехода к безразмерным величинам утверждается так называемой π -теоремой теории подобия, в соответствии с которой любое уравнение (или система уравнений), связывающее между собой N физических величин, из которых K величин обладают независимыми размерностями, можно преобразовать к уравнению (или системе уравнений), связывающему $N-K$ безразмерных критериев.

В рассматриваемой задаче в соответствии с этой теоремой число параметров уменьшилось на три.

4. Автомоделность

Как было отмечено выше, каждый из определяющих критериев характеризует соотношение определенных физических факторов, оказывающих решающее влияние на рассматриваемый процесс. Очевидно, что в случае, когда один из этих факторов оказывается очень большим или, напротив, очень малым, их соотношение перестает оказывать влияние на протекание процесса. При этом соответствующий критерий также оказывается либо очень большим, либо очень малым, а его изменение не влияет более на ход процесса. Это явление называют вырождением критерия или автомоделностью процесса (явления) по отношению к данному критерию. Смысл последнего термина заключается в том, что при изменении вырожденного критерия безразмерные характеристики процесса не изменяются, т. е. он остается подобным самому себе, моделирует сам себя.

Можно привести многочисленные примеры автомоделности различных явлений по отношению к некоторым определяющим критериям.

В частности, потоки, которые были рассмотрены в разделе II, не подвергались воздействию силы тяжести. Это означает, что в этих случаях влияние силы тяжести пренебрежимо мало по сравнению с влиянием других сил, например, силы инерции и силы внутреннего трения. В этих условиях вырожденным оказывается критерий Фруда, характеризующий соотношение сил инерции и гравитации, т. е. поток является автомоделным по отношению к критерию Фруда.

Рассмотренные свободные турбулентные струи были автомоделны по отношению к числу Рейнольдса. Этот факт представляет собой случай вырождения числа Рейнольдса: сила инерции в турбулентных струйных течениях настолько велика по сравнению с силой трения (вследствие отсутствия твердых поверхностей), что их соотношение, характеризуемое числом Рейнольдса, перестает влиять на безразмерные характеристики течения.

Автомоделность потока по отношению к числу Рейнольдса наблюдалась и при рассмотрении потерь энергии на трение в случае турбулентного течения жидкости в трубах или каналах. При больших значениях числа Рейнольдса, когда реализуется режим движения в шероховатой трубе, гидравлический коэффициент трения λ и, следовательно, коэффициент сопротивления трения $\xi_{тр}$ перестают зависеть от числа Рейнольдса. При этом

потеря давления на трение оказывается пропорциональной квадрату скорости (квадратичный закон сопротивления), а соответствующий ей критерий Эйлера $Eu = \Delta p / \rho u^2$ является постоянной величиной, не зависящей от числа Рейнольдса.

Аналогичный случай автомодельности потока по отношению к числу Рейнольдса довольно часто реализуется в топливных металлургических печах. При этом разность давлений в любых двух точках рабочего пространства печи, например, на входе газов в камеру и на выходе из нее, оказывается пропорциональной квадрату характерной скорости, и, следовательно, соответствующий критерий Эйлера не зависит от критерия Рейнольдса.

Явление автомодельности существенно облегчает моделирование тех процессов, в которых оно реализуется. В частности, автомодельность течения газов в рабочих камерах печей по отношению к числу Рейнольдса значительно упрощает моделирование процессов в печах и очень часто используется на практике.

5. Моделирование движения газов в печах

При моделировании движения газов в рабочих камерах металлургических печей могут ставиться две задачи:

1) исследование качественной картины течения, т. е. направления движения потоков, их распределения по каналам, формы и размеров циркуляционных зон и т. п.;

2) исследование количественных характеристик потоков, т. е. распределения скоростей и давлений в различных частях рабочего пространства печи.

В первом случае прибегают к так называемому гидравлическому моделированию с использованием воды в качестве моделирующей среды (рабочей жидкости). Во втором случае применяют аэродинамические модели, в которых рабочей жидкостью служит воздух. В любом случае течение в модели должно быть подобно течению в образце, т. е. в моделируемой печи.

Рассмотрим, как при этом выполняются условия подобия, сформулированные в основной теореме теории подобия.

Первое из этих условий, заключающееся в тождественности уравнений, описывающих течение в образце и в модели, строго говоря, как при гидравлическом, так и при аэродинамическом моделировании нарушается. Дело в том, что уравнения, описывающие движение в печи газов, обладающих переменной плотнос-

тью, и уравнения движения несжимаемой жидкости (воды или воздуха) в модели различны. Однако этим обстоятельством при моделировании пренебрегают, считая, что плотность печных газов постоянна и равна своему среднему значению, которое и используют при расчетах модели. Разумеется, это придает моделированию приближенный характер.

Второе условие, т. е. требование геометрического подобия образца и модели, выполняется без труда. Для этого модель изготавливают геометрически подобной внутренним контурам печи в разумном масштабе, обеспечивающем удобство работы с моделью. Обычно для изготовления модели применяют органическое стекло, которое легко обрабатывается и позволяет проводить визуальные наблюдения. При этом в случае гидравлического моделирования используют подкраску потока или другие методы визуализации течения.

Наибольшие трудности вызывает выполнение третьего условия подобия, т. е. подобия условий однозначности. Что касается подобия граничных условий, т. е. условий на входе в образец и в модель и на выходе из них, а также на твердых стенках, то оно обеспечивается следующим образом. Вход в модель и выход из нее изготавливают геометрически подобными входу в образец и выходу из него, что позволяет обеспечить подобие распределений скоростей в этих сечениях образца и модели. Граничные же условия на стенках модели всегда подобны таковым в образце, так как на твердой поверхности выполняется условие прилипания. Это так называемые неуправляемые граничные условия. Практически невозможно обеспечить подобные распределения физических параметров (плотности и вязкости) в образце и в модели, поскольку в модели эти параметры постоянны, а в образце меняются, так как зависят от температуры. При этом в качестве физических параметров среды в образце принимают средние значения плотности и вязкости печных газов, которые используют, рассчитывая модель. Это также снижает точность моделирования и придает ему приближенный характер.

Выполнение четвертого условия, т. е. равенства определяющих (составленных из условий однозначности) критериев обычно не составляет труда. В современных высокофорсированных печных агрегатах влиянием силы тяжести на течение газов можно пренебречь. Поэтому определяющим критерием является число Рейнольдса. В связи с этим достаточно обеспечить равенство чисел

Рейнольдса, рассчитанных по входной скорости для образца и модели. Однако, как было указано выше, в современных печах очень часто реализуется автомодельный по отношению к числу Рейнольдса режим движения газов. Поэтому и равенство чисел Рейнольдса не является обязательным. Подобие потоков в образце и в модели может быть обеспечено и в случае, когда число Рейнольдса для модели меньше, чем для образца, если при этом режим движения в модели также является автомодельным.

Приступая к моделированию движения газов в печи, вначале выбирают линейный масштаб модели, представляющий собой отношение линейных размеров модели к соответствующим размерам образца, т. е. линейный множитель преобразования $k_l = l'/l$, где l' и l — характерные линейные размеры модели и образца соответственно. Модель, понятно, не должна быть слишком громоздкой, но и не может быть слишком малой, так как в этом последнем случае затрудняются измерения потоков и снижается их точность. Кроме того, при использовании слишком малой модели необходимые скорости рабочей жидкости, как будет показано ниже, оказываются весьма большими, что требует использования специальных дутьевых устройств и также затрудняет измерения и визуальные наблюдения.

После того как выбран линейный масштаб модели и известна рабочая жидкость, используемая в модели (вода или воздух), и, следовательно, известен кинематический коэффициент вязкости моделирующей среды ν , можно найти величину характерной скорости в модели u'_0 , исходя из требования равенства чисел Рейнольдса для образца и модели, $u_0 l / \nu = u'_0 l' / \nu$, откуда $u'_0 = u_0 l \nu / l' \nu$. Обычно в качестве характерной скорости в образце и в модели используют скорость на входе в печь, т. е. скорость истечения из горелочного устройства. При этом для образца известен расход среды (газа и воздуха) V через горелку. Пользуясь последним соотношением, легко найти необходимый расход рабочей жидкости на модели V' . Для этого выразим скорость через расход, учитывая, что проходное сечение горелки пропорционально квадрату линейного размера, т. е. $u_0 = V/c l^2$ и $u'_0 = V'/c (l')^2$, где c — коэффициент пропорциональности, одинаковый для образца и модели вследствие их геометрического подобия. Тогда получим $V' = V l' \nu / l \nu$, или, учитывая, что $l'/l = k_l$ и $\nu'/\nu = k_\nu$,

$$V' = V k_l k_\nu. \quad (13.14)$$

На практике в случае, когда режим движения в модели является автомодельным по отношению к числу Рейнольдса, можно использовать и меньшие величины расхода.

Для того, чтобы убедиться в наличии автомодельного режима, поступают следующим образом. Измеряют разность давлений в двух точках модели Δp при различных расходах рабочей жидкости и строят график зависимости числа Эйлера $Eu = \Delta p / \rho u_0^2$ от числа Рейнольдса $Re = u_0 l / \nu$. Автомодельный режим наступает, когда Eu перестает зависеть от Re , т. е. когда реализуется квадратичный закон сопротивления. При этом график представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс.

После того, как модель изготовлена и определен необходимый расход рабочей жидкости, приступают к исследованию модели. Полученные при этом экспериментальные данные, обработанные в виде зависимости безразмерных функций (определяемых критериев) от безразмерных параметров (определяющих критериев) и от безразмерных координат, будут приближенно справедливы для моделируемого образца.

Раздел IV
ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

Глава 14
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ
ТЕОРИИ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА**

**1. Поля температур и концентраций.
Виды процессов тепло- и массообмена**

При наличии в некоторой среде неоднородного поля температуры $T(x, y, z, t)$ в ней неизбежно происходит процесс переноса тепла. В соответствии со вторым началом термодинамики этот перенос осуществляется в направлении уменьшения температуры, т. е. из области с большей температурой в область с меньшей. Для характеристики этого процесса используют понятие вектора плотности теплового потока \vec{q} , проекция которого на нормаль к некоторой поверхности представляет собой количество тепла, проходящее через единицу этой поверхности в единицу времени. Точно также при наличии в среде неоднородного поля концентраций некоторого i -го компонента смеси $c_i(x, y, z, t)$ происходит процесс переноса массы этой примеси. Этот перенос также происходит в направлении уменьшения концентрации примеси и характеризуется вектором плотности потока массы примеси \vec{m}_i , проекция которого на нормаль к некоторой поверхности равна массе примеси, проходящей через единицу этой поверхности в единицу времени.

Процессы переноса тепла и массы (тепло- и массообмен) могут осуществляться за счет различных механизмов. Если перенос тепла осуществляется за счет хаотического теплового движения или тепловых колебаний микрочастиц (молекул, атомов, ионов), то такой перенос называют теплопроводностью. Если перенос тепла осуществляется в движущейся жидкости или газе за счет перемещения среды, то такой процесс называют конвективным переносом или конвекцией тепла.

Очевидно, что имеются аналогичные механизмы массообмена. Если перенос массы примеси происходит за счет теплового движения молекул (атомов, ионов), то он называется молекулярной диффузией. Если перенос обусловлен движением жидкости или газа, то говорят о конвективном переносе. Процессы конвективного переноса тепла или массы всегда сочетаются с процессами молекулярного переноса (теплопроводностью, диффузией).

При турбулентном движении жидкости или газа процессы конвективного переноса тепла и массы приобретают настолько специфический характер, что их можно выделить в самостоятельный вид переноса. Этот перенос обусловлен пульсационным характером турбулентного движения, он осуществляется за счет поперечного перемещения турбулентных молей и называется турбулентной теплопроводностью (диффузией).

Кроме перечисленных механизмов тепло- и массообмена имеется еще один вид теплопереноса, не имеющий соответствующего аналога в процессах массообмена. Речь идет о переносе тепла излучением, который осуществляется в результате распространения электромагнитных волн в определенном диапазоне частот.

Процессы тепло- и массообмена, протекающие в двухфазной системе на границе раздела фаз, например, тепло- и массообмен между жидкостью (газом) и твердой поверхностью, называются, соответственно, теплоотдачей и массоотдачей.

Если рассматривается процесс теплообмена между двумя средами (жидкими, газообразными), разделенными твердой перегородкой, то такой процесс называется теплопередачей.

В практике встречаются случаи, когда процессы тепло- и массообмена происходят одновременно, параллельно, например, испарение вещества с поверхности при одновременной теплоотдаче к этой поверхности или от нее. В этих случаях отмечается взаимное влияние процессов тепло- и массообмена. Например, при наличии в смеси градиентов температуры происходит разделение компонентов по молекулярной массе (термодиффузия или эффект Соре). В то же время при наличии массообмена вследствие различия теплоемкостей компонентов смеси возникает диффузионный тепловой поток (эффект Дюфура). Кроме того, наличие массоотдачи на поверхности изменяет граничные условия процесса теплоотдачи. Однако в условиях, обычно встречающихся в металлургической практике, роль взаимного влияния процессов тепло- и массообмена невелика, и в дальнейшем будем этим влиянием пренебрегать.

Как будет показано ниже, если считать, что процессы конвективного переноса тепла и массы протекают независимо один от другого, то описание этих процессов оказывается аналогичным. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать эти процессы параллельно.

Если процессы тепло- и массообмена протекают в двухфазной среде, то можно условно разделить эти процессы на две группы: внутреннего переноса и внешнего переноса. Например, при нагреве или охлаждении твердого тела в жидкой или газообразной средах процессы переноса тепла в этой среде являются процессами внешнего теплообмена, а распространение тепла внутри тела представляет собой внутренний теплообмен. В этой связи говорят о внешней и внутренней задачах теплообмена и массообмена.

Так как обе эти задачи чаще всего связаны с молекулярной теплопроводностью или диффузией, остановимся несколько подробнее на некоторых общих закономерностях указанных процессов.

2. Молекулярные теплопроводность и диффузия

Процессы переноса тепла и массы, обусловленные микроскопическими механизмами, могут протекать в любой материальной среде, как в жидкости или в газе, так и в твердых телах. Однако в первом случае эти процессы, как правило, сопровождаются конвективным переносом. В твердых непрозрачных телах единственным механизмом переноса тепла является теплопроводность, а переноса массы — диффузия. Заметим, что термин молекулярная теплопроводность (диффузия) является условным, так как материальными носителями могут являться не только молекулы, но и атомы, ионы, а в случае теплопроводности — свободные электроны (в металлах).

Однако независимо от вида носителя, т. е. от механизма переноса, можно дать единое описание всем этим процессам.

Логично предположить, что процесс переноса тепла теплопроводностью происходит тем интенсивнее, чем резче изменяется температура, т. е. чем больше градиент температуры. На этом предположении основан постулат (или закон) Фурье, который удовлетворительно, как показывает эксперимент, описывает различные процессы теплопроводности:

$$\vec{q} = -\lambda \text{ grad } T. \quad (14.1)$$

В соответствии с этим постулатом вектор плотности теплового потока \vec{q} пропорционален по модулю градиенту температуры и направлен в сторону убывания температуры (на это указывает знак минус). Коэффициент пропорциональности λ [Вт/(м·К)] в этом выражении называется коэффициентом теплопроводности. Он является физическим параметром вещества, характеризует его способность проводить тепло и зависит от температуры, а для газов (кроме инертных) также и от давления. Значения коэффициентов теплопроводности для различных веществ приведены в справочниках.

Если ввести обозначение $a = \lambda/\rho c_p$, где ρ — плотность, кг/м³; c_p — изобарная теплоемкость вещества, Дж/(кг·К), и считать, что плотность и теплоемкость — постоянные величины, то выражение закона Фурье можно представить в виде

$$\vec{q} = -a \text{grad } i, \quad (14.1, a)$$

где $i = \rho c_p T$ — объемная энтальпия, Дж/м³, т. е. количество тепла, содержащееся в единице объема вещества с температурой T . В такой формулировке закон Фурье означает, что плотность теплового потока пропорциональна градиенту объемной энтальпии. Коэффициент пропорциональности в этом выражении $a = \lambda/\rho c_p$ носит название коэффициента температуропроводности (м²/с) и является характеристикой интенсивности молекулярного переноса тепла. Величины, являющиеся, подобно коэффициентам кинематической вязкости и температуропроводности, характеристиками переноса, часто называют коэффициентами переноса. Но если кинематическая вязкость ν является коэффициентом переноса количества движения, то температуропроводность представляет собой коэффициент переноса тепла.

Для процесса молекулярной диффузии аналогом постулата Фурье является постулат (закон) Фика, определяющий диффузионный поток массы i -го компонента смеси (если пренебречь термодиффузией)

$$m_i = -D_i \text{grad } \rho_i, \quad (14.2, a)$$

где ρ_i — парциальная плотность i -го компонента, т. е. количество массы этого компонента, содержащееся в единице объема смеси, кг/м³; коэффициент пропорциональности в этом выра-

жении D_i носит название коэффициента диффузии i -го компонента.

Отметим еще раз, что постулат Фика полностью аналогичен постулату Фурье в форме (14.1, а). Действительно, как следует из выражения (14.2, а), плотность диффузионного потока массы пропорциональна по модулю градиенту объемной плотности массосодержания (т. е. парциальной плотности), а направление этого потока противоположно направлению градиента парциальной плотности. Коэффициент диффузии D_i измеряется в тех же единицах ($\text{м}^2/\text{с}$) и имеет тот же смысл, что и коэффициент температуропроводности a (а также кинематический коэффициент вязкости ν), т. е. он характеризует интенсивность процесса молекулярной диффузии и является поэтому коэффициентом молекулярного переноса массы.

Если плотность смеси ρ есть величина постоянная (что возможно, например, для бинарной смеси при малых концентрациях примеси, либо при близости молекулярных масс примеси и основного вещества), учитывая, что парциальная плотность ρ_i выражается через концентрацию (массовую долю) i -го компонента как $\rho_i = \rho C_i$ получим постулат Фика в виде

$$\vec{m}_i = -\rho D_i \text{grad } C_i. \quad (14.2)$$

Эта формулировка постулата Фика аналогична постулату Фурье в форме (14.1).

Коэффициент диффузии зависит от природы веществ, составляющих смесь, температуры и давления (для газов); слабой зависимостью коэффициента диффузии от концентраций компонентов смеси в инженерных расчетах, как правило, пренебрегают.

3. Тройная аналогия

Познакомившись с тремя видами процессов молекулярного переноса: с переносом импульса (т. е. трением в ламинарном потоке), переносом тепла (теплопроводностью) и переносом массы примеси (диффузией), нетрудно заметить аналогию между этими процессами.

Действительно, формулу Ньютона для вязкого трения в плоско-параллельном ламинарном потоке (10.22), постулаты Фурье и Фика для одномерных процессов теплопроводности и диффузии

в случае постоянных плотности и теплоемкости среды можно записать соответственно следующим образом:

$$\tau = v \frac{\partial(\rho u)}{\partial y}; \quad (14.3)$$

$$q = -a \frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial y}; \quad (14.4)$$

$$m_i = -D_i \frac{\partial \rho_i}{\partial y}, \quad (14.5)$$

где y — координата, в направлении которой происходит перенос импульса, тепла и вещества. Как видно из выражений (14.3)—(14.5), плотность потока каждой из субстанций, т. е. импульса τ , тепла q и вещества m_i , пропорциональна градиенту, объемной плотности соответственно импульса (ρu), энтальпии ($\rho c_p T$) и вещества (ρ_i).

Таким образом, закономерности всех трех процессов переноса могут быть обобщены и сформулированы следующим образом: плотность потока субстанции пропорциональна движущей силе, а коэффициентом пропорциональности является коэффициент переноса. Движущей силой в каждом случае является градиент объемной плотности соответствующей субстанции. В этой формулировке отражено существо известного в термодинамике необратимых процессов принципа линейности Онсагера, являющегося одним из общих принципов процессов переноса.

Аналогия процессов молекулярного переноса импульса, тепла и массы при определенных условиях приводит к тождественности соответствующих дифференциальных уравнений и позволяет создать общую теорию процессов переноса. В дальнейшем будет показано, что и между процессами турбулентного переноса импульса, тепла и массы также существует достаточно глубокая аналогия.

Необходимо отметить, что процессы переноса тепла и массы аналогичны только при отсутствии вторичных эффектов, обусловленных их взаимным влиянием, т. е. термодиффузии и диффузионного переноса тепла. Практически это означает, что для получения указанной аналогии роль вторичных эффектов тепло- и массообмена должна быть невелика.

Глава 15
КОНВЕКТИВНЫЙ
ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

1. Вынужденная и естественная конвекция.
Задачи расчета конвективной тепло- и массоотдачи

Процессы конвективного тепло- и массообмена происходят в движущихся текучих средах и обусловлены движением жидкости (или газа) и действием соответствующего процесса молекулярного переноса (теплопроводности или диффузии).

В зависимости от причины, которой обусловлено движение жидкости, различают вынужденную конвекцию и свободную, или естественную. В первом случае движение жидкости обусловлено внешними по отношению к рассматриваемому процессу тепло- или массообмена причинами, например, действием какого-либо побудителя: насоса, вентилятора, компрессора и т. п. Во втором случае движение жидкости обусловлено самим процессом тепло- или массообмена, а именно, силами, возникающими вследствие неоднородности поля плотности, что в свою очередь связано с неоднородностью поля температур (при теплообмене) или концентраций (при массообмене).

Конвективный теплообмен, происходящий в двухфазной системе на границе раздела фаз, называется конвективной теплоотдачей. Происходящий в таких же условиях конвективный массообмен называется конвективной массоотдачей.

Конвективная теплоотдача играет важную роль при нагреве металла в низкотемпературных, а иногда и в высокотемпературных (например, в колпаковых для нагрева рулонов) печах. За счет конвективной массоотдачи происходят различные процессы химико-термической обработки металла, связанные с изменением его состава, например, обезуглероживание, науглероживание, азотирование и т. п. Конвективный перенос тепла и массы имеет большое значение и в высокотемпературных пламенных печах, так как в значительной степени определяет распределение температур и концентраций в высокотемпературном газовом потоке.

Как правило, при этом основную роль играет вынужденная конвекция. Однако и свободноконвективный теплообмен имеет определенное значение. Например, именно свободная конвекция

определяет теплоотдачу от внешних ограждений печей в окружающую среду.

Характеристики процессов конвективного тепло- и массообмена зависят от параметров, характеризующих движение жидкости. Если в данной точке потока вектор скорости равен \vec{w} , плотность ρ и температура T , то плотность конвективного теплового потока в этой точке будет равна $\vec{q}_{\text{конв}} = \rho \vec{w} c_p T$, Вт/м², так как плотность потока массы $\rho \vec{w}$, кг/(м²·с), показывает, какая масса жидкости проходит через единицу поверхности за единицу времени, а теплота содержащаяся в единице массы (энтальпия) равна $c_p T$, Дж/кг.

Одновременно в движущейся жидкости происходит и перенос тепла теплопроводностью. При этом плотность теплового потока выражается в соответствии с постулатом Фурье (14.1) как $\vec{q}_{\text{тепл}} = -\lambda \text{grad } T$. Очевидно, что суммарная величина плотности теплового потока в движущейся теплопроводной жидкости должна быть записана в виде $\vec{q} = \vec{q}_{\text{конв}} + \vec{q}_{\text{тепл}}$, или

$$\vec{q} = \rho \vec{w} c_p T - \lambda \text{grad } T. \quad (15.1)$$

Точно так же плотность конвективного потока массы i -й примеси равна $\vec{m}_i \text{ конв} = \rho \vec{w} C_i$, так как $\rho \vec{w}$ есть плотность потока массы смеси, а в каждом килограмме ее содержится C_i килограмм рассматриваемой примеси. Учитывая, что в соответствии с постулатом Фика (15.2) плотность потока массы примеси, обусловленного молекулярной диффузией, равна $\vec{m}_i \text{ дифф} = -\rho D_i \text{grad } C_i$, получим суммарную плотность потока массы i -го компонента смеси

$$\vec{m}_i = \vec{m}_i \text{ конв} + \vec{m}_i \text{ дифф} \quad \text{или} \quad \vec{m}_i = \rho \vec{w} C_i - \rho D_i \text{grad } C_i. \quad (15.2)$$

В случае конвективной теплоотдачи, т. е. конвективного теплообмена между движущейся жидкостью и поверхностью твердого тела, плотность теплового потока на поверхности q_w весьма существенно зависит от скорости и направления движения жидкости, а также от режима движения. Кроме того, эта величина зависит от температур поверхности и жидкости, от физических свойств жидкости (прежде всего, от коэффициента теплопроводности λ), от формы и качества поверхности твердого тела.

Процесс конвективной массоотдачи и величина плотности потока массы на поверхности $m_{i,w}$ определяются всеми указанными

факторами, а кроме того, концентрациями (или парциальными плотностями) переносимой примеси на поверхности и в жидкости.

Таким образом, процессы конвективной тепло- и массоотдачи являются весьма сложными и зависят от большого числа параметров и переменных. В то же время для описания этих процессов используют весьма простые выражения:

формулу Ньютона для теплоотдачи

$$q_w = \alpha (T_0 - T_w) \quad (15.3)$$

и соответствующее выражение для процесса массоотдачи

$$m_{iw} = \beta (\rho_{i0} - \rho_{iw}). \quad (15.4)$$

В этих выражениях: α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К); β — коэффициент массоотдачи, м/с; T_0 и T_w — температуры жидкости и поверхности соответственно; ρ_{i0} и ρ_{iw} — парциальные плотности i -го компонента смеси в жидкости и на поверхности.

Формулу Ньютона для теплоотдачи записывают также в виде

$$q_w = \alpha \Delta T, \quad (15.3, a)$$

где величина $\Delta T = T_0 - T_w$ называется температурным напором.

При постоянной плотности жидкости формулу для массоотдачи можно записать в виде

$$m_{iw} = \rho \beta (C_{i0} - C_{iw}), \quad (15.4, a)$$

где C_{i0} и C_{iw} — соответственно концентрации i -го компонента в жидкости и на поверхности.

В связи с тем, что такие сложные процессы, какими являются конвективные тепло- и массоотдача, описываются столь простыми формулами (15.3) и (15.4), вся сложность этих процессов учитывается коэффициентами теплоотдачи α и массоотдачи β . Эти величины зависят от всех тех факторов, которые влияют на сами процессы тепло- и массоотдачи.

Основная трудность расчета процессов конвективной тепло- и массоотдачи состоит, следовательно, в нахождении коэффициентов α и β . Зная эти величины, легко определить тепловой поток и поток массы — основные величины, необходимые при рассмотрении этих процессов, связанные очевидными соотношениями

ми с плотностью теплового потока и с плотностью потока массы:

$$Q_w = \int_S q_w dS, \text{ или, если } q_w = \text{const}, Q_w = q_w S; M_{iw} = \int_S q_w dS, \text{ или,}$$

если $m_{iw} = \text{const}$, $M_{iw} = m_{iw} S$, где Q_w — поток тепла, Вт; M_{iw} — поток массы, кг/с; S — поверхность тела, м².

В большинстве случаев значения коэффициентов тепло- и массоотдачи определяют с помощью эмпирических формул, полученных путем обработки экспериментальных данных и приводимых в справочниках. Это объясняется либо большими математическими трудностями, связанными с решением соответствующих задач при сложной форме поверхности теплообмена (массообмена) и при сложной картине движения жидкости, либо недостаточной изученностью самого механизма процессов переноса (при турбулентном режиме движения). Однако наибольший интерес с методической точки зрения представляют аналитические (хотя и приближенные) методы определения указанных величин, которые позволяют вскрыть физические особенности соответствующих процессов. Эти методы, позволяющие решать лишь наиболее простые задачи тепло- и массообмена, дают результаты, которые оказываются в качественном отношении удовлетворительными и для других, более сложных случаев.

2. Основные уравнения конвективного тепло- и массообмена

Уравнения конвективной тепло- и массоотдачи

Предположим, что вблизи поверхности некоторого тела произвольной формы движется жидкость (газ), имеющая температуру T_0 . Температура поверхности тела T_w . Скорость жидкости на поверхности тела всегда равна нулю. Очевидно, что перенос тепла через этот бесконечно тонкий неподвижный слой жидкости может осуществляться лишь за счет молекулярной теплопроводности, т. е. этот перенос описывается постулатом Фурье (14.1)

$$q_w = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0},$$

где n — координата, направленная по нормали к поверхности тела, $n = 0$ соответствует точке на поверхности; λ — коэффициент теплопроводности жидкости.

Однако, в соответствии с формулой Ньютона (15.3) для конвективной теплоотдачи, плотность теплового потока на поверхности выражается как

$$q_w = \alpha \Delta T.$$

Приравнивая на основании закона сохранения энергии правые части этих выражений, получим уравнение

$$\alpha \Delta T = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (15.5)$$

которое называется дифференциальным уравнением конвективной теплоотдачи.

Это уравнение позволяет получить формулу для коэффициента теплоотдачи, которая дает возможность найти эту величину, если известно распределение температуры в потоке жидкости вблизи поверхности тела (величины ΔT и λ должны быть заданы):

$$\alpha = \frac{\lambda}{\Delta T} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (15.6)$$

Знаком пренебрегаем, так как коэффициент теплоотдачи принято считать величиной положительной.

Те же самые рассуждения позволяют, исходя из постулата Фика (14.2) и формулы (15.4,а), получить дифференциальное уравнение конвективной массоотдачи

$$\beta \Delta C = -D \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (15.7)$$

где $\Delta C = C_0 - C_w$; здесь и далее индекс i опускаем для сокращения записи, хотя всюду речь идет о переносе одного (i -го) компонента смеси.

Из уравнения (15.7) легко получить формулу для коэффициента массоотдачи, аналогичную (15.6):

$$\beta = \frac{D}{\Delta C} \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_{n=0}, \quad (15.8)$$

которая позволяет найти коэффициент массоотдачи, если известно распределение концентрации примеси в движущейся жидкости вблизи поверхности тела (β — также всегда положительная величина).

Уравнения энергии и конвективной диффузии

Выведем теперь дифференциальные уравнения, которые в общем виде описывают процессы переноса тепла (уравнение энергии) и массы (уравнение конвективной диффузии) в движущейся однофазной жидкой (или газообразной) среде. Путем решения указанных уравнений можно получить распределение температур и концентраций в потоке жидкости.

Заметим, что в связи с уже отмеченной аналогией процессов переноса тепла и массы вывод этих уравнений и их форма также аналогичны. Поэтому рассмотрим подробно вывод уравнения энергии, а затем конспективно повторим его применительно к процессу конвективного массообмена.

Итак, рассматриваем поток жидкости с некоторым произвольным распределением температуры $T(x, y, z, t)$ и скорости $\vec{w}(x, y, z, t)$. Считаем, что жидкость несжимаема, $\rho = \text{const}$, т. е. работой расширения можно пренебречь, а скорость движения не слишком велика, что позволяет не учитывать выделение тепла вследствие вязкого трения; внутренние источники тепла отсутствуют, теплофизические свойства жидкости постоянны.

Рассмотрим элементарный объем dV , представляющий собой прямоугольный параллелепипед с ребрами dx , dy и dz ($dV = dx dy dz$) и связанный с неподвижной системой координат xyz (рис. 15.1). Для этого элементарного объема составим баланс тепла, т. е. на основании закона сохранения энергии приравняем разность между поступившим и вышедшим из параллелепипеда количествами тепла изменению энтальпии жидкости в объеме этого параллелепипеда.

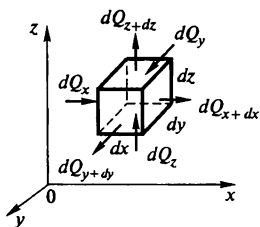


Рис. 15.1. К выводу уравнения энергии

В направлении оси x в параллелепипед за время dt поступает количество тепла $dQ_x = q_x dy dz dt$, через противоположную грань выходит $dQ_{x+dx} = q_{x+dx} dy dz dt$, где плотность теплового потока в этой грани (точнее проекция вектора плотности теплового потока на ось x) находится путем разложения в ряд Тейлора $q_{x+dx} = q_x + (\partial q_x / \partial x) dx$, откуда разность между количеством тепла, поступившим в параллелепипед и вышедшим из него в направ-

лении оси x составит $d^2 Q_x = dQ_x - dQ_{x+dx} = -(\partial q_x / \partial x) dV dt$. Повторяя эти рассуждения для осей y и z , получим, соответственно, $d^2 Q_y \equiv dQ_y - dQ_{y+dy} = -(\partial q_y / \partial y) dV dt$; $d^2 Q_z \equiv dQ_z - dQ_{z+dz} = -(\partial q_z / \partial z) dV dt$. В этих выражениях q_x , q_y и q_z — проекции вектора плотности теплового потока на оси координат.

Суммируя эти выражения, найдем результирующее количество тепла, оставшееся в параллелепипеде за время dt в результате переноса тепла через его объем, т. е. разность между поступившим и вышедшим из параллелепипеда количествами тепла

$$d^2 Q = -(\partial q_x / \partial x + \partial q_y / \partial y + \partial q_z / \partial z) dV dt,$$

или

$$d^2 Q = -\operatorname{div} \vec{q} dV dt. \quad (a)$$

Такой вид полученного результата вполне понятен: $\operatorname{div} \vec{q}$ представляет собой результирующий тепловой поток через замкнутую поверхность, ограничивающую единичный объем, т. е. разность между ушедшим и поступившим количествами теплоты, записанную для единицы объема и для единицы времени. Естественно, что обратная разность (между поступившим и ушедшим количествами теплоты) для объема dV и времени dt будет иметь вид выражения (a).

С другой стороны, изменение энтальпии жидкости в объеме dV за время dt составляет

$$d^2 Q = \rho c_p dV (\partial T / \partial t) dt, \quad (б)$$

где c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Приравнивая на основании закона сохранения энергии правые части выражений (a) и (б), после сокращений получим равенство, выражающее закон сохранения энергии для единицы объема и единицы времени

$$\rho c_p (\partial T / \partial t) = -\operatorname{div} \vec{q}.$$

Процесс переноса тепла обусловлен двумя механизмами: переносом за счет молекулярной теплопроводности и чисто конвективным переносом, обусловленным перемещением тепла вместе с движущейся жидкостью.

Подставляя выражение (15.1) в последнее уравнение, получим

$\rho c_p \partial T / \partial t = -\rho c_p \operatorname{div}(\vec{w}T) + \lambda \operatorname{div} \operatorname{grad} T$ или, разделив обе части на ρc_p и расписав дивергенцию произведения $\vec{w}T$,

$$\partial T / \partial t = -T \operatorname{div} \vec{w} - \vec{w} \operatorname{grad} T + (\lambda / \rho c_p) \nabla^2 T, \quad (в)$$

где

$$\nabla^2 T = \partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2 + \partial^2 T / \partial z^2.$$

Первое слагаемое в правой части этого уравнения содержит дивергенцию вектора скорости, которая для несжимаемой жидкости равна нулю. Переносим второе слагаемое в правой части уравнения (в) налево и учитывая, что $\lambda / \rho c_p = a$, где a — коэффициент температуропроводности, получаем окончательно

$$\partial T / \partial t + \vec{w} \operatorname{grad} T = a \nabla^2 T, \quad (15.9)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T. \quad (15.9, а)$$

Выражение (15.9) представляет собой уравнение энергии (т. е. уравнение переноса тепла в движущейся среде)¹ для несжимаемой жидкости.

Таким образом, уравнение энергии получено на основании закона сохранения энергии, закона сохранения массы (в виде уравнения неразрывности) и постулата Фурье (14.1).

Выражение, стоящее в левой части уравнения энергии (15.9), представляет собой полную производную температуры по времени и включает в себя изменение температуры в данной точке во времени (локальная производная $\partial T / \partial t$), а также изменение температуры во времени, обусловленное перемещением этой точки в поле переменной температуры вместе с движущейся жидкостью (конвективная производная $\vec{w} \operatorname{grad} T$). Эта величина называется субстанциальной производной температуры по времени и обозначается dT/dt .

С учетом этого обозначения уравнение энергии (15.9) принимает вид

$$dT/dt = a \nabla^2 T. \quad (15.9, б)$$

¹ В литературе можно встретить и другие названия этого уравнения: уравнение Фурье—Кирхгофа, уравнение теплопроводности для движущейся жидкости.

Уравнение энергии позволяет при использовании соответствующих краевых условий и при известном распределении вектора скорости $\vec{w}(x, y, z, t)$ рассчитать распределение температуры в потоке жидкости и, в частности, вблизи поверхности твердого тела, что дает возможность определить с помощью формулы (15.6) коэффициент теплоотдачи и, следовательно, рассчитать процесс конвективной теплоотдачи. Однако в большинстве случаев такое решение оказывается связанным со значительными математическими трудностями. В связи с этим приходится использовать уравнение энергии упрощенного вида.

Совершенно так же, как и уравнение энергии, выводится уравнение конвективной диффузии, т. е. уравнение переноса массы примеси в движущейся жидкости. При этом жидкость считается несжимаемой ($\rho = \text{const}$), коэффициент диффузии постоянным, а влиянием теплообмена на перенос массы пренебрегают (точно так же, как пренебрегали влиянием массообмена на перенос тепла).

Рассматривая процесс переноса массы примеси через элементарный параллелепипед с объемом dV за время dt , получим (с помощью тех же рассуждений, что и ранее) выражение для разности между количеством примеси, поступившим в параллелепипед и вышедшим из него $d^2M = -(\partial m_x / \partial x + \partial m_y / \partial y + \partial m_z / \partial z) dV dt$, где m_x, m_y, m_z — проекции вектора плотности потока массы на оси координат, или $d^2M = -\text{div } \vec{m} dV dt$.

Однако изменение количества примеси в объеме dV за время dt есть $d^2M = \rho dV \frac{\partial C}{\partial t} dt$.

Приравнявая на основе закона сохранения массы правые части этих выражений и учитывая, что перенос массы происходит за счет молекулярной диффузии и чисто конвективного механизма, т. е. используя выражение (15.2), получаем после уже знакомых преобразований

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{w} \text{ grad } C = D \nabla^2 C, \quad (15.10)$$

или

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = D \nabla^2 C. \quad (15.10, a)$$

Это уравнение, полученное на основании постулата Фика (14.2) и закона сохранения массы, носит название уравнения конвективной диффузии. Легко видеть, что оно полностью аналогич-

но уравнению энергии (15.9). Выражение, стоящее в левой части уравнения (15.10), представляет собой субстанциальную производную концентрации примеси по времени, поэтому уравнение (15.10) можно записать в виде, аналогичном (15.9, б)

$$dC/dt = D\nabla^2 C. \quad (15.10, б)$$

Решая уравнение конвективной диффузии, можно найти распределение концентрации в потоке жидкости, а следовательно, с помощью формулы (15.8) — коэффициент массоотдачи. Однако трудности, которые при этом возникают, носят тот же характер, что и в случае уравнения энергии, и заставляют обратиться к приближенным методам.

3. Конвективная тепло- и массоотдача при вынужденном движении в случае ламинарного и турбулентного пограничных слоев

Тепловой и диффузионный пограничные слои

Понятия теплового и диффузионного пограничных слоев по существу аналогичны понятию гидродинамического пограничного слоя.

Рассмотрим неограниченный стационарный поток жидкости, движущийся вдоль плоской поверхности (рис. 15.2). Температура жидкости до передней кромки пластины $x = 0$ постоянна по координате y и равна T_0 (температура невозмущенного потока). Температура на поверхности пластины постоянна по ее длине и равна T_w . Температурное поле является стационарным.

Вследствие теплообмена между слоями жидкости, расположенными вблизи поверхности пластины, и этой поверхностью температура указанных слоев изменяется. Жидкость на поверхности пластины имеет температуру, равную температуре поверхности T_w (это условие аналогично условию прилипания в механике вязкой жидкости). На протяжении расстояния δ_T температура жидкости изменяется от T_w на поверхности до температуры невозмущенного потока T_0 . Это расстояние δ_T представляет собой толщину теплового пограничного слоя.

По мере удаления от передней кромки пластины толщина теплового пограничного слоя растет, так как охлаждающее (или нагревающее) влияние поверхности пластины распространяется

вследствие теплопроводности на все новые и новые слои жидкости. Однако этот слой остается тонким, как и гидродинамический пограничный слой, т. е. $\delta_T \ll x$.

Таким образом, тепловой пограничный слой характеризуется тем, что в пределах его толщины имеет место градиент температуры и, следовательно, перенос тепла поперек потока (в направлении оси y) путем молекулярной теплопроводности (при ламинарном режиме). За пределами теплового пограничного слоя ($y = \delta_T$) поперечного переноса тепла нет. Толщина теплового пограничного слоя является функцией продольной координаты x , возрастая по мере удаления от передней кромки пластины, но остается малой по сравнению с x .

Совершенно аналогичный смысл имеет понятие диффузионного пограничного слоя (см. рис. 15.2, обозначения в скобках). В пределах его малой толщины δ_c происходит изменение концентрации примеси от значения C_w (на поверхности) до C_0 (на внешней границе пограничного слоя). Толщина диффузионного пограничного слоя также возрастает по длине пластины вследствие массообмена с поверхностью, но остается малой по сравнению с этой длиной. В пределах диффузионного пограничного слоя имеет место градиент концентрации и, следовательно, происходит поперечный перенос массы примеси путем молекулярной диффузии. За пределами диффузионного пограничного слоя (в невозмущенном потоке) концентрация C_0 постоянна, а потому отсутствует и поперечный перенос массы.

Приведенные рассуждения одинаково справедливы, независимо от того, превышает ли температура невозмущенного потока T_0 (и концентрация примеси в нем C_0) температуру T_w (и концентрацию C_w) на поверхности (как это показано на рис. 15.2), или является меньшей величиной. Это обстоятельство определяет лишь направление теплового потока (и потока массы).

Понятия теплового и диффузионного пограничных слоев из соображений простоты и наглядности рассмотрены для случая

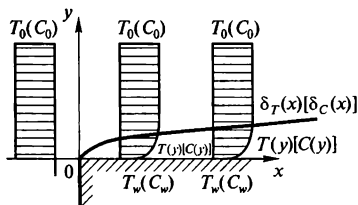


Рис. 15.2. Тепловой и диффузионный пограничные слои на плоской пластине

плоской поверхности. Однако эти понятия равным образом применимы и для поверхности любой другой формы.

Рассмотрим вопрос о соотношении толщин гидродинамического δ , теплового δ_T и диффузионного δ_c пограничных слоев при ламинарном движении жидкости. Так как само возникновение пограничного слоя обусловлено молекулярным переносом соответствующей субстанции (количества движения, тепла, вещества) поперек потока, то толщина его должна определяться интенсивностью процесса переноса. Известно, что характеристиками интенсивности соответствующих процессов переноса являются коэффициенты переноса, т. е. кинематический коэффициент вязкости ν (перенос импульса), коэффициент температуропроводности a (перенос тепла) и коэффициент диффузии D (перенос массы).

Следовательно, соотношение толщин гидродинамического и теплового пограничных слоев должно зависеть от соотношения соответствующих коэффициентов переноса, т. е. кинематического коэффициента вязкости ν и коэффициента температуропроводности a . Безразмерная величина, равная отношению этих коэффициентов, носит название критерия Прандтля

$$Pr = \nu/a. \quad (15.11)$$

Очевидно, что чем больше величина критерия Прандтля, тем интенсивнее происходит поперечный перенос импульса по сравнению с поперечным переносом тепла и тем, следовательно, больше толщина гидродинамического пограничного слоя по сравнению с толщиной теплового.

Критерий Прандтля является физическим параметром данной жидкости или газа [в связи с этим величину, определяемую формулой (15.11), называют физическим критерием Прандтля]. В случае капельных жидкостей эта величина довольно существенно зависит от температуры. Критерием Прандтля для газов практически не зависит ни от температуры, ни от давления.

Заметим, что поскольку на основании определений понятий гидродинамического и теплового пограничных слоев их толщины δ и δ_T должны быть величинами одного порядка, порядок числа Прандтля должен быть равен единице, т. е. $0(Pr) = 1$. Это условие выполняется для газов и неэлектропроводных жидкостей и не выполняется для жидких металлов, которые в связи с наличием электронной проводимости имеют большой коэффициент темпе-

ратуропроводности, а потому характеризуются весьма малыми значениями критерия Прандтля, имеющими порядок $10^{-3} \div 10^{-2}$.

Совершенно так же, соотношение толщин гидродинамического и диффузионного пограничных слоев должно зависеть от соотношения кинематического коэффициента вязкости ν и коэффициента диффузии D . Соответствующая безразмерная величина носит название критерия Шмидта

$$Sc = \nu/D. \quad (15.12)$$

Чем больше величина критерия Шмидта, тем больше толщина гидродинамического пограничного слоя по сравнению с толщиной диффузионного. Критерий Шмидта также является физическим параметром для данной смеси.

Уравнения энергии и конвективной диффузии для ламинарного пограничного слоя

Основное значение понятий теплового и диффузионного пограничных слоев (как и гидродинамического) заключается в том, что эти понятия позволяют упростить исходные уравнения, т. е. уравнения энергии и конвективной диффузии. Убедимся в этом на примере теплового и диффузионного пограничных слоев, образующихся на плоской поверхности.

Исходное уравнение энергии, описывающее случай, представленный на рис. 15.2, т. е. стационарное двухмерное температурное поле в движущейся несжимаемой жидкости, получается как частный случай из уравнения энергии (15.9) при $\partial T/\partial t = 0$, а также $\partial T/\partial z = 0$ (пластина бесконечна в направлении z , и никаких изменений вдоль оси z не происходит) и имеет вид

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (15.13)$$

Оценим теперь порядки всех величин в этом уравнении. При этом учтем, что $0(x) = 1$, $0(y) = \delta_r$, но так как толщины гидродинамического и теплового пограничных слоев — величины одного порядка, то $0(y) = \delta$; как и ранее $0(u) = 1$, $0(v) = \delta$, и, считая, что порядок числа Прандтля равен единице, $0(a) = 0(\nu) = \delta^2$. В результате, принимая $0(T) = 1$, получим, что порядки всех слагаемых в (15.13) равны единице, кроме величины $a \partial^2 T/\partial x^2$, поря-

док которой равен δ^2 . Пренебрегая этим слагаемым, получим вместо (15.13) уравнение энергии для ламинарного пограничного слоя

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (15.14)$$

известное под названием уравнения Польгаузена.

Если учесть, что в соответствии с постулатом Фурье (14.1) плотность поперечного теплового потока в рассматриваемом случае выражается как $q_y = -\lambda \partial T / \partial y$, уравнение (15.14) можно представить в виде

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{\rho c_p} \cdot \frac{\partial q_y}{\partial y}, \quad (15.14, a)$$

так как $a = \lambda / \rho c_p$.

Решая уравнение (15.14) при известном заранее распределении скоростей в пограничном слое и при очевидных граничных условиях, заключающихся в том, что на поверхности ($y = 0$) $T = T_w$, а на внешней границе пограничного слоя ($y = \delta_T$) $T = T_0$, можно получить распределение температур в пограничном слое и, следовательно, найти плотность теплового потока на поверхности, т. е. рассчитать теплоотдачу.

Напомним, что уравнение Польгаузена, как и вся концепция теплового пограничного слоя, справедливо лишь для таких сред, у которых $0(\text{Pr}) = 1$, т. е. для газов и неэлектропроводных жидкостей, и неприменимо для исследования процессов теплообмена в жидких металлах.

Точно так же можно из уравнения конвективной диффузии (15.10), которое в рассматриваемом стационарном двухмерном случае имеет вид

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right), \quad (15.15)$$

получить, считая, что $0(\text{Sc}) = 1$, соответствующее уравнение для ламинарного пограничного слоя

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}. \quad (15.16)$$

С учетом постулата Фика (14.2) уравнение конвективной диффузии для пограничного слоя (15.16) можно представить в виде

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial m_y}{\partial y}. \quad (15.16, a)$$

Граничные условия для уравнения (15.16), очевидно, могут быть записаны следующим образом: при $y = 0$ величина $C = C_w$, при $y = \delta_c$ величина $C = C_0$.

Решая уравнение (15.16) с этими граничными условиями, можно найти распределение концентрации примеси в пограничном слое и, следовательно, рассчитать процесс массоотдачи. Методы решения таких задач, как аналитические, так и численные, известны и опубликованы в специальной литературе.

Однако с целью математического описания процессов тепло- и массоотдачи в ламинарном пограничном слое не будем решать уравнения (15.14) и (15.16), а воспользуемся более простыми приближенными методами теории пограничного слоя. Заметим, что применение указанных методов невозможно без использования уравнений теплового (15.14) и диффузионного (15.16) пограничных слоев.

Уравнения энергии и конвективной диффузии для турбулентного пограничного слоя

Получим теперь уравнения теплового и диффузионного пограничных слоев для случая турбулентного движения жидкости вдоль плоской поверхности.

Как известно, при турбулентном режиме движения компоненты скорости, температура и концентрация примеси являются сложными пульсирующими функциями времени, которые могут быть представлены в виде суммы осредненных по времени и пульсационных значений соответствующих величин: $u = \bar{u} + u'$; $v = \bar{v} + v'$; $T = \bar{T} + T'$; $C = \bar{C} + C'$.

В левой части этих выражений стоят мгновенные значения соответствующих величин, в правой — осредненные по времени значения (отмеченные чертой) и пульсационные (отмеченные штрихом).

В дальнейшем будем рассматривать лишь квазистационарный турбулентный режим, т. е. такой, когда все осредненные величи-

ны не изменяются во времени. В этом случае осредненные значения пульсаций равны нулю т. е. $\bar{u}' = \bar{v}' = \bar{T}' = \bar{C}' = 0$.

Для получения из уравнений (15.14) и (15.16) уравнений энергии и диффузии, относящихся к турбулентному потоку и включающих осредненные величины, поступаем следующим образом. Считаем, что эти уравнения, если в левой части их фигурирует соответствующая локальная производная (т. е. $\partial T/\partial t$ и $\partial C/\partial t$), справедливы для мгновенных значений характеристик турбулентного потока. Затем подставляем вместо мгновенных значений всех входящих в эти уравнения величин их выражения через осредненные и пульсационные значения и производим осреднение этих уравнений по времени. В результате, с учетом того, что локальные производные от осредненных величин равны нулю (режим квазистационарный), а кроме того, равны нулю осредненные пульсации, после простых преобразований получаем уравнение энергии

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho c_p} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (q_y + \rho c_p \bar{v}'T'). \quad (15.17)$$

и уравнение конвективной диффузии

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (m_y + \rho \bar{v}'C') \quad (15.18)$$

для турбулентного пограничного слоя.

В этих уравнениях q_y и m_y представляют собой, соответственно, плотность теплового потока и плотность потока массы, обусловленные молекулярным переносом тепла и вещества $q_y = -\lambda \partial \bar{T}/\partial y$; $m_y = -\rho D \partial \bar{C}/\partial y$.

Сопоставляя уравнения (15.17) и (15.18) с соответствующими уравнениями для ламинарного пограничного слоя (15.14, а) и (15.16, а), замечаем, что несмотря на сходство этих уравнений, между ними имеется и существенное различие, заключающееся в том, что в правой части уравнений (15.17) и (15.18) появляются новые величины $\rho c_p \bar{v}'T'$ и $\rho \bar{v}'C'$. Этот факт отражает принципиальное отличие турбулентного движения от ламинарного, которое состоит в том, что в случае турбулентного движения, помимо молекулярного переноса (в частности, переноса тепла и массы), имеет место и молярный, турбулентный перенос, обусловленный пульсационным поперечным движением турбулентных молей.

Действительно, величина $\rho c_p \overline{v'T'}$ имеет размерность плотности теплового потока и по физическому смыслу представляет собой количество тепла, переносимое через единицу поверхности в единицу времени в направлении, перпендикулярном к потоку. Причем этот процесс осуществляется в результате турбулентного характера движения, т. е. вследствие наличия поперечной пульсации скорости v' . Назовем эту величину плотностью турбулентного теплового потока и обозначим q_{yT} :

$$q_{yT} = \rho c_p \overline{v'T'}. \quad (15.19)$$

Точно так же величина $\rho \overline{v'C'}$ представляет собой плотность турбулентного потока массы, обусловленного молярным переносом примеси в направлении, перпендикулярном к потоку:

$$m_{yT} = \rho \overline{v'C'}. \quad (15.20)$$

С учетом этих обозначений уравнения энергии и конвективной диффузии для турбулентного пограничного слоя принимают вид

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho c_p} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (q_y + q_{yT}); \quad (15.21)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (m_y + m_{yT}). \quad (15.22)$$

В связи с тем, что турбулентный, молярный перенос осуществляется значительно более интенсивно, чем молекулярный, в турбулентной зоне турбулентного пограничного слоя $q_{yT} \gg q_y$ и $m_{yT} \gg m_y$. Поперечный перенос тепла и массы в вязком (ламинарном) подслое осуществляется главным образом за счет молекулярных механизмов, поэтому в вязком подслое $q_{yT} \ll q_y$ и $m_{yT} \ll m_y$.

Появление в уравнениях энергии (15.21) и диффузии (15.22) для турбулентного пограничного слоя дополнительных неизвестных в виде плотности турбулентного потока тепла q_{yT} и массы m_{yT} делает неразрешимыми тепловую и диффузионную задачи, так как в каждом из этих уравнений имеется две неизвестных функции: осредненная температура \bar{T} и плотность турбулентного теплового потока q_{yT} в уравнении энергии (15.21), осредненная концентрация \bar{C} и плотность турбулентного потока массы примеси m_{yT} в уравнении конвективной диффузии (15.22).

Таким образом, для решения каждой из этих задач необходимы дополнительные соотношения, которые получим с помощью полуэмпирической теории турбулентности Прандтля.

Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля для переноса тепла и массы примеси

Задача этой теории применительно к процессам турбулентного переноса тепла и вещества заключается в том, чтобы найти связь между величинами плотности турбулентных потоков тепла и массы и соответствующими осредненными характеристиками. Это означает, что необходимо найти связь между плотностью турбулентного теплового потока q_{yT} и осредненной температурой \bar{T} , а также между плотностью турбулентного потока массы примеси m_{yT} и осредненной концентрацией \bar{C} .

Рассмотрим схематично эту теорию вначале применительно к турбулентному переносу тепла. Предполагаем, что в турбулентном потоке имеется такое расстояние l_T , называемое путем смешения для переноса тепла (аналогичное по смыслу средней длине свободного пробега молекул в кинетической теории газов), на протяжении которого сохраняется постоянной осредненная энтальпия турбулентного моля. Пройдя это расстояние, турбулентный моль скачком (пульсацией) изменяет свою энтальпию, смешиваясь с окружающей жидкостью.

Пусть в плоско-параллельном турбулентном потоке, направленном вдоль оси x , имеется некоторое распределение осредненной температуры по оси y , $\bar{T}(y)$, представленное кривой на рис. 15.3.

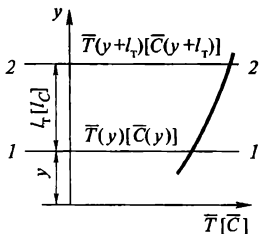


Рис. 15.3. К полуэмпирической теории турбулентности Прандтля для переноса тепла и массы примеси

В некоторой плоскости $I-I$, находящейся на расстоянии y от плоскости отсчета, осредненная температура равна $\bar{T}(y)$. Из этой плоскости выходит турбулентный моль жидкости единичного объема, имеющий массу ρ и энтальпию $\rho c_p \bar{T}(y)$, и движется за счет поперечной пульсации скорости в положительном направлении оси y .

В соответствии с принятым предположением этот моль будет сохранять постоянной свою осредненную энтальпию $\rho c_p \bar{T}(y)$ на протяжении пути смешения l_T , а пройдя этот

путь, скачком изменит энтальпию на величину, соответствующую пульсации температуры, т. е. на величину $\rho c_p T'$. В результате моль будет иметь энтальпию, соответствующую осредненной температуре в плоскости 2—2, т. е. $\rho c_p \bar{T}(y + l_T)$.

Таким образом, получаем $\rho c_p \bar{T}(y + l_T) = \rho c_p \bar{T}(y) + \rho c_p T'$, или, разделив обе части этого выражения на постоянные величины плотности и теплоемкости, $\bar{T}(y + l_T) = \bar{T}(y) + T'$, откуда $T' = \bar{T}(y + l_T) - \bar{T}(y)$.

Считая, что путь смещения для переноса тепла l_T величина малая, разложим функцию $\bar{T}(y + l_T)$ в ряд Тейлора и ограничимся (вследствие малости l_T) первыми двумя членами разложения:

$$\bar{T}(y + l_T) = \bar{T}(y) + l_T(\partial \bar{T} / \partial y).$$

Подставив последнюю формулу в предыдущее равенство, получим выражение для пульсации температуры

$$T' = l_T \cdot \partial \bar{T} / \partial y.$$

Ранее, при рассмотрении полуэмпирической теории Прандтля для турбулентного переноса количества движения, было получено аналогичное выражение для поперечной пульсации скорости:

$$v' = -l_u (\partial \bar{u} / \partial y),$$

где l_u — путь смещения для переноса импульса. Заметим, что эта величина отличается от пути смещения для переноса тепла l_T . Подставляя два последних выражения в равенство (15.19), получим формулу Прандтля для плотности турбулентного теплового потока

$$q_{yt} = -\rho c_p l_u l_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}. \quad (15.23)$$

Аналогичные рассуждения позволяют получить соответствующую формулу для плотности турбулентного потока массы. Рассматривая перенос вещества единичным турбулентным молекул жидкости (см. рис. 15.3, обозначения в квадратных скобках) и считая, что на протяжении пути смещения для переноса вещества l_c сохраняется постоянным количество примеси, содержащееся в этом моле $\rho \bar{C}(y)$, получим выражение для пульсации концентрации:

$$C' = l_c \cdot \partial \bar{C} / \partial y.$$

Подставляя выражения для C' и v' в равенство (15.20), получаем формулу Прандтля для плотности турбулентного потока массы:

$$m_{yT} = -\rho l_u l_c \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \quad (15.24)$$

Рассмотрим теперь вопрос о соотношении величин пути смешения для переноса количества движения l_u , тепла l_T и вещества l_c .

Легко показать, что формула Прандтля для турбулентного касательного напряжения трения (11.14), т. е. для плотности турбулентного потока количества движения, может быть представлена в том же виде, что и формула Ньютона для трения в ламинарном потоке

$$\tau_T = \rho \nu_T \cdot \partial \bar{u} / \partial y,$$

где ν_T — кинематический коэффициент турбулентной вязкости,

$$\nu_T = l_u^2 \cdot \partial \bar{u} / \partial y.$$

Аналогичным способом можно получить соответствующие формулы для турбулентного переноса тепла и вещества.

Сопоставляя выражение постулата Фурье для переноса тепла в ламинарном потоке

$$q_y = -\rho c_p a \cdot \partial T / \partial y$$

с формулой Прандтля (15.23) для турбулентного переноса тепла, легко видеть, что последняя может быть записана в виде

$$q_{yT} = -\rho c_p a_T \cdot \partial \bar{T} / \partial y, \quad (15.25)$$

где a_T — коэффициент турбулентной температуропроводности,

$$a_T = l_u l_T \cdot \partial \bar{u} / \partial y. \quad (15.26)$$

Точно так же, сопоставляя выражение закона Фика для переноса вещества в ламинарном потоке $m_y = -\rho D (\partial C / \partial y)$ с формулой Прандтля (15.24) для турбулентного переноса вещества, получим

$$m_{yT} = -\rho D_T \cdot \partial \bar{C} / \partial y. \quad (15.27)$$

где D_T — коэффициент турбулентной диффузии,

$$D_T = l_u l_c \cdot \partial \bar{u} / \partial y. \quad (15.28)$$

Имеем, таким образом, выражения для трех коэффициентов турбулентного переноса, т. е. для величин, характеризующих интенсивность процессов турбулентного переноса импульса (ν_T), тепла (a_T) и вещества (D_T). Эти величины измеряются в тех же единицах, что и соответствующие коэффициенты молекулярного переноса (m^2/c). Однако между этими двумя группами величин имеется глубоко принципиальное различие. Если коэффициенты молекулярного переноса (ν , a и D) являются физическими параметрами вещества, т. е. определяются физической природой жидкости (или газа), то коэффициенты турбулентного переноса (ν_T , a_T и D_T), как это видно из соответствующих формул, являются характеристиками движения, зависящими от распределения осредненной скорости в потоке, от пути смешения, но не зависящими от природы вещества.

Так же, как и в случае процессов молекулярного переноса, можно ввести величины, характеризующие соотношения интенсивностей соответствующих процессов турбулентного переноса (т. е. коэффициентов турбулентного переноса): $Pr_T = \nu_T / a_T$; $Sc_T = \nu_T / D_T$, где величину Pr_T называют турбулентным критерием Прандтля, а величину Sc_T — турбулентным критерием Шмидта. Если в эти выражения подставить формулы для соответствующих коэффициентов переноса, получим

$$Pr_T = l_u / l_T, \quad (15.29)$$

$$Sc_T = l_u / l_c. \quad (15.30)$$

Понятно, что турбулентные критерии Прандтля и Шмидта, в отличие от соответствующих молекулярных характеристик, не являются физическими параметрами вещества, а представляют собой параметры движения.

Экспериментальные исследования показывают, что тепло и вещество переносятся в турбулентном потоке с большей интенсивностью, чем количество движения, т. е. $a_T > \nu_T$ и $D_T > \nu_T$ ($Pr_T < 1$, $Sc_T < 1$). Что же касается процессов турбулентного переноса тепла и вещества, то оказывается, что интенсивности этих процес-

сов совпадают, т. е. $a_T = D_T$ и $Pr_T = Sc_T$. Этот результат является вполне естественным, так как механизм турбулентного переноса тепла и вещества один и тот же.

Из этих результатов, учитывая выражения (15.29) и (15.30), следует, что пути смешения для переноса тепла и вещества равны, т. е. $l_T = l_c$, но $l_T > l_u$.

Более того, эксперименты показывают, что отношение интенсивностей процессов турбулентного переноса импульса и тепла (вещества), т. е. турбулентное число Прандтля (Шмидта), является величиной практически постоянной, независимо от конкретных особенностей турбулентного потока и приблизительно равной 0,75, т. е.

$$Pr_T = l_u/l_T = 0,75. \quad (15.31)$$

Таким образом, если известна эмпирическая константа, связывающая путь смешения для переноса импульса l_u с координатой, то искать соответствующую константу с целью определения пути смешения для переноса тепла (вещества) l_T (l_c) нет необходимости, достаточно воспользоваться соотношением (15.31).

Итак, расчет процессов тепло- и массоотдачи в турбулентном пограничном слое можно выполнять путем решения уравнений энергии (15.21) и конвективной диффузии (15.22) с учетом формул Прандтля для турбулентного потока тепла (15.23) и вещества (15.24) и с соответствующими граничными условиями, которые не отличаются от граничных условий для ламинарного случая.

Уравнения теплового потока и потока массы примеси для пограничного слоя (метод Г. Н. Кружилина)

Для расчета процессов конвективной тепло- и массоотдачи как при ламинарном, так и при турбулентном движении в пограничном слое совершенно не обязательно решать уравнения энергии и конвективной диффузии, для этого можно воспользоваться более простыми приближенными методами, каковыми являются интегральные методы теории пограничного слоя.

Эти методы заключаются в том, что с помощью приближенного описания распределения температуры или концентрации по толщине пограничного слоя, используя некоторые простые интегральные соотношения, выражающие законы сохранения энергии или массы примеси, находят толщину соответствующего погранич-

ного слоя (теплового или диффузионного), а зная эту величину, нетрудно определить коэффициенты тепло- и массоотдачи.

Уравнения теплового потока и потока массы примеси для пограничного слоя как раз и являются такими интегральными соотношениями, позволяющими при известном распределении температуры или концентрации найти толщину теплового или диффузионного пограничного слоя.

Получим вначале уравнение теплового потока для пограничного слоя, рассмотрев баланс тепла для некоторого объема, выделенного в пределах пограничного слоя. Этот объем ограничен плоскостями 1—2 и 3—4 (рис. 15.4), перпендикулярными оси x и отстоящими одна от другой на расстояние dx , а также поверхностью пластины и параллельной ей плоскостью 2—3, расположенной на расстоянии L от поверхности. Причем $L > \delta_T$ и $L > \delta$, т. е. плоскость 2—3 расположена за пределами как теплового, так и гидродинамического пограничных слоев. В направлении оси z , перпендикулярном к плоскости чертежа, размер выделенного параллелепипеда принимаем равным единице (размер пластины и потока в этом направлении неограничен).

Рассматриваем стационарное движение жидкости в положительном направлении оси x и стационарное температурное поле. Жидкость несжимаема ($\rho = \text{const}$), теплофизические параметры постоянны.

На основании закона сохранения энергии получаем, что при стационарном тепловом режиме алгебраическая сумма тепловых потоков, проходящих через все плоскости, ограничивающие параллелепипед, равна нулю:

$$Q_{1-2} + Q_{3-4} + Q_{2-3} + Q_{1-4} = 0, \quad (a)$$

где Q_{1-2} , Q_{3-4} , Q_{2-3} и Q_{1-4} — тепловые потоки, проходящие соответственно через плоскости 1—2, 3—4, 2—3 и 1—4. Потоки тепла, поступающие в параллелепипед, будем считать положительными, уходящие — отрицательными.

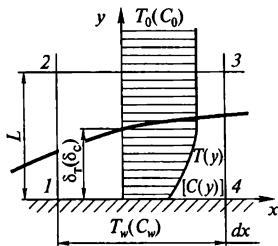


Рис. 15.4. К выводу уравнений потока тепла и потока массы примеси для пограничного слоя

Через элемент dy поверхности $1-2$ за единицу времени в параллелепипед поступает количество тепла, равное $\rho u c_p T dy$. Так как $T = T(y)$ и $u = u(y)$, тепловой поток, проходящий через всю плоскость $1-2$, составит

$$Q_{1-2} = \int_0^L \rho u c_p T dy.$$

На протяжении расстояния dx между плоскостями $1-2$ и $3-4$ этот тепловой поток изменяется на величину

$$dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho c_p u T dy,$$

а потому тепловой поток через плоскость $3-4$ выражается как

$$Q_{3-4} = - \left(\int_0^L \rho c_p u T dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho c_p u T dy \right).$$

Знак минус показывает, что через плоскость $3-4$ тепло вместе с движущейся жидкостью уходит из параллелепипеда.

Так как температура жидкости в плоскости $2-3$ есть температура невозмущенного потока T_0 , следовательно, поток тепла через эту плоскость можно представить в виде

$$Q_{2-3} = -M_{2-3} c_p T_0,$$

где M_{2-3} — поток массы жидкости, вытекающий через плоскость $2-3$.

Последнюю величину легко найти, рассмотрев количества жидкости, проходящие через плоскости $1-2$ и $3-4$. Действительно, поток массы через плоскость $1-2$ составляет

$$M_{1-2} = \int_0^L \rho u dy.$$

Этот поток на протяжении расстояния dx изменяется на величину

$$dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy,$$

т. е. поток массы жидкости через плоскость 3—4 равен

$$M_{3-4} = \int_0^L \rho u dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy.$$

Разность между потоками M_{1-2} и M_{3-4} как раз и составит поток массы через плоскость 2—3, так как жидкость несжимаема:

$$M_{2-3} = -dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy.$$

Таким образом, поток тепла через плоскость 2—3 выражается следующим образом:

$$Q_{2-3} = c_p T_0 dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u dy.$$

или, учитывая, что $T_0 = \text{const}$ и $c_p = \text{const}$,

$$Q_{2-3} = dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho c_p T_0 u dy.$$

Поток тепла, проходящий через плоскость 1—4, т. е. передаваемый пластине (или от пластины), определяется очевидным образом:

$$Q_{1-4} = q_w dx,$$

где q_w — как и ранее, плотность теплового потока на поверхности.

Подставляя найденные выражения для тепловых потоков в уравнение баланса тепла (а), получаем

$$dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u c_p T_0 dy - dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u c_p T dy + q_w dx = 0,$$

или, объединяя интегралы и разделив обе части на dx ,

$$\frac{d}{dx} \int_0^L \rho u c_p (T_0 - T) dy = -q_w.$$

В связи с тем, что при $y \geq \delta_T$ температура постоянна и равна температуре невозмущенного потока T_0 , т. е. стоящая в подын-

тегральном выражении разность температур при $y \geq \delta_T$ обращается в нуль, верхний предел интегрирования заменяем на δ_T ,

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \rho u c_p (T_0 - T) dy = -q_w.$$

Рассмотрим смысл этого уравнения. Интеграл под знаком производной по x представляет собой избыточный по отношению к невозмущенному потоку (разность температур под знаком интеграла может быть как положительной, так и отрицательной) конвективный тепловой поток, отнесенный к единице ширины, т. е. размера по оси z , Вт/м. Производная от этой величины по координате x есть изменение избыточного теплового потока, переносимого конвекцией вдоль поверхности пластины на единице этой поверхности. Естественно, что эта величина равна тому количеству тепла, которое эта единица поверхности получает за единицу времени от движущейся жидкости или отдает ей.

Разделив обе части последнего уравнения на постоянную величину ρc_p , получим стандартную форму уравнения теплового потока для пограничного слоя:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} u (T_0 - T) dy = -\frac{q_w}{\rho c_p}, \quad (15.32)$$

Уравнение теплового потока в форме (15.32) справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного пограничного слоя, поскольку нигде в выводе этого уравнения не был обусловлен механизм поперечного переноса тепла. Понятно, что в случае турбулентного режима все величины, входящие в уравнение (15.32), являются осредненными по времени.

Учитывая, что в случае ламинарного движения в пограничном слое плотность теплового потока на поверхности может быть выражена в соответствии с постулатом Фурье (14.1) как

$$q_w = -\lambda (\partial T / \partial y)_{y=0},$$

представим уравнение (15.32) в форме, справедливой лишь для ламинарного пограничного слоя

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} u (T_0 - T) dy = a \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (15.32, a)$$

Совершенно аналогично выводится уравнение потока массы для пограничного слоя в случае постоянной плотности жидкости. Поэтому лишь кратко повторим приведенный выше вывод применительно к диффузионному пограничному слою (см. рис. 15.4, обозначения в скобках).

Закон сохранения массы i -го компонента смеси для выделенного параллелепипеда дает

$$M_{1-2}^i + M_{3-4}^i + M_{2-3}^i + M_{1-4}^i = 0,$$

где M_{1-2}^i , M_{3-4}^i , M_{2-3}^i , M_{1-4}^i — потоки массы примеси, проходящие через соответствующие грани параллелепипеда и выражающиеся следующим образом:

$$M_{1-2}^i = \int_0^L \rho u C dy;$$

$$M_{3-4}^i = - \left(\int_0^L \rho u C dy + dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u C dy \right);$$

$$M_{2-3}^i = dx \frac{d}{dx} \int_0^L \rho u C_0 dy;$$

$$M_{1-4}^i = m_w^i dx,$$

где m_w^i — плотность потока массы примеси на поверхности пластины.

Подставляя эти выражения в исходное уравнение баланса массы примеси, после простых преобразований получаем уравнение

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_c} u (C_0 - C) dy = - \frac{m_w^i}{\rho}, \quad (15.33)$$

аналогичное (15.32) и называемое уравнением потока массы примеси для пограничного слоя. Физический смысл этого уравнения также очевиден. Оно показывает, что изменение потока массы примеси, переносимого конвекцией в пограничном слое, обусловлено массообменом с поверхностью тела, т. е. массоотдачей.

Уравнение потока массы для пограничного слоя в форме (15.33) справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного режима движения. В последнем случае все входящие в уравнение (15.33) величины являются осредненными по времени.

Так как при ламинарном движении поперечный перенос вещества обусловлен молекулярной диффузией, плотность потока массы примеси на поверхности можно выразить с помощью постулата Фика (14.2)

$$m_w^i = -\rho D (\partial C / \partial y)_{y=0}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (15.33), получим уравнение потока массы примеси для ламинарного пограничного слоя

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_c} u (C_0 - C) dy = D \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (15.33, a)$$

Значение полученных уравнений состоит в том, что они позволяют, приближенно описав распределение температуры или концентрации поперек пограничного слоя, найти толщину теплового или диффузионного пограничного слоя, что, в свою очередь, дает возможность определить коэффициенты тепло- и массоотдачи. Покажем это на примере ламинарного пограничного слоя на плоской пластине.

Расчет тепло- и массоотдачи в случае ламинарного пограничного слоя при вынужденном движении

Вначале рассмотрим процесс теплоотдачи в ламинарном пограничном слое на плоской пластине. Задача состоит в определении связи коэффициента теплоотдачи α с координатой x и с основными параметрами процесса. Для решения ее необходимо предварительно определить толщину теплового пограничного слоя δ_T путем решения уравнения (15.32, а), что возможно, если известно, как распределены скорость $u(y)$ и температура $T(y)$ по толщине теплового пограничного слоя.

Что касается распределения скорости, то при исследовании гидродинамического ламинарного пограничного слоя на плоской пластине (см. гл. 11) мы приближенно описали его с помощью полинома третьей степени и, определив коэффициенты этого полинома из граничных условий, получили, что скорость распределена по толщине гидродинамического пограничного слоя следующим образом:

$$u(y) = u_0 \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right],$$

или в безразмерном виде (11.19, а)

$$\frac{u}{u_0} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3,$$

где δ — толщина гидродинамического пограничного слоя, известная из решения динамической задачи функция координаты x , u_0 — скорость за пределами гидродинамического пограничного слоя.

Таким образом, если толщина теплового пограничного слоя δ_T не превышает толщину гидродинамического слоя δ , т. е. если $\delta_T/\delta \leq 1$, можно использовать эти выражения в уравнении (15.32, а), так как интегрирование в левой части этого уравнения проводится в пределах толщины теплового пограничного слоя.

Прежде чем перейти к отысканию распределения температуры по толщине теплового пограничного слоя, для облегчения этой задачи введем новую переменную — избыточную температуру, определив ее как $\vartheta = T - T_w$. Тогда, очевидно, на поверхности пластины, т. е. при $y = 0$, будем иметь $\vartheta(0) = 0$, а на границе теплового пограничного слоя, т. е. при $y = \delta_T$ $\vartheta(\delta_T) = \vartheta_0 = T_0 - T_w \equiv \Delta T$ (температурный напор).

Очевидно также, что форма уравнения теплового потока для этой новой переменной не изменится, т. е. это уравнение, записанное в терминах избыточной температуры, будет иметь вид

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} u (\vartheta_0 - \vartheta) dy = a \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (15.34)$$

Для отыскания распределения избыточной температуры ϑ по толщине теплового пограничного слоя воспользуемся тем же методом, который применяли при исследовании гидродинамического пограничного слоя. Положим, что это распределение может быть приближенно описано (аппроксимировано) с помощью полинома третьей степени

$$\vartheta = a + by + cy^2 + dy^3, \quad (а)$$

где постоянные коэффициенты a , b , c и d должны быть найдены из граничных условий для избыточной температуры.

Указанные граничные условия имеют следующий вид:

- 1) при $y = 0$ $\vartheta = 0$; 2) при $y = 0$ $\partial^2 \vartheta / \partial y^2 = 0$;
- 3) при $y = \delta_T$ $\vartheta = \vartheta_0$; 4) при $y = \delta_T$ $\partial \vartheta / \partial y = 0$.

Из этих граничных условий первое и третье являются очевидными. Второе граничное условие вытекает из уравнения энергии для пограничного слоя (15.14). Действительно, так как на поверхности пластины, т. е. при $y = 0$, $u = 0$ (условие прилипания) и $v = 0$ (условие непроницаемости поверхности пластины¹), следовательно $\partial^2 T / \partial y^2 = 0$, или, что то же, $\partial^2 \vartheta / \partial y^2 = 0$. Четвертое граничное условие представляет собой условие плавного перехода от температуры, переменной в пределах пограничного слоя, к постоянной температуре невозмущенного потока.

Используя приведенные граничные условия, легко получить значения четырех постоянных коэффициентов в выражении (а) (они имеют тот же вид, что и для профиля скорости в связи с идентичностью граничных условий для скорости и для избыточной температуры): $a = 0$; $b = (3/2) \vartheta_0 / \delta_T$; $c = 0$; $d = -(1/2) \vartheta_0 / \delta_T^3$.

Таким образом, профиль избыточной температуры имеет приближенно следующий вид:

$$\vartheta = \vartheta_0 \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right] \quad (15.35)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3. \quad (15.35, a)$$

Теперь нетрудно взять интеграл в левой части уравнения теплового потока (15.34), который представим в следующем виде:

$$\int_0^{\delta_T} u (\vartheta_0 - \vartheta) dy = u_0 \vartheta_0 \delta \int_0^{\delta_T/\delta} \frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_0} \right) d \left(\frac{y}{\delta} \right),$$

где величины u_0 , ϑ_0 и δ (толщина гидродинамического пограничного слоя) вынесены за знак интеграла в связи с тем, что они не

¹ Заметим, что равенство нулю поперечной компоненты скорости на поверхности пластины строго справедливо только при отсутствии массообмена на поверхности. Действительно, при наличии массообмена частицы вещества с поверхности переходят в жидкость (либо из жидкости на поверхность), т. е. $v(0) \neq 0$. Таким образом, приведенные здесь выкладки справедливы либо при отсутствии массоотдачи, либо при небольшой ее интенсивности.

зависят от y . Подставляя сюда выражения (11.19) и (15.35, а) для безразмерных скорости и избыточной температуры, получим

$$\int_0^{\delta_T} u(\vartheta_0 - \vartheta) dy = u_0 \vartheta_0 \delta \left[\frac{3}{20} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^2 - \frac{3}{280} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^4 \right],$$

где вторым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь, так как по принятому условию $\delta_T/\delta \leq 1$. Обозначив $\delta_T/\delta = \gamma$, получим

$$\int_0^{\delta_T} u(\vartheta_0 - \vartheta) dy = \frac{3}{20} u_0 \vartheta_0 \delta \gamma^2.$$

Величину, стоящую в правой части уравнения теплового потока (15.34), легко найти, зная распределение избыточной температуры (15.35):

$$a(\partial \vartheta / \partial y)_{y=0} = 3a \vartheta_0 / 2\delta_T = 3a \vartheta_0 / 2\delta \gamma.$$

Подставляя полученные результаты в уравнение теплового потока (15.34), после сокращений получаем $0,1 u_0 \delta \gamma \times d(\delta \gamma^2)/dx = a$, откуда, выполняя операцию дифференцирования, с учетом того, что и δ и γ суть функции x (δ — известная функция, а γ — неизвестная), получаем уравнение $0,1 u_0 (2\gamma^2 \delta^2 \cdot d\gamma/dx + \delta \gamma^3 \cdot d\delta/dx) = a$. Подставляя сюда полученные при решении динамической задачи (см. гл. 11) результаты: $\delta \cdot d\delta/dx = 140\nu/13u_0$ и $\delta^2 = 280\nu x/13u_0$, получим дифференциальное уравнение, в котором неизвестной функцией от x является отношение толщин теплового и гидродинамического пограничных слоев γ :

$$\frac{4}{3} x \frac{d(\gamma^3)}{dx} + \gamma^3 = \frac{13}{14} \frac{1}{Pr}. \quad (r)$$

Решение этого уравнения находится весьма просто. Введем новую искомую функцию $\varepsilon = \gamma^3 - 13/(14Pr)$. Тогда получим уравнение

$$\frac{4}{3} x \frac{d\varepsilon}{dx} = -\varepsilon,$$

в котором можно разделить переменные. При этом, однако, придется делить на ε , предполагая, что $\varepsilon \neq 0$, что означает потерю первого частного решения

$$\varepsilon = 0.$$

Чтобы найти второе частное решение, разделим переменные

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -\frac{3}{4} \frac{dx}{x}.$$

Интегрируя, получаем

$$\ln \varepsilon = -(3/4) \ln x + \ln C,$$

откуда после потенцирования находим второе частное решение

$$\varepsilon = Cx^{-3/4},$$

где C — произвольная постоянная.

Полученное решение, однако, является расходящимся, т. е. при $x \rightarrow 0$ $\varepsilon \rightarrow \infty$. Это значит, что на передней кромке пластины и вблизи нее толщина теплового пограничного слоя огромна по сравнению с толщиной гидродинамического, что, конечно, лишено физического смысла.

Таким образом, единственным решением является первое частное решение. Отсюда получаем $\gamma^3 = 13/(14 \text{ Pr})$, или $\gamma = 1/(1,026 \sqrt[3]{\text{Pr}})$. С учетом точности нашего приближенного расчета можно принять

$$\delta_T/\delta \equiv \gamma \approx \text{Pr}^{-1/3}. \quad (15.36)$$

Таким образом, полученный результат подтверждает высказанное ранее предположение о том, что соотношение толщин теплового и гидродинамического пограничных слоев определяется величиной критерия Прандтля.

Решение (15.36) позволяет выяснить, для каких случаев справедлив проведенный анализ. Действительно, все приведенные здесь выкладки справедливы при условии $\delta_T/\delta \leq 1$, что в соответствии с формулой (15.36) означает $\text{Pr} \geq 1$. Это условие удовлетворяется для капельных жидкостей (неэлектропроводных), для которых, следовательно, вполне справедливы эти и приводимые ниже результаты. Для газов число Прандтля заключено в пределах $0,6 \leq \text{Pr} \leq 1$, т. е. строго говоря, условие $\gamma \leq 1$ не выполняется. Однако даже при минимальном для газов значении числа Прандтля ошибка, связанная с нарушением указанного условия, невелика, и полученные выводы можно считать справедливыми.

Эти выводы, однако, совершенно несправедливы для теплоотдачи при движении жидких металлов, которые в связи с наличием электронной проводимости имеют весьма высокий коэффициент теплопроводности (а следовательно, и температуропроводности). Для жидких металлов $Pr \ll 1$.

В связи с тем, что изменение толщины гидродинамического пограничного слоя по длине пластины известно из решения динамической задачи

$$\delta = 4,64 x Re_x^{-0,5},$$

формула (15.36) позволяет найти выражение для толщины теплового пограничного слоя:

$$\delta_T = 4,64 x Re_x^{-0,5} Pr^{-1/3}, \quad (15.37)$$

где Re_x — число Рейнольдса, в котором роль характерного размера играет текущее расстояние от передней кромки пластины, $Re_x = u_0 x / \nu$. Полученный результат позволяет проанализировать зависимость толщины теплового пограничного слоя от различных переменных и параметров процесса:

1) она, как и толщина гидродинамического пограничного слоя, растет вдоль поверхности пропорционально $x^{0,5}$, что объясняется проникновением, по мере продвижения вдоль поверхности, теплового воздействия стенки все дальше и дальше в невозмущенный поток вследствие поперечного переноса теплоты;

2) она будет тем большей, чем больше коэффициент температуропроводности жидкости ($\delta_T \sim a^{1/3}$), так как увеличение a означает увеличение интенсивности поперечного переноса теплоты за счет молекулярной теплопроводности;

3) она уменьшается при увеличении скорости невозмущенного потока u_0 ($\delta_T \sim u_0^{-0,5}$), что объясняется интенсификацией конвективного, продольного переноса теплоты, приводящей к более интенсивному проникновению невозмущенного потока в пограничный слой.

Теперь, зная толщину теплового пограничного слоя, нетрудно определить коэффициент теплоотдачи. Действительно, из формулы (15.6) имеем

$$\alpha = (\lambda / \Delta T) (\partial T / \partial y)_{y=0},$$

где величина градиента температуры на поверхности пластины уже известна:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3 \vartheta_0}{2 \delta_T} = \frac{3 \Delta T}{2 \delta_T}.$$

Подставляя это выражение в предыдущую формулу, получаем

$$\alpha = \frac{3 \lambda}{2 \delta_T}. \quad (15.38)$$

Следовательно, коэффициент теплоотдачи обратно пропорционален толщине теплового пограничного слоя, так как чем больше эта толщина, тем больше сопротивление переносу тепла через пограничный слой, тем меньше градиент температуры на стенке и тем меньше коэффициент теплоотдачи.

Подставив в формулу (15.38) полученное решение для толщины теплового пограничного слоя (15.37), найдем выражение, показывающее, как изменяется коэффициент теплоотдачи по длине пластины:

$$\alpha = 0,332 \frac{\lambda}{x} \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{1/3}. \quad (15.39)$$

Таким образом, коэффициент теплоотдачи уменьшается по длине пластины обратно пропорционально $x^{0,5}$:

$$\alpha = C/\sqrt{x}, \quad (15.39, a)$$

где в коэффициент C включены все постоянные величины, фигурирующие в формуле (15.39). Такой характер изменения коэффициента теплоотдачи по длине пластины объясняется тем, что по мере удаления от переднего края пластины толщина теплового пограничного слоя увеличивается; в то же время разность температур (температурный напор) по толщине пограничного слоя $\Delta T = T_0 - T_w$ остается неизменной. Поэтому по мере удаления от передней кромки пластины поперечный градиент температуры на поверхности уменьшается, что приводит к уменьшению коэффициента теплоотдачи.

Из выражения (15.39) следует также, что коэффициент теплоотдачи увеличивается при увеличении скорости невозмущенного потока ($\alpha \sim u_0^{0,5}$), что и понятно, так как при этом уменьшается толщина теплового пограничного слоя, и оказывается тем боль-

шим, чем больше коэффициент температуропроводности жидкости, так как при этом увеличивается интенсивность молекулярного переноса теплоты поперек потока.

Выражение (15.39) легко представить в безразмерном виде. Действительно, умножив обе части этого выражения на x и разделив на λ , получим в левой его части безразмерную величину $\alpha x / \lambda = Nu$, которая называется числом Нуссельта и представляет собой безразмерный коэффициент теплоотдачи. Таким образом, формула для коэффициента теплоотдачи имеет в безразмерной форме следующий вид:

$$Nu = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3}. \quad (15.40)$$

Совершенно аналогичным образом с помощью уравнения потока массы примеси для пограничного слоя (15.33, а) можно рассчитать процесс массоотдачи при ламинарном движении жидкости вдоль плоской поверхности. При этом, однако, необходимо предположить, что интенсивность массоотдачи настолько невелика, что поперечная компонента скорости на поверхности близка к нулю $v(0) \approx 0$. В противном случае граничное условие $(\partial^2 C / \partial y^2)_{y=0} = 0$ не выполняется и решение задачи весьма существенно усложняется.

Полагая, как и ранее, что толщина диффузионного пограничного слоя не превышает толщины гидродинамического, получим

$$\delta_c / \delta = 1 / \sqrt[3]{Sc}, \quad (15.41)$$

что соответствует выдвинутому ранее предположению о зависимости соотношения толщин диффузионного и гидродинамического пограничных слоев от критерия Шмидта.

Подставив в выражение (15.41) формулу (11.20) для толщины гидродинамического пограничного слоя, найдем закон изменения толщины диффузионного пограничного слоя по длине пластины:

$$\delta_c = 4,64x Re_x^{-0,5} Sc^{-1/3}. \quad (15.42)$$

Используя формулу (15.8), полученную из дифференциального уравнения конвективной массоотдачи (15.7) и имеющую в рассматриваемом случае вид

$$\beta = (D/\Delta C) (\partial C / \partial y)_{y=0},$$

найдем связь между коэффициентом массоотдачи и толщиной диффузионного пограничного слоя

$$\beta = \frac{3}{2} \frac{D}{\delta_c}. \quad (15.43)$$

Таким образом, коэффициент массоотдачи также обратно пропорционален толщине диффузионного пограничного слоя, что обусловлено возрастанием сопротивления поперечному переносу массы и уменьшением градиента концентрации примеси на поверхности по мере увеличения толщины пограничного слоя.

Формулы (15.42) и (15.43) позволяют определить, как изменяется коэффициент массоотдачи по длине пластины:

$$\beta = 0,332 \frac{D}{x} \sqrt{\text{Re}_x} \sqrt[3]{\text{Sc}}. \quad (15.44)$$

Уменьшение β по мере удаления от передней кромки пластины так же, как и в случае теплоотдачи, обусловлено нарастанием толщины диффузионного пограничного слоя.

Разделив обе части выражения (15.44) на D и умножив на x , получим в левой его части безразмерную величину $\beta x/D = \text{Sh}$, аналогичную числу Нуссельта, представляющую собой безразмерный коэффициент массоотдачи и называемую числом Шервуда. В результате формула (15.44) приобретает следующий вид:

$$\text{Sh} = 0,332 \text{Re}_x^{0,5} \text{Sc}^{1/3}, \quad (15.45)$$

где все величины являются безразмерными.

Приведенные здесь результаты, полученные для процесса массоотдачи, полностью аналогичны соответствующим результатам, относящимся к процессу теплоотдачи. Необходимо отметить, что столь полное сходство этих результатов получается только в том случае, когда можно пренебречь взаимным влиянием процессов переноса тепла и массы, а также влиянием процессов массообмена на граничные условия соответствующих задач. В противном случае указанная аналогия носит лишь приближенный характер.

Принципиальный характер полученных результатов имеет не частное (для данной формы поверхности и для данной картины движения жидкости), а всеобщее значение. Во всех случаях конвективная теплоотдача при вынужденном движении описывается зависимостями вида $\text{Nu} = \text{Nu}(\text{Re}, \text{Pr})$, а конвективная массоотдача — зависимостями вида $\text{Sh} = \text{Sh}(\text{Re}, \text{Sc})$.

Именно такой вид имеют многочисленные эмпирические формулы, используемые для практических расчетов процессов тепло- и массоотдачи.

Более того, оказывается, что во всех случаях вынужденной конвекции при ламинарном режиме и при отсутствии отрыва потока от стенки критерий Рейнольдса входит в формулы для тепло- и массоотдачи в степени 0,5, как и в том простом частном случае, который был рассмотрен с помощью приближенного аналитического метода.

Отмеченная идентичность расчетных формул для тепло- и массоотдачи является весьма ценной с практической точки зрения. Дело в том, что исследования процессов теплоотдачи начались значительно раньше, чем исследования массообменных процессов. Поэтому в различных справочных изданиях можно найти большое количество теоретических и эмпирических формул, охватывающих практически все встречающиеся в технике случаи конвективной теплоотдачи. В то же время процессы массоотдачи исследованы еще совершенно недостаточно. Однако аналогичный характер конечных результатов для теплоотдачи и для массоотдачи позволяет использовать формулы, полученные для теплоотдачи в расчетах (по крайней мере приближенных) массообменных процессов.

Полученные формулы (15.39), (15.40), (15.44), (15.45) дают локальные значения коэффициентов тепло- и массоотдачи, изменяющиеся от точки к точке по длине пластины. Однако в практических инженерных расчетах удобнее иметь дело не с локальными, а со средними по поверхности значениями этих величин. Действительно, если α и β соответственно средние по поверхности S значения коэффициентов тепло- и массоотдачи, то суммарные потоки тепла и вещества на этой поверхности определяются по элементарным формулам

$$Q_w = \bar{\alpha} \Delta T S, \text{ Вт, и } M_{iw} = \bar{\beta} \rho (C_0 - C_w) S, \text{ кг/с.}$$

Очевидно, что в данном случае безграничной в направлении z пластины среднее по поверхности значение любой величины определяется путем осреднения ее на некоторой длине L , например,

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) dx.$$

Подставляя сюда вместо $\alpha(x)$ значение этой величины из формулы (15.39, а) и выполняя интегрирование, найдем $\bar{\alpha} = 2C/\sqrt{L} = 2\alpha(L)$, т. е. среднее по длине L значение коэффициента теплоотдачи (а также коэффициента массоотдачи) равно удвоенному локальному значению его в конце этой длины.

Таким образом, критериальные (т. е. записанные в безразмерном виде) формулы для средних коэффициентов тепло- и массоотдачи имеют в случае плоской поверхности следующий вид:

$$\overline{Nu} = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{1/3}; \quad \overline{Sh} = 0,664 Re_L^{0,5} Sc^{1/3},$$

где

$$\overline{Nu} = \bar{\alpha} L/\lambda; \quad \overline{Sh} = \bar{\beta} L/D; \quad Re_L = u_0 L/\nu.$$

Заметим, что если физические параметры, фигурирующие в этих и в полученных ранее формулах, зависят от температуры, либо от концентрации примеси, то этот факт можно приближенно учесть, взяв значения этих параметров при средней по толщине пограничного слоя температуре, либо концентрации $T_m = (T_0 + T_w)/2$; $C_m = (C_0 + C_w)/2$.

Расчет тепло- и массоотдачи в случае турбулентного пограничного слоя при вынужденном движении

При рассмотрении процессов теплоотдачи и массоотдачи, происходящих в турбулентном пограничном слое, будем пользоваться двухслойной схемой этого течения, в соответствии с которой турбулентный пограничный слой состоит из двух зон: собственно турбулентной зоны и вязкого (или ламинарного) подслоя, прилегающего к поверхности тела. Будем считать, следовательно, что процессы переноса тепла и массы в турбулентной зоне обусловлены чисто турбулентными механизмами (турбулентной теплопроводностью и диффузией), а в вязком подслое — молекулярными механизмами (молекулярной теплопроводностью и диффузией).

Физические особенности процессов переноса в турбулентном пограничном слое, а именно, весьма высокая интенсивность поперечного переноса тепла и массы в турбулентной зоне и низкая — в ламинарном подслое, приводят к своеобразному, отличному от ламинарного случая распределению осредненных значений температуры и концентрации примеси по толщине пограничного слоя

(рис. 15.5). Благодаря выравнивающему действию интенсивного пульсационного переноса температура и концентрация по толщине турбулентной зоны изменяются сравнительно медленно. В области же ламинарного подслоя происходит весьма быстрое изменение этих величин вплоть до их значений на поверхности.

Эти процессы можно проанализировать с помощью уравнений теплового потока и потока массы (15.32), (15.33). Однако лучшие результаты и более простым способом можно получить, используя так называемую гидродинамическую теорию тепло- и массообмена, которая основана на аналогии (впервые обнаруженной О. Рейнольдсом) между процессами турбулентного переноса количества движения и тепла (либо вещества).

Математически эта аналогия проявляется, например, в одинаковом виде дифференциальных уравнений движения (11.5), энергии (15.14) и конвективной диффузии (15.16) для турбулентного пограничного слоя, а также — в аналогичной структуре формул для турбулентного касательного напряжения трения (11.14) и турбулентных потоков тепла (15.23) и массы (15.24), полученных на основе полумпирической теории турбулентности Прандтля.

Итак, при рассмотрении процессов переноса тепла и массы в турбулентной зоне воспользуемся аналогией Рейнольдса. Что же касается ламинарного подслоя, то в связи с малой толщиной его можно предположить, что скорость, температура и концентрация изменяются по толщине этой зоны линейно.

Рассмотрим вначале процесс теплоотдачи в случае турбулентного пограничного слоя. Выделим в пределах ламинарного подслоя поверхность, параллельную поверхности тела. Процесс молекулярного переноса импульса через эту поверхность описывается формулой Ньютона для вязкого трения: $\tau = \mu \cdot du/dy$.

Процесс молекулярного переноса тепла через выделенную поверхность подчиняется постулату Фурье: $q = -\lambda \cdot dT/dy$.

Заметим, что и касательное напряжение трения τ и плотность теплового потока q постоянны по толщине ламинарного подслоя в соответствии с нашим предположением о линейном характере изменения скорости и температуры в пределах этой зоны.

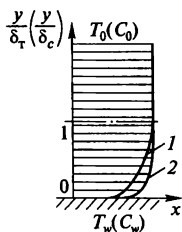


Рис. 15.5. Распределение температуры и концентрации примеси в ламинарном (1) и турбулентном (2) пограничных слоях

Разделив второе из этих равенств на первое, получим после простых преобразований

$$dT = (\mu/\lambda) (q/\tau) du,$$

где знаком минус пренебрегаем в связи с тем, что знаки приращений температуры dT и скорости du друг с другом не связаны. Помня, что плотность теплового потока и касательное напряжение трения постоянны по толщине подслоя, а потому их отношение равно отношению их значений на поверхности пластины $q/\tau = q_w/\tau_w$ и выражая отношение динамического коэффициента вязкости и коэффициента теплопроводности через физический критерий Прандтля $\mu/\lambda = Pr/c_p$, получим

$$dT = (Pr/c_p) (q_w/\tau_w) du.$$

Интегрируя это выражение по толщине ламинарного подслоя, найдем разность температур жидкости на этой толщине

$$T_r - T_w = (Pr/c_p) (q_w/\tau_w) u_r, \quad (a)$$

где T_r и u_r — соответственно значения температуры и скорости на границе между ламинарным подслоем и турбулентной зоной.

Теперь выделим поверхность, параллельную поверхности тела в пределах собственно турбулентной зоны пограничного слоя.

Перенос количества движения через эту поверхность описывается формулой Прандтля (11.14) для турбулентного касательного напряжения трения¹: $\tau_T = \rho l_u^2 (du/dy)^2$.

Перенос тепла через выделенную поверхность описывается формулой (15.23) для плотности турбулентного теплового потока

$$q_T = -\rho c_p l_u l_T (du/dy) (dT/dy).$$

Разделив второе из этих равенств на первое и выполнив операцию разделения переменных, получим после очевидных сокращений

$$dT = \frac{l_u}{c_p l_T} \frac{q_T}{\tau_T} du,$$

где знаком минус пренебрегаем по той же причине, что и ранее.

¹ Здесь и далее знаки усреднения для сокращения записи опускаем.

На основе аналогии Рейнольдса предполагаем, что плотность турбулентного потока количества движения (т. е. турбулентное касательное напряжение трения) τ_T и плотность турбулентного потока тепла q_T изменяются по толщине турбулентной зоны пограничного слоя одинаковым образом, так что их отношение остается постоянным на всем протяжении этой зоны, включая границу между ней и ламинарным подслоем. Но поскольку в пределах подслоя отношение этих величин также постоянно, получаем $q_T/\tau_T = q_w/\tau_w$.

Кроме того, отношение величин пути смещения для переноса импульса и для переноса тепла, как было показано ранее, является постоянной величиной, имеющей смысл турбулентного критерия Прандтля $l_u/l_T = Pr_T$. Отсюда получаем

$$dT = (Pr_T/c_p) (q_w/\tau_w) du.$$

Интегрируя это уравнение по толщине турбулентной зоны пограничного слоя, найдем разность температур на протяжении этой толщины

$$T_0 - T_r = (Pr_T/c_p) (q_w/\tau_w) (u_0 - u_r). \quad (6)$$

Суммируя равенства (а) и (б), получим выражение для разности температур на всей толщине турбулентного пограничного слоя, т. е. для температурного напора

$$T_0 - T_w = \frac{q_w u_0 Pr}{\tau_w c_p} \left[\frac{Pr_T}{Pr} + \frac{u_r}{u_0} \left(1 - \frac{Pr_T}{Pr} \right) \right].$$

Так как температурный напор является величиной заданной, это соотношение выражает связь между плотностью теплового потока q_w и касательным напряжением трения τ_w на поверхности, полученную на основе аналогии Рейнольдса:

$$q_w = \frac{\tau_w c_p \Delta T}{u_0 Pr} \frac{1}{\frac{Pr_T}{Pr} + \frac{u_r}{u_0} \left(1 - \frac{Pr_T}{Pr} \right)}.$$

Таким образом, интенсивность теплообмена на поверхности тела пропорциональна сопротивлению трения, которое оказывает поверхность движению жидкости. Этот результат как раз и составляет сущность гидродинамической теории теплообмена.

Выражая в последнем равенстве плотность теплового потока на поверхности через температурный напор и коэффициент теплоотдачи в соответствии с формулой Ньютона $q_w = \alpha \Delta T$, и разделив обе части этого равенства на ΔT , получаем окончательную формулу для коэффициента теплоотдачи в случае турбулентного пограничного слоя

$$\alpha = \frac{\tau_w c_p}{\mu_0 Pr} \cdot \frac{1}{\frac{Pr_T}{Pr} + \frac{u_\tau}{\mu_0} \left(1 - \frac{Pr_T}{Pr}\right)}. \quad (15.46)$$

Соответствующая формула для коэффициента массоотдачи, которую можно получить на основе совершенно аналогичных рассуждений, будет очевидно, иметь следующий вид:

$$\beta = \frac{\tau_w}{\rho \mu_0 Sc} \cdot \frac{1}{\frac{Sc_T}{Sc} + \frac{u_\tau}{\mu_0} \left(1 - \frac{Sc_T}{Sc}\right)}, \quad (15.47)$$

где Sc_T — турбулентный критерий Шмидта, который, как было показано ранее, равен турбулентному критерию Прандтля: $Sc_T = Pr_T = 0,75$.

Как это следует из приведенных рассуждений, формулы гидродинамической теории тепло- и массообмена (15.46), (15.47) справедливы для турбулентного пограничного слоя, образующегося на поверхности любой формы. Специфический вид выражений для коэффициентов тепло- и массоотдачи в случае тел различной формы получается в результате подстановки в формулы (15.46), (15.47) соответствующих выражений для касательного напряжения трения на поверхности тела. Последние находят с помощью гидродинамических экспериментов или из решения соответствующих гидродинамических задач.

Заметим, что формулы (15.46), (15.47) достаточно сложны, тем более, что для их использования должно быть предварительно определено значение скорости на границе между ламинарным подслоем и турбулентной зоной u_τ . Однако формула теплоотдачи (15.46) существенно упрощается для газов, у которых физическое число Прандтля равно или близко к турбулентному числу Прандтля (0,75). В этом случае из выражения (15.46) при $Pr = Pr_T$ получаем

$$\alpha = (\tau_w c_p) / (\mu_0 Pr). \quad (15.48)$$

Формула массоотдачи (15.47) также упрощается для тех смесей, у которых физическое число Шмидта близко к турбулентному, т. е. к 0,75. Действительно, при $Sc = Sc_T$ из выражения (15.47) получаем

$$\beta = \tau_w / (\rho u_0 Sc). \quad (15.49)$$

При рассмотрении гидродинамического турбулентного пограничного слоя на плоской поверхности (см. гл. 11) были найдены выражения для локального, т. е. изменяющегося от точки к точке по длине пластины, и среднего на некоторой длине L касательного напряжения трения на поверхности. Эти выражения имеют, соответственно, следующий вид: $\tau_w = 0,0291 \rho u_0^2 Re_x^{-0,2}$; $\bar{\tau}_w = 0,036 \rho u_0^2 Re_L^{-0,2}$.

Подставляя эти результаты в формулу (15.48), получим выражение для локального значения коэффициента теплоотдачи

$$\alpha = 0,0291 Re_x^{0,8} \cdot \lambda / x \quad (15.50)$$

и для среднего на длине L его значения

$$\bar{\alpha} = 0,036 Re_L^{0,8} \cdot \lambda / L \quad (15.51)$$

в случае турбулентного движения вдоль плоской поверхности.

Умножив каждое из этих выражений на линейный размер (первое на x , а второе на L) и разделив на λ , получим соответствующие формулы в безразмерном виде

$$Nu = 0,0291 Re_x^{0,8}, \quad (15.50a)$$

$$Nu_L = 0,036 Re_L^{0,8}. \quad (15.51a)$$

Очевидно, что формулы массоотдачи для турбулентного пограничного слоя на плоской пластине будут иметь совершенно аналогичный вид:

для локального коэффициента массоотдачи

$$\beta = 0,0291 Re_x^{0,8} \cdot D/x; \quad (15.52)$$

для среднего по длине L значения этой величины

$$\bar{\beta} = 0,036 Re_L^{0,8} \cdot D/L; \quad (15.53)$$

или в безразмерной форме

$$\text{Sh} = 0,0291 \text{Re}_x^{0,8}; \quad (12.52, a)$$

$$\text{Sh}_L = 0,036 \text{Re}_L^{0,8}. \quad (15.53, a)$$

Напомним, что приведенные формулы теплоотдачи справедливы для газов, а формулы массоотдачи — для таких смесей, которые характеризуются физическим числом Шмидта, близким к величине 0,75.

Как это видно из формул (15.50) и (15.52), локальные коэффициенты тепло- и массоотдачи уменьшаются по длине поверхности обратно пропорционально $x^{0,2}$. Аналогично случаю ламинарного пограничного слоя это объясняется ростом толщины пограничного слоя, а следовательно, уменьшением поперечных градиентов температуры и концентрации. Однако это уменьшение происходит медленнее, чем в случае ламинарного пограничного слоя, хотя толщина пограничного слоя растет быстрее. Для объяснения этого факта выясним как зависят от толщины пограничного слоя (δ) и от скорости невозмущенного потока (u_0) равные друг другу коэффициенты турбулентного переноса тепла (a_T) и массы примеси (D_T), определяемые выражением (15.28). Поскольку путь смещения (любой) линейно растет по мере удаления от поверхности, его среднее по толщине пограничного слоя значение пропорционально этой толщине, т. е. $\langle l \rangle \sim \delta$. Очевидно, что среднее по толщине пограничного слоя значение поперечного градиента скорости пропорционально u_0 и обратно пропорционально δ . Отсюда следует, что в соответствии с (15.26) и (15.28)

$$\langle a_T \rangle = \langle D_T \rangle \sim u_0 \delta, \quad (15.54)$$

т. е. средние значения этих коэффициентов турбулентного переноса пропорциональны скорости невозмущенного потока и толщине пограничного слоя.

Таким образом, увеличение δ по длине пластины, с одной стороны, приводит к уменьшению поперечных градиентов температуры и концентрации, что ведет к уменьшению коэффициентов α и β , но, с другой стороны, в соответствии с (15.54), увеличивает интенсивность процессов турбулентного переноса теплоты и массы примеси, что должно увеличивать эти коэффициенты. В

результате α и β уменьшаются по длине, но медленнее, чем в случае ламинарного пограничного слоя.

Увеличение скорости невозмущенного потока u_0 не только уменьшает толщину пограничного слоя (это происходит и при ламинарном режиме), но и увеличивает коэффициенты турбулентного переноса теплоты и массы примеси a_T и D_T , как это видно из выражения (15.54). В результате коэффициенты теплоотдачи и массоотдачи при турбулентном режиме гораздо сильнее зависят от скорости, чем при ламинарном.

Заметим, что полученные выражения (15.50)–(15.53, а) нельзя использовать для анализа влияния коэффициентов молекулярного переноса теплоты и массы примеси a и D на коэффициенты теплоотдачи и массоотдачи при турбулентном режиме, так как эти выражения получены в предположении о постоянстве физических (молекулярных) чисел Прандтля и Шмидта. Однако ясно, что влияние a и D на α и β , соответственно, должно быть более слабым, чем при ламинарном режиме, так как процессы молекулярного переноса играют существенную роль лишь в тонком ламинарном подслое, что и подтверждается экспериментальными данными.

Полученные путем проведенного приближенного полуэмпирического анализа выражения хорошо описывают процессы тепло- и массоотдачи в случае турбулентного движения при тех условиях, которые указаны выше. Эти выражения весьма близки к эмпирическим формулам, полученным для других условий. Например, эмпирическая формула теплоотдачи для сред, у которых число Прандтля существенно отличается от единицы (для капельных жидкостей), имеет вид $\overline{Nu} = 0.037 Re_L^{0.8} Pr^{0.43} (Pr/Pr_w)^{0.25}$, где все теплофизические параметры определяются при температуре жидкости за пределами пограничного слоя T_0 , а Pr_w — при температуре поверхности. Множитель $(Pr/Pr_w)^{0.25}$ учитывает в этой формуле зависимость теплофизических параметров от температуры.

Вообще в случае турбулентного движения, как и в случае ламинарного, формулы для теплоотдачи при вынужденном движении имеют вид $Nu = Nu(Re, Pr)$, а для массоотдачи — $Sh = Sh(Re, Sc)$.

Эти формулы для различных случаев движения жидкости и для поверхностей различных форм приведены в справочниках. Заметим, что при турбулентном безотрывном движении, как показывают многочисленные экспериментальные исследования, в большинстве случаев, в частности, при движении в трубах число Нуссельта (или число Шервуда) оказывается пропорциональным

числу Рейнольдса в степени 0,8, что совпадает с результатом, полученным для случая плоской пластины путем приближенного полуэмпирического анализа, основанного на гидродинамической теории тепло- и массообмена.

Полученные конкретные результаты для тепло- и массоотдачи при вынужденном движении вдоль плоской поверхности имеют непосредственное практическое значение для ряда случаев нагрева, охлаждения и химико-термической обработки металла. Например, они могут быть использованы для расчетов этих процессов в протяжных горизонтальных и башенных печах. Эти результаты имеют и общее принципиальное значение. В частности, во всех случаях вынужденной конвекции, как и в рассмотренных выше задачах, коэффициенты тепло- и массоотдачи возрастают при увеличении скорости движения и вообще при уменьшении толщины пограничного слоя. На основании этих результатов можно, например, утверждать, что при струйном нагреве или охлаждении металла коэффициент теплоотдачи будет иметь наибольшее значение в области удара струи о поверхность, где толщина пограничного слоя мала (рис. 15.6). По мере удаления от этой области толщина пограничного слоя δ будет увеличиваться, и, следовательно, коэффициент теплоотдачи α будет падать.

Тот факт, что теплоотдача при вынужденном движении определяется значениями чисел Рейнольдса и Прандтля, а массоотдача — чисел Рейнольдса и Шмидта, отнюдь не является случайным, но отражает глубокую физическую сущность этих процессов. Действительно, числа Прандтля и Шмидта, характеризующие соотношение интенсивностей переноса количества движения и тепла (либо массы), т. е. интенсивностей тесно связанных и влияющих друг на друга процессов, неизбежно должны влиять на процессы конвективной тепло- и массоотдачи. Кроме того, число Рейнольдса является важнейшей характеристикой движения жидкости в условиях вынужденной конвекции. Очевидно, что процесс вынужденного движения жидкости определяется взаимодействием двух сил: силы инерции и силы внутреннего тре-

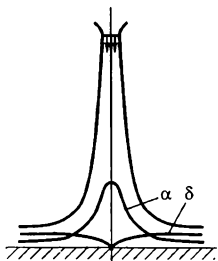


Рис. 15.6. Распределение коэффициента теплоотдачи при струйном нагреве (охлаждении)

ния. Число Рейнольдса как раз и характеризует соотношение этих двух сил, а так как процессы конвективной тепло- и массоотдачи происходят только при движении жидкости и определяются характеристиками этого движения, следовательно, коэффициенты тепло- и массоотдачи при вынужденном движении неизбежно должны существенно зависеть от числа Рейнольдса.

4. Конвективная теплоотдача при установившемся течении несжимаемой жидкости в трубе

В этом параграфе определяются коэффициенты теплоотдачи при установившемся течении несжимаемой жидкости в трубе круглого сечения для ламинарного и турбулентного режимов. Задачи такого типа чрезвычайно часто встречаются на практике. В частности, в металлургической технике они связаны с течениями в теплообменниках, в системах охлаждения, при транспорте теплоносителей.

Ламинарный режим

Для этого течения (течение Пуазейля в круглой трубе) в разделе II было получено распределение безразмерной скорости в поперечном сечении трубы в функции от безразмерной радиальной координаты в виде

$$U = 2(1 - \eta)^2, \quad (15.54)$$

где $U = u/\bar{u}$, $\eta = r/r_0$, \bar{u} — средняя по сечению скорость, r_0 — внутренний радиус трубы.

Решаем задачу в простейшем случае, когда плотность теплового потока, передаваемого от стенки трубы к движущейся жидкости q_w , постоянна не только по окружности (задача осесимметричная), но и по длине трубы. Такая ситуация встречается на практике, в частности, в противоточных теплообменниках, при электронагреве жидкостей в аппаратах проточного типа.

Для рассматриваемого случая конвективной теплоотдачи формула Ньютона (15.3) принимает вид

$$q_w = \alpha (T_w - \bar{T}), \quad (15.55)$$

где \bar{T} — средняя в данном сечении температура жидкости.

Ранее для теплоотдачи в ламинарном пограничном слое было показано, что коэффициент теплоотдачи зависит от толщины теплового пограничного слоя, конкретно $\alpha \sim \lambda/\delta_T$. В рассматриваемом

мом случае, поскольку течение установившееся, толщины и гидродинамического и теплового пограничных слоев равны радиусу трубы r_0 . Отсюда следует, что коэффициент теплоотдачи, так же как и плотность теплового потока на стенке, не меняются по длине трубы, а следовательно, и температурный напор $\Delta T = T_w - \bar{T}$ постоянен по длине.

Легко показать, что средняя температура жидкости \bar{T} растет по длине линейно, так как, вследствие постоянства q_w , на каждом следующем метре жидкость получает за единицу времени ровно столько же теплоты, сколько на предыдущем.

Выделим элемент объема, ограниченный внутренней поверхностью трубы и имеющий длину dx . Входящая в этот объем жидкость имеет среднюю температуру \bar{T} и вносит конвективный тепловой поток $\rho \bar{u} c_p \bar{T} S$, где S — площадь поперечного сечения трубы, $S = \pi r_0^2$. Жидкость, выходящая из этого объема через противоположное сечение, получает от стенки тепловой поток $q_w \cdot 2\pi r_0 dx$, в результате чего ее средняя температура оказывается равной $\bar{T} + d\bar{T}$ и она выносит из рассматриваемого объема конвективный тепловой поток $\rho \bar{u} c_p (\bar{T} + d\bar{T}) S$. Таким образом, приращение переносимого жидкостью конвективного теплового потока на длине dx равно тепловому потоку, полученному жидкостью от стенки на этой длине:

$$\rho \bar{u} c_p d\bar{T} \pi r_0^2 = q_w \cdot 2\pi r_0 dx,$$

откуда

$$d\bar{T}/dx = 2q_w/(\rho \bar{u} c_p r_0), \quad (15.56)$$

т.е. средняя температура действительно линейно растет по длине, поскольку все величины в правой части равенства (15.56) по длине не меняются.

Таким образом, получаем, что и температура стенки трубы T_w также является линейной функцией от x , поскольку $T_w - \bar{T} = \text{const}$. Отсюда следует, что и при любом текущем r температура так же линейно растет по x (с одной и той же для всех точек скоростью) и, следовательно, форма поперечного профиля температуры по длине трубы не меняется (рис. 15.7). Это значит, что избыточная температура (или, иными словами, дефект температуры) $\vartheta = T_w - T$ меняется лишь в функции от текущего радиуса r и не зависит от продольной координаты x (частая штриховка на

рис. 15.7). В этом смысле рассматриваемое течение является не только гидродинамически, но и термически стабилизированным.

Выясним теперь, какой смысл имеет средняя в данном поперечном сечении температура жидкости \bar{T} . По определению \bar{T} это такое значение температуры, умножив которое на поток массы (массовый расход) $\dot{M} = \rho \dot{V}$ и на теплоемкость c_p , получим конвективный поток теплоты, переносимый текущей в трубе жидкостью. С другой стороны, этот поток теплоты есть интеграл от плотности конвективного теплового потока по площади поперечного сечения трубы. Таким образом, имеем

$$\rho \dot{V} c_p \bar{T} = \int_S \rho u c_p T ds,$$

откуда, учитывая, что ρ и c_p — постоянны, получаем выражение для средней температуры, которую часто называют среднерасходной

$$\bar{T} = \frac{1}{\dot{V}} \int_S u T ds.$$

Смысл этого результата заключается в том, что вклад каждого элемента площади поперечного сечения в интегральный тепловой поток определяется не только температурой, но и скоростью в данной точке.

Для круглого поперечного сечения $s = \pi r^2$, $ds = 2\pi r dr$, и $\dot{V} = \bar{u} \cdot \pi r_0^2$, тогда

$$\bar{T} = \frac{2}{r_0^2 \bar{u}} \int_0^{r_0} u T r dr. \quad (15.57)$$

Цель расчета — найти коэффициент теплоотдачи α , для чего необходимо найти распределение температуры в потоке жидкости $T(x, r)$ путем решения уравнения энергии. Это уравнение с учетом

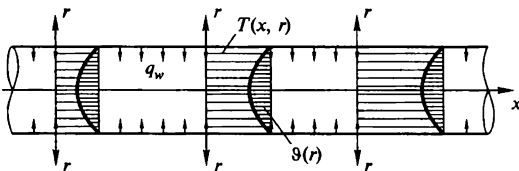


Рис 15.7. Изменение избыточной температуры T в поперечных сечениях и по длине трубы и избыточной температуры ϑ в поперечных сечениях

того, что течение стационарное и установившееся, и температура во всех точках линейно растет по x , т. е. $\partial^2 T / \partial x^2 = 0$, имеет вид

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

или

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (15.58)$$

Поскольку все температуры одинаково (линейно) зависят от x , вместо $\partial T / \partial x$ подставляем в (15.58) выражение для $\partial \bar{T} / \partial x$ из (15.56):

$$\frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{2q_w u}{\rho c_p \bar{u} r_0},$$

или, учитывая, что $\rho c_p a = \lambda$, $u/u_0 = U$ и $r/r_0 = \eta$,

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{2q_w U \eta}{\lambda}. \quad (15.59)$$

Введем дефект температуры (избыточную температуру) $\vartheta = T_w - T$, для чего в (15.59) подставим $T = T_w - \vartheta$ и учтем, что ϑ зависит только от r , а потому частные производные в левой части (15.59) заменим на полные:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\vartheta}{dr} \right) = - \frac{2q_w U \eta}{\lambda}.$$

Приведем левую часть этого уравнения к безразмерному виду, подставив $r = \eta r_0$ и $\vartheta = \Delta T \cdot \theta$, где θ — безразмерный дефект температуры, $\theta = (T_w - T) / (T_w - \bar{T})$, или $\theta = (T_w - T) / \Delta T$. В результате получим

$$\frac{\Delta T}{r_0} \frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{d\theta}{d\eta} \right) = - \frac{2q_w U \eta}{\lambda}.$$

Умножив обе части на r_0 , разделив ΔT , учитывая, что $2r_0 = d$, $q_w / \Delta T = \alpha$ и $\alpha \cdot d / \lambda = Nu_d$, получим безразмерную форму уравнения энергии

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta \frac{d\theta}{d\eta} \right) = -Nu_d U \eta. \quad (15.60)$$

Для решения этого уравнения, т. е. нахождения функции $\theta(\eta)$ задаем два граничных условия:

$$1) \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} = 0 \text{ (экстремум на оси);}$$

$$2) \theta(1) = 0 \text{ (на стенке, т. е. при } r = r_0, T = T_w).$$

После первого интегрирования (15.60) получаем

$$\eta \frac{d\theta}{d\eta} = -Nu_d \int U \eta d\eta + C_1,$$

или, подставив выражение (15.54) для безразмерной скорости и интегрируя,

$$\eta \frac{d\theta}{d\eta} = -Nu_d \left(\frac{\eta^4}{2} - \eta^2 \right) + C_1.$$

Из первого граничного условия найдем $C_1 = 0$ и получаем после сокращения на η

$$\frac{d\theta}{d\eta} = Nu_d \left(\frac{\eta^3}{2} - \eta \right).$$

Вторичное интегрирование дает

$$\theta = Nu_d \left(\frac{\eta^4}{8} - \frac{\eta^2}{2} \right) + C_2.$$

Используя второе граничное условие находим $C_2 = \frac{3}{8} Nu_d$ и окончательно получаем распределение безразмерного дефекта температуры в функции безразмерного радиуса

$$\theta = Nu_d \left(\frac{\eta^4}{8} - \frac{\eta^2}{2} + \frac{3}{8} \right). \quad (15.61)$$

Теперь можно найти число Нуссельта Nu_d , используя следующее обстоятельство. Поскольку $\theta = (T_w - T)/(T_w - \bar{T})$, следовательно среднерасходное значение безразмерного дефекта температуры будет равно единице:

$$\bar{\theta} = \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - \bar{T}} = 1.$$

Таким образом, следует найти среднерасходное значение θ , приравняв результат единице, после чего легко найдем число Нуссельта Nu_d .

Итак, находим $\bar{\theta}$ по правилу (15.57):

$$\bar{\theta} = \frac{2Nu_d}{r_0^2 \bar{u}} \int_0^{r_0} u \left(\frac{\eta^4}{8} - \frac{\eta^2}{8} + \frac{3}{8} \right) r dr,$$

или, используя безразмерную скорость, определяемую выражением (15.54), и безразмерную радиальную координату η ,

$$\bar{\theta} = 4Nu_d \int_0^1 (1 - \eta^2) \left(\frac{\eta^4}{8} - \frac{\eta^2}{2} + \frac{3}{8} \right) \eta d\eta.$$

Интегрируя и учитывая, что $\bar{\theta} = 1$, получим

$$1 = 11/48 Nu_d,$$

откуда

$$Nu_d = 48/11 \cong 4,364. \quad (15.62)$$

Таким образом, для рассматриваемого ламинарного установившегося течения в трубе безразмерный коэффициент теплоотдачи Nu_d есть величина постоянная. В отличие от других случаев конвективной теплоотдачи, например, в пограничном слое, в рассматриваемом случае число Нуссельта не зависит ни от числа Рейнольдса, ни от числа Прандтля, т.е. эти определяющие критерии вырождаются. Этот факт объясняется тем, что в установившемся потоке в трубе толщина теплового пограничного слоя не зависит от этих критериев, но, как и толщина гидродинамического пограничного слоя, постоянна и равна радиусу трубы r_0 .

Из полученного результата (15.62) следуют два важных вывода. Во-первых, коэффициент теплоотдачи пропорционален коэффициенту теплопроводности, а следовательно, и коэффициенту температуропроводности жидкости. Это обстоятельство объясняется именно тем, что в рассматриваемом случае толщина теплового пограничного слоя не зависит от коэффициента температуропроводности, но постоянна, так как равна радиусу трубы. Действительно, для ламинарного пограничного слоя было получено $\alpha \sim a/\delta_T$, и при этом $\delta_T \sim a^{1/3}$. Именно поэтому оказалось, что $\alpha \sim a^{2/3}$. В

рассматриваемом же случае, поскольку $\delta_r = r_0$, показатель степени при коэффициенте теплопроводности равен единице.

Во-вторых, коэффициент теплоотдачи обратно пропорционален диаметру (или, что то же, радиусу трубы). Этот результат является вполне естественным, так как радиус трубы совпадает с толщиной теплового пограничного слоя.

Заметим в заключение, что и в случае ламинарного установившегося течения в трубе при постоянной температуре стенки получается принципиально такой же результат: число Нуссельта также оказывается постоянной величиной, хотя численное значение его будет другим.

Турбулентный режим

Для расчета теплоотдачи при турбулентном установившемся течении в круглой трубе воспользуемся выражением (15.48), полученным на основе гидродинамической теории теплообмена для газов, подставив в него в качестве характерного значения скорости среднее по сечению значение \bar{u} :

$$\alpha = \frac{\tau_w \cdot c_p}{Pr \cdot \bar{u}}. \quad (15.63)$$

Найдем теперь касательное напряжение трения на стенке τ_w . Для этого вспомним, что, как это было показано в разделе II, потеря давления на трение на участке трубы длиной L есть работа силы трения на стенке, отнесенная к единице объема:

$$\lambda_r \frac{L \rho \bar{u}^2}{d} = \frac{\tau_w \cdot \pi d L L}{\frac{\pi d^2}{4} L},$$

где λ_r — гидравлический коэффициент трения. В правой части этого равенства произведение τ_w на боковую поверхность трубы $\pi d L$ есть сила трения на стенке. Ее произведение на длину L равно работе этой силы. В знаменателе стоит объем участка трубы диаметром d и длиной L .

Таким образом получаем

$$\tau_w = (\lambda_r/8) \rho \bar{u}^2. \quad (15.64)$$

Теперь в равенство (15.64) следует подставить выражение для гидравлического коэффициента трения, соответствующее конкрет-

ному режиму течения. Например, для турбулентного течения в гидравлически гладкой трубе

$$\lambda_r = 0,184/\text{Re}_d^{0,2},$$

где $\text{Re}_d = \bar{u} d/\nu$.

В результате получим

$$\alpha = 0,023 (\lambda/d) \text{Re}_d^{0,8}. \quad (15.65)$$

или в безразмерном виде

$$\text{Nu}_d = 0,023 \text{Re}_d^{0,8}. \quad (15.65, a)$$

Напомним, что полученные результаты справедливы только для газов, так как только для них справедлива формула гидродинамической теории теплообмена (15.63).

Для жидкостей с числом Прандтля, существенно отличающимся от единицы (но не для жидких металлов), эмпирическая формула, соответствующая рассматриваемому течению, имеет вид

$$\text{Nu}_d = 0,023 \text{Re}_d^{0,8} \text{Pr}^{0,43}. \quad (15.66)$$

Таким образом, полученный на основе гидродинамической теории теплообмена результат хорошо подтверждается экспериментальными данными.

Проанализируем теперь полученные для теплоотдачи при турбулентном режиме результаты в сравнении с приведенными выше для ламинарного режима. При этом рассмотрим зависимость коэффициента теплоотдачи от скорости \bar{u} , от диаметра трубы d и от коэффициента температуропроводности жидкости a .

Как это видно из выражения (15.65), коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме существенно зависит от скорости ($\alpha \sim \bar{u}^{0,8}$), тогда как при ламинарном режиме эта величина от скорости не зависит, так как при изменении \bar{u} не меняется толщина теплового пограничного слоя. Возрастание α при увеличении скорости объясняется двумя причинами. Во-первых, при увеличении скорости увеличивается интенсивность поперечного переноса теплоты в турбулентной зоне потока. Действительно, средний по сечению турбулентный коэффициент температуропроводности должен быть пропорционален средней скорости и

диаметру трубы, так как для рассматриваемого течения выражение (15.54) принимает вид

$$\langle a_T \rangle \sim \bar{u} \cdot d. \quad (15.67)$$

Во-вторых, с ростом скорости уменьшается, как это было показано в разделе II, толщина ламинарного подслоя, где интенсивность поперечного переноса теплоты мала, так как осуществляется путем молекулярного механизма.

Из решения (15.65) также следует, что при турбулентном режиме коэффициент теплоотдачи слабо зависит от диаметра трубы, уменьшаясь при его увеличении ($\alpha \sim d^{-0,2}$), тогда как при ламинарном режиме эта зависимость является более сильной ($\alpha \sim d^{-1}$). Ослабление влияния диаметра на α при турбулентном режиме объясняется тем, что увеличение d приводит, с одной стороны, к уменьшению поперечного градиента температуры, но с другой — увеличивает интенсивность переноса теплоты в турбулентной зоне a_T , как об этом свидетельствует выражение (15.67).

Как было показано выше, при ламинарном течении в трубе коэффициент теплоотдачи пропорционален коэффициенту молекулярного переноса теплоты, т.е. коэффициенту температуропроводности в первой степени ($\alpha \sim a$). В случае турбулентного режима коэффициент теплоотдачи также должен возрастать с ростом a , однако эта зависимость должна быть более слабой, так как молекулярный механизм переноса теплоты действует только в ламинарном подслое, т.е. для турбулентного режима зависимость α от a должна иметь вид $\alpha \sim a^n$, где $n < 1$. Убедиться в том, что это действительно так, используя выражение (15.65), нельзя — оно получено в предположении о постоянстве числа Прандтля. Однако эмпирическая формула (15.66) подтверждает этот вывод. В соответствии с этой формулой $\alpha \sim a^{0,57}$.

5. Конвективная тепло- и массоотдача при свободном движении

Выше были рассмотрены процессы конвективной теплоотдачи и массоотдачи, протекающие в условиях чисто вынужденного движения жидкости. Это означает, что движение рассматривалось как заданное, не зависящее от самого процесса тепло- или массообмена.

Свободная, или естественная конвекция тепла либо массы также обусловлена движением жидкости. Однако в этом случае дви-

жение жидкости возникает и поддерживается именно вследствие протекания процессов теплообмена или массообмена. Дело в том, что любые процессы переноса тепла и массы могут происходить только при наличии в среде неоднородного поля температур, либо концентраций, а это, в свою очередь, приводит к возникновению неоднородного поля плотности среды. Если же жидкость находится в поле силы тяжести, то наличие неоднородного поля плотности влечет за собой появление неоднородного распределения гравитационных сил, действующих на различные объемы жидкости, т. е. возникают результирующие подъемные силы, называемые архимедовыми силами, которые и приводят жидкость в движение.

Из этого ясно, что в условиях земного тяготения процессы переноса тепла и массы не могут происходить в неподвижной жидкости. Даже при отсутствии вынужденного движения эти процессы всегда сопровождаются (и обуславливаются) свободно-конвективным движением среды.

Следует отметить, что в современной технике и, в частности, в современных промышленных печах процессы конвективного переноса практически всегда осуществляются в условиях вынужденного движения и лишь в редких случаях — за счет свободной конвекции. Поэтому не будем рассматривать свободную конвекцию так же подробно, как вынужденную.

Вообще, для аналитического исследования процессов тепло-

массоотдачи в условиях свободного движения можно воспользоваться теми же приближенными методами теории пограничного слоя, которые применялись при изучении вынужденной конвекции. Действительно, понятие пограничного слоя, как это иллюстрирует рис. 15.8, может быть введено и для свободного движения жидкости. На рис. 15.8 показана в качестве примера схема пограничного слоя, образующегося при свободноконвективном движении жидкости вблизи нагретой вертикальной плоской поверхности. Особенностью такого пограничного слоя является тот факт, что скорость на его внешней границе равна нулю. А так как

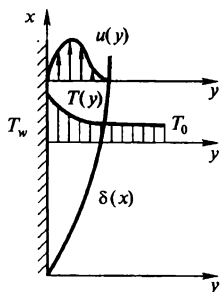


Рис 15.8. Пограничный слой при естественной конвекции

на поверхности скорость также равна нулю, следовательно, в пределах пограничного слоя имеется некоторое максимальное значение скорости. Что же касается распределения температуры, то оно принципиально не отличается от случая вынужденного движения: на поверхности температура равна T_w , за пределами пограничного слоя — T_0 .

Следовательно, можно, используя уравнения потока количества движения (в специфической форме, учитывающей действие подъемной силы) и потока тепла (либо массы), рассчитать толщину пограничного слоя и коэффициент теплоотдачи (либо массоотдачи). Однако по причинам, указанным выше, не будем выполнять этих расчетов, а ограничимся схематичным, качественным рассмотрением процессов тепло- и массоотдачи при свободном движении. Это рассмотрение покажет, какой вид должны иметь соотношения, описывающие свободную конвекцию тепла или массы.

В результате изучения тепло- и массоотдачи в условиях вынужденного движения было показано, что в этом случае безразмерные коэффициенты тепло- и массоотдачи, т. е. числа Нуссельта и Шервуда, являются функциями критерия Рейнольдса, поскольку он характеризует соотношение сил инерции и внутреннего трения (определяющих характер движения жидкости в условиях вынужденной конвекции) и критериев Прандтля, либо Шмидта, поскольку они характеризуют соотношение интенсивностей процессов молекулярного переноса импульса и тепла, либо массы.

Очевидно, что и в условиях свободной конвекции должна сохраниться зависимость чисел Нуссельта и Шервуда от критериев Прандтля и Шмидта, так как процессы молекулярного переноса импульса и тепла (либо массы) являются и в этом случае важнейшими процессами, определяющими, в конечном счете, интенсивность тепло- и массоотдачи. Что же касается критерия Рейнольдса, то в случае свободной конвекции он не может характеризовать движение жидкости, так как, помимо сил инерции и внутреннего трения, в этом случае весьма существенную роль играют подъемные силы.

Задача, таким образом, заключается в том, чтобы выяснить, какой вид должна иметь безразмерная величина (критерий), определяющая движение жидкости в условиях свободной конвекции.

Пусть в жидкости имеется элементарный объем dV , плотность среды в котором меньше плотности окружающей жидкости на

величину $\Delta\rho$. Эта разность плотностей в случае теплообмена обусловлена тем, что температура жидкости в выделенном объеме выше температуры окружающей среды, а в случае массообмена — повышенным содержанием легкой примеси, либо пониженным — тяжелой. В любом случае на этот объем действует подъемная (архимедова) сила, которая в соответствии с законом Архимеда определяется выражением

$$dF_A = \Delta\rho g dV.$$

Очевидно, что в общем случае тепло- или массообмена при свободной конвекции в потоке имеется некоторое непрерывное распределение плотности, обусловленное наличием распределения температуры или концентрации примеси. В связи с этим в качестве разности плотностей в этом выражении следует выбрать разность некоторых характерных и известных по условиям задачи значений плотности жидкости, например, в среде за пределами пограничного слоя ρ_0 и на поверхности ρ_w , т. е. $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_w$. При этом указанное выражение будет представлять собой некоторую приближенную характеристику (порядок) архимедовой силы.

Таким образом, порядок массовой плотности архимедовой силы (силы, отнесенной к единице массы жидкости) выразится, очевидно, следующим образом:

$$O(f_A) = O\left(\frac{dF_A}{dM}\right) = \frac{\Delta\rho}{\rho_0} g.$$

Как это следует из уравнений Навье—Стокса, массовая плотность силы инерции в частном (и взятом для примера) случае одномерного стационарного движения жидкости выражается как $f_{\text{и}} = dF_{\text{и}}/dV = u du/dx$.

Выбирая в качестве порядка скорости некоторую характерную величину ее u_0 , а в качестве порядка координаты — некоторый характерный размер потока l , найдем, что массовая плотность силы инерции приближенно характеризуется выражением

$$O(f_{\text{и}}) = u_0^2/l.$$

Массовая плотность силы внутреннего трения выражается, например, в случае пограничного слоя следующим образом: $f_{\text{тр}} = \nu \partial^2 u / \partial y^2$.

Считая, как и ранее, что порядок скорости есть u_0 , а порядок координаты — l , получим порядок массовой плотности силы внутреннего трения в виде

$$0(f_{\text{тр}}) = \nu u_0 / l^2.$$

Итак, найдены приближенные выражения, характеризующие порядок величин массовой плотности подъемной силы, силы инерции и силы внутреннего трения. Величина, которую необходимо найти и которая характеризует соотношение этих сил, выразится с учетом требования безразмерности следующим образом: $Ar = 0(f_A) \cdot 0(f_{\text{и}}) / 0^2(f_{\text{тр}})$. Подставляя сюда вместо порядка массовых плотностей соответствующих сил их выражения через параметры потока, получим после сокращений

$$Ar = (gl^3/\nu^2) \cdot (\Delta\rho/\rho_0). \quad (15.68)$$

Эта безразмерная величина носит название критерия Архимеда и определяет движение жидкости в условиях свободной конвекции, поскольку она характеризует соотношение подъемной и инерционной сил, с одной стороны, и силы внутреннего трения, с другой.

В случае свободноконвективного теплообмена, когда изменение плотности жидкости (или газа) обусловлено термическим расширением, критерий Архимеда принимает специфическую форму, которую можно получить следующим образом. Термическое расширение среды характеризуется температурным коэффициентом объемного расширения β , K^{-1} , который по определению равен

$$\beta = (1/v) \partial v / \partial T,$$

где v — удельный объем жидкости, т. е. величина, обратная плотности, $v = 1/\rho$, m^3/kg . Температурный коэффициент объемного расширения представляет собой, таким образом, относительное изменение удельного объема при изменении температуры на 1 К. Если выразить эту величину через плотность жидкости ρ , то получим

$$\beta = -(1/\rho) \partial \rho / \partial T.$$

Для технических расчетов можно принять, что при изменении температуры жидкости от одного характерного значения (напри-

мер, за пределами пограничного слоя T_0) до другого (например, на поверхности тела T_w) этот коэффициент остается постоянным. Тогда из последнего выражения получаем

$$\beta = -(1/\rho_0) (\rho_w - \rho_0)/(T_w - T_0),$$

где ρ_0 — плотность жидкости при температуре T_0 ; ρ_w — то же, при температуре T_w . Отсюда получаем

$$\Delta\rho \equiv \rho_0 - \rho_w = \rho_0\beta\Delta T, \quad (15.69)$$

где $\Delta T = T_w - T_0$.

Подставляя формулу (15.69) в выражение (15.68) для критерия Архимеда, получим новую безразмерную величину

$$Gr = g\beta\Delta T l^3/\nu^2, \quad (15.70)$$

которая называется критерием Грасгофа и определяет движение жидкости при свободной конвекции в случае теплообмена.

Таким образом, в случае свободной конвекции формулы для определения величины коэффициента теплоотдачи (или числа Нуссельта) должны иметь вид зависимости от критериев Грасгофа и Прандтля

$$Nu = Nu(Gr, Pr), \quad (15.71)$$

а формулы для определения коэффициента массоотдачи (или числа Шервуда) — вид зависимости от критериев Архимеда и Шмидта

$$Sh = Sh(Gr, Sc). \quad (15.72)$$

При этом в качестве разности характерных плотностей в критерии Архимеда используется разность парциальных плотностей примеси на поверхности и за пределами пограничного слоя.

Соответствующие расчетные формулы для различных случаев теплообмена при свободной конвекции приведены в справочниках. Необходимо отметить, что в настоящее время практически отсутствуют надежные формулы для расчета процессов массообмена в условиях свободного движения. Поэтому, применяя аналогию процессов конвективного теплообмена и массообмена, для ориентировочных расчетов массообмена и в этом случае можно пользоваться формулами, полученными для теплообменных процессов.

6. Применение теории подобия для исследования процессов конвективной тепло- и массоотдачи

Рассмотрим процесс конвективной теплоотдачи, протекающий в стационарных условиях при вынужденном движении жидкости вблизи твердой поверхности произвольной формы с помощью теории подобия. При этом будем считать, что динамическая задача (отыскание распределения скоростей и давлений в потоке) заранее решена. Это означает, что динамическая задача является независимой от тепловой; последнее для несжимаемой жидкости подразумевает постоянство вязкости среды, т. е. ее независимость от температуры. Как и ранее, будем полагать, что выделение тепла за счет трения пренебрежимо мало, а все теплофизические параметры жидкости постоянны, т. е. не зависят от температуры.

Как было показано в разделе III, теория подобия путем анализа системы уравнений, описывающих процесс, позволяет найти безразмерную форму представления результатов решения задачи (теоретического или эмпирического) и сформулировать условия подобия процессов. Именно с этой точки зрения рассмотрим теперь задачу конвективного теплообмена при вынужденном движении.

Очевидно, что в результате решения этой задачи должно быть найдено распределение температуры в потоке жидкости $T(x, y, z)$ и значение коэффициента теплоотдачи α , которое в общем случае изменяется по поверхности, т. е. $\alpha = \alpha(x, y, z)$, где координаты относятся к поверхности тела.

Заданными величинами являются значения температуры на поверхности T_w и в жидкости вдали от поверхности T_0 , а также теплофизические параметры жидкости, т. е. коэффициенты теплопроводности λ и температуропроводности a . В связи с тем, что динамическая задача считается решенной, компоненты вектора скорости u, v, w также являются известными функциями координат.

В соответствии с принятыми допущениями математическая формулировка задачи включает

уравнение энергии

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T;$$

уравнение теплоотдачи

$$-\lambda (\partial T / \partial n)_{n=0} = \alpha (T_0 - T_w)$$

и граничные условия

$$T(0) = T_w;$$

$$T(l) = T_0.$$

Как это следует из приведенной математической формулировки задачи, для поверхности с характерным геометрическим размером l при заданном характере движения жидкости, т. е. при заданных распределениях компонент вектора скорости u , v и w , температура жидкости выражается как функция следующих независимых переменных и параметров задачи: $T = T(x, y, z, u, v, w, l, T_0, T_w, a)$. От тех же параметров, а также от коэффициента теплопроводности λ зависит и коэффициент теплоотдачи, однако в этом случае координаты берутся на поверхности твердого тела: $\alpha = \alpha(x, y, z, u, v, w, l, T_0, T_w, a, \lambda)$.

Так же, как это делали ранее, введем избыточную температуру ϑ , определив ее следующим образом: $\vartheta = T - T_w$. Тогда математическая формулировка задачи примет вид

$$u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + w \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = a \nabla^2 \vartheta;$$

$$-\lambda (\partial \vartheta / \partial n)_{n=0} = \alpha \vartheta_0,$$

где $\vartheta_0 = T_0 - T_w$;

$$\vartheta(0) = 0;$$

$$\vartheta(l) = \vartheta_0.$$

Для приведения этих выражений к безразмерному виду используем в качестве масштабов приведения величины, входящие в условия однозначности, а именно, в качестве линейного масштаба — характерный размер l , в качестве масштаба скорости — ее значение вдали от поверхности (за пределами гидродинамического пограничного слоя) u_0 , в качестве масштаба температуры — температурный напор $\vartheta_0 = T_0 - T_w$. При этом безразмерные переменные выразятся следующим образом:

$$U = u/u_0, \quad V = v/u_0, \quad W = w/u_0;$$

$$X = x/l_0; \quad Y = y/l_0; \quad Z = z/l_0; \quad N = n/l_0;$$

$$\theta = \vartheta/\vartheta_0.$$

Выражая размерные переменные через безразмерные и масштабы приведения и подставляя их в уравнения и в граничные условия, получим после сокращений

$$\frac{u_0 l}{a} \left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \nabla^2 \theta; \quad (15.73)$$

$$-\left(\frac{\partial \theta}{\partial N} \right)_{N=0} = \frac{\alpha l_0}{\lambda}; \quad (15.74)$$

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 0; \\ \theta(1) &= 1. \end{aligned} \quad (15.75)$$

В этих уравнениях безразмерная величина

$$u_0 l / a = \text{Pe}$$

носит название критерия Пекле. Легко видеть, что критерий Пекле представляет собой произведение критериев Рейнольдса и Прандтля. Действительно,

$$\text{Pe} = (u_0 l / \nu) (\nu / a) = \text{Re} \cdot \text{Pr}.$$

Безразмерная величина в уравнении теплоотдачи

$$a l / \lambda = \text{Nu}$$

представляет собой уже знакомый нам критерий Нуссельта, т. е. безразмерный коэффициент теплоотдачи.

Таким образом, в соответствии с математической формулировкой задачи в безразмерном виде решение ее должно иметь следующую форму:

$$\theta = \theta(X, Y, Z, \text{Re}, \text{Pr}); \quad (15.76)$$

$$\text{Nu} = \text{Nu}(X, Y, Z, \text{Re}, \text{Pr}), \quad (15.77)$$

так как распределение скоростей в геометрически подобных потоках определяется величиной критерия Рейнольдса (см. гл. 13).

Если речь идет об определении среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи, то безразмерные координаты X, Y, Z исключаются из формулы (15.77) и она принимает вид

$$\text{Nu} = \text{Nu}(\text{Re}, \text{Pr}).$$

Именно в таком виде были ранее получены приближенные аналитические решения задач конвективной теплоотдачи. Такой же вид должны иметь эмпирические формулы для конвективной теплоотдачи, получаемые путем обработки экспериментальных данных.

Как это следует из полученных результатов, подобие процессов конвективного теплообмена, т. е. равенство значений безразмерной избыточной температуры θ в сходственных точках потока жидкости и значений безразмерного коэффициента теплоотдачи Nu в сходственных точках поверхности, осуществляется для геометрически подобных систем при выполнении условий $Re = idem$; $Pr = idem$.

Совершенно аналогичным образом можно рассмотреть с помощью теории подобия процессы конвективного массообмена при движении несжимаемой жидкости вблизи твердой поверхности. В результате такого анализа легко показать, что подобие этих процессов для геометрически подобных систем осуществляется при выполнении условий $Re = idem$; $Sc = idem$, а формулы для безразмерного коэффициента массоотдачи (критерия Шервуда Sh) должны иметь вид $Sh = Sh(Re, Sc)$, т. е. такую же форму, какая была получена выше в результате аналитического исследования этих процессов.

Глава 16

ПЕРЕНОС ТЕПЛА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

1. Общая характеристика и основные задачи теории теплопроводности

Рассмотрим внутреннюю задачу теплообмена, т. е. процессы распространения тепла внутри твердого тела, находящегося в тепловом взаимодействии с окружающей средой.

Теория теплопроводности, изучающая процессы внутреннего теплообмена, является феноменологической теорией. Это означает, что она не рассматривает детального механизма процесса распространения тепла, а ограничивается лишь описанием это-

го процесса, основанном на феноменологическом постулате Фурье (14.1).

Процессы переноса тепла в твердом теле могут протекать таким образом, что температура в каждой точке тела, а следовательно, и тепловой поток, однозначно связанный с градиентом температуры, остаются постоянными во времени, т. е. в этом случае температура является функцией лишь пространственных координат $T = T(x, y, z)$. Такое температурное поле и соответствующий процесс теплопроводности называются стационарными. Если же температура является функцией не только координат, но и времени, т. е. $T = T(x, y, z, t)$, то имеем дело с нестационарными температурным полем и процессом теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности λ зависит от температуры. Однако учет этой зависимости приводит к нелинейным дифференциальным уравнениям теплопроводности, которые в большинстве случаев не имеют точных решений. Поэтому в дальнейшем (за исключением специально оговоренных случаев) будем считать коэффициент теплопроводности величиной постоянной, т. е. будем иметь дело лишь с линейной теорией теплопроводности. Практически это означает, что в каждом конкретном случае следует пользоваться средним для данного температурного интервала значением λ .

В связи с тем, что, как показывает постулат Фурье, величина и направление вектора плотности теплового потока в каждой точке тела полностью определяются распределением температуры в объеме тела, основной задачей теории теплопроводности является отыскание температурного поля в теле, т. е. нахождение функции $T(x, y, z, t)$, которую следует определить путем решения дифференциального уравнения теплопроводности.

2. Дифференциальное уравнение теплопроводности и постановка задачи теории теплопроводности

Все дифференциальные уравнения процессов переноса, и в том числе уравнение теплопроводности, выводятся на основании феноменологического постулата, описывающего соответствующий процесс переноса, и закона сохранения (импульса, энергии, массы). Применительно к процессу теплопроводности роль феноменологического постулата играет постулат Фурье (14.1), а роль закона сохранения — закон сохранения энергии.

Запишем этот закон для единицы объема тела и для единицы времени:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q} + q_V. \quad (16.1)$$

Здесь q_V — объемная плотность (мощность) внутренних источников тепла, Вт/м³. Левая часть этого уравнения представляет собой изменение теплосодержания единицы объема за единицу времени, правая содержит причины этого изменения: разность между количеством теплоты, поступившим и покинувшим единицу объема за единицу времени (первое слагаемое), и количество теплоты, выделившееся или поглощенное в 1 м³ за 1 с вследствие действия внутренних источников или стоков теплоты. Поскольку в твердом непрозрачном теле единственным механизмом переноса теплоты является теплопроводность, подставим в уравнение (16.1) $\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} T$ и, разделив обе части на ρc , получим наиболее общую форму уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \frac{q_V}{\rho c}, \quad (16.2)$$

в котором учтены зависимость коэффициента теплопроводности от температуры и наличие внутренних источников или стоков тепла (джоулево тепло, теплота кристаллических превращений или химических реакций). Это нелинейное, неоднородное уравнение теплопроводности.

Принимая, что $\lambda = \operatorname{const}$ и $q_V = 0$, получим линейное, однородное уравнение теплопроводности, т. е. его каноническую форму

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T, \quad (16.3)$$

которую и будем использовать в дальнейшем.

Заметим, что это уравнение есть частный случай уравнения энергии (15.9) при $\vec{w} = 0$.

В уравнении (16.1) величина a — коэффициент температуропроводности, являющийся коэффициентом переноса тепла. Это уравнение позволяет уточнить смысл величины a применительно к нестационарным задачам теплопроводности: чем больше величина a , тем быстрее происходит перестройка температурного поля в теле, например, тем быстрее происходит выравнивание температурного поля. Таким образом, коэффициент температу-

ропроводности характеризует термоинерционные свойства материала, что и естественно, так как эта величина обратно пропорциональна произведению ρc , т. е. объемной теплоемкости материала [$a = \lambda/(\rho c)$].

В цилиндрических координатах $x-r-\varphi$ уравнение (16.3) имеет следующую форму:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right); \quad (16.3, a)$$

если же температура по угловой координате φ не изменяется, $\partial T/\partial \varphi = 0$, т. е. если задача осесимметричная, то последнее уравнение упрощается и принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (16.3, б)$$

Для того, чтобы решить основную задачу теории теплопроводности, т. е. найти распределение температуры в теле и его изменение во времени $T(x, y, z, t)$, необходимо прежде всего знать конкретную форму уравнения теплопроводности для данного случая (линейное или нелинейное; однородное или неоднородное; одномерное, двумерное или трехмерное). В случае нелинейного уравнения необходимо также знать конкретный вид зависимости $\lambda(T)$, а в случае неоднородного уравнения — функцию распределения источников $q_V(x, y, z, t)$.

Однако при этом уравнение теплопроводности будет иметь бесчисленное множество решений, соответствующих бесчисленному множеству, т. е. классу, явлений теплопроводности. Чтобы из этого множества решений выделить одно, соответствующее единичному явлению данного класса, необходимо задать условия однозначности. В условия однозначности входят: геометрические условия, определяющие форму и размеры тела; физические параметры материала, т. е. λ , ρ , c ; начальные условия, т. е. распределение температуры в объеме тела в некоторый момент времени ($t=0$), принимаемый за начало отсчета; граничные условия, характеризующие тепловое взаимодействие окружающей среды с поверхностью тела.

Начальные и граничные условия объединяются термином «краевые условия».

Граничные условия могут быть заданы тремя различными способами¹:

А. Граничные условия первого рода (первая краевая задача). В этом случае задается распределение температуры по всей поверхности тела и изменение этого распределения во времени, т. е. задается функция

$$T_w = T_w(x, y, z, t). \quad (16.4)$$

В частном случае эта температура может быть постоянной во времени, а кроме того, и неизменной по всей поверхности тела.

Б. Граничные условия второго рода (вторая краевая задача). В этом случае задается распределение плотности теплового потока по всей поверхности тела и изменение этого распределения во времени. С учетом постулата Фурье (14.1) граничные условия второго рода можно записать следующим образом:

$$-\lambda(\partial T/\partial n)_w = q_w(x, y, z, t), \quad (16.5)$$

где n — координата, направленная по нормали к поверхности тела.

Таким образом, задание граничных условий второго рода означает, по существу, задание величины градиента температуры на поверхности тела. В частном случае плотность теплового потока на поверхности может быть постоянной во времени, а кроме того, и неизменной по всей поверхности тела.

В. Граничные условия третьего рода (смешанная краевая задача). В этом случае задаются температура окружающей среды или внешнего источника (стока) тепла T_0 и закон теплообмена между средой и поверхностью тела. Граничные условия третьего рода являются наиболее общим и часто встречающимся на практике случаем. По существу при этом задается некоторая связь между известной температурой окружающей среды и неизвестными температурой поверхности тела и градиентом температуры на поверхности. Например, если внешний теплообмен между окружающей

¹ Кроме рассмотренных ниже трех видов граничных условий, в литературе можно встретить и четвертый — граничные условия четвертого рода, осуществляющиеся, когда на поверхности рассматриваемого тела имеет место идеальный контакт с другим твердым телом. Этот случай, однако, можно рассматривать как единый процесс теплопроводности в твердом теле, состоящем из двух (или более) слоев, т. е. как частный случай линейной задачи теплопроводности, когда λ является кусочнопостоянной функцией координат.

средой, имеющей температуру T_0 , и поверхностью тела с температурой T_w , осуществляется путем конвективной теплоотдачи, плотность теплового потока, подводимого к поверхности тела (или отводимого от нее) выражается с помощью формулы Ньютона (15.3) как величина, пропорциональная разности первых степеней температур среды и поверхности тела, т. е. $q_w = \alpha (T_0 - T_w)$.

С другой стороны, плотность теплового потока на поверхности тела может быть выражена на основе постулата Фурье (14.1), $q_w = -\lambda (\partial T / \partial n)_w$.

Приравнивая на основании закона сохранения энергии правые части этих выражений, получим математическую формулировку граничных условий третьего рода для случая конвективной теплоотдачи на поверхности тела:

$$\alpha (T_0 - T_w) = -\lambda (\partial T / \partial n)_w. \quad (16.6)$$

Таким образом, граничные условия третьего рода формулируются в виде уравнения, в котором известными величинами являются коэффициент теплоотдачи α , температура среды T_0 и коэффициент теплопроводности тела λ . Неизвестными функциями времени и координат на поверхности тела являются температура и ее градиент. Заметим, что в общем случае коэффициент теплоотдачи α и температура T_0 могут быть переменными, но обязательно заданными функциями времени и координат.

Если теплообмен между поверхностью тела и средой, либо внешним источником (стоком) тепла представляет собой радиационный теплообмен, задача теплопроводности с граничными условиями третьего рода значительно усложняется. Действительно, в этом случае плотность теплового потока на поверхности тела пропорциональна разности четвертых, а не первых, как в уравнении (16.6), степеней температур среды и поверхности. Таким образом, неизвестная температура поверхности тела в уравнении граничных условий оказывается при этом в четвертой степени, т. е. задача оказывается нелинейной.

Ниже рассмотрим один из методов приближенного решения нестационарных задач теплопроводности с нелинейными граничными условиями. Однако в связи с тем, что эти задачи не имеют, как правило, точных аналитических решений, будем рассматривать лишь задачи, в которых теплообмен на поверхности представляет собой конвективную теплоотдачу, т. е. когда справедливо уравнение (16.6).

3. Теплопроводность при стационарном режиме

В случае, когда температура в любой точке тела неизменна во времени и отсутствуют внутренние источники тепла, уравнение теплопроводности (16.3) вследствие того, что $\partial T/\partial t = 0$, сводится к следующему:

$$\nabla^2 T = 0. \quad (16.7)$$

Это уравнение, широко известное в математической физике, носит название уравнения Лапласа и является общим уравнением теории потенциальных полей (температурных, электрических, гидродинамических, фильтрационных и др.).

Если коэффициент теплопроводности является функцией температуры, то уравнение стационарного температурного поля имеет вид

$$\operatorname{div} (\lambda \operatorname{grad} T) = 0. \quad (16.8)$$

Ниже рассмотрим несколько задач стационарной теплопроводности для двух тел простейшей формы: неограниченной пластины конечной толщины и бесконечно длинного полого цилиндра.

Напомним, что для задач стационарной теплопроводности должны задаваться лишь граничные условия, так как начальные условия не имеют смысла.

Стационарное температурное поле в неограниченной пластине при отсутствии внутренних источников тепла

Для пластины, неограниченно простирающейся в направлении осей y и z , но имеющей конечную толщину δ в направлении оси x (практически это означает, что высота и ширина пластины велики по сравнению с ее толщиной), уравнение (16.7) принимает вид

$$d^2 T/dx^2 = 0, \quad (16.9)$$

так как $\partial T/\partial z = \partial T/\partial y = 0$.

Интегрируя это уравнение один раз, получим $dT/dx = C_1$, где C_1 — произвольная константа интегрирования.

Из полученного выражения следует, что плотность теплового потока есть величина, постоянная по толщине пластины (так как $q = -\lambda \cdot dT/dx$). Этот результат является вполне естественным и непосредственно вытекает из закона сохранения энергии для рас-

смаатриваемого случая. Действительно, для сохранения стационарного режима необходимо, чтобы количества тепла, проходящие через единицу площади плоскостей, параллельных плоскости yoz , в единицу времени, были равны, так как в противном случае температура пластины должна была бы изменяться во времени.

Вторично интегрируя уравнение (16.9), получим

$$T(x) = C_1 x + C_2, \quad (16.10)$$

где C_2 — вторая произвольная постоянная.

Заметим, что, как это следует из найденного решения, распределение температуры по толщине пластины является линейным. Этот результат, однако, получается только при условии постоянства коэффициента теплопроводности. Действительно, из условия постоянства плотности теплового потока по толщине имеем $\lambda \cdot dT/dx = \text{const}$. Отсюда ясно, что линейный характер распределения температуры, т. е. полученный результат $dT/dx = \text{const}$, может иметь место при условии $\lambda = \text{const}$. В противном случае распределение температуры по толщине нелинейно, как это показано штриховыми линиями на рис. 16.1.

Значения C_1 и C_2 следует найти из граничных условий.

Граничные условия первого рода. В рассматриваемом случае граничные условия первого рода заключаются в том, что заданы температуры T_1 и T_2 на поверхностях пластины (см. рис. 16.1), т. е. $T(0) = T_1$, $T(\delta) = T_2$.

Используя первое из этих условий, получаем $C_2 = T_1$; второе граничное условие дает $C_1 = (T_2 - T_1) \delta = -(T_1 - T_2) / \delta$.

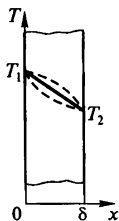
Таким образом, искомое распределение температуры по толщине пластины имеет вид

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x. \quad (16.11)$$

Зная распределение температуры, легко определить плотность теплового потока, проходящего через пластину. Действительно, $q = -\lambda \cdot dT/dx$, откуда, используя выражение (16.11), получаем

$$q = (\lambda / \delta) (T_1 - T_2). \quad (16.12)$$

Рис. 16.1. Стационарное температурное поле в плоской стенке при граничных условиях первого рода



Записав формулу (16.11) в виде $q = (T_1 - T_2)/(\delta/\lambda)$, обнаруживаем, что она аналогична по форме и по смыслу закону Ома для проводника с током. При этом разность температур $T_1 - T_2$ является аналогом разности потенциалов на концах проводника, плотность теплового потока q — тока, проходящего через проводник, а величина δ/λ — сопротивления проводника. В связи с этим, отношение δ/λ назовем внутренним тепловым сопротивлением

$$R_{\text{вн}} = \delta/\lambda. \quad (16.13)$$

Граничные условия второго рода. При этом задано значение плотности теплового потока на граничных поверхностях пластины ($x = 0$ и $x = \delta$), а значит, и при любом значении x , так как $q = \text{const}$.

В связи с тем, что $q = -\lambda \cdot dT/dx$, задание величины q означает задание тангенса угла наклона температурной прямой (см. рис. 16.1), т. е. величины dT/dx . Действительно, первая произвольная константа в формуле (16.10) оказывается равной $C_1 = -q/\lambda$. Что же касается второй константы C_2 , то для ее определения условий уже не остается, т. е. она может принимать любое значение.

Это означает, что при граничных условиях второго рода единственного решения задачи стационарной теплопроводности не существует. Заданному значению плотности теплового потока удовлетворяет бесчисленное множество прямых с угловым коэффициентом $-q/\lambda$. Для того, чтобы существовало единственное решение, т. е. чтобы было возможно определить вторую константу C_2 в решении (16.10), необходимо задать какое-либо дополнительное условие, например, температуру на одной из поверхностей пластины или температуру среды и коэффициент теплоотдачи с любой стороны.

Граничные условия третьего рода. Теплопередача через плоскую стенку. В этом случае задаются температуры среды и коэффициенты теплоотдачи слева и справа от пластины (рассматривается случай, когда теплообмен между поверхностями пластины и окружающей средой осуществляется путем конвективной теплоотдачи).

На рис. 16.2 показано распределение температуры по толщине пластины и в среде, т. е. в жидкости или газе, по обе стороны от пластины. Как ясно из предыдущего, распределение температуры по толщине пластины имеет линейный характер, однако значения

температур на поверхностях T_1 и T_2 не заданы. В жидкости или газе по обе стороны от пластины происходит плавное изменение температуры от ее значения на поверхности (T_1 или T_2) до постоянной температуры невозмущенного потока (T'_0 или T''_0), величина которой известна по условию задачи. Это изменение происходит на протяжении толщины теплового пограничного слоя в жидкости или газе по обе стороны от пластины (δ_{T1} и δ_{T2}). По условию задачи заданы коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 .

Рассматриваемый процесс переноса тепла от одной среды (жидкой или газообразной) к другой через твердую стенку носит название теплопередачи. Этот процесс, таким образом, включает в себя три следующих процесса: конвективную теплоотдачу от среды к поверхности пластины слева от последней, перенос тепла теплопроводностью через толщину пластины и конвективную теплоотдачу от поверхности пластины к среде справа.

Запишем выражения плотности теплового потока для каждого из указанных процессов: $q_1 = \alpha_1 (T'_0 - T_1)$; $q_2 = (\lambda/\delta)(T_1 - T_2)$; $q_3 = \alpha_2 (T_2 - T''_0)$.

В связи с тем, что процесс стационарный, все эти три величины равны между собой, т. е. $q_1 = q_2 = q_3 = q$. Учитывая это обстоятельство, выразим соответствующие разности температур через плотность теплового потока q : $T'_0 - T_1 = (1/\alpha_1)q$; $T_1 - T_2 = (\delta/\lambda)q$; $T_2 - T''_0 = (1/\alpha_2)q$.

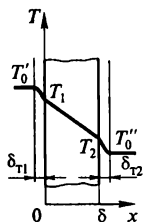
Суммируя эти три равенства, после очевидных сокращений получим $T'_0 - T''_0 = q(1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2)$, откуда

$$q = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2} (T'_0 - T''_0). \quad (16.14)$$

Таким образом, и в случае теплопередачи плотность теплового потока пропорциональна разности температур сред, расположенных по обе стороны от разделяющей их стенки. Коэффициент пропорциональности в выражении (16.14) носит название коэффициента теплопередачи

$$k = 1/(1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2). \quad (16.15)$$

Рис. 16.2. Стационарное температурное поле в плоской стенке при граничных условиях третьего рода



Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, и представляющая собой суммарное тепловое сопротивление, имеет, следовательно, вид

$$1/k = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2. \quad (16.15, a)$$

В связи с тем, что одно из слагаемых в этом выражении, а именно δ/λ , было названо внутренним тепловым сопротивлением (16.13), логично считать, что величина, обратная коэффициенту теплоотдачи, представляет собой внешнее, или наружное, тепловое сопротивление

$$R_n = 1/\alpha. \quad (16.16)$$

Легко показать, что в случае многослойной стенки, состоящей из n слоев с толщинами δ_i и коэффициентами теплопроводности λ_i , формула для коэффициента теплопередачи имеет тот же вид, что и (16.15), однако вместо внутреннего теплового сопротивления должна при этом фигурировать сумма тепловых сопротивлений всех слоев

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \sum_{i=1}^n (\delta_i / \lambda_i) + 1/\alpha_2}. \quad (16.15, б)$$

Таким образом, в любом случае теплопередачи плотность теплового потока определяется выражением

$$q = k (T_0' - T_0''). \quad (16.17)$$

Итак, формула (16.17) позволяет определить плотность теплового потока, проходящего через пластину в случае граничных условий третьего рода, что дает возможность найти все другие неизвестные из условия задачи величины и распределение температуры по толщине пластины, используя любое выражение для плотности теплового потока.

Рассмотренные задачи стационарной теплопроводности для неограниченной плоской стенки имеют практическое значение. Дело в том, что стены металлургических печей во многих случаях могут рассматриваться как неограниченные плоские пластины, а поскольку в печах непрерывного действия реализуется стацио-

нарный тепловой режим, потери тепла через стены в таких печах рассчитывают по полученным формулам.

**Стационарное температурное поле
в цилиндрической стенке при отсутствии
внутренних источников тепла**

Для цилиндрической стенки, неограниченно простирающейся в направлении оси x , в осесимметричном случае (т. е. при неизменных по граничным поверхностям стенки условиях) уравнение (16.7) принимает вид

$$d^2T/dr^2 + (1/r)dT/dr = 0. \quad (16.18)$$

Используя подстановку $dT/dr = u$, получим уравнение с разделяющимися переменными $du/dr + u/r = 0$, которое легко интегрируется: $\ln u + \ln r = \ln C_1$. Отсюда после потенцирования получаем $ur = C_1$, или, переходя к переменной T и выполняя разделение переменных, имеем уравнение $dT = C_1 \cdot dr/r$, интегрирование которого дает искомое решение

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2. \quad (16.19)$$

Легко видеть, что плотность теплового потока не постоянна по толщине цилиндрической стенки. Действительно, $q = -\lambda \times (dT/dr) = -\lambda C_1/r$, т. е. плотность теплового потока уменьшается по мере удаления от оси обратно пропорционально радиусу, что и естественно, так как при этом поверхность S , через которую проходит тепловой поток, растет пропорционально радиусу, в то время как этот поток $Q = qS$, должен оставаться постоянным.

Константы C_1 и C_2 в решении (16.19) находятся из граничных условий.

Граничные условия первого рода. Заданы температура внутренней поверхности стенки T_1 и температура наружной поверхности T_2 (рис. 16.3), т. е. $T(r_1) = T_1$; $T(r_2) = T_2$.

Применяя эти граничные условия к решению (16.19), получаем $T_1 = C_1 \ln r_1 + C_2$; $T_2 = C_1 \ln r_2 + C_2$, откуда находим $C_1 = (T_1 - T_2)/\ln(r_1/r_2)$; $C_2 = T_1 - (T_1 - T_2) \ln r_1/\ln(r_1/r_2)$.

Таким образом, искомое распределение температуры имеет вид

$$T(r) = T_1 - (T_1 - T_2) \ln(r/r_1)/\ln(r_2/r_1), \quad (16.20)$$

т. е. температура изменяется по толщине стенки по логарифмической кривой.

Используя распределение (16.20), легко найти плотность теплового потока, проходящего через любую цилиндрическую поверхность внутри стенки с текущим радиусом r :

$$q = -\lambda \cdot dT/dr = \lambda(T_1 - T_2) / r \ln(r_2/r_1),$$

откуда тепловой поток, проходящий через трубу длиной L , получается постоянным по толщине и равным, Вт:

$$Q = 2\pi r L q = 2\pi \lambda L (T_1 - T_2) / \ln(r_2/r_1). \quad (16.21)$$

Тепловой поток, проходящий через цилиндрическую стенку единичной длины, называется линейной плотностью теплового потока и выражается следующим образом, Вт/м:

$$Q_L = 2\pi \lambda (T_1 - T_2) / \ln(r_2/r_1) = \pi(T_1 - T_2) / R_{L\text{вн}}, \quad (16.21, а)$$

где $R_{L\text{вн}} = (1/2\lambda) \ln(r_2/r_1)$ — внутреннее линейное тепловое сопротивление цилиндрической стенки.

Граничные условия второго рода. Заданы значения плотности теплового потока на внутренней q_1 и наружной q_2 поверхностях цилиндрической стенки, т. е.

$$-\lambda \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_1} = q_1 \quad \text{и} \quad -\lambda \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_2} = q_2.$$

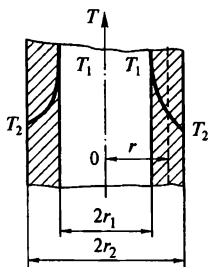


Рис 16.3. Стационарное температурное поле в цилиндрической стенке при граничных условиях первого рода

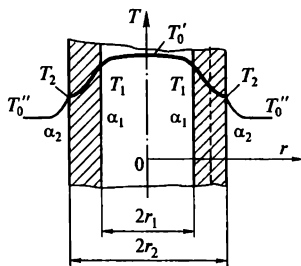


Рис 16.4. Стационарное температурное поле в цилиндрической стенке при граничных условиях третьего рода

Подставляя в эти равенства решение (16.19), получим, на первый взгляд, два различных выражения для константы C_1 :

$$C_1 = -\frac{q_1 r_1}{\lambda} \text{ и } C_1 = -\frac{q_2 r_2}{\lambda}.$$

Однако, на самом деле, это одно и то же выражение, так как $q_1 r_1 = q_2 r_2 = Q_L/2\pi$. Таким образом, при граничных условиях второго рода можно найти лишь одну из констант в решении (16.19):

$$C_1 = -Q_L/2\pi\lambda.$$

Следовательно, константа C_2 может быть любой, т. е. и в случае цилиндрической стенки задача имеет бесчисленное множество решений.

Граничные условия третьего рода. Теплопередача через цилиндрическую стенку. Заданы температуры среды внутри трубы T_0' и снаружи T_0'' , а также коэффициенты конвективной теплоотдачи к внутренней поверхности трубы α_1 и от наружной α_2 (рис. 16.4).

Запишем выражения для линейной плотности теплового потока, подводимого к внутренней поверхности стенки, проходящего через стенку и отводимого от ее наружной поверхности: $Q_{L1} = \alpha_1(T_0' - T_1)2\pi r_1$; $Q_{L2} = 2\pi\lambda(T_1 - T_2)/\ln(r_2/r_1)$; $Q_{L3} = \alpha_2(T_2 - T_0'')2\pi r_2$.

Очевидно, что для сохранения стационарного режима эти три величины должны быть равны между собой, т. е. $Q_{L1} = Q_{L2} = Q_{L3} = Q_L$. Напомним, что температуры на поверхностях стенки T_1 и T_2 неизвестны. Учитывая это, находим разности температур: $T_0' - T_1 = Q_L/2\pi r_1 \alpha_1$; $T_1 - T_2 = Q_L \ln(r_2/r_1)/2\pi\lambda$; $T_2 - T_0'' = Q_L/2\pi r_2 \alpha_2$, откуда, суммируя, получаем

$$T_0' - T_0'' = Q_L/\pi [1/2r_1\alpha_1 + (1/2\lambda)\ln(r_2/r_1) + 1/2r_2\alpha_2].$$

Таким образом, выражение для линейной плотности теплового потока имеет вид

$$Q_L = \frac{1}{1/2r_1\alpha_1 + (1/2\lambda)\ln(r_2/r_1) + 1/2r_2\alpha_2} \pi(T_0' - T_0'') \quad (16.22)$$

$$\text{или } Q_L = k_L \pi(T_0' - T_0''), \quad (16.22, \text{ а})$$

где величина

$$k_L = \frac{1}{1/2r_1\alpha_1 + (1/2\lambda)\ln(r_2/r_1) + 1/2r_2\alpha_2} \quad (16.23)$$

называется линейным коэффициентом теплопередачи, а величина $R_{LH} = 1/(2r\alpha)$ — наружным линейным тепловым сопротивлением.

Определив по формуле (16.22) линейную плотность теплового потока и зная температуры среды, легко найти распределение температуры по толщине цилиндрической стенки при этих граничных условиях.

В случае теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку линейная плотность теплового потока также определяется по формуле (16.22, а), а в выражении для линейного коэффициента теплопередачи суммируются внутренние линейные тепловые сопротивления слоев:

$$k_L = \frac{1}{1/2r_1\alpha_1 + \sum_{i=1}^n (1/2\lambda_i) \ln(r_{i+1}/r_i) + 1/2r_{n+1}\alpha_2}.$$

Критический диаметр теплоизоляции

Особенностью теплопередачи через цилиндрическую стенку является тот факт, что имеется такая величина наружного диаметра этой стенки, которая соответствует минимуму суммарного линейного теплового сопротивления и при постоянной разности температур — максимуму линейной плотности теплового потока.

Рассмотрим влияние наружного диаметра однородной цилиндрической стенки на ее суммарное линейное тепловое сопротивление. Последняя величина, являющаяся обратной коэффициенту теплопередачи, в соответствии с формулой (16.23) выражается как

$$R_{L\Sigma} = 1/d_1\alpha_1 + (1/2\lambda) \ln(d_2/d_1) + 1/d_2\alpha_2. \quad (16.24)$$

При этом, если внутренний диаметр d_1 остается постоянным, а наружный d_2 увеличивается, внутреннее линейное тепловое сопротивление $R_{L_{BH}} = (1/2\lambda) \ln(d_2/d_1)$ растет, а наружное $R_{L_{H2}} = 1/d_2\alpha_2$ убывает (рис. 16.5). В результате при некотором значении d_2 , называемом критическим ($d_{кр}$), суммарное линейное тепловое сопротивление оказывается минимальным, а линейный коэффициент теплопередачи (и, следовательно, линейная плотность теплового потока) — максимальным.

Для того, чтобы найти критический диаметр, продифференцируем сумму двух последних слагаемых в правой части выра-

жения (16.24) по d_2 и приравня-
ем производную нулю: $1/2\lambda d_{кр} -$
 $- 1/\alpha_2 d_{кр}^2 = 0$, откуда получаем

$$d_{кр} = 2\lambda/\alpha_2. \quad (16.25)$$

При $d_2 < d_{кр}$ увеличение d_2
приводит к уменьшению суммар-
ного линейного теплового сопро-
тивления и, следовательно, к уве-
личению теплового потока, т. е.
тепловых потерь через стенку,
что объясняется превалирующим
влиянием на процесс увеличения
наружной поверхности стенки.

При $d_2 > d_{кр}$ с дальнейшим
увеличением d_2 суммарное тепло-
вое сопротивление растет в связи с доминирующим влиянием
внутреннего теплового сопротивления. При этом суммарное тепло-
вое сопротивление увеличивается, а тепловые потери через
стенку уменьшаются.

Экстремальный характер зависимости тепловых потерь через
цилиндрическую стенку от наружного диаметра и наличие кри-
тического диаметра следует учитывать при выборе материалов для
теплоизоляции трубопроводов, трубчатых печей и водоохлаждае-
мых элементов печей. Если выбранный материал оказывается та-
ким, что для него критический диаметр, определяемый по фор-
муле (16.25), превышает наружный диаметр неизолированного
трубопровода, применение такого материала теряет смысл, так
как в этом случае нанесение теплоизоляции будет приводить не
к уменьшению, а к возрастанию тепловых потерь через стенку
трубопровода. Эффективную теплоизоляцию будет обеспечивать
только такой материал, для которого $d_{кр} < d_2$, где d_2 — наружный
диаметр неизолированного трубопровода.

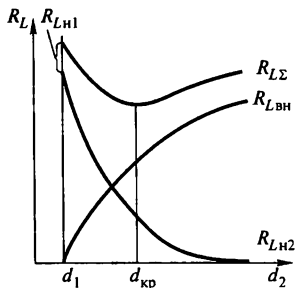


Рис 16.5. Зависимость тепловых со-
противлений от наружного диамет-
ра трубы

4. Теплопроводность при нестационарном режиме

Рассматривая нестационарные процессы теплопроводности, ог-
раничимся, по необходимости, простейшими задачами. Более
подробно этот вопрос рассмотрен в специальной литературе.

В частности, получим решения лишь для тела наиболее простой геометрической формы — неограниченной пластины конечной толщины.

Далее, рассмотрим лишь симметричные задачи нестационарной теплопроводности, т. е. такие, когда граничные условия на обеих поверхностях пластины одинаковы. Поэтому начало координат расположим в осевой плоскости пластины, толщину которой будем считать равной 2δ .

Во всех случаях в качестве начальных условий принимаем равномерное распределение температуры по толщине пластины в начальный момент времени $t = 0$.

При изучении задач нестационарной теплопроводности рассмотрим сначала задачу с граничными условиями третьего рода, как наиболее общий и наиболее часто встречающийся на практике случай. Действительно, в практике работы печей, например, чаще всего известны температуры теплоносителя или внешнего источника тепла, а также закон теплообмена между этой средой или источником и поверхностью нагреваемого (или охлаждаемого) материала. С другой стороны, как показано ниже, решение для граничных условий первого рода может быть получено как частный случай из решения для граничных условий третьего рода. Что же касается задачи с граничными условиями второго рода, то ее решение может быть сведено к задаче с граничными условиями первого рода.

В случае нагрева и охлаждения пластины, размеры которой в направлении осей y и z неограничены, а толщина в направлении оси x конечна, температура изменяется только по толщине, так как $\partial T/\partial y = \partial T/\partial z = 0$, и уравнение теплопроводности без внутренних источников тепла (16.3) принимает вид

$$\partial T/\partial t = a \cdot \partial^2 T/\partial x^2. \quad (16.26)$$

Методы решения задач нестационарной теплопроводности

Имеются различные методы решения уравнения теплопроводности (16.26), т. е. отыскания функции $T(x, t)$. В частности, среди аналитических методов широко распространены метод разделения переменных (метод Фурье), различные операционные методы, использующие те или иные интегральные преобразования,

а также различные конечно-разностные методы, позволяющие осуществлять численное решение.

Из указанных выше аналитических методов воспользуемся методом разделения переменных в связи с его простотой, наглядностью и достаточной универсальностью.

В соответствии с этим методом решение уравнения (16.26) ищется в виде произведения двух функций $T(x, t) = \Phi(x) \Pi(t)$, одна из которых, Φ , зависит только от пространственной координаты x , а другая, Π — только от времени t .

Подставляя это выражение в уравнение (16.26) и разделяя переменные, получим $(1/a\Pi) d\Pi/dt = (1/\Phi) d^2\Phi/dx^2$,

В левой части этого равенства стоит выражение, зависящее только от t , а в правой — только от x . Известно, что две функции от двух разных и не зависящих друг от друга аргументов могут быть равны при любых значениях последних только в том случае, если они постоянны. Обозначим эту постоянную величину $-k^2$. Тогда получаем вместо одного дифференциального уравнения в частных производных (16.26) два обыкновенных дифференциальных уравнения для определения функций $\Phi(x)$ и $\Pi(t)$ (в этом и заключается идея метода разделения переменных): $(1/\Pi) d\Pi/dt = -ak^2$; $d^2\Phi/dx^2 + k^2\Phi = 0$.

Решения этих уравнений известны и имеют, соответственно, следующий вид: $\Pi(t) = C_1 \exp(-ak^2t)$; $\Phi(x) = C_2 \cos(kx) + C_3 \sin(kx)$, где C_1, C_2, C_3 и k — произвольные постоянные.

Таким образом, получаем $T(x, t) = C_1 \exp(-ak^2t) [C_2 \cos(kx) + C_3 \sin(kx)]$, или, обозначая $C_1 C_2 = C$ и $C_1 C_3 = D$,

$$T(x, t) = \exp(-ak^2t) [C \cos(kx) + D \sin(kx)]. \quad (16.27)$$

В таком виде надо искать решение уравнения (16.26). Термин «искать решение» означает необходимость определения произвольных констант C, D и k из краевых (т. е. из начальных и граничных) условий.

Одна из этих констант, а именно D , определяется сразу из следующих простых соображений. В связи с тем, что рассматриваются лишь симметричные задачи (т. е. задачи с симметричными начальными и граничными условиями), распределение температуры по толщине пластины в любой момент времени также должно быть симметричным относительно плоскости yOz (см., например, рис. 16.6). Это означает, что искомая функция $T(x, t)$

должна быть четной функцией координаты x . Однако входящая в решение (16.27) функция $\sin(kx)$ является нечетной, следовательно, $D = 0$ для любой симметричной задачи.

Таким образом, решение уравнения (16.26) будем искать в виде

$$T(x, t) = C \exp(-k^2 at) \cos(kx). \quad (16.28)$$

Произвольные константы k и C , входящие в это выражение, определяются из граничных и начальных условий задачи.

Граничные условия третьего рода при постоянной температуре окружающей среды

Имеем неограниченную плоскую пластину толщиной 2δ , которая нагревается (либо охлаждается) за счет конвективной теплоотдачи от окружающей среды, имеющей постоянную температуру T_0 , к ее поверхностям (рис. 16.6). В начальный момент времени ($t = 0$) температура пластины, постоянная по ее толщине, равна T_n .

Процесс нагрева пластины протекает таким образом, что температура в любой ее точке возрастает, стремясь к температуре среды T_0 . При этом распределение температуры по сечению выравнивается, как это показано на рис. 16.6.

Рассмотрим математическую формулировку задачи. Для определения зависимости температуры от координаты x и от времени t , т. е. функции $T(x, t)$, имеем уравнение теплопроводности (16.26), краевыми условиями для которого служат

$$T(x, 0) = T_n \quad (16.29)$$

в качестве начального условия и, в соответствии с выражением (16.5), уравнение

$$\mp \alpha [T_0 - T(\pm\delta, t)] = -\lambda (\partial T / \partial x)_{x=\pm\delta} \quad (16.30)$$

в качестве граничного условия. Знак «плюс» перед левой частью соответствует условию на левой поверхности пластины ($x = -\delta$), когда направление теплового потока совпадает с положительным направлением оси x , знак «минус» — условию на правой поверхности ($x = +\delta$), когда тепловой поток направлен в отрицательную сторону оси x .

Введем избыточную температуру ϑ , выразив ее следующим образом: $\vartheta(x, t) = T_0 - T(x, t)$.

Для этой новой переменной математическая формулировка задачи имеет вид

$$\partial \vartheta / \partial t = a \cdot \partial^2 \vartheta / \partial x^2; \quad (16.31)$$

$$\vartheta(x, 0) = T_0 - T_H = \vartheta_H; \quad (16.32)$$

$$\mp \alpha \vartheta(\pm \delta, t) = \lambda (\partial \vartheta / \partial x)_{x=\pm \delta}. \quad (16.33)$$

Знак в правой части уравнения граничного условия изменился на обратный в связи с тем, что $\partial \vartheta / \partial x = -\partial T / \partial x$.

Так как уравнение (16.31) для избыточной температуры ϑ имеет тот же вид, что и уравнение (16.26) для абсолютной температуры T , решение будем искать в виде (16.28), т. е.

$$\vartheta(x, 0) = C \exp(-k^2 at) \cos(kx), \quad (16.34)$$

где константы C и k определим из краевых условий (16.32) и (16.33).

Вначале используем граничное условие (16.33), например, на левой поверхности пластины $x = -\delta$. Подставляем решение (16.34) в уравнение (16.33) $\alpha C \exp(-k^2 at) \cos(k\delta) = \lambda C k \exp(-k^2 at) \sin(k\delta)$, откуда после сокращений получаем $\text{ctg}(k\delta) = k\lambda/\alpha$, или, умножив числитель и знаменатель в правой части на δ и разделив на λ ,

$$\text{ctg}(k\delta) = k\delta/(\alpha\delta/\lambda). \quad (16.35)$$

Таким образом, получено уравнение, из которого можно найти одну из определяемых констант, а именно, k . Однако из этого уравнения удобно находить не саму эту величину, а ее произведение на полутолщину пластины, которое мы обозначим $\mu = k\delta$ и назовем характеристическим числом. Безразмерный комплекс $\alpha\delta/\lambda$ в знаменателе правой части уравнения (16.35) обозначим $Bi = \alpha\delta/\lambda$ и назовем критерием Био. Физический смысл этой величины рассмотрим ниже, а сейчас заметим, что критерий Био является постоянной величиной и включает в себя важнейшие параметры задачи: коэффициент теплоотдачи, характерный геометрический размер тела и коэффициент теплопроводности материала тела.

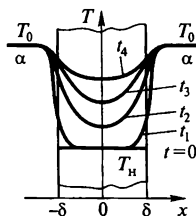


Рис. 16.6. Нагрев плоской пластины при граничных условиях третьего рода

Итак, уравнение, служащее для отыскания одной из констант (характеристического числа μ) и называемое характеристическим уравнением, имеет с учетом введенных обозначений следующий вид

$$\operatorname{ctg} \mu = \mu / \text{Bi}. \quad (16.35, \text{a})$$

Это уравнение является трансцендентным, а потому требует графического или численного решения для определения характеристического числа μ . Обозначим левую часть уравнения (16.35, а) $f_1(\mu)$, а правую — $f_2(\mu)$ и построим графики этих функций (рис. 16.7). Первый из этих графиков представляет собой котангенсоиду, являющуюся периодической функцией аргумента μ с периодом π , а второй — прямую с угловым коэффициентом $1/\text{Bi}$. Абсциссы точек пересечения этих графиков дают корни характеристического уравнения. Как видно из рис. 16.7, уравнение (16.35, а) имеет бесчисленное множество таких корней, т. е. имеется бесконечное множество значений характеристического числа μ_n (или константы k_n), удовлетворяющих уравнению (16.31) и граничному условию (16.33). Это означает, что имеется бесконечное множество частных решений уравнения (16.31) с граничным условием (16.33), сумма которых в связи с линейностью уравнения (16.31) и граничного условия (16.33) является его общим решением:

$$\vartheta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\mu_n^2 at / \delta^2) \cos(\mu_n \cdot x / \delta). \quad (16.36)$$

Заметим, что характеристические числа μ_n в этом решении известны как корни характеристического уравнения (16.35, а); причем каждое из них определяется только величиной критерия Био: $\mu_n = \mu_n(\text{Bi})$.

Заметим также, что безразмерная величина at/δ^2 , стоящая в показателе экспоненты, является величиной переменной (так как содержит одну из независимых переменных t), представляет собой, по существу, безразмерное время, называется числом Фурье и обозначается $\text{Fo} = at/\delta^2$.

Таким образом, решение (16.36) можно записать в виде

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}) \cos(\mu_n X), \quad (16.36, \text{a})$$

где $X = x/\delta$ — безразмерная координата.

В решении (16.36) или (16.36, а) неизвестными остаются лишь все значения константы C_n . В связи с тем, что это решение должно удовлетворять не только граничному условию, но и начальному (16.32), определим C_n из этого начального условия. Для этого полагаем в выражении (16.36, а) $F_0 = 0$ (что означает $t = 0$) и получаем выражение

$$\vartheta_n = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\mu_n X), \quad (16.37)$$

которое представляет собой разложение величины ϑ_n в ряд с заданными значениями μ_n , определяемыми уравнением (16.35а). Используя это уравнение, можно показать, что $\cos(\mu_n X)$ и $\cos(\mu_m X)$ (где μ_m — любое характеристическое число, выбранное из бесконечного множества μ_n) являются ортогональными функциями, т. е.

$$\int_{-\delta}^{\delta} \cos(\mu_n X) \cos(\mu_m X) dx = 0$$

при любом $n \neq m$ и лишь при $n = m$ этот интеграл является конечной величиной.

Это обстоятельство позволяет определить значения C_n , для чего умножим обе части выражения (16.37) на $\cos(\mu_n X)$ и проинтегрируем по x в пределах толщины пластины. В результате, меняя порядок суммирования и интегрирования (обе операции являются линейными), получим выражение

$$\vartheta_n \int_{-\delta}^{\delta} \cos(\mu_m X) dx = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_{-\delta}^{\delta} \cos(\mu_m X) \cos(\mu_n X) dx,$$

в правой части которого все интегралы равны нулю, кроме одного, соответствующего случаю $n = m$. Вследствие этого последнее выражение сводится к следующему:

$$\vartheta_n \int_{-\delta}^{\delta} \cos(\mu_n X) dx = C_n \int_{-\delta}^{\delta} \cos^2(\mu_n X) dx.$$

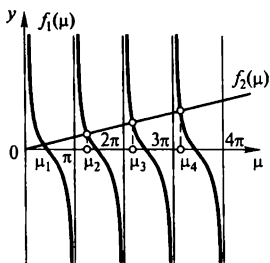


Рис. 16.7. Графическое решение характеристического уравнения

Отсюда легко определить C_n . Действительно, помня о том, что $X = x/\delta$, получаем

$$\int_{-\delta}^{\delta} \cos(\mu_n X) dx = 2 \int_0^{\delta} \cos(\mu_n X) dx = (2\delta/\mu_n) \sin \mu_n;$$

$$\int_{-\delta}^{\delta} \cos^2(\mu_n X) dx = \int_0^{\delta} 2 \cos^2(\mu_n X) dx = (2\delta/\mu_n)(\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n).$$

Таким образом, получаем

$$C_n = 2\vartheta_n \sin \mu_n / (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n), \quad (16.38)$$

и решение (16.36, а) принимает окончательный вид

$$\vartheta = \vartheta_n \sum_{n=1}^{\infty} \left[2 \sin \mu_n / (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n) \right] \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (16.39)$$

Тем самым задача решена, т. е. можно найти значение избыточной ϑ , а значит, и абсолютной T температуры в любой точке пластины в любой момент времени.

Заметим, что в полученном решении (16.39) независимые переменные фигурируют в безразмерном виде, т. е. роль координаты играет безразмерная величина $X = x/\delta$, а роль времени — число Фурье $Fo = at/\delta^2$. В связи с этим логично и искомую функцию, т. е. избыточную температуру ϑ , представить также в безразмерном виде. Для этого достаточно разделить обе части выражения (16.39) на начальную избыточную температуру ϑ_n , известную из условий задачи. В результате получаем решение в безразмерном виде:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \left[2 \sin \mu_n / (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n) \right] \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (16.40)$$

где $\theta = (T_0 - T)/(T_0 - T_n)$ — относительная (безразмерная) избыточная температура.

Таким образом, полученный результат (16.40) означает, что безразмерная избыточная температура θ является функцией критерия Био [так как $\mu_n = \mu_n(Bi)$], числа Фурье (т. е. безразмерного времени) и безразмерной координаты:

$$\theta = \theta(Bi, Fo, X), \quad (16.41)$$

где Bi — параметр задачи; Fo и X — безразмерные независимые переменные. Термин «безразмерное время», относящийся к числу Фурье, означает, что для пластин различной толщины и с различными коэффициентами теплопроводности (но при одинаковых значениях критерия Био) температурные кривые, построенные в координатах $\theta-X$, будут совпадать при равенстве чисел Фурье, т. е. не в один и тот же момент времени, а в сходственные моменты времени, определяемые из условия равенства чисел Фурье.

Конкретный вид решения (16.40) получен для неограниченной плоской пластины, однако принципиально в таком же виде, т. е. в виде (16.41), получаются решения и для тел любой другой геометрической формы. При этом изменяется лишь смысл, вкладываемый в понятие «характерный размер тела». Например, если в случае плоской пластины и для симметричной задачи роль характерного размера играла полутолщина пластины, то в случае цилиндра и шара роль характерного размера играет радиус R . При этом числа Био и Фурье имеют вид: $Bi = \alpha R/\lambda$; $Fo = at/R^2$.

Заметим, что найти принципиальный вид (16.41) решения нестационарной задачи теплопроводности при граничных условиях третьего рода можно и не выполняя аналитического решения, путем анализа уравнения и краевых условий методами теории подобия.

Решение в виде (16.41), т. е. в виде зависимости от одного параметра и двух независимых переменных, дает возможность представить большое разнообразие решений в графическом виде. Действительно, было бы совершенно невозможно изобразить графически зависимость температуры от шести параметров и двух независимых переменных: $T = T(T_0, T_n, \alpha, \lambda, a, \delta, x, t)$.

Графики, построенные по аналитическим решениям задач нестационарной теплопроводности и существенно облегчающие расчеты, приведены в справочниках в виде зависимости относительной избыточной температуры (ось ординат) от числа Фурье (ось абсцисс). Для каждой кривой из семейства, представленного на таком графике, параметром является критерий Био. Графики построены отдельно для трех геометрических форм — пластины, бесконечно длинного цилиндра и шара, а также для двух значений безразмерной координаты $X = 0$ (центр пластины, цилиндра, шара) и $X = 1$ (поверхность пластины, цилиндра и шара). Графики для пластины и цилиндра приведены в приложениях IV—IX.

Прежде чем перейти к исследованию полученного решения (16.40), рассмотрим физический смысл критерия Био в задачах нестационарной теплопроводности. Для этого представим критерий Био в виде $Bi = \alpha/(\lambda/\delta)$. В числителе этого выражения стоит коэффициент теплоотдачи α , который характеризует интенсивность внешнего теплообмена, т. е. теплоотдачи от среды к поверхности тела (или наоборот). В знаменателе стоит величина отношения коэффициента теплопроводности к характерному размеру тела. Эта величина, как о том свидетельствует, например, формула (16.12), характеризует интенсивность внутреннего теплообмена между поверхностью тела и внутренними его слоями.

Таким образом, критерий Био представляет собой отношение параметров, характеризующих интенсивность процессов внешнего и внутреннего теплообмена.

С другой стороны, выражение для критерия Био может быть представлено в виде $Bi = (\delta/\lambda)/(1/\alpha)$. Из этого выражения следует, что в соответствии с формулами (16.13) и (16.16) критерий Био представляет собой отношение внутреннего теплового сопротивления к наружному.

Обе эти формулировки позволяют заключить, что характер распределения температуры в объеме нагреваемого (или охлаждаемого) тела определяется величиной критерия Био. Чем больше эта величина, тем больше интенсивность внешнего теплообмена по сравнению с интенсивностью внутреннего, или, что то же, тем больше внутреннее тепловое сопротивление по сравнению с наружным. В связи с этим большим значениям критерия Био должна соответствовать меньшая равномерность распределения температуры в объеме тела. И, наоборот, чем меньше величина критерия Био, тем равномернее распределена температура в объеме тела на протяжении всего периода нагрева (охлаждения), так как, например, подводимый к поверхности тепловой поток в этом случае весьма интенсивно отводится к внутренним слоям тела.

Для того, чтобы доказать справедливость только что высказанных заключений о влиянии критерия Био на процесс нагрева или охлаждения тела при граничных условиях третьего рода, необходимо проанализировать полученное решение для плоской пластины, т. е. рассмотреть, к чему сводится это решение при очень малых значениях критерия Био ($Bi \rightarrow 0$) и при очень больших его значениях ($Bi \rightarrow \infty$).

Нагрев (охлаждение) термически тонких тел ($Bi \rightarrow 0$)

При этом угловой коэффициент $1/Bi$ прямой в правой части характеристического уравнения (16.35, а) стремится к бесконечности, следовательно, прямая на графике рис. 16.7 совпадает с осью ординат. Поэтому корни характеристического уравнения, т. е. характеристические числа, принимают следующий ряд значений: $0, \pi; 2\pi; 3\pi; \dots (n-1)\pi; \dots$

Легко видеть из формулы (16.38), что при таких значениях характеристического числа все коэффициенты C_n , кроме первого, обращаются в нуль, а для первого получается неопределенность типа нуль, деленный на нуль, которую необходимо раскрыть.

Обозначим коэффициент, стоящий в решении (16.41) под знаком суммы перед функциями координаты и времени, через D_n :

$$D_n = 2 \sin \mu_n / (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n). \quad (16.42)$$

Эта величина, очевидно, пропорциональна коэффициенту C_n . Раскроем с помощью предельного перехода неопределенность для D_1 при $\mu_1 = 0$:

$$\lim_{\mu_1 \rightarrow 0} D_1 = \lim_{\mu_1 \rightarrow 0} \frac{2 \sin \mu_1}{\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1} = \lim_{\mu_1 \rightarrow 0} \frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_1 \cdot 1} = 1.$$

В связи с этим решение для рассматриваемого случая сводится к следующему:

$$\theta = \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo), \quad (16.43)$$

где остается определить конкретный вид связи между первым характеристическим числом и критерием Био.

Так как при малых значениях μ_1 величины $\sin \mu_1 \approx \mu_1$ и $\text{tg } \mu_1 \approx \mu_1$, характеристическое уравнение (16.35, а) принимает вид $1/\mu_1 = \mu_1/Bi$, откуда получаем $\mu_1 = \sqrt{Bi}$, и решение (16.43) выглядит теперь следующим образом: $\theta = \cos(\sqrt{Bi} X) \exp(-Bi Fo)$ или, поскольку $\lim_{\mu_1 \rightarrow 0} [\cos(\sqrt{Bi} X)] = 1$, так как $0 \leq X \leq 1$, получаем окончательно

$$\theta = \exp(-Bi Fo). \quad (16.44)$$

Таким образом, для случая $Bi \rightarrow 0$ получается равномерное распределение температуры по объему тела на протяжении всего периода нагрева (или охлаждения), так как θ в решении (16.44) не

зависит от X . Кроме того, температура во всех точках тела растет (или падает) во времени по экспоненциальному закону.

Тела, для которых выполняется условие малости критерия Био (практически $Bi \leq 0,25$) и которые, следовательно, нагреваются (или охлаждаются) равномерно по всему объему, называют термически тонкими телами. В этом случае лимитирующим звеном в процессе нагрева (или охлаждения) тела является внешний теплообмен.

Покажем теперь, что полученный результат (16.44) характерен не только для плоской пластины, но и для термически тонких тел любой формы.

Рассмотрим нагрев (или охлаждение) тела объемом V с поверхностью S . Известно, что тело является термически тонким, т. е. его нагрев (охлаждение) происходит при однородном распределении температуры в объеме в любой момент времени. Тело нагревается (охлаждается) в среде с температурой T_0 за счет конвективной теплоотдачи. Начальная температура тела T_H .

Приравняем на основании закона сохранения энергии приращение теплосодержания тела при изменении его температуры на dT к количеству теплоты, поступившему на поверхность тела за время dt путем конвективной теплоотдачи:

$$\rho V c dT = \alpha (T_0 - T) S dt.$$

Введем избыточную температуру (дефект температуры) $\vartheta = T_0 - T$. Заметим, что $dT = -d\vartheta$.

Получаем

$$\rho V c d\vartheta = -\alpha \vartheta S dt.$$

Разделим переменные в этом уравнении:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{\alpha S}{\rho V c} dt.$$

Введем характерный размер тела l следующим образом:

$$\frac{S}{V} = \frac{K}{l}, \quad (a)$$

где коэффициент K назовем коэффициентом формы.

Подставим это равенство в предыдущее уравнение, разделим числитель и знаменатель левой части на $\vartheta_H = T_0 - T_H$, в правой части умножим числитель и знаменатель на характерный размер l

и на коэффициент теплопроводности λ , учтем при этом, что $\vartheta/\vartheta_n = \theta$, $\lambda/(\rho c) = a$, $\alpha l/\lambda = Bi$, $at/S^2 = Fo$. В результате получим уравнение

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -KBi dFo,$$

интегрирование которого дает

$$\ln \theta = -KBi Fo + C.$$

Из начального условия $\theta(0) = 1$ находим $C = 0$ и окончательно получаем решение, справедливое для термически тонкого тела любой формы

$$\theta = \exp(-KBi Fo), \quad (16.45)$$

которое имеет тот же вид, что и полученное для пластины (16.44) и отличается от него лишь наличием коэффициента формы K . Используя выражение (а), легко показать, что для пластины $K = 1$, для бесконечно длинного цилиндра $K = 2$, для шара $K = 3$.

Граничные условия первого рода ($Bi \rightarrow \infty$)

Бесконечно большое значение критерия Био означает, что интенсивность внешнего теплообмена бесконечно велика по сравнению с интенсивностью внутреннего.

Для тела конечного размера, т. е. для пластины конечной толщины, и при конечной величине коэффициента теплопроводности случай $Bi \rightarrow \infty$ означает $\alpha \rightarrow \infty$. Последнее приводит к тому, что температура поверхности тела становится равной температуре окружающей среды (которая задана по условиям задачи и постоянна). Действительно, в соответствии с формулой Ньютона (15.3) разность температур между средой и поверхностью тела выражается как $T_0 - T_w = q/\alpha$, откуда следует, что при $\alpha \rightarrow \infty$ $T_0 - T_w \rightarrow 0$, так как плотность теплового потока является величиной конечной.

Следовательно, при $Bi \rightarrow \infty$ (практически при $Bi \geq 100$) интенсивность внешнего теплообмена настолько велика, т. е. наружное тепловое сопротивление настолько мало, что поверхность тела мгновенно принимает температуру окружающей среды. В результате, заданной величиной оказывается уже температура поверхности тела, т. е. получаем задачу с граничными условиями перво-

го рода. Это означает в рассматриваемом случае, что в момент времени $t = 0$ температура поверхности пластины мгновенно достигает заданного значения T_w и в дальнейшем остается постоянной (рис. 16.8). Математическая формулировка этой задачи выглядит следующим образом:

$$\partial \vartheta / \partial t = a \cdot \partial^2 \vartheta / \partial x^2; \quad \vartheta(x, 0) = \vartheta_H; \quad \vartheta(\pm \delta, t) = 0,$$

где избыточная температура $\vartheta = T_w - T$ и $\vartheta_H = T_w - T_H$.

Решение этой задачи получим как частный случай решения задачи с граничными условиями третьего рода (16.40) при $Bi \rightarrow \infty$. С этой целью найдем характеристические числа.

Характеристическое уравнение (16.35, а) при $Bi \rightarrow \infty$ принимает вид $\operatorname{ctg} \mu_n = 0$, т. е. прямая на рис. 16.7 совпадает с осью абсцисс. Отсюда получаем

$$\mu_n = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots (2n-1)\pi/2, \dots \quad (16.45)$$

При этом $\sin \mu_n = +1$ при нечетных n , и $\sin \mu_n = -1$ при четных n , т. е. $\sin \mu_n = (-1)^{n+1}$.

В связи с тем, что $\cos \mu_n = 0$, $D_n = 2(-1)^{n+1}/\mu_n$, и искомое решение принимает вид

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{\mu_n} \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (16.46)$$

где $\theta = (T_w - T)/(T_w - T_H)$, а μ_n определяется последовательностью (16.45).

Таким образом, при граничных условиях первого рода относительная избыточная температура θ определяется как функция числа Фурье и безразмерной координаты

$$\theta = \theta(Fo, X). \quad (16.47)$$

В этом случае критерий Био не является более параметром задачи, лимитирующим звеном в процессе нагрева (или охлаждения тела) является внутренний теплообмен.

Графики, отображающие зависимость (16.47) для пластины и цилиндра, также приведены в справочной литературе.

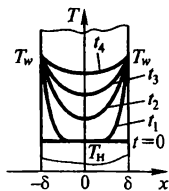


Рис. 16.8. Нагрев плоской пластины при граничных условиях первого рода

Граничные условия первого рода осуществляются на практике при очень высокой интенсивности внешнего теплообмена. Например, при закалке изделий в жидкостях, температура кипения которых ниже температуры нагрева изделия под закалку, коэффициент теплоотдачи от поверхности изделия к кипящей жидкости имеет порядок $10^3 \div 10^4$ Вт/(м² · К). В этих условиях величина критерия Био получается очень большой, что приводит к практически мгновенному выравниванию температуры поверхности изделия и температуры жидкости. При этом температура поверхности остается постоянной и равной температуре кипения жидкости.

Граничные условия второго рода при постоянной плотности теплового потока на поверхности

Эти граничные условия довольно редко встречаются на практике, поэтому не будем соответствующую задачу рассматривать подробно. Одним из немногих случаев практической реализации граничных условий второго рода с постоянной плотностью теплового потока на поверхности является начальный период работы высокотемпературных нагревательных печей. Действительно, поскольку в этом случае имеет место теплообмен излучением, плотность теплового потока на поверхности нагреваемого тела пропорциональна разности четвертых степеней температур источника излучения и поверхности $q_w \sim (T_0^4 - T_w^4)$. Однако на протяжении начального периода после помещения в печь холодного нагреваемого тела температура его поверхности T_w настолько мала по сравнению с температурой печи T_0 , что ею можно пренебречь, тем более, что в последнем выражении фигурируют четвертые степени этих температур. При этом, приближенно получаем, что $q_w \sim T_0^4$, и, если температура печи T_0 постоянна, то на поверхность нагреваемого тела поступает постоянный во времени тепловой поток.

Итак, имеем неограниченную плоскую пластину с толщиной 2δ , температура которой в момент времени $t = 0$ постоянна по толщине и равна T_H . В момент времени $t = 0$ на обе поверхности пластины начинает поступать одинаковый и постоян-

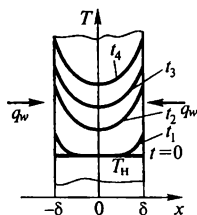


Рис. 16.9. Нагрев плоской пластины при граничных условиях второго рода

ный в дальнейшем тепловой поток с плотностью q_w (рис. 16.9). Математическая формулировка задачи имеет следующий вид:

$$\partial T / \partial t = a \cdot \partial^2 T / \partial x^2, \quad (16.48)$$

$$T(x, 0) = T_H; \quad (16.48, a)$$

$$-\lambda (\partial T / \partial x)_{x=\pm \delta} = \mp q_w. \quad (16.48, б)$$

Верхний знак в правой части граничного условия (16.48, б) относится к правой поверхности пластины, где тепловой поток направлен в отрицательную сторону оси x , нижний — к левой поверхности, где тепловой поток положителен (см. рис. 16.9).

Рассматриваемый случай нагрева тела постоянным тепловым потоком существенно отличается от предыдущих. При граничных условиях первого и третьего рода температурное поле с течением времени стремится к равновесию, т. е. температура в любой точке тела стремится либо к температуре окружающей среды T_0 (при граничных условиях третьего рода), либо к температуре поверхности T_w (при граничных условиях первого рода). В случае же нагрева постоянным тепловым потоком температура в любой точке тела неограниченно возрастает во времени. При этом, поскольку за каждую следующую единицу времени пластина получает столько же тепла, сколько за предыдущую, ее теплосодержание и средняя по толщине температура будут расти во времени линейно.

Для решения этой задачи введем вместо температуры новую переменную — плотность теплового потока $q(x, t)$, связанную с температурой формулой постулата Фурье $q(x, t) = -\lambda \partial T(x, t) / \partial x$.

Продифференцируем по x обе части уравнения (16.48) $(\partial / \partial x)(\partial T / \partial t) = a \cdot \partial^3 T / \partial x^3$, или, изменяя порядок дифференци-

рования, $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = a \frac{\partial^3 T}{\partial x^3}$. Подставляя сюда вместо $\partial T / \partial x$ его вы-

ражение через новую переменную $\partial T / \partial x = -q / \lambda$, после сокращения получим уравнение

$$\frac{\partial q}{\partial t} = a \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}, \quad (16.49)$$

являющееся обычным уравнением теплопроводности (16.26), в котором, однако, роль искомой функции играет уже не температура $T(x, t)$, а плотность теплового потока $q(x, t)$.

Сформулируем краевые условия для этого уравнения:

$$q(x, 0) = 0; \quad (16.49, a)$$

$$q(\pm \delta, t) = \mp q_w. \quad (16.49, б)$$

Таким образом, получили для новой переменной $q(x, t)$ задачу теплопроводности с граничными условиями первого рода. Действительно, граничным условием (16.49, б) задаются значения искомой функции на поверхностях пластины.

Эта задача отличается от рассмотренной выше лишь тем, что она является антисимметричной, так как на поверхностях пластины значения искомой функции равны по величине и противоположны по знаку (рис. 16.10). Процесс перестройки распределения q идет в направлении выравнивания начальных неравномерностей. При этом предельно равномерным будет линейное распределение плотности теплового потока, которое практически реализуется, начиная с момента времени, соответствующего $Fo = 0,3$. Понятно, что линейному распределению q , а следовательно, и $\partial T/\partial x$ соответствует параболическое распределение температуры по толщине пластины.

Решение этой задачи должно иметь вид

$$q(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) - q_w X. \quad (16.50)$$

В этом решении функция координаты под знаком суммы синус, а не косинус, так как задача антисимметричная. При $Fo \geq 0,3$ вся сумма ряда практически обращается в ноль и остается линейное слагаемое.

Зная $q(x, t)$, нетрудно найти $T(x, t)$. Из постулата Фурье имеем $\partial T/\partial x = -q/\lambda$. Интегрируя, получим

$$T(x, t) = -\frac{1}{\lambda} \int q dx + \varphi(t) + C,$$

где $\varphi(t)$ — произвольная функция времени, C — произвольная константа интегрирования. Подставляя сюда решение для $q(x, t)$ (16.50), найдем выражение для температуры

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) + \frac{q_w}{2\delta\lambda} x^2 + \varphi(t) + C,$$

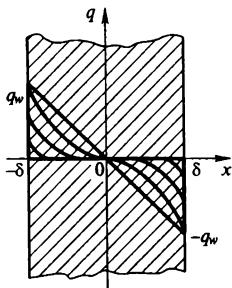


Рис. 16.10. Изменение распределения q

в котором следует найти функцию $\varphi(t)$.

Ранее было показано, что, начиная с момента времени, соответствующего $Fo = 0,3$, распределение температуры по толщине пластины становится параболическим и эта форма далее не меняется. Это означает, что температура при любом x изменяется во времени также, как средняя по толщине. Найдём это изменение, записав закон сохранения энергии для контрольного объема, размер которого по оси x равен толщине пластины, а площадь каждой из граней, расположенных в граничных плоскостях пластины, равна 1 м^2 :

$$q_w \cdot 2 \cdot dt = \rho c \cdot 2\delta \cdot 1 \cdot d\bar{T},$$

или

$$d\bar{T} = \frac{q_w}{\rho c \delta} dt,$$

откуда, интегрируя и определив константу из начального условия, получаем

$$\bar{T} = \frac{q_w}{\rho c \delta} t + T_H.$$

Эта линейная функция времени и есть искомая функция $\varphi(t)$.

Итак, решение задачи будет иметь вид:

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) + \frac{q_w}{2\delta\lambda} x^2 + \frac{q_w}{\rho c \delta} t + T_H + C. \quad (16.51)$$

Как это видно из полученного выражения, при $Fo \geq 0,3$ сумма ряда в правой части практически обращается в ноль. При этом распределение температуры по толщине пластины имеет вид квадратичной параболы (второе слагаемое) и со временем не меняется — парабола лишь перемещается вверх вдоль оси температур (рис. 16.9); температуры во всех точках растут линейно и с одинаковой скоростью. Это регулярный тепловой режим при граничных условиях второго рода — самый простой случай регулярного режима.

Регулярный тепловой режим

Физическая природа процессов нестационарной теплопроводности такова, что в случае неизменного теплового воздействия на поверхность тела ($T_0 = \text{const}$, либо $T_w = \text{const}$, либо $q_w = \text{const}$) по истечении некоторого времени с начала процесса появляется некоторая, сохраняющаяся в дальнейшем регулярность в распределении температуры по объему тела и в изменении температуры в каждой точке тела во времени. При этом процесс теплопроводности перестает зависеть от начальных условий, наступает так называемый регулярный тепловой режим.

Это свойство рассматриваемых процессов находит отражение в полученных решениях (16.40), (16.46) и (16.51). При этом, как показано ниже, много общих черт имеет регулярный тепловой режим при граничных условиях третьего и первого рода, т. е. когда температурное поле стремится к равновесию. Существенные отличия от этих двух случаев характерны для описанного выше регулярного теплового режима при граничных условиях второго рода.

Рассмотрим теперь регулярный режим при граничных условиях третьего (наиболее общий случай) и первого (частный случай предыдущего) рода.

Напомним, что при граничных условиях третьего рода полученное решение для плоской пластины имеет вид (16.40). В связи с тем, что каждое следующее характеристическое число больше предыдущего, $\mu_{k+1} > \mu_k$ (см. рис. 16.7), и так как μ_n стоит в квадрате в отрицательном показателе экспоненты, ряд в правой части (16.40) быстро сходится. Поскольку безразмерное время, т. е. число Фурье, также фигурирует в отрицательном показателе экспоненты, ясно, что этот ряд сходится тем быстрее, чем больше величина Fo , т. е. чем больше времени прошло с начала процесса.

Практически уже при $Fo \geq 0,3$ сумма ряда равна его первому члену, и решение (16.40) принимает вид

$$\theta = [2 \sin \mu_1 / (\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1)] \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo), \quad (16.52)$$

где μ_1 определяется величиной критерия Био, т. е. $\mu_1 = \mu_1(Bi)$, и, как было показано выше, при изменении Bi от нуля до бесконечности возрастает от нуля до $\pi/2$, т. е. $0 \leq \mu_1 \leq \pi/2$.

Таким образом, при $Fo \geq 0,3$ наступает регулярный тепловой режим, который характеризуется тем, что температура в любой

точке тела изменяется по закону простой экспоненты, а распределение температуры по объему тела и изменение его во времени не зависят от начальных условий.

Учитывая, что $Fo = at/\delta^2$ и обозначив $D_1 = 2 \sin \mu_1 / (\mu_1 + \sin \mu_1 \cos \mu_1)$, возьмем логарифм от выражения (16.52):

$$\ln \theta = \ln [D_1 \cos(\mu_1 X)] - \mu_1^2 at / \delta^2, \quad (16.53)$$

т. е. на протяжении регулярного теплового режима логарифм относительной избыточной температуры в любой точке тела линейно меняется со временем. Постоянную скорость этого изменения обозначим m ; очевидно,

$$m = \mu_1^2 \cdot a / \delta^2. \quad (16.54)$$

Кроме того, дифференцируя выражение (16.53) по времени, получим

$$\partial(\ln \theta) / \partial t = (1/\theta) (\partial \theta / \partial t) = -m. \quad (16.55)$$

Таким образом, величина m (c^{-1}) представляет собой скорость изменения логарифма температуры во времени, или относительную скорость изменения избыточной температуры. Эта величина называется темпом нагрева (или охлаждения), она одинакова для всех точек тела и не изменяется во времени. Конкретный вид зависимости (16.54) получен для случая неограниченной плоской пластины, однако и во всех других случаях темп нагрева (охлаждения) тела зависит от первого характеристического числа, коэффициента температуропроводности, формы и характерного размера тела. Причем, поскольку характеристическое число при граничных условиях третьего рода является функцией только критерия Био, следовательно, и темп нагрева (охлаждения) тела зависит от критерия Био $m = m(Bi)$. Понятно, что конкретный вид этой зависимости определяется геометрической формой тела и что с ростом критерия Био m возрастает. Математически это следует из того факта, что с ростом критерия Био возрастает μ_1 (см. рис. 16.7), а m , как это следует, например, из формулы (16.54), пропорционально μ_1^2 . Физически это также является очевидным, так как рост критерия Био означает возрастание относительной интенсивности внешнего теплообмена, что должно

привести к повышению скорости нагрева (охлаждения) тела, т. е. к увеличению темпа нагрева (охлаждения) m .

Итак, к перечисленным выше свойствам регулярного теплового режима при граничных условиях третьего рода можно добавить еще одно: темп нагрева (или охлаждения) в этом случае является функцией критерия Био.

Как было указано ранее, граничные условия первого рода представляют собой предельный случай граничных условий третьего рода при $Bi \rightarrow \infty$, и решение в этом случае имеет вид (16.46).

Здесь также $\mu_{k+1} > \mu_k$, а потому ряд быстро сходится. Причем сходимость осуществляется тем быстрее, чем больше критерий Фурье. Так что при $Fo \geq 0,3$ сумма ряда практически равна первому его члену, наступает регулярный режим, и решение принимает вид $\theta = (2/\mu_1) \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo)$, а поскольку при этих граничных условиях $\mu_1 = \pi/2$,

$$\theta = (4/\pi) \cos(\pi X/2) \exp(-\pi^2 Fo/4). \quad (16.56)$$

Логарифмируя (16.56), получаем

$$\ln \theta = \ln [(4/\pi) \cos(\pi X/2)] - \pi^2 at/4\delta^2, \quad (16.57)$$

т. е. избыточная температура в каждой точке тела меняется по экспоненциальному закону, а ее логарифм — линейно. Эта постоянная скорость изменения логарифма температуры, или относительная скорость изменения избыточной температуры, которую обозначим m_∞ (так как при этом $Bi \rightarrow \infty$), как и ранее получаемая путем дифференцирования по времени решения (16.57) $\partial(\ln \theta)/\partial t = (1/\theta) \partial\theta/\partial t = -m_\infty$, выражается в случае плоской пластины следующим образом:

$$m_\infty = \pi^2 a/4\delta^2 \quad (16.58)$$

и называется темпом нагрева (охлаждения) при граничных условиях первого рода.

Таким образом, в этом случае темп нагрева (охлаждения) пропорционален коэффициенту температуропроводности, а коэффициент пропорциональности определяется формой и размерами тела и называется коэффициентом формы k :

$$m_\infty = ka. \quad (16.59)$$

В случае плоской пластины коэффициент формы, как это видно из выражения (16.58), имеет вид

$$k = \pi^2/4\delta^2;$$

в случае шара с радиусом R —

$$k = 1/(\pi/R)^2;$$

в случае параллелепипеда с ребрами l_1, l_2, l_3 —

$$k = 1/[(\pi/l_1)^2 + (\pi/l_2)^2 + (\pi/l_3)^2],$$

и, наконец, в случае цилиндра с радиусом R и длиной l —

$$k = 1/[(2,405/R)^2 + (\pi/l)^2].$$

Таким образом, регулярный тепловой режим при граничных условиях первого рода ($Bi \rightarrow \infty$, практически $Bi \geq 100$) принципиально отличается от предыдущего случая только тем, что темп нагрева (охлаждения) не зависит от критерия Био, а определяется только формой, размерами тела и его коэффициентом температуропроводности. Это и естественно, так как задача в этом случае является чисто внутренней, т. е. нагрев (охлаждение) тела лимитируется только внутренним теплообменом.

Рассмотренное свойство стремящихся к равновесию процессов нестационарной теплопроводности, которое заключается в наступлении на определенной стадии ($Fo \geq 0,3$) регулярного теплового режима, имеет большое значение как с точки зрения расчетов этих процессов, так и с точки зрения возможностей экспериментального определения различных теплофизических параметров.

Действительно, расчеты по формулам регулярного режима (16.52) и (16.56) неизмеримо проще расчетов по полным формулам (16.40) и (16.46).

С другой стороны, темп нагрева (охлаждения) весьма просто определяется экспериментально: для этого достаточно снять кривую изменения избыточной температуры в любой точке тела, представить ее в координатах $\ln \theta - t$ и найти тангенс угла наклона соответствующей прямой к оси времени. Зная темп нагрева (охлаждения) при граничных условиях первого рода, легко определить с помощью формул типа (16.59) коэффициент температуропроводности. Если определен темп нагрева (охлаждения) при граничных условиях третьего рода и известен коэффициент температуропроводности, можно найти с помощью формул типа (16.54) критерий Био, а значит — коэффициент теплопроводности.

ти λ (при известном коэффициенте теплоотдачи α), либо коэффициент теплоотдачи (при известном коэффициенте теплопроводности), так как $Bi = \alpha\delta/\lambda$.

Применение теории подобия для исследования задач нестационарной теплопроводности

Воспользуемся теперь методами теории подобия для того, чтобы найти принципиальный вид решений для процессов нестационарной теплопроводности в безразмерной (критериальной) форме и выяснить условия подобия этих процессов.

С этой целью рассмотрим нестационарное температурное поле в твердом теле произвольной формы без внутренних источников тепла при граничных условиях третьего рода.

Процесс переноса тепла в рассматриваемом случае описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (16.1) (считаем, что $\lambda = \text{const}$)

$$\partial T / \partial t = a \nabla^2 T.$$

Для того, чтобы это уравнение имело единственное решение, должны быть заданы условия однозначности, которые включают в себя форму и размеры тела, краевые условия в виде

$$T(x, y, z, 0) = T_H \text{ начальное условие;}$$

$$-\lambda (\partial T / \partial n)_w = \alpha (T_0 - T_w) \text{ граничное условие,}$$

где n — координата, отсчитываемая по нормали к поверхности тела; индекс w означает, что данная величина берется на поверхности тела. Кроме этого, в условия однозначности входят все параметры задачи, т. е. все постоянные величины, фигурирующие в уравнении и в краевых условиях, а именно теплофизические параметры тела a и λ , коэффициент теплоотдачи α , начальная температура тела T_H и температура окружающей среды T_0 , характерный размер тела l .

Таким образом, для тел одной и той же геометрической формы, которые можно характеризовать одним характерным размером l , решение поставленной задачи, т. е. зависимость температуры от всех аргументов и параметров, должно иметь вид

$$T = T(x, y, z, t, l, a, \lambda, \alpha, T_H, T_0).$$

Для упрощения последующих операций введем избыточную температуру ϑ , определив ее следующим образом: $\vartheta = T_0 - T$, тогда математическая формулировка задачи примет вид

$$\begin{aligned} \partial\vartheta/\partial t &= a \nabla^2 \vartheta; \\ \vartheta(x, y, z, 0) &= T_0 - T_n = \vartheta_n; \\ \lambda(\partial\vartheta/\partial n)_w &= \alpha \vartheta_w, \end{aligned}$$

где $\vartheta_w = T_0 - T_w$.

Воспользуемся теперь методом масштабных преобразований для приведения уравнения и краевых условий к безразмерному виду. В качестве масштабов приведения используем следующие величины: масштаб избыточной температуры — начальное значение этой величины ϑ_n ; линейный масштаб — характерный размер тела l ; в связи с тем, что в рассматриваемой задаче отсутствует характерное значение времени (время изменяется от 0 до ∞), в качестве масштаба выбираем величину $t_0 = l^2/a$, имеющую размерность времени.

Таким образом, безразмерные переменные принимают вид

$$\begin{aligned} X &= x/l_0; \quad Y = y/l_0; \quad Z = z/l_0; \\ N &= n/l; \quad T = t/t_0 = at/l^2 = Fo; \quad \theta = \vartheta/\vartheta_w. \end{aligned}$$

Как видим, полученное безразмерное время представляет собой критерий Фурье, который именно в таком качестве фигурировал в аналитических решениях задач нестационарной теплопроводности.

Выражая теперь размерные переменные через безразмерные и масштабы приведения, $x = lX$; $y = lY$; $z = lZ$; $n = lN$; $t = (l^2/a) Fo$; $\vartheta = \vartheta_n \theta$, и подставляя эти выражения в уравнение и краевые условия, получим

$$\begin{aligned} (a \vartheta_n / l^2) \cdot \partial\theta / \partial Fo &= (a \vartheta_n / l^2) \nabla^2 \theta; \\ \vartheta_n \theta(X, Y, Z, 0) &= \vartheta_n; \\ (\lambda \cdot \vartheta_n / l) (\partial\theta / \partial N)_w &= \alpha \vartheta_n \theta_w, \end{aligned}$$

откуда после сокращений будем иметь

$$\partial\theta / \partial Fo = \nabla^2 \theta; \tag{16.61}$$

$$\theta(X, Y, Z, 0) = 1;$$

$$(\partial\theta / \partial N)_w = Bi \theta_w, \tag{16.62}$$

где $Bi = \alpha l/\lambda$ — критерий Био, характеризующий соотношение интенсивностей процессов внешнего теплообмена окружающей среды с поверхностью тела и переноса тепла внутри тела.

Уравнение (16.61) и краевые условия (16.62) составляют математическую формулировку задачи в безразмерном виде. В соответствии с этой формулировкой решение задачи (аналитическое, численное, экспериментальное) в критериальной форме должно иметь вид зависимости безразмерной избыточной температуры θ , называемой иногда температурным критерием (определяемый критерий) от безразмерных независимых переменных X, Y, Z, Fo и от безразмерного параметра Bi (определяющий критерий), т. е.

$$\theta = \theta(X, Y, Z, Fo, Bi).$$

Именно в таком виде было получено выше аналитическое решение задачи нестационарной теплопроводности с граничными условиями третьего рода.

Таким образом, процессы нестационарной теплопроводности при этих граничных условиях являются подобными, если они протекают в геометрически подобных телах при равенстве критериев Био. Это означает, что значения безразмерной температуры для всех таких тел будут одинаковыми в сходственных точках с равными значениями безразмерных координат X, Y, Z в сходственные моменты времени, определяемые равенством значений безразмерного времени, т. е. критерия Фурье.

Глава 17

РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Феноменологическая теория радиационного теплообмена (РТО) не рассматривает механизм взаимодействия излучения с веществом. В рамках этой теории считается, что каждое тело испускает электромагнитное излучение, а теплообмен между телами происходит в результате распространения электромагнитных волн, энергия которых при взаимодействии с веществом переходит в тепло. Основные соотношения теории радиационного теплообмена следуют из законов термодинамики и излучения абсолютно черного тела (а. ч. т.). При этом радиационные свойства реальных тел, определяющие характер их собственного излучения, а также поведение

по отношению к падающему на них излучению других тел, описываются некоторыми эмпирическими величинами, такими, как степень черноты, поглощательная, отражательная и пропускательная способности.

Тепловому излучению соответствует интервал длин волн от 0,4 до 25 мкм, включающий оптический диапазон (0,4–0,8 мкм) и ближнюю инфракрасную область (0,8–25 мкм). Именно на этот интервал длин волн приходится основная доля теплообмена излучением в промышленных теплотехнических агрегатах.

1. Основные понятия, определения и законы радиационного теплообмена

Поток излучения и плотность потока излучения

Количественное описание свойств теплового излучения основано на понятиях потока излучения и плотности потока излучения. Поток излучения Q (Вт) называется количество лучистой энергии, переносимое через некоторую поверхность площадью F за единицу времени. Плотностью потока излучения q (Вт/м²) называется отношение потока излучения dQ , приходящегося на элементарную поверхность dF , к величине этой поверхности: $q = dQ/dF$. При известном распределении плотности потока излучения q по поверхности F полный поток Q определяется интегрированием по этой поверхности: $Q = \int_F q dF$. Если плотность потока излучения равномерно распределена по поверхности F , приведенные соотношения упрощаются: $q = Q/F$ и $Q = q \cdot F$, при этом плотность потока излучения равна потоку излучения, приходящемуся на единицу площади поверхности F .

Поглощенное, отраженное и пропущенное излучение

Пусть на тело, участвующее в радиационном теплообмене, падает излучение, поток которого равен $Q_{\text{пад}}$. Часть падающего излучения поглощается телом. Доля, которую поток поглощенного излучения $Q_{\text{погл}}$ составляет от потока падающего излучения, называется поглощательной способностью тела A : $Q_{\text{погл}} = A \cdot Q_{\text{пад}}$. Часть падающего излучения может отражаться от поверхности тела. Доля, которую поток отраженного излучения $Q_{\text{отр}}$ составляет от потока падающего излучения, называется отражательной способностью тела R : $Q_{\text{отр}} = R \cdot Q_{\text{пад}}$. Часть падающего излучения

может пропускаться телом. Доля, которую поток пропущенного излучения $Q^{\text{проп}}$ составляет от потока падающего излучения, называется пропускательной способностью тела $D: Q^{\text{проп}} = D \cdot Q^{\text{пад}}$. По закону сохранения энергии $A + R + D = 1$.

Для некоторых тел поглощение излучения имеет объемный характер; такие тела называются полупрозрачными. Примерами полупрозрачных тел могут служить стекло в твердом и расплавленном состоянии, газы с трех- и более атомными молекулами, такие, как углекислый газ, водяной пар и др. Для газов можно пренебречь отражением излучения: $R = 0$ и $A + D = 1$.

Для большинства твердых тел (металлов, огнеупорных материалов) поглощение излучения происходит в тонком поверхностном слое, и можно считать, что в радиационном теплообмене принимает участие только поверхность тела. Такие тела называются непрозрачными. Для непрозрачного тела $D = 0$ и $A + R = 1$.

Для некоторых тел поглощением теплового излучения можно пренебречь. Такие тела называются лучепрозрачными или диатермичными. Для диатермичных твердых и жидких тел $A = 0$ и $R + D = 1$. Для диатермичных газообразных сред (газов с одноатомными или симметричными двухатомными молекулами, таких, как аргон, кислород, азот, водород) $A = R = 0$ и $D = 1$; такие среды не принимают участия в радиационном теплообмене.

Тело, поглощающее все падающее на него излучение, называется абсолютно черным. Для абсолютно черного тела $R = D = 0$ и $A = 1$.

Собственное излучение тела

Обозначим поток и плотность потока собственного излучения реального тела через $Q^{\text{соб}}$ и $q^{\text{соб}}$; а абсолютно черного тела — через Q^0 и q^0 соответственно.

Для непрозрачных тел можно считать, что собственное излучение испускается тонким поверхностным слоем тела. Для полупрозрачных тел собственное излучение — так же как и поглощение части падающего излучения — имеет объемный характер. Для диатермичных тел собственным тепловым излучением можно пренебречь.

Плотность потока собственного излучения абсолютно черного тела определяется законом Стефана—Больцмана:

$$q^0 = \sigma_0 T^4, \quad (17.1)$$

где T – температура тела, К; $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана. Эту зависимость удобно использовать в качестве эталона при определении плотности потока собственного излучения реального непрозрачного тела при температуре T :

$$q^{\text{соб}} = \varepsilon \cdot q^0 = \varepsilon \cdot \sigma_0 T^4, \quad (17.2)$$

где коэффициент ε называется степенью черноты тела. Как будет показано ниже, для реальных тел $\varepsilon < 1$, таким образом, степень черноты характеризует долю, которую плотность потока собственного излучения данного тела составляет от плотности потока излучения абсолютно черного тела, имеющего такую же температуру.

Введение понятия степени черноты позволяет упростить описание зависимости плотности потока собственного излучения тела от температуры; главным образом эта зависимость выражается множителем T^4 , а степень черноты ε , зависимость которой от T является гораздо более слабой, представляет собой индивидуальную радиационную характеристику данного тела.

Если площадь поверхности непрозрачного тела равна F , а температура и степень черноты в пределах этой поверхности имеют постоянные значения, полная величина потока собственного излучения тела равна

$$Q^{\text{соб}} = \varepsilon \cdot \sigma_0 T^4 F. \quad (17.3)$$

Для описания собственного излучения полупрозрачных, в частности газообразных тел, используется понятие объемной плотности потока собственного излучения $\eta^{\text{соб}}$ (Вт/м³) как отношения потока собственного излучения $dQ^{\text{соб}}$, приходящегося на элементарный излучающий объем dV , к величине этого объема: $\eta^{\text{соб}} = dQ^{\text{соб}}/dV$. Полная величина потока собственного излучения $Q^{\text{соб}}$ в этом случае, однако, не равна $\int_V \eta^{\text{соб}} dV$, так как часть собственного излучения поглощается самим излучающим телом.

Для единообразия описания радиационных свойств различных тел понятие степени черноты и соотношение (17.3) применяют не только к непрозрачным, но и полупрозрачным, в частности, газообразным телам. Для этого в рассмотрение вводится воображаемая поверхность, ограничивающая излучающий газовый объем, и этой поверхности приписывается такая степень черно-

ты, чтобы действительное значение потока собственного излучения определялось формулой (17.3).

Эффективное излучение тела

Поскольку излучение, падающее на данное тело, формируется как за счет собственного излучения других тел, так и за счет излучения, отраженного этими телами в процессе радиационного теплообмена, имеет смысл для каждого тела объединить потоки собственного и отраженного излучения в сумму, которая называется потоком эффективного излучения

$$Q^{\text{эф}} = Q^{\text{соб}} + Q^{\text{отр}}. \quad (17.4)$$

При $Q^{\text{отр}} = 0$ (для абсолютно черного тела или газового объема) эффективное излучение совпадает с собственным.

Угловая плотность потока излучения

Для описания распределения энергии излучения непрозрачного тела по различным направлениям в пространстве введем понятие угловой плотности потока излучения. Поскольку это понятие применимо к различным видам лучистых потоков, в частности, к потокам собственного и эффективного излучения, верхний индекс у рассматриваемых ниже величин указывать не будем.

Рассмотрим элементарный участок излучающей поверхности площадью dF и некоторое направление в пространстве, задаваемое углом наблюдения θ , отсчитываемым от нормали к участку dF . Обозначим через $d\omega$ элементарный телесный угол, соответствующий выбранному направлению (рис. 17.1).

Угловой плотностью потока излучения q_{ω} , ($\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср})$), называется отношение плотности потока излучения dq , приходящейся на элементарный телесный угол $d\omega$, к величине этого элементарного телесного угла: $q_{\omega} = dq/d\omega$. При известном распределении угловой плотности потока излучения q_{ω} в пределах полупространства полная величина плотности потока излучения (полусферическая плотность потока излучения) определяется соотношением

$$q = \int_{2\pi} q_{\omega} d\omega, \text{ где } 2\pi \text{ — телесный угол, соответствующий полупространству.}$$

Как показывают исследования, угловая плотность потока излучения различных тел существенно зависит от угла наблюдения

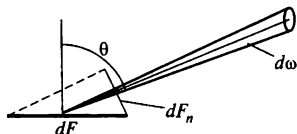


Рис. 17.1. К определению угловой плотности потока излучения и яркости излучения

θ : максимальное значение этой величины соответствует обычно нормали к излучающему участку ($\theta = 0$), а по касательным направлениям ($\theta = \pi/2$) угловая плотность равна нулю. Для абсолютно черного тела — по закону Ламберта — угловая плотность потока излучения пропорциональна косинусу угла наблюдения (такое излучение называется диффузным):

$$q_{\omega}^0 = B^0 \cos \theta, \quad (17.5)$$

где независящий от угла наблюдения коэффициент пропорциональности B^0 , Вт/(м²·ср), называется яркостью излучения. Формула для расчета яркости излучения абсолютно черного тела получается путем интегрирования соотношения (17.5) по телесному углу в пределах полупространства с учетом того, что

$$\int_{2\pi} \cos \theta \cdot d\omega = \pi:$$

$$B^0 = \frac{q^0}{\pi}. \quad (17.6)$$

Для реальных тел зависимость угловой плотности потока излучения от угла наблюдения также удобно представить в виде $q_{\omega} = B \cos \theta$, где яркость излучения B зависит от угла наблюдения и характеризует индивидуальные свойства тела. При приближенном описании процессов радиационного теплообмена часто используют так называемое диффузное приближение, в рамках которого считается что яркость излучения тел не зависит от направления наблюдения. В диффузном приближении аналогично (17.6) получим

$$B = \frac{q}{\pi}. \quad (17.7)$$

Используя соотношения

$$B = \frac{q_{\omega}}{\cos \theta} = \frac{dq}{d\omega \cos \theta} = \frac{d^2Q}{d\omega dF \cos \theta} = \frac{d^2Q}{d\omega dF_n},$$

где $dF_n = dF \cdot \cos\theta$ – проекция площади элементарного излучающего участка на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения (рис.17.1), можно дать следующее определение понятия яркости: яркостью излучения B , Вт/(м²·ср), называется отношение потока излучения d^2Q , приходящегося на видимую часть элементарного излучающего участка dF_n и элементарный телесный угол $d\omega$, к величинам этих двух элементарных областей.

Спектральная плотность потока излучения

Для описания распределения энергии излучения по длинам волн введем понятие спектральной плотности потока излучения. Поскольку это понятие применимо к различным видам лучистых потоков, верхний индекс у рассматриваемых ниже величин указывать не будем.

Спектральной плотностью потока излучения q_λ (Вт/м³) называется отношение плотности потока излучения dq , приходящейся на элементарный интервал длин волн $d\lambda$, к величине этого элементарного интервала: $q_\lambda = dq/d\lambda$. При известной зависимости спектральной плотности потока излучения q_λ от длины волны полная величина плотности потока излучения (интегральная плотность потока излучения) определяется соотношением: $q = \int_0^\infty q_\lambda d\lambda$,

где интегрирование производится по всему диапазону длин волн.

Спектральная плотность потока собственного излучения абсолютно черного тела определяется законом Планка (рис.17.2):

$$q_\lambda^0 = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}, \quad (17.8)$$

где T – температура тела, К; $C_1 = 3,74 \cdot 10^{-16}$ Вт·м² и $C_2 = 1,44 \cdot 10^{-2}$ м·К – коэффициенты, связанные с универсальными физическими константами: $C_1 = 2\pi hc^2$, $C_2 = hc/k$ ($h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме). Из выражения (17.8) следует, что возрастание температуры абсолютно черного тела приводит, во-первых, к увеличению спектральной плотности потока собственного излучения для каждой длины волны, и, во-вторых, к уменьшению длины волны λ_m^0 , при

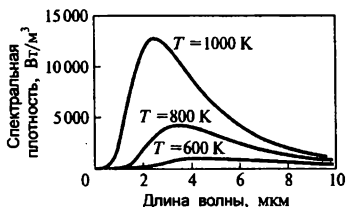


Рис. 17.2. Зависимость спектральной плотности потока излучения абсолютно черного тела от длины волны

которой достигается максимум спектральной плотности (закон смещения Вина):

$$\lambda_m^0 = \frac{b}{T}, \quad (17.9)$$

где $b \approx 0,2 \cdot C_2 \approx 3000$ мкм · К.

Из закона Планка следует закон Стефана–Больцмана: формула (17.1) получается путем интегрирования выражения (17.9) по всему диапазону длин волн.

Спектральная угловая плотность потока излучения

Спектральной угловой плотностью потока излучения $q_{\lambda\omega}$, Вт/(м³ · ср) называется отношение спектральной плотности потока излучения dq_λ , приходящейся на элементарный телесный угол $d\omega$, к величине этого элементарного телесного угла: $q_{\lambda\omega} = dq_\lambda/d\omega$. Спектральной яркостью излучения называется коэффициент B_λ в соотношении $q_{\lambda\omega} = B_\lambda \cos\theta$, описывающем зависимость спектральной угловой плотности потока излучения от угла наблюдения. По аналогии с интегральной яркостью можно дать следующее определение этого понятия. Спектральной яркостью излучения B_λ , Вт/(м³ · ср), называется отношение потока излучения d^3Q , приходящегося на видимую часть элементарного излучающего участка dF_n , элементарный телесный угол $d\omega$ и элементарный интервал длин волн $d\lambda$ к величинам этих трех элементарных областей:

$$B_\lambda = \frac{dB}{d\lambda} = \frac{d^3Q}{d\omega dF_n d\lambda}.$$

Для диффузного излучения

$$B_\lambda = \frac{q_\lambda}{\pi}, \quad (17.10)$$

в частности, для излучения абсолютно черного тела

$$B_{\lambda}^0 = \frac{q_{\lambda}^0}{\pi} \quad (17.11)$$

Соотношения между различными видами плотностей потоков излучения

Плотность потока излучения	Угловая	Полусферическая
Спектральная	$q_{\lambda\omega} = \frac{dq_{\lambda}}{d\omega} = \frac{dq_{\omega}}{d\lambda} = \frac{d^2q}{d\omega d\lambda}$	$q_{\lambda} = \frac{dq}{d\lambda} = \int_{2\pi} q_{\lambda\omega} d\omega$
Интегральная	$q_{\omega} = \frac{dq}{d\omega} = \int_0^{\infty} q_{\lambda\omega} d\lambda$	$q = \int_{2\pi} q_{\omega} d\omega = \int_0^{\infty} q_{\lambda} d\lambda = \int_{2\pi} \int_0^{\infty} q_{\lambda\omega} d\lambda d\omega$

Спектральные радиационные характеристики тела

Пусть на тело, участвующее в РТО, падает излучение, спектральная плотность которого равномерно распределена по поверхности тела F и равна $q_{\lambda}^{\text{пад}}$, а спектральная величина полного потока $Q_{\lambda}^{\text{пад}} = q_{\lambda}^{\text{пад}} F$. По аналогии с интегральными радиационными характеристиками A , R и D , определяющими различные виды потоков излучения во всем диапазоне длин волн, введем понятия спектральной поглощательной способности A_{λ} , спектральной отражательной способности R_{λ} и спектральной пропускательной способности D_{λ} : $Q_{\lambda}^{\text{погл}} = A_{\lambda} Q_{\lambda}^{\text{пад}}$, $Q_{\lambda}^{\text{отр}} = R_{\lambda} Q_{\lambda}^{\text{пад}}$, $Q_{\lambda}^{\text{проп}} = D_{\lambda} Q_{\lambda}^{\text{пад}}$, характеризующие поведение тела по отношению к различным спектральным компонентам падающего излучения.

Связи между интегральными и спектральными радиационными характеристиками устанавливаются соотношениями, учитывающими определения этих величин и связи между интегральными и спектральными плотностями потоков излучения. Так, для поглощательной способности получим

$$A = \frac{\int_0^{\infty} A_{\lambda} q_{\lambda}^{\text{пад}} d\lambda}{\int_0^{\infty} q_{\lambda}^{\text{пад}} d\lambda}, \quad (17.12)$$

т. е. интегральная поглощательная способность получается в результате усреднения спектральной поглощательной способности по спектру падающего излучения.

Формула (17.12) показывает, что интегральная поглощательная способность зависит не только от свойств самого тела, но и от спектрального состава падающего излучения.

По аналогии с интегральной степенью черноты ϵ , характеризующей интенсивность собственного излучения тела во всем диапазоне длин волн, определим спектральную степень черноты ϵ_λ как коэффициента, связывающего спектральные плотности потоков собственного излучения данного тела и абсолютно черного тела при одинаковых температурах: $q_\lambda^{\text{соб}} = \epsilon_\lambda q_\lambda^0$. Как будет показано ниже, для реальных тел $\epsilon_\lambda < 1$, таким образом, для каждой длины волны спектральная степень черноты характеризует долю, которую спектральная плотность потока собственного излучения данного тела составляет от спектральной плотности потока излучения абсолютно черного тела, имеющего такую же температуру.

Понятие спектральной степени черноты — так же как и интегральной — можно применять для определения интенсивности собственного излучения не только непрозрачных, но и полупрозрачных, в частности, газообразных тел, если интерпретировать эту величину как спектральную степень черноты воображаемой поверхности, ограничивающей излучающий газовый объем.

Введение понятия спектральной степени черноты позволяет упростить описание зависимости спектральной плотности потока собственного излучения тела от длины волны и температуры; главным образом эта зависимость выражается множителем q_λ^0 , а степень черноты ϵ_λ , зависимость которой от длины волны и температуры является гораздо более слабой, характеризует индивидуальные радиационные свойства данного тела.

Связь между интегральной и спектральными степенями черноты устанавливается соотношением, учитывающим определения этих величин и связь между интегральной и спектральной плотностями потока излучения:

$$\epsilon = \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda q_\lambda^0 d\lambda}{\int_0^\infty q_\lambda^0 d\lambda}, \quad (17.13)$$

т. е. интегральная степень черноты получается в результате усреднения спектральной степени черноты по спектру собственного излучения абсолютно черного тела.

Закон Кирхгофа

По закону Кирхгофа отношение спектральной плотности потока собственного излучения тела к его спектральной поглощательной способности является универсальной функцией длины волны и температуры, имеющей смысл спектральной плотности потока излучения абсолютно черного тела, т. е. $q_{\lambda}^{cob}/A_{\lambda} = q_{\lambda}^0$. Используя понятие спектральной степени черноты, это соотношение можно представить следующим образом:

$$A_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda}, \quad (17.14)$$

т. е. спектральная поглощательная способность равна спектральной степени черноты. Поскольку по определению спектральная поглощательная способность $A_{\lambda} < 1$, из закона Кирхгофа следует, что спектральная степень черноты любого реального тела $\varepsilon_{\lambda} < 1$. Аналогичное соотношение для интегральной степени черноты $\varepsilon < 1$ вытекает из формулы (17.13).

Как следует из формул (17.12) и (17.13), для интегральных радиационных характеристик закон Кирхгофа в общем случае не выполняется: $A \neq \varepsilon$. Равенство $A = \varepsilon$ имеет место только при термодинамическом равновесии, поскольку только в этом случае падающее излучение имеет спектральный состав излучения абсолютно черного тела.

Селективность радиационных свойств реальных тел

Под селективностью радиационных свойств тел понимается зависимость спектральной степени черноты (и равной ей спектральной поглощательной способности) от длины волны. При этом спектр собственного излучения непрозрачных тел является сплошным. Так, в области длин волн, характерных для теплового излучения,

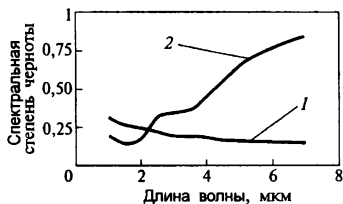


Рис. 17.3. Зависимость спектральной степени черноты малоуглеродистой стали (1) и шамота (2) от длины волны

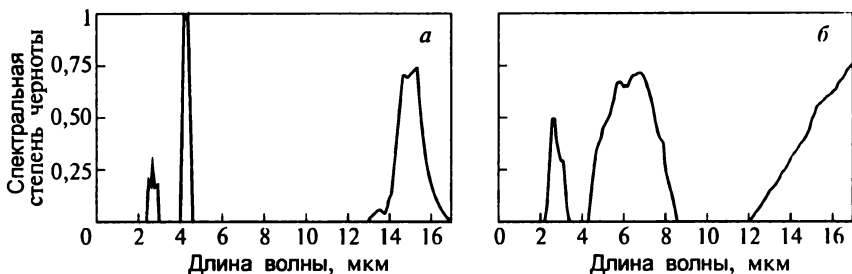


Рис. 17.4. Основные полосы поглощения углекислого газа (а) и водяного пара (б)

неоокисленная металлическая поверхность характеризуется непрерывным уменьшением, а диэлектрическая поверхность (огнеупоры, окалина, шлаки) — увеличением спектральной степени черноты при возрастании длины волны (рис. 17.3).

Радиационные свойства газообразных тел имеют резко селективный характер: спектральная степень черноты (и равная ей спектральная поглощательная способность) таких тел отлична от нуля лишь в пределах отдельных интервалов длин волн, называемых полосами поглощения (рис. 17.4). Промежутки между полосами поглощения, в пределах которых спектральные радиационные характеристики равны нулю, называются окнами прозрачности.

Если селективность радиационных свойств тел выражена достаточно слабо, для упрощения описания радиационного теплообмена часто используют так называемое «серое» приближение, в рамках которого считается, что спектральная степень черноты не зависит от длины волны и, как это следует из (17.13), равна интегральной степени черноты: $\varepsilon_\lambda = \text{const}(\lambda) = \varepsilon$. Из соотношений (17.14) и (17.12) вытекает, что в этом случае

$$A = A_\lambda = \varepsilon_\lambda = \varepsilon, \quad (17.15)$$

т. е. в сером приближении закон Кирхгофа выполняется не только для спектральных, но и для интегральных радиационных характеристик.

Поток результирующего излучения

Потоком результирующего излучения Q^P называется разность между потоками поглощенного и собственного излучения:

$$Q^P = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб.}} \quad (17.16)$$

Для непрозрачного тела (при $R = 1 - A$) справедливо еще одно выражение для потока результирующего излучения:

$$Q^P = Q_{\text{пад}} - Q^{\text{эф}}. \quad (17.17)$$

Используя последнее соотношение совместно с определением потока эффективного излучения, для серого непрозрачного тела получим следующую формулу:

$$Q^P = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (Q^{\text{эф}} - \sigma_0 T^4 F), \quad (17.18)$$

лежащую в основе классического зонального метода расчета радиационного теплообмена.

Поток результирующего излучения представляет собой величину, которая при постановке задачи радиационного теплообмена либо может быть задана по условию, либо подлежит определению. Так, для поверхности электрического нагревателя поток результирующего излучения с точностью до знака равен подводимой к нагревателю мощности P : $Q^P = -P$, а для поверхности нагреваемого тела именно поток результирующего излучения имеет смысл теплового потока, воспринимаемого телом и определяющего интенсивность его нагрева.

Непрозрачная поверхность, для которой поток результирующего излучения равен нулю, называется адиабатной. Примером адиабатной поверхности может служить поверхность тела, идеально теплоизолированного от окружающей среды, если температура этой поверхности достигла стационарного значения. Из определения следует, что на адиабатной поверхности $Q^{\text{соб}} = Q^{\text{полг}}$ и $Q^{\text{эф}} = Q_{\text{пад}}$, т.е. часть потока падающего излучения, поглощаемая адиабатной поверхностью, полностью компенсируется потоком ее собственного излучения.

2. Расчет радиационного теплообмена в диатермичной среде

Рассмотрим основные положения так называемого зонального метода, получившего широкое распространение при проведении инженерных расчетов радиационного теплообмена.

Идея зонального метода заключается в том, что поверхности всех тел, участвующих в теплообмене, разбиваются на участки (юны), в пределах которых все их радиационные характеристики считаются постоянными. Поскольку диатермичная среда не при-

нимает участия в радиационном теплообмене, зоны выделяются только в пределах поверхностей тел, считающихся непрозрачными. При разбиении системы на m поверхностных зон допущения зонального метода формулируются следующим образом: в пределах каждой зоны ($i = 1 \dots m$) $\epsilon_i = \text{const}$, $T_i = \text{const}$, $q_i^{\text{эф}} = \text{const}$. Из рассмотренных ранее соотношений, описывающих взаимосвязь различных видов потоков излучения, следует, что в пределах каждой зоны постоянными являются также плотности потоков собственного, поглощенного, отраженного, падающего и результирующего излучения.

Будем различать зоны I рода, для которых по условию заданы температуры, а требуется определить потоки результирующего излучения; зоны II рода, для которых заданные значения имеют потоки результирующего излучения, а определению подлежат температуры; зоны III рода, для которых на основании уравнений теплового баланса устанавливаются связи между потоками результирующего излучения и температурами.

Построение простейших схем расчета радиационного теплообмена в дальнейшем будем производить для систем, включающих в себя только зоны I и II рода, принимая серое приближение и считая также, что эффективное излучение всех зон является диффузным.

В этом случае в рамках классического зонального метода расчет радиационного теплообмена производится в два этапа: на первом этапе для всех зон определяются потоки эффективного излучения (это позволяет учесть все переотражения излучения на поверхностных зонах); на втором этапе — по найденным значениям эффективных потоков с помощью формулы (17.18) для зон I рода рассчитываются потоки результирующего излучения, а для зон II рода — температуры.

В основе классического зонального метода лежит соотношение, связывающее поток излучения, падающее на некоторую i -ю зону с потоками эффективного излучения всех зон, образующих рассматриваемую систему. Для вывода этого соотношения введем понятие угловых коэффициентов излучения.

Угловые коэффициенты излучения

Угловым коэффициентом излучения ϕ_{ki} называется отношение части потока эффективного излучения k -й зоны, попадающей на i -ю зону $Q_{ki}^{\text{пад}}$ к полной величине потока эффективного излуче-

ния k -й зоны: $\varphi_{ki} = Q_{ki}^{\text{пад}}/Q_k^{\text{эф}}$. Другими словами, угловой коэффициент излучения φ_{ki} показывает, какая доля эффективного излучения k -й зоны попадает на i -ю зону.

Поскольку $Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_k^{\text{эф}} \varphi_{ki}$, полный поток излучения $Q_i^{\text{пад}}$, падающий на i -ю зону, равен

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_{k=1}^m Q_k^{\text{эф}} \varphi_{ki}, \quad (17.19)$$

т.е. угловой коэффициент излучения φ_{ki} определяет вклад эффективного излучения k -й зоны в поток, падающий на i -ю зону.

Из определения угловых коэффициентов излучения и закона сохранения энергии следует, что в замкнутой системе

$$\sum_{i=1}^m \varphi_{ki} = 1. \quad (17.20)$$

Соотношение (17.20) выражает свойство замкнутости угловых коэффициентов излучения.

Если рассматриваемая система находится в состоянии термодинамического равновесия, из второго закона термодинамики следует, что для каждой пары зон $Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_i^{\text{эф}}$ или $Q_k^{\text{эф}} \varphi_{ki} = Q_i^{\text{эф}} \varphi_{ki}$. Поскольку при термодинамическом равновесии плотности потоков эффективного излучения всех зон одинаковы и равны плотности потока излучения абсолютно черного тела, получим: $q_k^{\text{эф}} = q_i^{\text{эф}} = q^0$, $Q_k^{\text{эф}} = q^0 F_k$, $Q_i^{\text{эф}} = q^0 F_i$ и

$$F_k \varphi_{ki} = F_i \varphi_{ik}. \quad (17.21)$$

Соотношение (17.21) выражает свойство взаимности угловых коэффициентов излучения.

Свойство невогнутости угловых коэффициентов излучения следует из их определения и заключается в том, что угловой коэффициент излучения с некоторой поверхности на саму себя (коэффициент самооблучения) для невогнутых (плоских или выпуклых) поверхностей равен нулю.

Используя рассмотренные свойства угловых коэффициентов излучения, можно получить формулы для расчета их значений в простейших системах, состоящих из двух поверхностных зон (рис. 17.5):

— для двух бесконечных параллельных плоскостей (рис. 17.5, а)

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = 0, \quad \varphi_{12} = \varphi_{21} = 1; \quad (17.22)$$

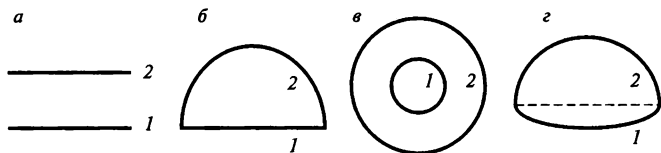


Рис. 17.5. Схемы систем, состоящих из двух поверхностных зон

— для двух поверхностей, одна из которых является невогнутой (рис. 17.5, б, в)

$$\varphi_{11} = 0, \varphi_{12} = 1, \varphi_{21} = F_1/F_2, \varphi_{22} = 1 - F_1/F_2; \quad (17.23)$$

— для двух вогнутых поверхностей (f — площадь плоской поверхности, разделяющей систему на две замкнутые подсистемы, рис. 17.5, г)

$$\varphi_{11} = 1 - f/F_1, \varphi_{12} = f/F_1, \varphi_{21} = f/F_2, \varphi_{22} = 1 - f/F_2. \quad (17.24)$$

Расчет угловых коэффициентов излучения методом прямого интегрирования

Определим угловой коэффициент излучения с некоторой k -й (излучающей) зоны на некоторую i -ю (лучевоспринимающую) зону (рис. 17.6). Выделим в пределах этих зон элементарные участки dF_k и dF_i , назовем направление соединяющей их прямой направлением наблюдения и введем следующие обозначения: r — расстояние между элементарными

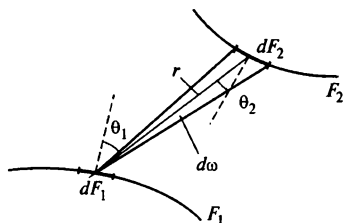


Рис. 17.6. К расчету углового коэффициента излучения методом прямого интегрирования

участками; θ_k и θ_i — углы между нормальными к этим участкам и направлением наблюдения; $d\omega = dF_i \cos \theta_i / r^2$ — элементарный телесный угол, под которым лучевоспринимающий участок виден из точки расположения излучающего участка.

Найдем поток $d^2 Q_{ki}^{\text{пад}}$, падающий с dF_k на dF_i . Используя понятия угловой

плотности и яркости эффективного излучения, допущение о диффузном характере эффективного излучения и условие постоянства плотности потока эффективного излучения $q_k^{\text{эф}}$ в пределах k -й зоны, получим

$$\begin{aligned} d^2 Q_{ki}^{\text{пад}} &= q_k^{\text{эф}} d\omega dF_k = B_k^{\text{эф}} \cos \theta_k d\omega dF_k = \frac{q_k^{\text{эф}}}{\pi} \cos \theta_k d\omega dF_k = \\ &= \frac{q_k^{\text{эф}}}{\pi} \cos \theta_k \frac{dF_i \cos \theta_i}{r^2} dF_k = \frac{Q_k^{\text{эф}}}{F_k} \frac{\cos \theta_k \cos \theta_i}{\pi r^2} dF_k dF_i. \end{aligned}$$

Интегрируя элементарный поток $d^2 Q_{ki}^{\text{пад}}$ по поверхностям F_i и F_k , найдем полную величину потока излучения, падающего с k -й на i -ю зону

$$Q_{ki}^{\text{пад}} = \frac{Q_k^{\text{эф}}}{F_k} \int_{F_k} \int_{F_i} \frac{\cos \theta_k \cos \theta_i}{\pi r^2} dF_k dF_i,$$

откуда следует выражение для искомого углового коэффициента

$$\varphi_{ki} = \frac{1}{F_k} \int_{F_k} \int_{F_i} \frac{\cos \theta_k \cos \theta_i}{\pi r^2} dF_k dF_i. \quad (17.25)$$

Из формулы (17.25) следует, что в диффузном приближении угловые коэффициенты излучения зависят только от размеров, формы и взаимного расположения зон, т.е. являются чисто геометрическими параметрами системы.

Система зональных уравнений

Система зональных уравнений связывает потоки эффективно излучения всех $m = m_1 + m_2$ зон, образующих рассматриваемую замкнутую систему (через m_1 и m_2 обозначено число зон I и II рода).

Для зон I рода, используя определение потока эффективного излучения и соотношения (17.3), (17.19), в сером приближении получим

$$Q_i^{\text{эф}} = (1 - \varepsilon_i) \sum_{k=1}^m Q_k^{\text{эф}} \varphi_{ki} + \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i, \quad i = 1, \dots, m_1. \quad (17.26)$$

Для зон II рода с учетом соотношений (17.17) и (17.19) получим

$$Q_i^{\text{эф}} = \sum_{k=1}^m Q_k^{\text{эф}} \varphi_{ki} - Q_i^{\text{р}}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m. \quad (17.27)$$

Уравнения (17.26) и (17.27) образуют систему m линейных уравнений относительно потоков эффективного излучения $Q_i^{\text{эф}}$ ($i = 1, \dots, m$). После ее решения по формуле (17.18) для зон I рода рассчитываются потоки результирующего излучения, а для зон II рода – температуры:

$$Q_i^p = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (Q_i^{\text{эф}} - \sigma_0 T_i^4 F_i), \quad i = 1, \dots, m_1. \quad (17.28)$$

$$T_i = \left[\left(Q_i^{\text{эф}} - \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} Q_i^p \right) / \sigma_0 F_i \right]^{1/4}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m. \quad (17.29)$$

Для проверки правильности решения задачи может быть использовано равенство

$$\sum_{i=1}^m Q_i^p = 0, \quad (17.30)$$

справедливое при стационарном теплообмене в замкнутой системе.

Расчет ПТО в системе, образованной двумя поверхностями

Рассмотрим систему, состоящую из двух поверхностей, одна из которых имитирует поверхность нагреваемого металла (1), а другая – поверхность нагревателя (2). Будем считать, что в пределах каждой из этих поверхностей степени черноты $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, температуры T_1, T_2 и плотности потоков эффективного излучения $q_1^{\text{эф}}, q_2^{\text{эф}}$ имеют постоянные значения. При этом геометрическая конфигурация системы описывается угловыми коэффициентами излучения $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}$ и φ_{22} , определяемыми формулами (17.22)–(17.24).

Пусть требуется рассчитать потоки результирующего излучения на поверхностях металла Q_1^p и нагревателя Q_2^p при известных значениях их температур T_1 и T_2 . В этом случае обе поверхности представляют собой зоны I рода. Запишем систему зональных уравнений (17.26)

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_1)(Q_1^{\text{эф}}\varphi_{11} + Q_2^{\text{эф}}\varphi_{21}) + \varepsilon_1\sigma_0 T_1^4 F_1 \\ Q_2^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_2)(Q_1^{\text{эф}}\varphi_{12} + Q_2^{\text{эф}}\varphi_{22}) + \varepsilon_2\sigma_0 T_2^4 F_2 \end{aligned} \right\} \quad (17.31)$$

и формулу (17.28) для определения потока результирующего излучения на поверхности металла (по свойству (17.30) $Q_2^p = -Q_1^p$)

$$Q_1^p = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} (Q_1^{\text{эф}} - \sigma_0 T_1^4 F_1). \quad (17.32)$$

Решив систему зональных уравнений (17.31) относительно потоков эффективного излучения и подставив найденные выражения в формулу (17.32), получим

$$Q_1^P = \varepsilon_{12}\sigma_0(T_2^4 - T_1^4)F_1 \quad (17.33)$$

или

$$q_1^P = \varepsilon_{12}\sigma_0(T_2^4 - T_1^4), \quad (17.34)$$

где коэффициент

$$\varepsilon_{12} = \frac{\varphi_{12}}{1 + (1/\varepsilon_1 - 1)\varphi_{12} + (1/\varepsilon_2 - 1)\varphi_{21}} \quad (17.35)$$

называется приведенной степенью черноты рассматриваемой системы.

Итак, интенсивность РТО в замкнутой системе из двух поверхностей пропорциональна разности четвертых степеней температур этих поверхностей. При этом конкретные оптико-геометрические особенности системы влияют лишь на приведенную степень черноты.

Применим полученные результаты к нескольким важным частным случаям.

Радиационный теплообмен между нагретым телом и окружающей средой

Рассчитаем радиационный теплообмен между телом, имеющим степень черноты ε_1 и нагретым до температуры T_1 , и окружающей средой, имеющей температуру T_2 ($T_1 > T_2$). Для построения замкнутой системы введем в рассмотрение воображаемую непрозрачную поверхность, охватывающую часть пространства, в которой находится тело, и припишем ей температуру T_2 . Поскольку излучение тела не должно отражаться от этой поверхности, ее следует считать абсолютно черной, т.е. имеющей степень черноты $\varepsilon_2 = 1$.

Согласно формуле (17.35), при $\varepsilon_2 = 1$ и $\varphi_{12} = 1$ приведенная степень черноты $\varepsilon_{12} = \varepsilon_1$, так что плотность потока результирующего излучения на поверхности тела не зависит от формы и размера замыкающей поверхности и равна

$$q_1^P = \varepsilon_1\sigma_0(T_2^4 - T_1^4). \quad (17.36)$$

Излучение изотермической полости

Рассмотрим радиационный теплообмен между некоторой вогнутой поверхностью (полостью), нагретой до температуры T_1 , и окружающей средой, имеющей температуру T_2 ($T_1 > T_2$). Обозначим через ϵ_1 степень черноты полости, F_1 — площадь ее поверхности, f — площадь плоской поверхности, отделяющей полость от окружающей среды. Для построения замкнутой системы введем в рассмотрение воображаемую абсолютно черную замыкающую поверхность площадью F_2 и температурой T_2 . Учитывая, что $\epsilon_2 = 1$ и $\varphi_{12} = f/F_2$, по формуле (17.35) получим

$$\epsilon_{12} = \frac{f/F_1}{1 + (1/\epsilon_1 - 1)f/F_1},$$

так что тепловой поток, излучаемый полостью в окружающую

$$\text{среду, } Q_1^p = \frac{f}{1 + (1/\epsilon_1 - 1)f/F_1} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4).$$

При практических расчетах излучение полости часто заменяют эквивалентным излучением поверхности f с температурой полости T_1 и некоторой эффективной степенью черноты $\epsilon_{\text{эф}}$. В этом случае по формуле (17.33) (при $\epsilon_2 = 1$ и $\varphi_{f2} = 1$) будем иметь

$$Q_f^p = \epsilon_{\text{эф}} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4) f.$$

Поскольку излучение поверхности f должно быть эквивалентно излучению полости ($Q_f^p = Q_1^p$), получим выражение для эффективной степени черноты изотермической полости

$$\epsilon_{\text{эф}} = \frac{1}{1 + (1/\epsilon_1 - 1)f/F_1}. \quad (17.37)$$

Эффективная температура печи

Пусть в процессе радиационного теплообмена в рабочем пространстве печи плотность потока результирующего излучения на поверхности нагреваемого тела равна q_1^p . Введем в рассмотрение воображаемую абсолютно черную поверхность, прилегающую к поверхности тела, и припишем ей такую температуру T_2 (эффективную температуру печи), чтобы величина q_1^p в образованной таким образом замкнутой системе сохранила свое действительное значение.

Согласно формуле (17.32), при $\varepsilon_2 = 1$ и $\varphi_{12} = 1$ приведенная степень черноты $\varepsilon_{12} = \varepsilon_1$, так что

$$q_1^p = \varepsilon_1 \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4)$$

и эффективная температура печи

$$T_2 = (T_1^4 + q_1^p / \varepsilon_1 \sigma_0)^{1/4}. \quad (17.38)$$

**Расчет радиационного теплообмена
в системе, образованной тремя поверхностями,
одна из которых является адиабатной**

Рассмотрим замкнутую систему, образованную тремя поверхностями. Пусть температуры первой и второй поверхностей имеют заданные значения T_1 и T_2 , а третья поверхность является адиабатной: $Q_3^p = 0$. Как уже отмечалось, участие адиабатной поверхности в радиационном теплообмене заключается в том, что она поглощает часть падающего на нее излучения, но полностью компенсирует эту часть собственным излучением, так что $Q_3^{\text{эф}} = Q_3^{\text{пад}}$.

Будем считать, что в пределах каждой из указанных поверхностей их степени черноты, температуры и плотности потоков эффективного излучения имеют постоянные значения. При этом геометрическая конфигурация системы описывается известными угловыми коэффициентами излучения φ_{ki} ($k, i = 1, 2, 3$). Требуется рассчитать потоки результирующего излучения Q_1^p , Q_2^p и температуру T_3 . Отметим, что поскольку по свойству (17.27) $Q_1^p + Q_2^p + Q_3^p = 0$, достаточно определить поток результирующего излучения на первой поверхности Q_1^p .

Запишем зональные уравнения относительно потоков эффективного излучения для первой и второй поверхности (зон I рода)

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_1)(Q_1^{\text{эф}} \varphi_{11} + Q_2^{\text{эф}} \varphi_{21} + Q_3^{\text{эф}} \varphi_{31}) + \varepsilon_1 \sigma_0 T_1^4 F_1 \\ Q_2^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_2)(Q_1^{\text{эф}} \varphi_{12} + Q_2^{\text{эф}} \varphi_{22} + Q_3^{\text{эф}} \varphi_{32}) + \varepsilon_2 \sigma_0 T_2^4 F_2 \end{aligned} \right\} \quad (17.39)$$

Для третьей адиабатной поверхности (зоны II рода)

$$Q_3^{\text{эф}} = Q_1^{\text{эф}} \varphi_{13} + Q_2^{\text{эф}} \varphi_{23} + Q_3^{\text{эф}} \varphi_{33},$$

откуда следует, что

$$Q_3^{\text{эф}} = Q_1^{\text{эф}} \frac{\varphi_{13}}{1 - \varphi_{33}} + Q_2^{\text{эф}} \frac{\varphi_{23}}{1 - \varphi_{33}}. \quad (17.40)$$

Подставив последнее выражение в уравнения (17.39), после алгебраических преобразований получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_1)(Q_1^{\text{эф}} \tilde{\varphi}_{11} + Q_2^{\text{эф}} \tilde{\varphi}_{21}) + \varepsilon_1 \sigma_0 T_1^4 F_1 \\ Q_2^{\text{эф}} &= (1 - \varepsilon_2)(Q_1^{\text{эф}} \tilde{\varphi}_{12} + Q_2^{\text{эф}} \tilde{\varphi}_{22}) + \varepsilon_2 \sigma_0 T_2^4 F_2 \end{aligned} \right\} \quad (17.41)$$

где

$$\tilde{\varphi}_{ki} = \varphi_{ki} + \frac{\varphi_{k3}\varphi_{3i}}{1 - \varphi_{33}}, \quad k, i = 1, 2$$

— приведенные угловые коэффициенты излучения в системе первых двух поверхностей, учитывающие переизлучение на третьей (адиабатной) поверхности.

Система уравнений (17.41) отличается от системы уравнений (17.31), описывающей радиационный теплообмен в замкнутой системе, образованной двумя поверхностями, только тем, что вместо исходных угловых коэффициентов излучения φ_{ki} в зональных уравнениях фигурируют теперь приведенные угловые коэффициенты $\tilde{\varphi}_{ki}$. Поэтому, используя полученные ранее результаты, можно сразу записать выражение для потока результирующего излучения на первой поверхности

$$Q_1^P = \tilde{\varepsilon}_1 \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4) F_1, \quad (17.42)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{\tilde{\varphi}_{12}}{1 + (1/\varepsilon_1 - 1)\tilde{\varphi}_{12} + (1/\varepsilon_2 - 1)\tilde{\varphi}_{21}} \quad (17.43)$$

— приведенная степень черноты рассматриваемой системы.

Таким образом, так же как и для систем, образованных двумя поверхностями, в данном случае интенсивность радиационного теплообмена пропорциональна разности четвертых степеней первых двух поверхностей, а конкретные оптико-геометрические особенности системы, включая наличие третьей адиабатной поверхности, влияют лишь на приведенную степень черноты.

Для расчета температуры адиабатной поверхности T_3 необходимо по формуле (17.40) найти поток эффективного излучения $Q_3^{\text{эф}}$ и использовать соотношение (17.18), из которого следует, что

$$T_3 = (q_3^{\text{эф}}/\sigma_0)^{1/4}. \quad (17.44)$$

Отметим, что полученные результаты свидетельствуют о независимости интенсивности радиационного теплообмена от степени черноты адиабатной поверхности. Это объясняется тем, что изменение ϵ_3 приводит к одинаковому (в сером приближении) изменению потоков собственного и поглощенного излучения, так что величина потока эффективного излучения адиабатной поверхности остается неизменной.

В качестве примера проведем расчет потерь тепла излучением через окно в стенке печи.

Обозначим через T_1 температуру окружающей среды, T_2 — эффективную температуру рабочего пространства печи и припишем эти температуры воображаемым абсолютно черным поверхностям, замыкающим оконный проем с наружной и внутренней стороны. Потери тепла через окно выражаются в этом случае потоком результирующего излучения Q_1^p в замкнутой системе, образованной тремя поверхностями: двумя абсолютно черными и третьей (адиабатной) — внутренней поверхностью футеровки.

Подставив в выражение (17.43) для приведенной степени черноты значения $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, получим $\tilde{\epsilon}_{12} = \tilde{\varphi}_{12}$. С учетом свойств угловых коэффициентов излучения и соображений симметрии несложно показать, что приведенный угловой коэффициент излучения $\tilde{\varphi}_{12}$, который в данном случае называется коэффициентом диафрагмирования и обозначается через Φ , равен

$$\Phi = \tilde{\varphi}_{12} = \frac{1 + \varphi_{12}}{2}. \quad (17.45)$$

Тогда по формуле (17.42) окончательно получим

$$Q_1^p = \sigma_0(T_2^4 - T_1^4) F_1 \Phi, \quad (17.46)$$

где F_1 — площадь наружной поверхности окна.

Исходный угловой коэффициент излучения φ_{12} в выражении (17.45) зависит от толщины стенки, формы и размеров отверстия. Конкретные формулы для расчета этого коэффициента, полученные методом прямого интегрирования, приводятся в справочных изданиях. В частности, для круглого отверстия диаметром d при толщине стенки h получим

$$\varphi_{12} = 1 + 2x^2 - 2x\sqrt{1+x^2},$$

где $x = h/d$ — относительная толщина стенки. Отметим, что выражение (17.45) для коэффициента диафрагмирования справедливо

ливо лишь в той мере, в которой внутреннюю (адиабатную) поверхность окна можно рассматривать как единую расчетную зону, т. е. при достаточно малом x . В противном случае, в пределах этой поверхности необходимо выделить несколько дополнительных зон.

Радиационный теплообмен при наличии экранов

Под экраном понимается термически тонкое непрозрачное для теплового излучения тело (например, тонкий металлический лист), разделяющее поверхности, участвующие в радиационном теплообмене.

Проведем анализ теплообмена излучением при наличии экрана в простейшей системе, образованной двумя плоскими параллельными поверхностями. Пусть температуры поверхностей равны T_1 и T_2 ($T_1 < T_2$), степени черноты ε_1 и ε_2 . Тогда по формулам (17.34), (17.35) получим

$$q_1^p = \varepsilon_{12} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4), \quad (17.4, a)$$

где приведенная степень черноты системы без экрана

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left(\frac{1}{\varepsilon_{12}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right).$$

Обозначим через ε_3 степень черноты экрана, T_3 — его температуру и введем следующие обозначения для приведенных степеней черноты: ε_{31} — для системы экран—первая поверхность; ε_{32} — для системы экран—вторая поверхность. Для плоских параллельных поверхностей по формуле (17.35) имеем

$$\varepsilon_{31} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_1} - 1} \left(\frac{1}{\varepsilon_{31}} = \frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right);$$

$$\varepsilon_{32} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left(\frac{1}{\varepsilon_{32}} = \frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right).$$

Тогда при наличии экрана плотность потока результирующего излучения на первой поверхности будет равна

$$\bar{q}_1^P = \varepsilon_{\varepsilon 1} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4). \quad (17.47)$$

Температуру экрана T_3 найдем из уравнения теплового баланса $q_{\varepsilon 2}^P + q_{\varepsilon 1}^P = 0$, где $q_{\varepsilon 2}^P$ и $q_{\varepsilon 1}^P$ — плотности потоков результирующего излучения на верхней и нижней поверхностях экрана. Учитывая, что

$$q_{\varepsilon 2}^P = \varepsilon_{\varepsilon 2} \sigma_0 (T_2^4 - T_3^4) \quad \text{и} \quad q_{\varepsilon 1}^P = \varepsilon_{\varepsilon 1} \sigma_0 (T_1^4 - T_3^4),$$

получим
$$T_3^4 = \frac{\varepsilon_{\varepsilon 1} T_1^4 + \varepsilon_{\varepsilon 2} T_2^4}{\varepsilon_{\varepsilon 1} + \varepsilon_{\varepsilon 2}}.$$

Подставив найденное выражение в соотношение (17.47), окончательно получим

$$\bar{q}_1^P = \hat{\varepsilon}_{12} \sigma_0 (T_2^4 - T_1^4), \quad (17.48)$$

где $\hat{\varepsilon}_{12} = \frac{\varepsilon_{\varepsilon 1} \varepsilon_{\varepsilon 2}}{\varepsilon_{\varepsilon 1} + \varepsilon_{\varepsilon 2}} \left(\frac{1}{\hat{\varepsilon}_{12}} = \frac{1}{\varepsilon_{\varepsilon 1}} + \frac{1}{\varepsilon_{\varepsilon 2}} - 1 \right)$ — приведенная степень черноты системы с экраном.

Для сравнения приведенных степеней черноты ε_{12} и $\hat{\varepsilon}_{12}$ рассмотрим соотношение между обратными величинами

$$\frac{1}{\hat{\varepsilon}_{12}} = \frac{1}{\varepsilon_{12}} + \left(\frac{2}{\varepsilon_{\varepsilon}} - 1 \right),$$

откуда следует, что $\hat{\varepsilon}_{12} < \varepsilon_{12}$, и, следовательно, $\bar{q}_1^P < q_1^P$. Таким образом, установка экрана приводит к уменьшению интенсивности радиационного теплообмена. На этом явлении основан принцип действия экранной теплоизоляции.

Количественной характеристикой эффективности экранирования может служить коэффициент ослабления

$$a = \frac{\bar{q}_1^P}{q_1^P} = \frac{\hat{\varepsilon}_{12}}{\varepsilon_{12}} < 1.$$

Так, если все поверхности имеют одинаковую степень черноты ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{\varepsilon} = \varepsilon$), то $\varepsilon_{12} = 1/(2/\varepsilon - 1)$, $\hat{\varepsilon}_{12} = \varepsilon_{12}/2$ и $a = 1/2$. Несложно

показать, что при установке n одинаковых экранов $\bar{\varepsilon}_{12} = \varepsilon_{12}/(n + 1)$, и $a = 1/(n + 1)$.

Для пояснения физических причин экранирования излучения предположим, что экран установлен в системе абсолютно черных поверхностей ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ и $\varepsilon_{12} = 1$) и $T_2 \gg T_1$, так что собственным излучением первой поверхности можно пренебречь. Если экран также является абсолютно черным, собственное излучение второй поверхности полностью им поглощается и переизлучается по обе стороны от него, так что первой поверхности достигает лишь половина падающего на экран теплового потока ($\bar{\varepsilon}_{12} = 1/2$ и $a = 1/2$). Если $\varepsilon_3 < 1$, дополнительной причиной ослабления излучения является отражение экраном части падающего на него излучения ($\bar{\varepsilon}_{12} = \varepsilon_3/2$ и $a = \varepsilon_3/2$).

3. Радиационные свойства поглощающей и излучающей среды

При применении зонального метода для расчета радиационного теплообмена в полупрозрачной, в частности газообразной среде, кроме зон, на которые разбиваются непрозрачные поверхности тел, участвующих в теплообмене, выделяются также зоны, на которые разбивается сама поглощающая и излучающая среда. Определим радиационные характеристики возникающих таким образом объемных зон.

Спектральная поглощательная способность газового объема

При выводе формулы для спектральной поглощательной способности газового объема будем предполагать, что температуры среды много меньше температуры источника излучения, так что собственным излучением среды можно пренебречь по сравнению с излучением, проходящим через нее.

Рассмотрим газовый объем, ограниченный поверхностью F ; эффективное излучение которой частично поглощается газом. Выделим на поверхности F элементарную излучающую площадку dF , зададим некоторое направление в пространстве и определим для этого направления изменение спектральной яркости эффективного излучения площадки dF . Обозначим через $B_\lambda^{\text{эф}}(0)$ спектральную яркость эффективного излучения в непосредственной близости от излучающей площадки, а через $B_\lambda^{\text{эф}}(r)$ — спектраль-

ную яркость излучения на расстоянии r от излучающей площадки (r называется длиной пути луча). В пределах окон прозрачности среды спектральная яркость излучения остается постоянной: $B_{\lambda}^{\text{эф}}(r) = B_{\lambda}^{\text{эф}}(0)$, а в пределах полос поглощения уменьшается в результате частичного поглощения излучения средой.

Обозначим через dB_{λ} изменение спектральной яркости излучения, обусловленное его поглощением на элементарном пути dr . Согласно закону Бугера, относительное уменьшение спектральной яркости излучения в элементарном слое поглощающей среды пропорционально толщине этого слоя:

$$\frac{dB_{\lambda}^{\text{эф}}}{B_{\lambda}^{\text{эф}}} = -k_{\lambda} dr ,$$

или

$$\frac{dB_{\lambda}^{\text{эф}}}{dr} = -k_{\lambda} B_{\lambda}^{\text{эф}} . \quad (17.49)$$

Коэффициент пропорциональности k_{λ} (1/м) называется спектральным коэффициентом поглощения среды.

Спектральный коэффициент поглощения газообразных сред в пределах каждой полосы поглощения зависит от состава газа (парциального давления поглощающих компонентов) и параметров его состояния — давления и температуры. По закону Бера спектральный коэффициент поглощения пропорционален парциальному давлению каждого поглощающего компонента. Так, при наличии двух поглощающих компонентов (например, основных компонентов продуктов сгорания топлива — углекислого газа и водяного пара) $k_{\lambda} = a_{1\lambda} \cdot p_1 + a_{2\lambda} \cdot p_2$, где p_1 и p_2 — парциальные давления компонентов, а коэффициенты $a_{1\lambda}$ и $a_{2\lambda}$ зависят только от полного давления и температуры газа. Если отдельные слагаемые в последнем выражении $k_{1\lambda} = a_{1\lambda} \cdot p_1$ и $k_{2\lambda} = a_{2\lambda} \cdot p_2$ рассматривать как «парциальные» спектральные коэффициенты поглощения (т. е. коэффициенты поглощения в среде, имеющей лучепрозрачную основу и содержащей либо только первый, либо только второй поглощающий компонент), из закона Бера следует, что спектральный коэффициент поглощения среды равен сумме парциальных спектральных коэффициентов поглощения отдельных поглощающих компонентов.

Для однородной и изотермической среды спектральный коэффициент поглощения постоянен в пространстве: $k_\lambda = \text{const}$. В этом случае, интегрируя уравнение (17.49) по длине пути луча от 0 до r , получим для каждой спектральной составляющей в пределах полос поглощения

$$B_\lambda^{\text{эф}}(r) = B_\lambda^{\text{эф}}(0) e^{-k_\lambda r}. \quad (17.50)$$

Найдем теперь спектральную поглощательную способность газового объема относительно эффективного излучения рассматриваемой элементарной площадки dF . Считая это излучение диффузным и учитывая формулу (17.10), получим $B_\lambda^{\text{эф}}(0) = q_\lambda^{\text{эф}}/\pi$. В этом случае спектральные значения потоков излучения, падающего на границу газового объема и поглощенного газом, равны соответственно

$$dQ_\lambda^{\text{пад}} = \pi \cdot B_\lambda^{\text{эф}}(0) dF$$

$$\text{и } dQ_\lambda^{\text{погл}} = \int_{2\pi} \left[B_\lambda^{\text{эф}}(0) - B_\lambda^{\text{эф}}(r) \right] \cos \theta \cdot d\omega \cdot dF,$$

где θ — угол между нормалью к излучающей площадке и направлением наблюдения; r — соответствующая этому направлению длина пути луча в пределах газового объема. Поскольку по определению спектральная поглощательная способность газового объема

$A_\lambda = dQ_\lambda^{\text{погл}}/dQ_\lambda^{\text{пад}}$, с учетом (17.50) получим

$$A_\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} \left[1 - e^{-k_\lambda r} \right] \cos \theta \cdot d\omega. \quad (17.51)$$

Последнее выражение свидетельствует о том, что спектральная поглощательная способность газового объема зависит как от свойств газа (спектрального коэффициента поглощения), так и от размеров и конфигурации газового объема.

При практических расчетах для нахождения спектральной поглощательной способности газового объема используют формулу

$$A_\lambda = 1 - e^{-k_\lambda r^{\text{эф}}}, \quad (17.52)$$

где $r^{\text{эф}}$ представляет собой некоторую среднюю длину пути лучей, исходящих из излучающей площадки, и называется эффективной длиной пути луча. Эффективная длина пути луча зависит,

главным образом, от размеров и конфигурации газового объема и достаточно слабо — от величины k_λ и расположения элементарной излучающей площадки на поверхности F . Последнее обстоятельство позволяет применять формулу (17.52) при определении спектральной поглощательной способности газового объема относительно излучения всей ограничивающей его поверхности.

Если среда содержит два поглощающих компонента, и $k_\lambda = k_{1\lambda} + k_{2\lambda}$, по формуле (17.52) получим

$$A_\lambda = A_{1\lambda} + A_{2\lambda} - A_{1\lambda}A_{2\lambda}, \quad (17.53)$$

где $A_{1\lambda} = 1 - e^{-k_{1\lambda} \tau_\lambda^{\text{эф}}}$ и $A_{2\lambda} = 1 - e^{-k_{2\lambda} \tau_\lambda^{\text{эф}}}$ — «парциальные» спектральные поглощательные способности, т.е. поглощательные способности среды, имеющей лучепрозрачную основу и содержащей либо только первый, либо только второй поглощающий компонент. Отметим, что произведение $A_{1\lambda}A_{2\lambda}$ в выражении (17.53) отлично от нуля только в областях перекрытия полос поглощения компонентов. Неаддитивность спектральной поглощательной способности в этих областях объясняется тем, что каждый компонент поглощает излучение, частично ослабленное другим.

Спектральная степень черноты газового объема

Для определения спектральной степени черноты газового объема введем некоторые новые понятия, учитывающие объемный характер собственного излучения среды.

Спектральной объемной плотностью потока собственного излучения среды $\eta_\lambda^{\text{соб}}$ ($\text{Вт}/\text{м}^4$) называется отношение объемной плотности потока излучения $d\eta^{\text{соб}}$, приходящейся на элементарный интервал длин волн $d\lambda$, к величине этого элементарного интервала: $\eta_\lambda^{\text{соб}} = d\eta^{\text{соб}}/d\lambda$. Спектральной угловой объемной плотностью потока собственного излучения среды $\eta_\lambda^{\text{соб}}$, $\text{Вт}/(\text{м}^4 \cdot \text{ср})$, называется отношение спектральной объемной плотности потока излучения $d\eta_\lambda^{\text{соб}}$, приходящейся на элементарный телесный угол $d\omega$, к величине этого элементарного телесного угла: $\eta_\lambda^{\text{соб}} = d\eta_\lambda^{\text{соб}}/d\omega = d^2\eta^{\text{соб}}/d\omega d\lambda$. В данном случае, понятия спектральной угловой объемной плотности потока излучения и спектральной яркости излучения совпадают.

При известном распределении спектральной яркости объемного излучения $\eta_\lambda^{\text{соб}}$ по различным направлениям в пространстве пол-

ная величина спектральной объемной плотности потока излучения равна $\eta_{\lambda}^{\text{соб}} = \int_{4\pi} \eta_{\lambda\omega}^{\text{соб}} d\omega$, где 4π — телесный угол, соответствующий полному пространству. Для изотропного излучения, яркость которого не зависит от направления в пространстве,

$$\eta_{\lambda\omega}^{\text{соб}} = \frac{\eta_{\lambda}^{\text{соб}}}{4\pi}. \quad (17.54)$$

Учтем теперь влияние собственного излучения среды на изменение спектральной яркости проходящего через нее излучения. Для этого, считая собственное излучение среды изотропным, добавим выражение (17.54) для его спектральной яркости в правую часть соотношения (17.49). В результате получим уравнение переноса лучистой энергии в поглощающей и излучающей среде:

$$\frac{dB_{\lambda}^{\text{эф}}}{dr} = -k_{\lambda} B_{\lambda}^{\text{эф}} + \frac{\eta_{\lambda}^{\text{соб}}}{4\pi}. \quad (17.55)$$

Применим уравнение (17.55) к однородной среде, находящейся в состоянии термодинамического равновесия с ограничивающей ее непрозрачной поверхностью. Поскольку спектральная яркость равновесного (абсолютно черного) излучения постоянна во всем рассматриваемом объеме и по формуле (17.11) равна $B_{\lambda}^0 = q_{\lambda}^0/\pi$, получим

$$0 = -k_{\lambda} B_{\lambda}^0 + \frac{\eta_{\lambda}^{\text{соб}}}{4\pi},$$

т.е. при термодинамическом равновесии уменьшение яркости излучения в результате поглощения компенсируется собственным излучением среды. Из последнего соотношения следует, что спектральная яркость и спектральная объемная плотность собственного излучения среды равны соответственно

$$\eta_{\lambda\omega}^{\text{соб}} = \frac{\eta_{\lambda}^{\text{соб}}}{4\pi} = k_{\lambda} B_{\lambda}^0 = \frac{1}{\pi} k_{\lambda} q_{\lambda}^0 \quad (17.56)$$

и

$$\eta_{\lambda}^{\text{соб}} = 4k_{\lambda} q_{\lambda}^0. \quad (17.57)$$

Полученные формулы показывают, что, в соответствии с законом Кирхгофа, интенсивность собственного излучения среды отлична от нуля при $k_{\lambda} \neq 0$, т.е. в пределах полос поглощения.

С учетом соотношения (17.57) преобразуем уравнение переноса лучистой энергии (17.55) следующим образом:

$$\frac{dB_{\lambda}^{\text{эф}}}{dr} = k_{\lambda} (B_{\lambda}^0 - B_{\lambda}^{\text{эф}}), \quad (17.58)$$

где B_{λ}^0 — спектральная яркость излучения абсолютно черного тела при температуре среды. Для однородной изотермической среды (при $k_{\lambda} = \text{const}$) решение полученного уравнения имеет вид

$$B_{\lambda}^{\text{эф}}(r) = B_{\lambda}^{\text{эф}}(0)e^{-k_{\lambda}r} + B_{\lambda}^0(1 - e^{-k_{\lambda}r}).$$

Первое слагаемое в этом соотношении учитывает поглощение излучения, поступающего на границу среды, второе — выражает вклад собственного излучения среды и имеет смысл спектральной яркости собственного излучения среды на пути r :

$$B_{\lambda}^{\text{соб}}(r) = B_{\lambda}^0(1 - e^{-k_{\lambda}r}). \quad (17.59)$$

Для определения спектральной степени черноты газового объема введем в рассмотрение воображаемую непрозрачную поверхность F , ограничивающую рассматриваемый газовый объем. Используя выражение (17.59), а также связь (17.11) спектральной яркости и спектральной полусферической плотности потока излучения а.ч.т., найдем спектральную величину потока собственного излучения газа $dQ_{\lambda}^{\text{соб}}$, испускаемого элементарным участком dF поверхности F :

$$dQ_{\lambda}^{\text{соб}} = \int_{2\pi} B_{\lambda}^{\text{соб}}(r) \cos \theta \cdot d\omega \cdot dF = \frac{q_{\lambda}^0 dF}{\pi} \int_{2\pi} (1 - e^{-k_{\lambda}r}) \cos \theta \cdot d\omega,$$

где θ — угол между нормалью к излучающей площадке и направлением наблюдения; r — соответствующая этому направлению длина пути луча в пределах излучающей среды. Поскольку по определению спектральная степень черноты газового объема $\varepsilon_{\lambda} = dQ_{\lambda}^{\text{соб}}/dQ_{\lambda}^0$ а $dQ_{\lambda}^0 = dq_{\lambda}^0 F$, получим

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} [1 - e^{-k_{\lambda}r}] \cos \theta \cdot d\omega, \quad (17.60)$$

$$\text{или } \varepsilon_{\lambda} = 1 - e^{-k_{\lambda}r^{\text{эф}}}, \quad (17.61)$$

где $r^{\text{эф}}$ — эффективная длина пути луча. В соответствии с законом Кирхгофа полученное выражение совпадает с (17.52).

Если среда содержит два поглощающих и излучающих компонента и $k_{\lambda} = k_{1\lambda} + k_{2\lambda}$, по формуле (17.61) получим

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_{1\lambda} + \varepsilon_{2\lambda} - \varepsilon_{1\lambda}\varepsilon_{2\lambda} = \varepsilon_{1\lambda} + \varepsilon_{2\lambda} - (\varepsilon_{1\lambda}A_{2\lambda} + \varepsilon_{2\lambda}A_{1\lambda})/2, \quad (17.62)$$

где $\varepsilon_{1\lambda} = 1 - e^{-k_{1\lambda}r^{\text{эф}}}$ и $\varepsilon_{2\lambda} = 1 - e^{-k_{2\lambda}r^{\text{эф}}}$ — «парциальные» спектральные степени черноты, т.е. степени черноты среды, имеющей лучепрозрачную основу и содержащей либо только первый, либо только второй поглощающий компонент. Отметим, что произведение $\varepsilon_{1\lambda}\varepsilon_{2\lambda}$ отлично от нуля только в областях перекрытия полос поглощения компонентов; как показывает выражение (17.62), это объясняется тем, что собственное излучение каждого компонента частично поглощается другим.

Эффективная длина пути луча

Для расчета эффективной длины пути луча рассмотрим слабопоглощающий газовый объем, для которого $A_{\lambda} \ll 1$ или, в соответствии с (17.52), величина $k_{\lambda}r^{\text{эф}} \ll 1$. В этом случае $\varepsilon_{\lambda} = k_{\lambda}r^{\text{эф}}$ и

$$Q_{\lambda}^{\text{соб}} = k_{\lambda}r^{\text{эф}}q_{\lambda}^0 F. \quad (17.63)$$

С другой стороны, если можно пренебречь частичным поглощением газом своего собственного излучения, то $Q_{\lambda}^{\text{соб}} = \eta_{\lambda}^{\text{соб}}V$, и с учетом формулы (17.57) будем иметь

$$Q_{\lambda}^{\text{соб}} = 4k_{\lambda}q_{\lambda}^0 F. \quad (17.64)$$

Сравнивая выражения (17.63) и (17.64), получим

$$r^{\text{эф}} = \frac{4V}{F}. \quad (17.65)$$

Для реальных газовых объемов оказывается, что

$$r^{\text{эф}} = n \frac{4V}{F}, \quad (17.66)$$

где $n < 1$ — поправочный коэффициент, зависящий от формы газового объема и величины произведения $k_\lambda 4V/F$ (при приближенных расчетах обычно полагают $n \approx 0,9$). Полученное выражение для эффективной длины пути луча свидетельствует о том, что эта величина, а вместе с ней и спектральные радиационные характеристики газового объема, зависят не только от размеров, но и от конфигурации газового объема.

Интегральные радиационные характеристики газового объема

Для расчета интегральной поглощательной способности и интегральной степени черноты газового объема следует использовать формулы (17.12) и (17.13), в которых, в отличие от непрозрачных тел, имеющих сплошной спектр излучения, интегрирование в числителе производится только по полосам поглощения среды.

Из соотношения (17.13) следует, что интегральная степень черноты газового объема зависит от свойств газа (давления, температуры, содержания поглощающих компонентов), а также, через эффективную длину пути луча, от размеров и конфигурации газового объема.

При практических расчетах степени черноты газового объема, содержащего два поглощающих и излучающих компонента, в частности, углекислый газ и водяной пар, обычно используют номограммы, приводимые в справочных изданиях. При полном давлении газа, близком к атмосферному, эти номограммы представляют зависимости «парциальных» степеней черноты от определяющих параметров в виде $\varepsilon_1 = f_1(T, p_1^{эф})$, $\varepsilon_2 = f_2(T, p_2^{эф})$, где T — температура газа, а p_1 и p_2 — парциальные давления поглощающих и излучающих компонентов. Важной особенностью этих зависимостей является то, что, в соответствии с законом Бера, произведение парциального давления компонента на эффективную длину пути луча входит в них в качестве единого аргумента. Результирующая степень черноты определяется при этом по формуле $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \Delta\varepsilon$, где $\Delta\varepsilon$ — поправка, учитывающая то, что собственное излучение каждого компонента частично поглощается другим.

Формула (17.12) показывает, что интегральная поглощательная способность газового объема A зависит не только от тех же факторов, что и интегральная степень черноты, но также от спектрального состава падающего излучения.

Важное значение при анализе радиационных свойств поглощающей и излучающей среды имеет характер зависимости интегральных значений ϵ и A от эффективной длины пути луча. Спектральные значения этих величин в пределах полос поглощения, согласно (17.62) и (17.2), при возрастании $r^{\text{эф}}$ стремятся к 1:

$$\epsilon_{\lambda} \rightarrow 1, A_{\lambda} \rightarrow 1 \quad \text{при } r^{\text{эф}} \rightarrow \infty \quad (k_{\lambda} \neq 0).$$

Что же касается интегральных радиационных характеристик, их предельные значения оказываются меньше 1:

$$\epsilon_{\lambda} \rightarrow \epsilon_{\infty} < 1, A \rightarrow A_{\infty} < 1 \quad \text{при } r^{\text{эф}} \rightarrow \infty;$$

это объясняется наличием окон прозрачности, в пределах которых спектральные компоненты собственного и поглощенного излучения равны нулю.

Описание радиационных свойств поглощающей и излучающей среды в сером приближении

Рассмотрим объем поглощающей и излучающей среды, интегральная степень черноты которого равна ϵ . При описании радиационных свойств этого объема в сером приближении считается, что спектр его излучения является сплошным, причем спектральная степень черноты не зависит от длины волны и, как это следует из (17.13), равна интегральной степени черноты. Это равносильно замене спектрального коэффициента поглощения среды k_{λ} , зависимость которого от длины волны имеет резко селективный характер, некоторым средним значением k , постоянным во всем диапазоне длин волн и равным

$$k = -\ln(1 - \epsilon)/r^{\text{эф}},$$

так что

$$\epsilon = 1 - e^{-kr^{\text{эф}}}. \quad (17.67)$$

По формуле (17.13) такое же выражение получим и для интегральной поглощательной способности

$$A = 1 - e^{-kr^{\text{эф}}}, \quad (17.68)$$

которая в этом случае перестает зависеть от спектрального состава падающего излучения. Таким образом, так же как и для непрозрачных тел, для поглощающих и излучающих сред в сером приближении закон Кирхгофа выполняется не только для спектральных, но и для интегральных радиационных характеристик.

4. Расчет радиационного теплообмена в поглощающей и излучающей среде

Применим зональный метод для расчета радиационного теплообмена в системе, образованной газовым объемом и ограничивающей его замкнутой поверхностью. Разобьем поверхность на m поверхностных зон, а газовый объем — на n объемных зон. Для простоты используем серое приближение, а также будем считать, что эффективное излучение всех поверхностных зон является диффузным.

В пределах каждой поверхностной зоны, как и ранее, считаем постоянными степень черноты, температуру и плотность потока эффективного излучения: $\varepsilon_i = \text{const}$, $T_i = \text{const}$, $q_i^{\text{эф}} = \text{const}$ ($i = 1 \dots m$).

В пределах каждой объемной зоны (при $i = m + 1 \dots m + n$) считаем постоянными температуру и коэффициент поглощения газа: $k_i = \text{const}$, $T_i = \text{const}$. В этом случае степени черноты объемных зон могут быть рассчитаны по формуле (17.67): $\varepsilon_i = 1 - \exp(-kr_i^{\text{эф}})$, где $r_i^{\text{эф}}$ — эффективная длина пути луча для i -й зоны, а потоки собственного излучения — по формуле (17.3): $Q_i^{\text{соб}} = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i$.

Особенностью объемных зон является равенство нулю их отражательных способностей: $R_i = 0$ ($i = m + 1 \dots m + n$). Поэтому, в отличие от поверхностных зон, для объемных зон потоки эффективного излучения совпадают с потоками собственного излучения: $Q_i^{\text{эф}} = Q_i^{\text{соб}}$, а при нахождении потока результирующего излучения может быть использовано только первое из соотношений (17.16)–(17.18), а именно: $Q_i^{\text{р}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{соб}}$.

Пусть в системе выделено m_1 поверхностных зон I рода ($i = 1 \dots m_1$), $m - m_1$ поверхностных зон II рода ($i = m_1 + 1 \dots m$), n_1 объемных зон I рода ($i = m + 1 \dots m + n_1$) и $n - n_2$ ($i = m + n_1 + 1 \dots m + n$) объемных зон II рода. В рамках классического зонального метода расчет радиационного теплообмена, так же как и в случае диатермичной среды, производится в два этапа: на первом этапе для всех зон определяются потоки эффективного излучения; на втором этапе по найденным значениям эффективных потоков для

зон I рода рассчитываются потоки результирующего излучения, а для зон II рода — температуры.

Для описания взаимосвязи между потоками излучения различных зон введем понятие обобщенных угловых коэффициентов излучения, учитывающих, в отличие от угловых коэффициентов излучения φ_{ki} , наличие поглощающей среды.

Обобщенные угловые коэффициенты излучения

Обобщенным угловым коэффициентом излучения ψ_{ki} называется отношение части потока эффективного излучения k -й зоны, попадающей на i -ю зону с учетом поглощения части излучения средой, к полной величине потока эффективного излучения k -й зоны: $\psi_{ki} = Q_{ki}^{\text{пад}} / Q_k^{\text{эф}}$. Другими словами, угловой коэффициент излучения ψ_{ki} показывает, какая доля эффективного излучения k -й зоны попадает на i -ю зону при учете поглощения части излучения средой.

Поскольку $Q_{ki}^{\text{пад}} = Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki}$, полный поток излучения $Q_i^{\text{пад}}$, падающий на i -ю зону, равен

$$Q_i^{\text{пад}} = \sum_{k=1}^m Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki}, \quad (17.69)$$

т.е. угловой коэффициент излучения ψ_{ki} определяет вклад эффективного излучения k -й зоны в поток, падающий на i -ю зону при учете поглощения части излучения средой.

Из определения обобщенных угловых коэффициентов излучения и закона сохранения энергии следует, что в замкнутой системе

$$\sum_{i=1}^m \psi_{ki} + \sum_{i=m+1}^{m+n} \psi_{ki} A_i = 1. \quad (17.70)$$

Второе слагаемое в левой части этого соотношения имеет смысл поглощательной способности всего газового объема. Формула (17.70) выражает свойство замкнутости обобщенных угловых коэффициентов излучения.

Свойства взаимности и невогнутости формулируются и обосновываются точно так же, как и для угловых коэффициентов излучения в диатермичной среде.

Используя свойства обобщенных угловых коэффициентов излучения, можно получить формулы для расчета их значений в простейших системах газ—оболочка и газ—кладка—металл.

В системе газ-оболочка, состоящей из объема продуктов сгорания топлива («газ», 2) и ограничивающей его непрозрачной поверхности («оболочка», 1)

$$\psi_{11} = D_2, \quad \psi_{12} = \psi_{21} = 1, \quad \psi_{22} = 0, \quad (17.71)$$

где $D_2 = 1 - A_2$ - пропускательная способность газового объема.

В системе газ-кладка-металл, состоящей из объема продуктов сгорания топлива («газ», 3) и ограничивающих его тепловоспринимающей поверхности нагреваемого тела («металл», 1) и внутренней поверхности футеровки печи («кладка», 2)

$$\begin{aligned} \psi_{11} &= 0, & \psi_{12} &= D_3, & \psi_{13} &= 1; \\ \psi_{21} &= \frac{F_1}{F_2} D_3, & \psi_{22} &= \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right) D_3, & \psi_{23} &= 1; \\ \psi_{31} &= \frac{F_1}{F_3}, & \psi_{32} &= \frac{F_2}{F_3}, & \psi_{33} &= 0; \end{aligned} \quad (17.72)$$

здесь $D_3 = 1 - A_3$ - пропускательная способность газового объема; $F_3 = F_1 + F_2$ - площадь поверхности, ограничивающей газовый объем.

Формула для расчета обобщенных угловых коэффициентов излучения методом прямого интегрирования получается аналогично (17.25):

$$\psi_{ki} = \frac{1}{F_k} \int_{F_k} \int_{F_i} \frac{\cos \theta_k \cos \theta_i}{\pi r^2} e^{-kr} dF_k dF_i; \quad (17.73)$$

здесь e^{-kr} - множитель, учитывающий поглощение части излучения средой.

Из формулы (17.73) следует, что обобщенные угловые коэффициенты излучения зависят не только от геометрических параметров системы, но и от радиационных характеристик поглощающей среды.

Система зональных уравнений

Система зональных уравнений связывает потоки эффективного излучения всех $(m + n)$ зон, образующих рассматриваемую замкнутую систему, и имеет следующий вид:

— для поверхностных зон I рода (аналогично (17.26))

$$Q_i^{\text{эф}} = (1 - \varepsilon_i) \sum_{k=1}^{m+n} Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki} + \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i, \quad i = 1, \dots, m_1; \quad (17.74)$$

– для поверхностных зон II рода (аналогично (17.27))

$$Q_i^{\text{эф}} = \sum_{k=1}^{m+n} Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki} - Q_i^{\text{п}}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m; \quad (17.75)$$

– для объемных зон I рода (с учетом равенства $Q_i^{\text{эф}} = Q_i^{\text{собр}}$)

$$Q_i^{\text{эф}} = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i, \quad i = m + 1, \dots, m + n_1; \quad (17.76)$$

– для объемных зон II рода (с учетом равенства $Q_i^{\text{п}} = Q_i^{\text{погл}} - Q_i^{\text{собр}}$)

$$Q_i^{\text{эф}} = \varepsilon_i \sum_{k=1}^{m+n} Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki} - Q_i^{\text{п}}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m. \quad (17.77)$$

Уравнения (17.74)–(17.77) образуют систему $(m + n)$ линейных уравнений относительно потоков эффективного излучения $Q_i^{\text{эф}}$ ($i = 1, \dots, m + n$). После ее решения для поверхностных и объемных зон I рода рассчитываются потоки результирующего излучения

$$Q_i^{\text{п}} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (Q_i^{\text{эф}} - \sigma_0 T_i^4 F_i), \quad i = 1, \dots, m_1; \quad (17.78)$$

$$Q_i^{\text{п}} = \varepsilon_i \sum_{k=1}^{m+n} Q_k^{\text{эф}} \psi_{ki} - \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i, \quad i = m + 1, \dots, m + n_1, \quad (17.79)$$

а для поверхностных и объемных зон II рода – температуры

$$T_i = \left[\left(Q_i^{\text{эф}} - \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} Q_i^{\text{п}} \right) / \sigma_0 F_i \right]^{1/4}, \quad i = m_1 + 1, \dots, m; \quad (17.80)$$

$$T_i = (Q_i^{\text{эф}} / \varepsilon_i \sigma_0 F_i)^{1/4}, \quad i = m + n_1 + 1, \dots, m + n. \quad (17.81)$$

Для проверки правильности решения задачи может быть использовано равенство

$$\sum_{i=1}^{m+n} Q_i^{\text{п}} = 0, \quad (17.82)$$

справедливое при стационарном теплообмене в замкнутой системе.

Расчет радиационного теплообмена в системе газ-оболочка

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 17.7, образованную замкнутой поверхностью («оболочкой») и поглощающей и излучающей средой («газом»). Считаем заданными следующие величины: температуру поверхности T_1 , температуру газа T_2 , степени черноты ε_1 и ε_2 , площадь поверхности F и обобщенные угловые коэффициенты ψ_{ki} ($k, i = 1, 2$), рассчитанные по формулам (17.71). Требуется определить поток результирующего излучения $Q_1^P(Q_2^P = -Q_1^P)$.

Система зональных уравнений относительно потоков эффективного излучения в данном случае имеет вид

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{3\Phi} &= (1 - \varepsilon_1)(Q_1^{3\Phi}\psi_{11} + Q_2^{3\Phi}\psi_{21}) + \varepsilon_1\sigma_0 T_1^4 F \\ Q_2^{3\Phi} &= \varepsilon_2\sigma_0 T_2^4 F \end{aligned} \right\}.$$

Определив отсюда поток эффективного излучения $Q_i^{3\Phi}$ и используя соотношение (17.78), получим искомую формулу

$$Q_1^P = \varepsilon_{12}\sigma_0(T_2^4 - T_1^4)F_1, \quad (17.83)$$

где приведенная степень черноты рассматриваемой системы равна

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}.$$

Расчет радиационного теплообмена в системе газ-кладка-металл

Рассмотрим простейшую модель рабочего пространства топливной печи в виде замкнутой системы (рис. 17.8), образованной двумя поверхностями: плоской, имитирующей тепловоспринимающую поверхность нагреваемого тела («металл») и вогнутой, соответствующей внутренней поверхности футеровки («кладке»). Часть пространства, ограниченная этими поверхностями, заполнена про-

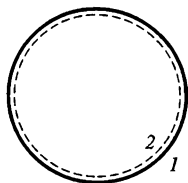


Рис. 17.7. Система газ-оболочка

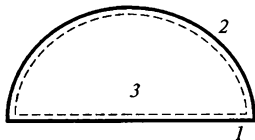


Рис. 17.8. Система газ-кладка-металл

дуктами сгорания топлива («газом»). Считаем заданными следующие величины: температуру поверхности металла T_1 ; температуру газа T_3 ; поток результирующего излучения на поверхности кладки, считающейся по условию адиабатной, $Q_2^p = 0$; степени черноты ε_1 , ε_2 и ε_3 ; площади поверхностей металла и кладки F_1 , F_2 ($F_3 = F_1 + F_2$); обобщенные угловые коэффициенты ψ_{ki} ($k, i = 1 \dots 3$), рассчитанные по формулам (17.72). Требуется определить поток результирующего излучения Q_1^p ($Q_3^p = -Q_1^p$) и температуру кладки T_2 .

Система зональных уравнений относительно потоков эффективного излучения в данном случае имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} Q_1^{эф} &= (1 - \varepsilon_1)(Q_1^{эф}\psi_{11} + Q_2^{эф}\psi_{21} + Q_3^{эф}\psi_{31}) + \varepsilon_1\sigma_0 T_1^4 F_1 \\ Q_2^{эф} &= Q_1^{эф}\psi_{12} + Q_2^{эф}\psi_{22} + Q_3^{эф}\psi_{32} \\ Q_3^{эф} &= \varepsilon_3\sigma_0 T_3^4 F_3 \end{aligned} \right\}.$$

Определив отсюда поток эффективного излучения $Q_1^{эф}$ и используя соотношение (17.78), получим формулу В. Н. Тимофеева—А. С. Невского

$$Q_1^p = \varepsilon_{123}\sigma_0(T_3^4 - T_1^4)F_1, \quad (17.84)$$

где приведенная степень черноты рассматриваемой системы равна

$$\varepsilon_{123} = \frac{1 + \gamma}{\frac{1}{\varepsilon_1}(1 + \gamma) + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1};$$

здесь для сокращения записи принято обозначение $\gamma = \omega/(1 - \varepsilon_3)$, где $\omega = F_2/F_1$ — степень развития кладки.

Для расчета температуры кладки, подставив поток эффективного излучения $Q_2^{эф}$ в формулу (17.80) при условии $Q_2^p = 0$, получим

$$T_2 = \sqrt[4]{\xi T_1^4 + (1 - \xi)T_3^4}, \quad (17.85)$$

$$\text{где } \xi = \frac{1/\varepsilon_3}{\frac{1}{\varepsilon_1}(1 + \gamma) + \frac{1}{\varepsilon_3} - 1}.$$

Отметим, что интенсивность радиационного теплообмена в данном случае, так же как и в случае диатермичной среды, не зависит от степени черноты адиабатной кладки. Этот результат является следствием серого приближения, использованного при описании радиационных свойств тел, участвующих в теплообмене.

5. Учет селективности радиационных свойств тел

Использование серого приближения при анализе радиационного теплообмена, приводящее к существенному упрощению расчета, не позволяет, однако, выявить некоторые важные особенности этого процесса, в частности, влияние степени черноты кладки на интенсивность теплообмена в системе газ—кладка—металл. Это влияние объясняется тем, что на поверхности кладки происходит трансформация спектрального состава излучения: собственное излучение газа, имеющее дискретный спектр, частично поглощаясь кладкой, возвращается обратно в систему в виде собственного излучения кладки, спектр которого является непрерывным. По этой причине при увеличении степени черноты кладки, сопровождающемся повышением доли ее собственного излучения в потоке $Q_2^{\text{эф}}$, происходит возрастание части эффективного излучения, приходящейся на окна прозрачности газа. Это приводит к уменьшению поглощательной способности газа для эффективного излучения кладки и, следовательно, к увеличению потока результирующего излучения на поверхности металла.

Проблемы, возникающие при построении схем расчета радиационного теплообмена с учетом селективности радиационных свойств тел, объясняются тем, что в неравновесной системе для реальных тел $A \neq \epsilon$, причем интегральные поглощательные способности, зависящие от спектрального состава падающего излучения, заранее неизвестны и, в отличие от интегральных степеней черноты, не могут быть указаны в качестве исходных данных. Учесть это обстоятельство при расчете радиационного теплообмена, например в системе газ—кладка—металл можно двумя способами.

Использование приближенных формул для интегральных поглощательных способностей

Перепишем систему зональных уравнений, приведенных в п. 4, отказавшись от серого приближения, т. е. считая, что $A_i \neq \epsilon_i$ ($i = 1, 2, 3$). Получим

$$Q_1^p = \frac{1 + \gamma}{\frac{1}{A_1}(1 + \gamma) + \frac{1}{A_3} - 1} \sigma_0 \left(\frac{\epsilon_3}{A_3} T_3^4 - \frac{\epsilon_1}{A_1} T_1^4 \right) F_1, \quad (17.86)$$

где $\gamma = \omega/(1 - A_3)$.

Для приближенного определения интегральных поглощательных способностей A_1 и A_3 используем полуэмпирические формулы, например, следующего вида: $A_1 \approx \epsilon_1(T_{и1})$, $A_3 \approx \epsilon_3(T_{и3})(T_3/T_{и3})^{0,5}$, где $T_{и1} = (T_2 + T_3)/2$, $T_{и3} = (T_1 + T_2)/2$, а температура кладки по практическим данным принимается равной $T_2 \approx T_3 - 100$.

Использование закона Кирхгофа для спектральных радиационных характеристик

Произведем расчет радиационного теплообмена для спектральных составляющих потоков излучения, соответствующих определенной длине волны λ . Поскольку по закону Кирхгофа $A_\lambda = \epsilon_\lambda$, для решения этой задачи может быть применена та же методика, что и при расчете интегральных потоков излучения в сером приближении.

Предположим сначала, что по условию заданы температуры не только металла T_1 и газа T_3 , но и кладки T_2 . Тогда система зональных уравнений относительно спектральных величин потоков эффективного излучения $Q_{\lambda 1}^{\text{эф}}$, $Q_{\lambda 2}^{\text{эф}}$ и $Q_{\lambda 3}^{\text{эф}}$ будет иметь следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} Q_{\lambda 1}^{\text{эф}} &= (1 - \epsilon_{\lambda 1})(Q_{\lambda 1}^{\text{эф}} \psi_{11}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 2}^{\text{эф}} \psi_{21}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 3}^{\text{эф}} \psi_{31}^{(\lambda)}) + \epsilon_{\lambda 1} q_\lambda^0 T_1 F_1 \\ Q_{\lambda 2}^{\text{эф}} &= (1 - \epsilon_{\lambda 2})(Q_{\lambda 1}^{\text{эф}} \psi_{12}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 2}^{\text{эф}} \psi_{22}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 3}^{\text{эф}} \psi_{32}^{(\lambda)}) + \epsilon_{\lambda 2} q_\lambda^0 T_2 F_2 \\ Q_{\lambda 3}^{\text{эф}} &= \epsilon_{\lambda 3} q_\lambda^0(T_3) F_3 \end{aligned} \right\}, \quad (17.87)$$

где $q_\lambda^0(T_i)$ — спектральная плотность потока излучения абсолютно черного тела при температуре T_i ; $\psi_{ki}^{(\lambda)}$ — спектральные обобщенные угловые коэффициенты излучения, определяемые по формулам (17.72) при замене интегральной пропускательной способности газа D_3 ее спектральным значением $D_{\lambda 3} = 1 - \epsilon_{\lambda 3}$. После решения системы уравнений (17.87) спектральные величины потоков результирующего излучения найдем по формулам

$$Q_{\lambda i}^p = \frac{\varepsilon_{i\lambda}}{1 - \varepsilon_{\lambda i}} [Q_{\lambda i}^{\text{эф}} - q_{\lambda}^0(T_i)F_i], \quad i = 1, 2; \quad (17.88)$$

$$Q_{\lambda 3}^p = \varepsilon_{\lambda 3} (Q_{\lambda 1}^{\text{эф}} \Psi_{13}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 2}^{\text{эф}} \Psi_{23}^{(\lambda)} + Q_{\lambda 3}^{\text{эф}} \Psi_{33}^{(\lambda)}) - \varepsilon_{\lambda i} q_{\lambda 3}^0(T_3)F_3. \quad (17.89)$$

Для определения интегральных значений потоков результирующего излучения проинтегрируем полученные выражения во всем диапазоне длин волн (при практической реализации этого этапа необходимо произвести численное интегрирование спектральных величин в пределах некоторого конечного расчетного интервала длин волн)

$$Q_i^p = \int_0^{\infty} Q_{\lambda i}^p d\lambda, \quad i = 1, 2, 3. \quad (17.90)$$

Если по условию кладка представляет собой зону II рода, в частности, является адиабатной, т.е.

$$Q_2^p = \int_0^{\infty} Q_{\lambda 2}^p d\lambda = 0, \quad (17.91)$$

то задача не имеет прямого решения, так как при расчете спектральных величин для кладки непосредственно не заданы ни температура, ни спектральное значение потока результирующего излучения. В этом случае решение может быть получено лишь методом последовательных приближений, на каждом шаге которого необходимо задавать температуру кладки, решать систему уравнений (17.87), по формуле (17.88) рассчитывать спектральные значения $Q_{\lambda 2}^p$ и по формуле (17.90) определять Q_2^p . Алгоритм метода последовательных приближений должен быть, конечно, построен таким образом, чтобы обеспечивать достаточно быстрое определение температуры T_2 , соответствующей условию адиабатности (17.91).

Раздел V ТЕПЛОГЕНЕРАЦИЯ

Глава 18 ТОПЛИВО И ЕГО ГОРЕНИЕ

1. Общая характеристика топлива

Топливом называются горючие вещества, служащие источником тепла. Прежде чем использовать горючее вещество в качестве топлива, необходимо установить, что оно соответствует следующим требованиям:

- 1) запасы его велики и доступны для добычи;
- 2) продукты сгорания легко транспортируются из зоны горения и безвредны для окружающей среды;
- 3) легко загорается и содержит небольшое количество негорючих примесей (в частности, воды и золы);
- 4) процесс горения легко управляем.

По происхождению топливо подразделяется на естественное и искусственное. Последнее является продуктом переработки естественного топлива. По агрегатному состоянию топливо делится на твердое (кусковое, пылевидное), жидкое и газообразное. Агрегатное состояние топлива определяет способы его хранения, транспортировки и сжигания.

В табл. 18.1 приведена общая классификация топлива.

Состав топлива

Топливо, сжигаемое в промышленных печах, называется рабочим топливом. Горючими органическими элементами рабочего топлива являются: углерод C^P , водород H^P и летучая сера S^P_d . Кроме горючих элементов рабочее топливо содержит негорючие органические элементы — кислород O^P и азот N^P , входящие в состав топлива в виде сложных высокомолекулярных соединений, а также негорючие минеральные примеси, образующие после сгорания топлива золу A^P и влагу W^P .

Если отобрать пробу твердого или жидкого рабочего топлива и исследовать ее в химической лаборатории, определив элементарный химический состав, то получим следующее равенство:

$$C^P + H^P + O^P + N^P + S^P + A^P + W^P = 100\%. \quad (18.1)$$

В этой формуле содержание каждого элемента в пробе выражается в процентах от массы. Указанные элементы не составляют механическую смесь, а находятся в топливе в виде сложных химических соединений. Однако применяемые в технике методы химического анализа твердых и жидких топлив не позволяют определить конкретный вид этих соединений.

Вся сера, находящаяся в топливе, делится на две части: горючую (летучую) S_L^P и негорючую (минеральную) S_M^P :

$$S_{\text{общ}}^P = S_M^P + S_L^P.$$

Минеральная сера входит в состав золы. Летучую серу можно, в свою очередь, разделить на две части: органическую $S_{\text{ор}}^P$ и колчеданную S_K^P , находящуюся в соединении с железом:

$$S_L^P = S_{\text{ор}}^P + S_K^P.$$

Сера в топливе является примесью нежелательной, так как ухудшает качество технологического продукта, отравляет окружающую среду и вредно действует на элементы конструкции печи.

Таблица 18.1. Общая классификация топлива

Агрегатное состояние	Естественное топливо	Искусственное топливо
Твердое	Древесина, торф, бурые угли, каменные угли, антрацит, горючие сланцы	Каменноугольный кокс, полукокс, древесный уголь, термоантрацит, брикеты, пылеугольное топливо
Жидкое	Нефть	Бензин, керосин, лигроин, реактивное топливо, дизельное топливо, мазут и др.
Газообразное	Природный газ	Коксовый, доменный, генераторные газы и др.

Влага в топливе является балластной примесью, значительно снижающей тепловой эффект горения. Она своим присутствием уменьшает долю горючих элементов в единице массы или объема топлива и, испаряясь при горении топлива, отнимает часть его тепла. Влагу в твердом топливе подразделяют на внешнюю и гигроскопическую. В сухом месте топливо теряет внешнюю влагу и называется воздушно-сухим. Оставшаяся гигроскопическая влага удаляется из пробы лабораторным путем.

Содержание минеральных примесей и влажность одного и того же топлива из разных месторождений и при разных способах добычи могут быть различными, они также могут изменяться при транспортировке и хранении. Поэтому для сравнительной оценки топлива ввели условные понятия сухой, горючей и органической масс, составляющие которых обозначаются теми же символами, что и рабочая масса, но, соответственно, с индексами «а», «г», «о». Например, исключив в лаборатории из пробы рабочего топлива влагу и подвергнув остаток пробы химическому анализу, можно получить состав сухой массы топлива, который записывается по формуле

$$C^a + H^a + S_d^a + O^a + N^a + A^a = 100\%. \quad (18.2)$$

Данные сухого состава используются для определения засоренности топлива золой. Исключая из сухого состава таким же способом золу, получаем состав топлива по горючей массе (безводно-беззольный состав)

$$C^g + H^g + S_d^g + O^g + N^{g'} = 100\%. \quad (18.3)$$

По структуре горючей массы определяют истинный химический состав топлива того или иного месторождения, так как здесь исключено влияние метеорологических факторов и способов добычи. По этой массе также оценивают топливо как горючее. Наиболее полно оценить качество топлива, определить время его геологического образования можно по составу его органической массы, исключив серу:

$$C^o + H^o + O^o + N^o = 100\%. \quad (18.4)$$

Для определения состава одной массы топлива по данным состава другой массы пользуются формулами пересчета. Проиллю-

стрируем это на примере выражения горючей массы топлива через рабочую массу.

Формулу (18.1) можно, очевидно, переписать в следующем виде:

$$C^P + H^P + O^P + N^P + S_{\text{л}}^P = 100 - (A^P + W^P). \quad (18.5)$$

Левая часть уравнения выражает теперь, по существу, состав горючей массы топлива.

Сопоставляя уравнения (18.5) и (18.3), имеем, %:

$$\frac{C^P}{100 - (W^P + A^P)} = \frac{C^{\Gamma}}{100} \text{ или } C^{\Gamma} = C^P \frac{100}{100 - (A^P + W^P)} \text{ и т. д.}$$

В табл. 18.2 приведены коэффициенты пересчета состава топлива с одной массы на другую.

При нагревании твердого топлива без доступа воздуха оно распадается на две части: летучие вещества и твердый остаток — кокс и золу. По количеству летучих, выделяющихся из топлива при нагреве, судят о его качестве. У молодых и низкосортных топлив выход летучих больше. В летучие вещества переходит азот в виде сложных соединений с другими элементами, летучая сера, водород как в чистом виде, так и в соединениях с углеродом в виде различных углеводов. После отгонки летучих веществ из топлива образуется коксовый остаток, в который переходит часть углерода и зола. Зола — это негорючая минеральная часть топлива, состоящая из Al_2O_3 , CaO , SiO_2 , Fe_2O_3 и др. Она образуется

Таблица 18.2. Коэффициенты пересчета состава топлива

Заданная масса топлива	Масса топлива, на которую ведется пересчет			
	органическая	горючая	сухая	рабочая
Органическая	1	$\frac{100 - S^{\Gamma}}{100}$	$\frac{100 - (S^a + A^a)}{100}$	$\frac{100 - (S^P + A^P + W^P)}{100}$
Горючая	$\frac{100}{100 - S^{\Gamma}}$	1	$\frac{100 - A^a}{100}$	$\frac{100 - (A^P + W^P)}{100}$
Сухая	$\frac{100}{100 - (S^a + A^a)}$	$\frac{100}{100 - A^a}$	1	$\frac{100 - W^P}{100}$
Рабочая	$\frac{100}{100 - (S^P + A^P + W^P)}$	$\frac{100}{100 - (A^P + W^P)}$	$\frac{100}{100 - W^P}$	1

после сгорания топлива в виде сыпучей массы или сплавленных кусков, называемых шлаком.

Определение влажности, зольности и выхода летучих составляет содержание технического анализа твердого и жидкого топлив.

Возможности химического анализа газообразного топлива позволяют определить вид соединений, в которые объединены элементы этого топлива. Однако этот анализ основан на нагревании пробы газа, в результате чего влага, содержащаяся в исходном газе, удаляется и определяется состав сухого газа:

$$\text{CH}_4^a + \text{H}_2^a + \text{H}_2\text{S}^a + \text{N}_2^a + \text{O}_2^a + \sum C_m \text{H}_n^a = 100\%. \quad (18.6)$$

Влажность топлива задается обычно в виде содержания влаги в 1 м^3 сухого газа, выраженного в граммах.

В природном газе основной горючей частью является метан (от 80 до 98% от объема газа), в качестве инертных примесей выступают диоксид углерода (от 0,1 до 0,3%), азот (от 1 до 14%) и влага.

В искусственных газах горючими составляющими являются водород, оксид углерода, метан, непредельные углеводороды. Искусственные газы, как правило, сильно забалластированы инертными газами: азотом, диоксидом углерода, парами воды.

Теплота сгорания

Количество тепла, выделяемое при полном сгорании 1 кг твердого или жидкого, или 1 м^3 газообразного топлива, называется теплотой сгорания топлива или теплотворной способностью топлива и измеряется соответственно в джоулях на килограмм или в джоулях на кубический метр.

При сгорании рабочего топлива (р. т.) имеющаяся в нем влага нагревается до температуры кипения и испаряется, поглощая часть тепла, выделяемого при горении. В пар превращается также вода, образующаяся в ходе реакции окисления всех компонентов топлива, содержащих водород:



Очевидно, что количество тепла, выделившегося при полном сгорании топлива, зависит от того, в каком агрегатном состоянии влага, присутствующая в продуктах сгорания, покидает зону горения.

Количество тепла, выделяющегося при полном сгорании единицы топлива при условии, что образующиеся при этом водяные пары конденсируются в зоне горения и конденсат находится при температуре 273 К, называется высшей теплотой сгорания топлива. Для топлива определенного химического состава высшая теплота сгорания является физико-химической характеристикой.

В условиях высоких температур, наблюдаемых в рабочем пространстве металлургических печей, водяные пары в пределах зоны горения не конденсируются и вместе с другими газообразными продуктами сгорания отводятся из печи в атмосферу. Поэтому фактическое количество тепла, выделяющегося в зоне горения топлива, меньше высшей теплоты сгорания.

Количество тепла, которое выделяется при полном сгорании единицы топлива при условии, что испаряющаяся в процессе горения влага находится в продуктах сгорания в виде пара, охлажденного до 293 К, называется низшей теплотой сгорания топлива. Низшая теплота сгорания является технической характеристикой топлива данного состава. Этой величиной определяется практическая ценность топлива.

Соотношение между высшей и низшей теплотами сгорания рабочего топлива выражается формулой

$$Q_{\text{в}}^{\text{P}} - Q_{\text{н}}^{\text{P}} = G_{\text{H}_2\text{O}} r_{\text{и}}, \quad (18.8)$$

где $r_{\text{и}}$ — количество тепла, необходимое для нагрева 1 кг воды от 273 до 373 К плюс скрытая теплота парообразования за вычетом теплоты, выделяющейся при охлаждении пара от 373 до 293 К, принимается равным 2,51 МДж/кг влаги; $G_{\text{H}_2\text{O}}$ — масса влаги, содержащейся в единице рабочего топлива (р.т.), и влаги, образовавшейся в результате окисления водорода топлива, кг.

Согласно уравнению (18.7), масса влаги, образовавшейся при сгорании жидкого и твердого топлива, равна $9\text{H}^{\text{P}}/100$ и тогда

$$G_{\text{H}_2\text{O}} = (9\text{H}^{\text{P}} + W^{\text{P}})/100. \quad (18.9)$$

Из уравнения (18.8) следует, что низшая теплота сгорания рабочего топлива, выраженная в мегаджоулях на единицу массы, равна

$$Q_{\text{н}}^{\text{P}} = Q_{\text{в}}^{\text{P}} - 0,0251 (9\text{H}^{\text{P}} + W^{\text{P}}). \quad (18.10)$$

Наиболее точно теплоту сгорания можно определить опытным путем, сжигая пробы топлива в калориметрах и рассчитывая искомую величину из теплового баланса калориметра. Аналитический расчет теплоты сгорания твердого или жидкого топлива затруднен тем, что не известно, в виде каких химических соединений горючие элементы входят в состав этих топлив. На практике для расчета низшей теплоты сгорания твердого или жидкого рабочего топлива (МДж/кг) по известному элементарному составу пользуются полуэмпирической формулой Д. И. Менделеева:

$$Q_H^P = 0,339 C^P + 1,03 H^P - 0,109(O^P - S_n^P) - 0,0251(9H^P + W^P). \quad (18.11)$$

Низшую теплоту сгорания газообразного топлива (Дж/м³) можно рассчитать, суммируя тепловые эффекты реакций окисления горючих компонентов топлива:

$$Q_H^P = 0,01(Q_{CH_4} CH_4 + Q_{C_2H_6} C_2H_6 + Q_{C_3H_8} C_3H_8 + \dots), \quad (18.12)$$

где Q_{CH_4} , $Q_{C_2H_6}$ и т. д. — тепловые эффекты реакций окисления, Дж/м³, данного горючего компонента (табл. 18.3); CH_4 , C_2H_6 — содержание горючих компонентов в рабочей массе газообразного топлива, % (объемн).

Таблица 18.3. Тепловые эффекты реакций окисления

Реакция	Тепловой эффект реакции	
	МДж/кг	МДж/м ³
$C + O_2 = CO_2$	34,07	—
$CO + \frac{1}{2}O_2 = CO_2$	—	12,64
$H_2 + \frac{1}{2}O_2 = (H_2O)_{жид}$	143,1	12,77
$H_2 + \frac{1}{2}O_2 = (H_2O)_{пар}$	121	10,76
$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + (2H_2O)_{пар}$	—	35,82
$C_2H_4 + 3O_2 = CO_2 + (2H_2O)_{пар}$	—	59,07
$C_2H_6 + \frac{7}{2}O_2 = 2CO_2 + (3H_2O)_{пар}$	—	63,75
$C_3H_8 + \frac{9}{2}O_2 = 3CO_2 + (3H_2O)_{пар}$	—	86,00
$H_2S + \frac{3}{2}O_2 = (H_2O)_{пар} + SO_2$	—	14,73
$S + O_2 = SO_2$	9,28	—

Условное топливо

Теплота сгорания различных видов топлива колеблется в широких пределах. Для мазута, например, она составляет свыше 40 МДж/кг, а для доменного газа около 4 МДж/м³.

Для сравнительной оценки различных видов топлив, а также для составления технических отчетов о расходовании топлива на различных агрегатах и предприятиях и для планирования работы этих предприятий необходимо иметь некоторый масштаб сравнения. В качестве такого масштаба принято условное топливо (у. т.), низшая теплота сгорания которого равна 29,3 МДж/кг. Для выражения оцениваемого твердого или жидкого топлива через условное пользуются величиной калорийного эквивалента:

$$\mathcal{E}_k = \frac{Q_n^p \text{ кг у.т.}}{29,3 \text{ кг р.т.}},$$

где Q_n^p — низшая теплота сгорания рабочего топлива.

Калорийный эквивалент показывает, сколько килограммов условного топлива нужно сжечь, чтобы получить столько же тепла, сколько выделяется при сжигании 1 кг рабочего топлива.

Для сопоставления газообразных видов топлив пользуются коэффициентом теплоплотности

$$\mathcal{E}_r = \frac{Q_n^p \text{ кг у.т.}}{29,3 \text{ м}^3 \text{ р.т.}},$$

где Q_n^p — теплота сгорания рабочего топлива, МДж/м³.

С помощью коэффициента теплоплотности оценивают также экономичность хранения и перевозки всех видов топлива. Например, торф имеет не только невысокий калорийный эквивалент, но и, вследствие небольшой объемной массы, низкий коэффициент теплоплотности, что обуславливает его нетранспортабельность. Для хорошего угля \mathcal{E}_k примерно в два раза больше, чем для хорошего торфа, а \mathcal{E}_r — больше в 6–7 раз. Следовательно, для получения одного и того же количества тепла объем транспортируемого торфа почти в семь раз больше объема транспортируемого угля. В связи с этим торф, низкосортные угли и некоторые другие виды топлива относят к категории местных топлив. Такое топливо, независимо от размеров его запасов, нецелесообразно транспортировать на значительные расстояния от мест добычи.

2. Топливо, применяемое в металлургии

Твердое естественное топливо

В современной металлургии твердое естественное топливо применяется ограниченно. Большинство топливных печей имеют газовое, мазутное или смешанное газо-мазутное отопление. Только некоторые печи, в основном цветной металлургии, отапливаются пылеуглем. Так как нефть и природный газ являются ценным сырьем химической промышленности, то их доля в топливном балансе страны вообще и в металлургической промышленности в частности будет в дальнейшем сокращаться. В связи с этим роль твердых топлив возрастет. Они будут использоваться в основном как сырье для производства искусственных газов, используемых впоследствии для отопления печей.

Из твердых естественных топлив в металлургии применяются только ископаемые угли. На территории России из всех ископаемых углей наиболее распространен каменный уголь (80%). В зависимости от выхода летучих веществ и спекаемости различают 10 сортов (марок) углей: Д — длиннопламенный, Г — газовый, ГЖ — газовый жирный, Ж — жирный, КЖ — коксовый жирный, К — коксовый, К₂ — коксовый второй, ОС — отощенный спекающийся, СС — слабоспекающийся, Т — тощий.

Большая часть каменных углей — спекающиеся. К неспекающимся относятся, в основном, длиннопламенные и тощие угли (с выходом летучих выше 45% и ниже 15%). Балласт, т. е. содержание золы и влаги, колеблется в каменных углях от 12 до 20% ($A^P = 8-10\%$; $W^P = 4-10\%$), а теплота сгорания составляет соответственно 29,3–23,0 МДж/кг.

Антрацит отличается от каменных углей тем, что при его горении не выделяются углеводороды, поэтому он горит коротким пламенем и совершенно бездымно. Содержание горючих летучих веществ в антраците составляет около 7%. Антрациты очень тверды и зажигаются с большим трудом. Содержание внешнего балласта в антраците составляет 12–25% ($A^P = 7-20\%$; $W^P = 5-7\%$). Теплота сгорания равна 25–29,3 МДж/кг.

Твердое искусственное топливо

Из искусственных твердых топлив в металлургии используют кокс и термоантрацит.

Кокс. Metallургический кокс представляет собой крупные, механически прочные куски, устойчивые к истиранию. Это наиболее дорогой из всех видов металлургических топлив. Кокс используют в доменных и других шахтных плавильных печах. Помимо источника тепла в этих печах, кокс является источником восстановителя и поризатором столба шихты, обеспечивая его газопроницаемость. На коксование расходуется более 1/3 всех добываемых каменных углей.

В процессе коксования измельченную до кусков размером 3 мм и увлажненную угольную шихту подвергают нагреву без доступа воздуха до температуры 1100–1300 К в течение 15–16 ч. По мере нагрева шихты до температуры 473 К протекает процесс сушки, при температуре 473 К начинают выделяться пары первичной смолы, состоящей из углеводородов жирного ряда. При температуре 623–673 К часть угля (битуминозные вещества) плавится и растворяет в себе его неплавкие элементы. Образовавшаяся подвижная пластическая масса растекается между оставшимися твердыми зернами угля и склеивает (спекает) их. При нагреве до 773 К происходит бурное разложение пластической массы, сопровождающееся выделением газов и образованием твердого полукокса.

При дальнейшем нагреве выделяется значительное количество газов, преимущественно водорода и метана. Твердый остаток уплотняется, дает усадку и превращается в губкообразный спек, называемый коксом.

Для производства кокса используют каменные угли различных марок, из которых составляют коксовую шихту. Наилучшим сырьем для производства кокса является уголь марки К. В связи с небольшими запасами этого угля, его используют в смеси с марками КЖ, Ж и ОС, а также Д, Г и Т. Средний состав кокса, %: 96,5 С^г; 0,3 Н^г; 1,3 N^г; 1,3 O^г; 0,6 S^г_л; 12,6–15 A^а; 3,2 W^р. Его теплота сгорания $Q_{\text{н}}^{\text{р}} = 27,5$ МДж/кг. Прочность кокса на сжатие составляет 19,62 МПа.

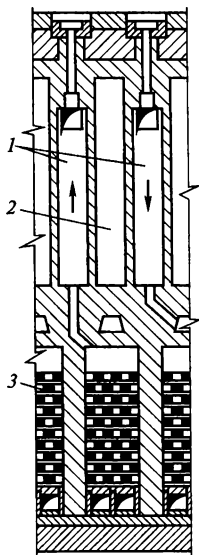


Рис. 18.1. Коксовая печь

Из всего вырабатываемого кокса получается до 95% крупного кокса с размером кусков >22 мм, 2–3% коксового ореха размером 10–25 мм и 3–5% коксовой мелочи размером 0–10 мм. Коксовый орех применяют в печах цветной металлургии и в газогенераторах, а коксовую мелочь сжигают в котельных металлургических заводов. Подавляющая масса крупного кокса используется в доменном и литейном производствах. Доменный кокс обладает пористостью 45–55%, литейный кокс более плотен, его пористость не превышает 45%. Выход кокса 75–82% от массы шихты.

В ходе коксования образуются побочные продукты: коксовый газ – 14–18%, каменноугольная смола – 2,5–4,0%, аммиак – 0,25–0,35%, сернистый бензол – 0,6–1,0%, подсмольная вода – 2,6–2,8%. Побочные продукты направляются на химический завод для переработки. Выход летучих из нормально выжженного кокса не превышает 1,4–1,9%. По этой цифре судят о завершении процесса коксования. Коксовая печь состоит из трех основных частей (рис. 18.1): камеры коксования 2, вертикальных отопливаемых каналов 1, предназначенных для сжигания топлива, и регенераторов 3 – устройств для утилизации тепла отходящих газов. Отапливаемые каналы отделены от камеры коксования огнеупорными стенками. Камеры коксования представляют собой прямоугольные каналы, размеры которых примерно равны $13 \times 4,5 \times 0,4$ м. Торцевые части камер закрываются металлическими откатными дверями.

Угольную шихту загружают в камеры через люки, расположенные в сводах. Образование пластического слоя начинается у внутренних стен отопливаемых каналов и распространяется к центру камеры коксования. Газы и пары, образующиеся в процессе коксования, собираются в надслоевом пространстве камеры, откуда направляются в газосборник.

Внутренние поверхности камер коксования коксовых печей выкладывают из динасовых огнеупоров. Отопление коксовых печей производится газообразным топливом так, что примерно через каждые 30 мин движение продуктов сгорания в отопливаемых каналах изменяется на обратное. Воздух для сжигания газов предварительно подогревается в воздушных регенераторах 3, размещенных под камерами коксования. Нагретый воздух из регенераторов направляется в нижнюю часть вертикальных отопливаемых каналов. Продукты сгорания отводятся из верхней части

отапливаемых каналов и подаются в верхнюю часть регенераторов, где за счет тепла этих газов разогревается насадка. Пройдя сквозь насадку регенераторов, дымовые газы через нижнюю его часть отводятся в боры и на трубу. Воздушные регенераторы разделены на батареи. Когда в нечетных батареях греется воздух, насадка четных регенераторов нагревается дымовыми газами. Затем, в результате перекидки клапанов изменяются направления потоков воздуха и дымовых газов. Воздух поступает для нагрева в четные регенераторы, а дымовые газы — в нечетные. Если для отопления коксовых печей используют низкокалорийные доменный или генераторный газы, то перед сжиганием их также подогревают в специальных газовых регенераторах.

Температура обогреваемых стен камеры коксования поддерживается на уровне 1600—1700 К. После завершения процесса коксования в камере образуется механически прочный пористый спек, так называемый «пирог». С помощью разгрузочной машины, вводимой в камеру через одну из дверей, «пирог» выгружается через другую дверь в устройство для тушения кокса, тушильный вагон, а дальше поступает на дробление и рассев по фракциям.

Коксовые печи по 70—80 шт. объединяют в коксовые батареи, имеющие общие системы подвода отопительного газа, отвода продуктов коксования, подачи и загрузки коксующейся шихты и т. д. Коксовая батарея представляет собой непрерывно действующий агрегат, несмотря на то, что каждая печь в отдельности работает периодически.

Термоантрацит. Г. К. Мирошниченко и С. П. Булгаковым предложена особая термическая обработка антрацита, в результате которой удалось антрацит некоторых сортов превратить в топливо для металлургических печей. В вагранках термоантрацит не только заменяет кокс, но и дает лучшие по сравнению с коксом результаты — меньший расход топлива, более высокую температуру чугуна и др.

Предварительную термическую обработку антрацита ведут в шахтных печах при продувке водяным паром. В процессе термической обработки содержание влаги в антраците снижается примерно с 3,5 до 0,2%, водорода с 1,2—1,4 до 0,2—0,4%, кислорода и азота с 1,6—2,9 до 1,0—1,6% и серы с 1,5—2,0 до 0,9—1,0%.

Термоантрацит характеризуется большей пористостью и вместе с тем большей твердостью по сравнению с антрацитом.

Жидкое топливо

Из всех видов жидкого топлива в металлургии используется в основном мазут. Высокая теплотворная способность мазута и хорошие теплотехнические качества делают его ценным топливом.

Мазут представляет собой остаток от фракционной перегонки нефти, в ходе которой из сырой нефти предварительно отогнаны бензин, лигроин, керосин и газойль. Зольность мазута ничтожна, внешний балласт определяется условиями производства, хранения и транспортировки. Влажность колеблется в пределах 1–3%. Примерный состав мазута, %: 85 С^P; 10 Н^P; 1 О^P; 1 S^P; 0,2А^P; 2W^P. Теплота сгорания $Q_H^P = 38-42$ МДж/кг.

Качество мазута определяется его физическими свойствами: вязкостью, температурой вспышки и температурой застывания. Температурой вспышки называется температура, при которой пары мазута в смеси с воздухом вспыхивают при приближении пламени. Эта температура значительно ниже температуры воспламенения, при которой жидкий мазут воспламеняется самопроизвольно, без воздействия постороннего пламени. Очень важным показателем качества мазута является температура застывания. При этой температуре мазут теряет свойства жидкости и превращается в твердое тело. Температура застывания зависит от содержания парафина в мазуте.

Мазут немного легче воды: $\rho_M = 0,89-0,998$ т/м³, вследствие этого вода, примешанная к нему, при хранении в резервуаре может отстаиваться и удаляться. По содержанию серы мазуты подразделяются на малосернистые ($S_L^P = 0,5\%$) и высокосернистые ($S_L^P = 2\%$).

В настоящее время наиболее распространены топочные мазуты трех марок: М-40, М-100 и М-200, хотя ГОСТ предусматривает шесть марок. Цифры в обозначениях марок соответствуют максимальному значению условной вязкости (ВУ) мазута при температуре 333 К. Для поддержания среднего значения вязкости на уровне 2° ВУ (которая рекомендуется перед форсунками при сжигании мазута любой марки), температура мазута М-40 должна составлять 365 К, а М-200 — 426 К. Характеристики мазутов приведены в табл. 18.4.

Чем выше марка мазута, тем ниже его теплота сгорания. По мере увеличения марки мазута растет содержание в нем парафинов, вследствие чего растет вязкость, повышаются температуры вспышки и застывания. Высокие вязкость и температура застывания затрудняют транспортирование мазута по трубам и распыливание при

Таблица 18.4. Характеристики мазутов

Показатели	Малосернистый		Высокосернистый		
	М-40	М-100	М-40	М-100	М-200
Вязкость условная, не более, при температуре, К:					
353	8	15,5	8	15,5	—
373	—	—	—	—	6,5—9,5
Температура, К:					
вспышки	363	383	363	383	413
застывания	283	300	283	300	310

сжигании. Поэтому мазут приходится подогревать тем выше, чем больше номер марки. При выборе температуры подогрева необходимо учитывать, что при температурах, близких к температуре вспышки, значительно увеличивается пожарная опасность.

Обычно мазут подогревают до 340—390 К. Первоначально его подогревают в цистернах, баках, нефтехранилищах для перекачки по трубам. Для этого устанавливают в них змеевики, обогреваемые паром или горячей водой с температурой не выше 420 К. Нефтехранилища и баки должны обязательно соединяться с атмосферой. Наружные мазутопроводы тщательно утепляют или прокладывают совместно с паропроводами. Мазут, подаваемый к форсункам, дополнительно подогревается в теплообменниках. Подогрев мазута не только повышает его текучесть, но и способствует лучшему отстаиванию воды. Брать мазут из мазутохранилища нужно из верхних слоев, которые полнее отстоялись от воды.

Для лучшего сжигания мазута в мазутопроводе необходимо поддерживать постоянное давление. С этой целью на нем устанавливают автоматические клапаны.

Газообразное топливо

Газообразное топливо в настоящее время является основным видом органического топлива, применяемого для отопления металлургических печей. К достоинствам этого топлива необходимо отнести легкость в управлении процессом горения, удобство транспортировки, возможность создания газовых смесей, обладающих различной теплотой сгорания, практически полное отсутствие серы и ее соединений.

Существенными недостатками газообразного топлива являются его низкая плотность, в результате чего приходится перекачивать по трубопроводам большие объемы газов, а также взрывоопасность, что вынуждает принимать специальные меры для обеспечения взрывобезопасности и пожарной безопасности на печах.

Технические требования на газ определяются соответствующими ГОСТами и техническими условиями. Закольцованные системы газоснабжения позволяют подавать на предприятия газ, состоящий из смеси газов. Поэтому на заводах должен осуществляться постоянный контроль за качеством потребляемых газов (состав, теплота сгорания, наличие примесей), что необходимо для обеспечения своевременной корректировки режимов сжигания топлива при заметном изменении его характеристик.

Естественное газообразное топливо. Наиболее ценным газообразным топливом является природный газ. Природный газ почти целиком состоит из углеводородов (от 80 до 98%). В качестве инертных примесей в нем присутствуют: диоксид углерода (0,1–0,3%), азот (1–14%) и влага. Теплота сгорания природного газа колеблется в пределах 33,5–35,6 МДж/м³.

Различают газы вулканического происхождения, которые практически полностью состоят из метана (до 98%), и попутные газы нефтяных месторождений, в состав которых помимо метана входят также этан и другие тяжелые углеводороды.

Химический состав природного газа некоторых месторождений приведен в табл. 18.5.

Таблица 18.5. Состав сухого природного газа

Месторождение	Состав газа, % (объемн.)						
	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₃ H ₈	C ₄ H ₁₀	C ₆ H ₁₂ и выше	CO ₂	N + редкие металлы
<i>Газы вулканического происхождения</i>							
Астраханское	98,2	0,3	0,08	—	—	0,5	0,92
Оренбургское	82,1	3,69	1,5	1,4	2,2	0,5	7,5
Саратовское	83,5	4,3	1,9	1,0	0,5	0,2	8,6
<i>Попутные газы</i>							
Бавлинское	35,5	21,8	19	8,5	4,8	0,1	11
Жигулевское	43,2	14,5	19	7,9	4,9	0,5	10
Андижанское	64,9	16,5	9,2	3,0	2,0	0,2	4,2

Искусственное газообразное топливо. В металлургии широко используются также искусственные горючие газы, получаемые либо в качестве побочного продукта производства: коксовый газ, доменный газ, ваграночный газ и т. д., либо в результате термообработки твердого топлива в газогенераторах — различные генераторные газы. В связи с сокращением доли природного газа в топливном балансе использование искусственных газов в металлургии в будущем возрастет еще больше.

Коксовый газ является побочным продуктом коксового производства. Сырой газ, выходящий из коксовых печей, называется прямым и содержит в 1 м³ помимо горючих компонентов следующие примеси, кг: 0,11–0,13 смолы; 0,03–0,04 бензола и других углеводородов; 0,01–0,012 аммиака; 0,006–0,01 нафталина; 0,018–0,025 сероводорода и следы цианистых соединений. Для улавливания этих примесей, являющихся ценным сырьем химической промышленности, коксовый газ направляют на очистку в химический цех коксохимического завода, где кроме перечисленных примесей из него удаляют часть водорода. При этом в оставшейся части газа повышается содержание высококалорийных углеводородов (СН₄, С_тН_т) и соответственно повышается ценность коксового газа как топлива.

Очищенный коксовый газ называется обратным. Его состав зависит от состава угля, подвергнутого коксованию, и колеблется в следующих пределах, %: 46–61 Н₂; 21–28 СН₄; 1,4–3,0 С_тН_т; 4,2–8,5 СО; 2,2–3,1 СО₂; 0,3–1,7 О₂; 3,7–14,0 N₂. Содержание водяных паров доходит до 55 г/м³ при температуре газа 313 К. Теплота сгорания сухого газа составляет 16–18 МДж/м³.

Доменный газ является побочным продуктом доменной плавки. В ходе взаимодействия газообразных продуктов сгорания кокса, движущихся от фурменной зоны доменной печи к колошнику, с опускающейся вниз шихтой, и прежде всего с кусками кокса, происходит восстановление диоксида углерода до оксида углерода. При этом продукты сгорания обогащаются горючим компонентом. Кроме оксида углерода в доменный газ переходят водород, метан и другие углеводороды.

Состав доменного газа зависит от основных параметров доменного процесса: температуры дутья, степени обогащения его кислородом, состава шихты, состава и расхода кокса, от того, подается ли в дутье природный газ, и, наконец, от давления на колошнике. Состав доменного газа примерно следующий, %: 29–30 СО;

0,1–0,4 C_2H_4 ; 1,5–2,5 H_2 ; 10–12 CO_2 ; 56–58 N_2 . Теплота сгорания составляет 3,7–4 МДж/м³. Доменный газ при выходе из печи содержит 20–70 г/м³ пыли. Это обстоятельство вынуждает подвергать его предварительной очистке, в результате которой содержание пыли в газе снижается до 0,01 г/м³.

Роль доменного газа, как источника тепла на металлургическом заводе, несмотря на низкую теплоту сгорания, значительна, что связано с большими объемами газов, образующихся в ходе доменной плавки. Смешивание доменного газа с коксовым или природным позволяет обеспечить необходимую теплоту сгорания смешанного газа и удовлетворить требования многочисленных потребителей металлургического комбината.

Генераторные газы могут быть получены в любом месте, где имеется любое твердое топливо, путем газификации этого топлива.

Процесс газификации заключается в превращении твердого топлива в горючий газ под воздействием кислорода. При этом может быть использован чистый кислород, кислород воздуха или же кислород, содержащийся в водяных парах и диоксиде углерода.

В отличие от процесса коксования твердого топлива, при котором только небольшая часть горючей массы переходит в газ, а основным продуктом является твердый углеродистый остаток (кокс или полукокс), при газификации вся горючая часть твердого топлива превращается в газ и пары без остатка (за вычетом потерь).

Процесс газификации проходит в аппарате, называемом газогенератором (рис. 18.2). Газогенератор представляет собой металлическую шахту 4, футерованную внутри огнеупорным кирпичом. Нижняя часть шахты 7 называется фартуком. Она соединена с пароводяной рубашкой 5 и погружается в металлическую вращающуюся чашу 9, которая во время работы заполняется водой, образующей гидрозатвор, который отключает внутреннее пространство газогенератора от окружающего воздуха. К чаше жестко прикреплен колосниковая решетка 6, с помощью которой поступающее в генератор дутье распределяется по его сечению. Топливо в газогенератор загружают сверху через загрузочное устройство 3.

Образующиеся в процессе газификации зола и шлаки при вращении чаши автоматически удаляются шлаковым ножом 8. В процессе работы газогенератора топливо непрерывно опускается вниз, а сверху все время загружаются новые порции. Образующийся генераторный газ собирается в надслоевом пространстве и

отводится через патрубок 1. Для наблюдения за процессом и выравнивания слоя топлива служит отверстие 2.

По характеру протекающих процессов в газогенераторе различают пять зон: I — подсушки топлива; II — сухой перегонки; III — восстановления; IV — кислородная зона; V — зона шлака. Первые две зоны образуют зону подготовки топлива, а вторые две — зону газификации. Последняя зона играет важную роль в работе генератора. С одной стороны отработавшие шлаки защищают колосниковую решетку от воздействия высоких температур кисло-

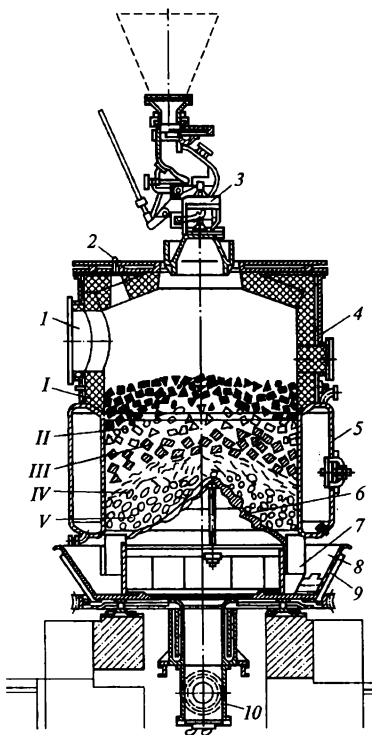


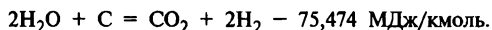
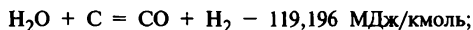
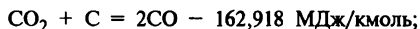
Рис. 18.2. Газовый генератор

родной зоны. С другой стороны, дутье, поступающее в генератор через трубопровод 10, фильтруясь через горячий шлак, подогревается и уже разогретым поступает в кислородную зону. Это интенсифицирует процесс газификации.

В кислородной зоне кислород дутья, контактируя с раскаленным коксом, вступает на его поверхности в реакции с углеродом по уравнениям:



Таким образом, в кислородной зоне одновременно появляются CO_2 и CO , причем количество CO_2 обычно больше. Реакции сопровождаются выделением большого количества тепла. На выходе из кислородной зоны содержание свободного кислорода в газовой фазе падает до нуля. В результате в восстановительной зоне протекают реакции восстановления диоксида углерода, попадающего сюда с газами из кислородной зоны, и водяных паров, поступающих из зоны подготовки топлива. Восстановление происходит за счет углерода кокса по реакциям:



При дальнейшем движении газов вверх восстановление CO_2 и H_2O интенсивно продолжается, и к концу восстановительной зоны количество CO_2 и H_2O становится небольшим. После зоны газификации в генераторных газах содержатся основные горючие компоненты генераторного газа CO и H_2 , значительное количество азота, перешедшего из дутья, и некоторое количество водяных паров и диоксида углерода. Температура этих газов высока, в их составе отсутствует кислород, поэтому, попадая в зону сухой перегонки, они нагревают находящиеся в ней куски топлива без доступа окислителя, т. е. подвергают его коксованию. Выделяющиеся при этом летучие газы смешиваются с генераторными газами. В зоне сушки газы подсушивают свежие порции топлива. При этом к ним добавляются водяные пары. Температура в слое изменяется по высоте и достигает своего максимального значения в кислородной зоне.

Генераторный процесс представляет собой сочетание процессов коксования и собственно газификации. В связи с этим, чем больше выход летучих топлива и его теплота сгорания, тем выше теплота сгорания генераторного газа. Этим необходимо руководствоваться при оценке топлива как сырья для газогенератора. Наинизшая теплота сгорания у генераторных газов из антрацита — топлива, обладающего очень малым выходом летучих.

В зависимости от применяемого дутья различают следующие генераторные газы: воздушный — получаемый при использовании в качестве дутья чистого воздуха; водяной — при попеременной подаче в газогенератор воздуха и водяного пара; паровоздушный и парокислородный. Воздушный газ состоит на одну треть из оксида углерода и на две трети из азота, что обуславливает его низкую теплотворную способность. Он не представляет ценности как самостоятельное топливо. Водяной газ является наиболее ценным продуктом из числа генераторных газов. Он имеет следующий состав, %: 37–38 CO; 48–50 H₂; 6–6,5 CO₂; 0,4–0,6 CH₄; 0,3–0,5 O₂ и 5,5–6,5 N₂. Применяется этот газ, в основном, как сырье в химической промышленности, для использования в качестве топлива он слишком дорог.

Основным топливом из числа генераторных газов является паровоздушный газ. Этот газ получается при подаче в газогенератор воздуха с некоторым количеством водяного пара. Присутствие водяного пара снижает содержание азота в генераторном газе, так как часть кислорода, необходимого для газификации топлива, поступает из водяного пара.

Средний состав паровоздушного газа, полученного из кускового топлива различных видов, приведен в табл. 18.6.

Таблица 18.6. Состав паровоздушного газа

Топливо	Состав газа, % (объемн.)								Теплота сгорания газа, МДж/м ³
	CO ₂	H ₂ S	C _n O _m	CO	H ₂	CH ₄	N ₂	O ₂	
Антрацит	5,5	0,2	—	27,5	13,5	0,5	52,6	0,2	5,17
Каменный уголь марки Г	5,0	0,1	0,3	26,5	13,5	2,5	51,9	0,2	5,92
Бурый челябинский уголь	5,6	0,2	0,3	30,0	13	2,0	48,1	0,2	6,23
Торф кусковой	8,5	0,1	0,4	27,5	14,0	2,5	46,8	0,1	6,16

На металлургических заводах чаще всего используют смешанный газ, представляющий собой смесь коксового, доменного и генераторного газов.

У нас в стране и за рубежом осваиваются новые способы и аппараты для получения искусственных газов, которые позволяют значительно повысить объем вырабатываемых газов и расширить сырьевую базу газогенерации. С этой целью ведутся исследования по проведению процессов газификации бурых и каменных углей (крупнокусковых и пылеугля) в аппаратах с плотным слоем под давлением, с кипящим слоем и с факельным слоем.

3. Основы теории горения

Общая характеристика процесса горения

Горением называется всякая быстро протекающая реакция, сопровождающаяся выделением тепла и света. В теплотехнике горением называют процесс взаимодействия топлива с кислородом. В качестве источника кислорода используют воздух, дутье, обогащенное кислородом, и чистый кислород. Увеличение концентрации кислорода в дутье ускоряет процесс горения и повышает температуру в зоне горения. Однако в связи с высокой стоимостью кислорода при сжигании топлива чаще всего используют воздух.

Сжигание топлива в пламенных печах осуществляется в факеле. Факел — это струя, состоящая из компонентов, обладающих различными физическими свойствами (топлива, воздуха и продуктов сгорания), в пределах которой осуществляется горение. Собственно реакции горения протекают в узкой полосе внутри факела, называемой фронтом пламени. Фронт пламени делит факел на две зоны — внутреннюю и внешнюю. Во внутреннюю зону подается топливо и окислитель (либо только топливо), туда же диффундирует из фронта пламени часть высокотемпературных продуктов сгорания, во внешней зоне находятся продукты сгорания, либо продукты сгорания и окислитель.

Горение представляет собой сложный физико-химический процесс, в котором химическая реакция протекает совместно с рядом физических процессов: перемешиванием топлива с кислородом и образованием горючей смеси, разогревом этой смеси за счет тепла продуктов сгорания, а также отводом продуктов сгорания из зоны реакции. Эти процессы являются важнейшей составной частью горения и определяют его особенности и ско-

рость. Наибольшее влияние на процесс горения оказывает самый медленный из перечисленных процессов — смешение топлива с окислителем. Перемешивание топлива с окислителем происходит за счет молекулярной и турбулентной диффузии. Если, например, газообразное топливо и воздух подаются во внутреннюю зону факела в виде отдельных параллельных ламинарных потоков, то образование горючей смеси происходит только за счет молекулярной диффузии. Интенсивность смешения определяется в этом случае средней скоростью теплового движения молекул газов и длиной пути их свободного пробега.

В печах потоки обычно движутся турбулентно и перемешивание осуществляется за счет турбулентной диффузии, в процессе которой переносятся не отдельные молекулы, а турбулентные моли, заключающие в себе миллиарды молекул данного вещества. Интенсивность смесеобразования при этом определяется величиной пульсации скорости, путем смешения l_c и другими характеристиками турбулентности. Путь смешения на несколько порядков больше длины пути свободного пробега молекул и, соответственно, скорость смесеобразования в последнем случае значительно выше, чем при молекулярной диффузии. Однако реакция горения протекает лишь в том случае, когда молекулы топлива и окислителя подведены друг к другу на расстояние меньше 5—6 длин свободного пробега. Масштаб турбулентности заведомо превосходит эту величину. Поэтому завершение образования горючей смеси при турбулентном движении происходит за счет молекулярной диффузии. Вместе с тем турбулентные пульсации интенсифицируют молекулярную диффузию, так как обеспечивают высокую концентрацию молекул реагирующих веществ в местах контакта турбулентных молей горючего и окислителя.

Таким образом, оба механизма диффузии дополняют друг друга в процессе смесеобразования, причем турбулентная диффузия оказывает решающее влияние.

Образование горючей смеси при сжигании твердого или жидкого топлива имеет свои особенности. Вместе с тем и здесь имеет место взаимодействие молекулярной и турбулентной диффузий, причем последняя также оказывает решающее влияние на смесеобразование.

Для регулирования процесса смесеобразования применяют специальные устройства, называемые горелками, основной задачей которых является обеспечение определенного режима перемешивания.

вания топлива с воздухом. При сжигании жидкого топлива в горелку вставляется форсунка, задачей которой является дробление топлива на мелкие капли перед перемешиванием его с воздухом. Как правило, комбинация горелки с форсункой называется просто форсункой.

Образование горючей смеси может осуществляться как вне факела (в смесителе 1, рис. 18.3, а), так и непосредственно в факеле (рис. 18.3, б). В первом случае во внутреннюю зону поступает подготовленная в горелке горючая смесь, во втором — топливо и воздух подводятся отдельно и уже в факеле происходит их перемешивание. Очевидно, возможны и промежуточные схемы подготовки горючей смеси, когда в зону горения подается частично перемешанная смесь.

Горение заранее подготовленной смеси называют кинетическим, а горение, протекающее одновременно со смесеобразованием — диффузионным. Эти термины подразумевают, что при сжигании предварительно подготовленной горючей смеси скорость горения определяется кинетикой реакции, а при сжигании предварительно не подготовленной смеси — скоростью диффузионных процессов.

Однако современные исследования показывают, что термин «кинетическое горение» не соответствует действительному характеру горения предварительно подготовленной смеси. Скорость этого процесса определяется, как правило, не только скоростью химической реакции, но и скоростью молекулярной диффузии. В связи с этим термин «кинетическое горение» следует понимать как традиционное обозначение горения предварительно подготовленной горючей смеси.

В зависимости от агрегатного состояния топлива различают горение газа — гомогенное горение, и горение твердого или жидкого

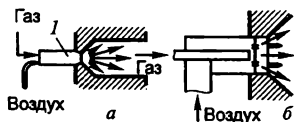


Рис. 18.3. Схема организации горения:

а — заранее подготовленной смеси;
 б — при раздельной подаче газа и воздуха

топлива — гетерогенное горение. При гомогенном горении процесс протекает одновременно во всем объеме, заполненном достаточно разогретой горючей смесью. При гетерогенном горении он протекает на границе раздела фаз, например, на поверхности частички угля.

Гетерогенное горение включает в себя элементы гомогенного.

При нагреве частички угля перед ее воспламенением из нее выделяются летучие, которые у поверхности частички, смешиваясь с кислородом, образуют горючую смесь, сгорающую в режиме гомогенного горения. Капля мазута при нагреве испаряется, образующиеся пары горючего смешиваются с окислителем и сгорают также в режиме гомогенного горения. Таким образом, закономерности гомогенного горения свойственны в той или иной степени горению всех видов топлива.

В зоне теплогенерации современных пламенных печей в ограниченном объеме за малый промежуток времени, составляющий 5—10 с, расходуются очень большие количества горючего и окислителя.

Для такого скоростного и широкомасштабного протекания процесса горения необходимо помимо достаточно полного смешения горючего с окислителем обеспечить нагрев горючей смеси до температуры, близкой к температуре горения. Предварительно осуществить это условие невозможно по ряду технических причин. В некоторых случаях это несовместимо с требованиями технологического процесса, протекающего в печи. Нагрев горючей смеси осуществляется путем эжекции турбулентными струями этой смеси высокотемпературных продуктов сгорания при прохождении струй через зону теплогенерации. Таким образом, в зоне теплогенерации сгорание топлива происходит не путем его непосредственного взаимодействия с окислителем, а после смешения исходной горючей смеси с высокотемпературными продуктами сгорания. При этом концентрация исходной горючей смеси в факеле в несколько раз меньше концентрации инертных продуктов сгорания.

Во всех точках зоны теплогенерации, где находится горючая смесь, могут протекать химические реакции, но скорость их будет различной: чем больше концентрация продуктов сгорания и соответственно меньше концентрация исходной горючей смеси, тем выше температура смеси. С повышением температуры скорость реакций горения возрастает по экспоненциальному закону, тогда как с уменьшением концентрации горючей смеси скорость реакций уменьшается слабо-линейно. В струйных потоках горение осуществляется как распространение пламени, что позволяет избежать одновременного реагирования во всем объеме горючей смеси, которое привело бы к взрыву.

Первичное инициирование воспламенения обеспечивается зажиганием.

На условия горения влияет содержание в топливе влаги, серы и азота, а в окислителе — содержание азота. При наличии этих газов возможно образование токсичных оксидов серы и азота. Сжигание твердых топлив, содержащих золу, также связано с сопутствующими вредными явлениями — шлакованием, золовым заносом и абразивным износом ограждений зоны теплогенерации и печи в целом.

Кинетика реакций горения

Тепловой механизм реакций. Согласно молекулярно-кинетической теории газов химическая реакция возникает в результате активных столкновений молекул реагирующих веществ. Скорость химических реакций определяется числом активных столкновений в единицу времени. При активных столкновениях сумма кинетических энергий сталкивающихся молекул равна или больше энергии активации данной реакции. Так как энергия молекул характеризуется значением температуры газовой смеси, подобные столкновения возможны только в том случае, если смесь предварительно подогрета до определенной температуры, т.е. подвергнута тепловой активации. После тепловой активации из всего числа соударяющихся молекул в реакцию вступает только незначительная их доля. Чем больше энергия активации превосходит среднюю энергию молекул при заданной температуре ($3/2 RT$ для одноатомных газов, $5/2 RT$ — для двухатомных), тем меньшее их число обладает необходимым запасом кинетической энергии для участия в реакции. Число активных молекул возрастает по мере повышения температуры смеси. Например, при значении энергии активации 85 кДж/кмоль доля молекул, способных вступить в реакцию, составляет 0,0045% при 1273 К и возрастает до 0,67% при 2273 К.

Зависимость скорости реакции от температуры выражается через константу скорости реакции и описывается уравнением Св. Аррениуса

$$k = k_0 e^{-(E/RT)}, \quad (18.13)$$

где k — константа скорости реакции, $1/(m^3 \cdot c)$; k_0 — коэффициент, численно равный общему числу столкновений молекул в единице объема в единицу времени при концентрации реагирующих веществ 1 кмоль/ m^3 ; R — универсальная газовая постоянная (8314 Дж/(кмоль · К)); T — температура реакции, К; E — энергия

активации, кДж/кмоль; $e^{-(E/RT)}$ — доля столкновений активных молекул от общего числа столкновений.

Константа скорости реакции выражает частоту или число активных столкновений в единицу времени (1 с) в единице объема (1 м³) при концентрации реагирующих веществ 1 кмоль/м³ для данной температуры реагирующей смеси.

Скорость бимолекулярной реакции определяется уравнением

$$g = kab = k_0 e^{-(E/RT)} ab, \quad (18.14)$$

где a и b — концентрации молекул реагирующих веществ в смеси, выражаются в долях от единицы; $k_0 ab$ — общее число соударений в единицу времени в единице объема при концентрации молекул горючей смеси, равной ab ; E — энергия активации бимолекулярной реакции.

Скорость химической реакции, как следует из последнего выражения, равна числу активных столкновений в единицу времени в единице объема при заданной концентрации реагирующих веществ. Она возрастает с ростом температуры по экспоненциальному закону.

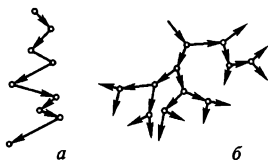
Описанный выше механизм возникновения и протекания химических реакций в газовых смесях называется тепловым. Этим подчеркивается, что реакция возникает и поддерживается при столкновении активных молекул в процессе теплового хаотического движения. Решающую роль при этом играет предварительный разогрев смеси — ее тепловая активация.

Цепной механизм реакции. Существуют *химические* реакции, возникновение и развитие которых протекает без заметного предварительного разогрева. Эти реакции возникают внезапно, протекают при низких температурах изотермически и вместе с тем отличаются довольно значительными скоростями. Известны также явления сильного ускоряющего действия на реакцию ничтожных количеств ее конечных продуктов. В указанных реакциях исходные вещества превращаются в конечный продукт не сразу, а через образование очень активных промежуточных продуктов, которые затем сравнительно легко вступают в реакции. В результате получается конечный продукт реакции и одновременно образуется некоторое количество активных промежуточных продуктов, которые вновь могут вступать в реакции и, таким образом, снова начинать уже раз заверченный цикл превращений.

Повторение цикла происходит до тех пор, пока не прекратится воссоздание активных промежуточных продуктов. Реакции, в которых имеет место последовательное повторение определенных циклов превращения, называются цепными реакциями.

Если в ходе цепной реакции после завершения очередного цикла образуется одна активная частица (и расходуется одна активная частица), то такая реакция называется реакцией с ординарной или неразветвляющейся цепью. Схематически цепная реакция с неразветвляющейся цепью изображена на рис. 18.4, *а*. На схеме узлами обозначены акты химического реагирования. Реакция будет продолжаться до тех пор, пока очередная активная частица не столкнется с инертной молекулой или стенкой. В результате такого столкновения активная частица израсходует запас своей энергии и перестанет быть активной, а новая активная частица не образуется, реакция прекратится — наступит разрыв цепи. При постоянной концентрации реагирующих веществ скорость реакции с ординарной цепью остается постоянной от начала реакции и до момента обрыва цепи.

Существуют цепные реакции, в которых каждый цикл или каждая элементарная реакция поставляет более чем одну активную частицу (см. рис. 18.4, *б*). В этом случае число активных частиц со временем непрерывно и самопроизвольно растет, а вместе с этим увеличивается и скорость реакции. Процесс становится самоускоряющимся, подобным лавинному. Такие реакции называются реакциями с разветвляющимися цепями. Для того, чтобы подобная реакция стала заметной, необходима определенная концентрация активных частиц. Время, в течение которого достигается начальная концентрация, называется индукционным периодом. В индукционный период реакция с разветвляющейся



цепью незаметна, затем скорость ее самопроизвольно возрастает до очень больших, но конечных значений и затем начинает уменьшаться вследствие расходования реагирующих веществ. В реакциях с разветвляющимися цепями также происходят обрывы. Однако в этом случае обрыв в одном месте компенсируется образованием активных частиц в другом.

Заслуга создания и разработки теории цепных реакций принадлежит академику Н. Н. Семенову и его сотрудникам. Эта теория построена на анализе механизма возникновения и гибели активных частиц.

Согласно формуле (18.14), в ходе химической реакции расходуется за единицу времени g активных частиц. Взамен израсходованных вследствие реакции частиц возникают новые активные частицы. Результирующее количество активных частиц определяется взаимодействием следующих четырех процессов: 1) созданием активных частиц вследствие столкновений между инертными частицами; 2) уничтожением активных частиц вследствие отдачи ими своей энергии при столкновениях с инертными частицами или стенками; 3) уничтожением активных частиц вследствие вступления их в реакцию; 4) созданием активных частиц в результате химической реакции.

При отсутствии химической реакции концентрация активных частиц определяется только тепловым движением, а их количество в среднем неизменно во времени. При наличии химической реакции каждый ее акт создает частицы, энергия которых равна $Q + E$, где E — энергия активации, а Q — тепловой эффект реакции. Сами по себе эти частицы, будучи продуктами реакции, снова вступать в реакцию не могут. Однако при соударении их с молекулами исходных веществ они могут передать последним порцию энергии, достаточную для того, чтобы молекула исходного вещества превратилась в активную частицу.

Таким образом, при наличии химической реакции активные частицы поставляются как за счет теплового движения, так и в результате химического реагирования. При этом вклад каждого из этих процессов в развитие реакции зависит от ее характера.

Реакция с ординарной цепью, когда в ходе каждого акта образуется не более одной активной частицы, может нормально протекать только при условии непрерывного образования активных частиц в результате теплового движения. В случае реакции с разветвляющейся цепью концентрация активных частиц в смеси растет. Достаточно малого количества активных частиц в начальный момент, чтобы затем реакция развивалась сама по себе. Если в некоторый момент времени после начала реакции уничтожить все активные частицы, возникшие в результате теплового движения, то реакция с ординарной цепью прекратится, а реакция с разветвляющейся цепью будет протекать нормально. Цепной и

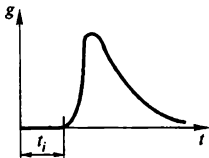


Рис. 18.5. Изменение скорости реакции горения во времени

тепловой механизмы реакций тесно связаны между собой. Одна и та же реакция в одних условиях может протекать как цепная, а в других — как чисто тепловая. Мало того, если, например, в ходе реакции, начавшейся в результате тепловой активации, имеет место разогрев системы, то интенсифицируется не только тепловой механизм реакции, но одновременно ускоряется и цепное реагирование, поскольку при увеличении температуры возрастает число активных частиц в системе. Возможно и такое явление, когда реакция, начавшаяся при низкой температуре как цепная, в силу разогрева системы в ходе реакции интенсифицирует процесс термической активации и из чисто цепной переходит в чисто тепловую.

На рис. 18.5 приведен график изменения скорости реакции горения во времени. На участке t_i реакция практически не идет. Затем скачкообразно скорость ее приобретает очень большое, но конечное значение, после чего достаточно круто падает по мере понижения концентрации горючей смеси. Резкий переход медленной, почти незаметной реакции в быстрое реагирование является характерным признаком реакций горения и присущ всем без исключения реакциям независимо от механизма их развития.

В дальнейшем скорость реакций горения n -ного порядка будем выражать хорошо известным уравнением

$$g = k_0 C^n e^{-(E/RT)}, \quad (18.15)$$

где C — концентрация топлива в горючей смеси.

Единицы измерения g зависят от того, в каких единицах измеряются C и k_0 . Если концентрация топлива выражается в долях от единицы, а $[k_0]$ в $1/(m^3 \cdot c)$, то величина $[g]$ измеряется в $1/(m^3 \cdot c)$. В расчетах горения концентрацию C обычно выражают в кмоль топлива/кмоль смеси, а $[k_0]$ в кмоль/($m^3 \cdot c$) и тогда размерность g будет кмоль/($m^3 \cdot c$).

Возникновение пламени

Для того, чтобы началось горение, необходимо создать определенные начальные условия — воспламенить смесь. Если созданы необходимые условия, воспламенение происходит самопроиз-

вольно. При этом медленная реакция резко переходит в бурное реагирование, сопровождаемое появлением пламени.

Горючую смесь можно воспламенить двумя способами. Первый способ заключается в том, что всю смесь целиком разогревают до такой температуры, выше которой она самостоятельно, без внешнего воздействия, воспламеняется, при этом горение возникает одновременно во всем объеме. При втором способе холодная смесь загорается в какой-либо одной точке пространства от постороннего высокотемпературного источника (обычно — это искра, раскаленное тело, постороннее пламя и др.). Дальнейшее распространение пламени происходит уже без внешнего вмешательства, самопроизвольно, но зона горения охватывает объем не мгновенно, а распространяется в нем с некоторой конечной скоростью.

Первый способ воспламенения называется самовоспламенением, второй — вынужденным воспламенением или зажиганием.

Самовоспламенение. Если какой-либо объем горючей смеси постепенно нагревать, то по мере разогрева в нем активизируются экзотермические реакции и повышается тепловыделение. При нагреве смеси до определенной температуры скорость реакции скачкообразно изменяется от незначительной до очень большой, но конечной величины, что сопровождается появлением пламени. Это и есть самовоспламенение. Температура, при которой происходит самовоспламенение, называется температурой самовоспламенения (или просто воспламенения). Она является важнейшим начальным условием самовоспламенения. Для ее определения примем ряд допущений.

Пусть некоторый объем горючей смеси V заключен в сосуд, температура стенок которого поддерживается постоянной T_w . Предположим, что температура внутри объема везде одинакова и равна T , а весь градиент сосредоточен в тонком пограничном слое у стенки. При отсутствии градиента температур в объеме химически реагирующей однородной газовой смеси в нем отсутствует также градиент концентрации. Принятые допущения позволяют теплообменные процессы, происходящие в смеси при ее разогреве, и ее взаимодействие с окружающей средой описать двумя уравнениями — уравнением тепловыделения в ходе химической реакции и уравнением теплоотдачи от реагирующей смеси к стенкам сосуда. Тепловыделение газового объема V в единицу времени (кВт) выражается формулой

$$Q_V = Q_g V,$$

где Q – тепловой эффект реакции горения, кДж/кмоль; g – скорость реакции, определяемая по формуле (18.15), кмоль/(м³·с); V – объем горючей смеси, м³.

Подставляя значение скорости, получаем

$$Q_V = Q k_0 C^n V e^{-(E/RT)}. \quad (18.16)$$

Это тепло расходуется частично на нагрев газа, частично отводится в окружающую среду. Количество отведенного тепла определяется формулой Ньютона–Рихмана:

$$Q_w = \alpha F (T - T_w), \quad (18.17)$$

где Q_w – тепловой поток от газового объема на стенки в единицу времени, кВт; F – общая поверхность стенок, м².

На рис. 18.6 приведено графическое решение уравнений (18.16) и (18.17) относительно температуры. Семейство экспонент Q_V представляет собой зависимость тепловыделения в ходе реакции от температуры газового объема для трех различных давлений смеси постоянного исходного состава. Прямая представляет график зависимости Q_w от температуры газового объема при постоянной температуре стенки сосуда, равной T_w .

Если реакция идет по кривой 1, то смесь будет разогреваться до температуры T_1 , так как до этого момента тепловыделение в ходе реакции превышает теплоотвод. При температуре T_1 наступает тепловое равновесие. Если концентрация горючей смеси постоянна, то тепловое равновесие системы при температуре T_1 устойчиво, поэтому при выбранной температуре стенки воспламенения быть не может. Реакция будет протекать медленно до тех пор, пока не израсходуется все горючее. В случае, когда ход реакции соответствует кривой 3, тепловыделение всегда превышает теплоотвод и температура смеси непрерывно растет, скорость реакции быстро достигает крайне высоких значений, что воспринимается как взрыв.

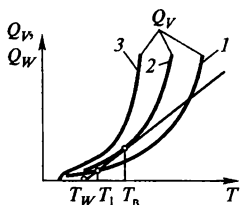


Рис. 18.6. К определению температуры воспламенения

Существует определенное условие, характеризующее переход ограниченного роста скорости реакции к неограниченному. Это условие реализуется для

кривой 2. Здесь также сначала происходит возрастание температуры газа до T_B . Начиная с этого момента, система находится в равновесии. Но если в первом случае равновесие было устойчивым, то равновесие при температуре T_B явно неустойчиво, небольшое повышение температуры стенки приводит к превышению тепловыделения над теплоотводом, что влечет за собой саморазогрев системы и воспламенение всего газового объема. Таким образом, графически условие самовоспламенения выражается касанием кривой тепловыделения и прямой теплоотдачи. В точке касания имеет место равенство скоростей тепловыделения и теплоотвода, а также равенство производных этих величин по температуре. Абсцисса точки касания есть температура самовоспламенения. Таким образом, температура самовоспламенения T_B — это такая температура горючей смеси, при которой тепловыделение в ходе реакции равно теплоотводу:

$$Q_V = Q_w, \quad (18.18)$$

и скорости изменения этих величин при изменении температуры горючей смеси также равны:

$$\partial Q_V / \partial T = \partial Q_w / \partial T. \quad (18.19)$$

Только совокупность двух перечисленных признаков однозначно определяет температуру самовоспламенения.

Численное значение T_B мало отличается от T_w :

$$T_B - T_w \approx RT_w^2 / E. \quad (18.20)$$

Например, при $E = 200$ кДж/кмоль и $T_w = 1273$ К разность $T_B - T_w = 35$ К. Это обстоятельство используют, в частности, для экспериментального определения температуры самовоспламенения. Испытуемую смесь помещают в сосуд и нагревают через стенку, фиксируя температуру стенки в момент, когда реакция из медленной переходит во взрыв.

Температура воспламенения не является физико-химической характеристикой горючей смеси данного состава, так как она зависит от таких факторов, как размеры и форма сосуда, температура его поверхности, интенсивность охлаждения сосуда и т.д. Существуют области значений этих параметров, при которых воспламенение возможно, и где оно невозможно. Границы этих об-

ластей называются границами самовоспламенения и описываются уравнением, выводимым из выражений (18.18) и (18.19) с учетом равенства (18.20):

$$VQk_0C^n e^{-\frac{E}{RT_b}} = \alpha F \frac{RT_b^2}{E}. \quad (18.21)$$

Для каждого из параметров, входящих в уравнение (18.21), существуют максимальное и минимальное значения, при которых в данных условиях возможно воспламенение, т. е. существуют верхний и нижний пределы воспламенения.

Зажигание. В печах воспламенение горючей смеси производят обычно зажиганием. При этом холодная горючая смесь на небольшом участке разогревается и доводится до воспламенения каким-либо источником тепла, запальником. В качестве запальника используют раскаленное тело, дежурное пламя или электрическую искру. С точки зрения механизма возникновения горения зажигание ничем не отличается от самовоспламенения. И в данном случае в момент воспламенения происходит резкий переход почти незаметной химической реакции в бурное реагирование, однако этот переход ограничен небольшим объемом горючей смеси, в котором созданы необходимые условия воспламенения. Далее пламя распространяется с ограниченной скоростью.

Наиболее распространено зажигание от раскаленного тела. В качестве такого тела можно использовать твердое тело, например, прут или шар, а также раскаленную керамическую стенку туннеля, в котором установлена горелка. Для зажигания можно также использовать дежурное пламя или ионизированный под действием электрического разряда газ.

Механизм зажигания неподвижной горючей смеси от раскаленного тела иллюстрируется диаграммами (рис. 18.7). Если в инертный газ внести запальник с температурой поверхности T_1 , то в объеме газа установится некоторое распределение температур, характеризуемое кривой T_1A_1 (рис. 18.7, а). Если тот же самый запальник с температурой поверхности T_1 поместить в горючую смесь, то распределение температур в объеме газа будет иным. На рис. 18.7 оно изображено штриховой линией $T_1A'_1$. Повышение температуры горючей смеси по сравнению с температурой инертного газа связано с тепловыделением в результате химической реакции, интенсивность которого определяется температурой газа в данной точке. Чем ближе газ находится к за-

пальнику, тем ближе его температура к температуре поверхности запальника. Можно подобрать такую температуру запальника T , при которой тепловыделение в ходе химической реакции будет достаточным, чтобы поддерживать вокруг запальника температуру $T_2 = T$ (рис. 18.7, б). Если после этого еще повысить температуру поверхности запальника, то температура в газе будет возрастать по мере удаления от запальника до тех пор, пока не произойдет воспламенение (кривая T_3A_3' на рис. 18.7, в).

Температура T_2 является критической и называется температурой загорания. По своему смыслу она аналогична температуре воспламенения, но не равна ей. Условие загорания записывается в виде $\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_w = 0$, где индекс w обозначает, что градиент температур относится к поверхности запальника и взят по нормали к этой поверхности. Отсюда, в частности, следует, что сам запальник участвует в разогреве смеси только до температуры T_2 , дальнейший разогрев и воспламенение смеси регулируются условиями в самой горючей смеси.

Графики распределения T и C в горючей смеси вокруг запальника до ее загорания представлены на рис. 18.8. Из графиков следует, в частности, что при использовании запальника с невысокой тепловой мощностью воспламенение невозможно. В самом деле, температура, а следовательно, и скорость реакции резко возрастают вблизи поверхности запальника. В результате в период разогрева в этой зоне существенно понижается концентрация го-

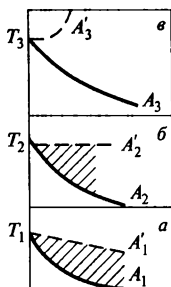


Рис. 18.7. Зажигание от раскаленного тела

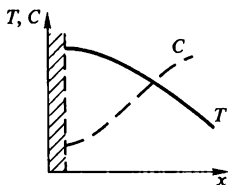


Рис. 18.8. Изменение температуры T и концентрации C топлива у поверхности запальника

рючего в смеси. Если разогрев ведется длительное время (т.е. слабым запальником), то концентрация может стать меньше нижнего предела воспламенения и зажигания не произойдет. Таким образом, запальник должен быть достаточно мощным, чтобы сократить до минимума время разогрева, а материал, из которого он сделан, не должен являться катализатором реакций горения, так как в противном случае реакции на поверхности запальника протекают очень интенсивно. Это приводит к быстрому понижению концентрации горючего вблизи запальника. В результате значительно разогревается его поверхность, но условия зажигания смеси становятся менее благоприятными.

В современных сожигательных устройствах широко используются искровые электрозапальники, работа которых основана на создании в межэлектродном зазоре, заполненном поджигаемой смесью, искрового разряда.

При прохождении искры газ разогревается до очень высокой температуры и превращается в своего рода раскаленное газовое тело. С этой точки зрения искровое зажигание аналогично зажиганию от раскаленного тела. Однако искровой разряд не только разогревает газ, но также ионизирует его, что коренным образом меняет характер протекания химических реакций в нем, ускоряя процесс зажигания.

В реальных условиях при зажигании искрой действуют и тепловой, и электрический механизмы. В каждом конкретном случае один из них оказывает определяющее влияние на процесс зажигания.

Однако наибольший интерес представляет тепловой механизм зажигания, так как критические условия воспламенения возникают на некотором удалении от запальника и поэтому ионизирующее воздействие искры в данном случае не может оказать заметного влияния на воспламенение.

Эксперименты показали, что для каждого состава смеси существует минимальная мощность искры, при которой смесь может загореться. Величина этой мощности зависит от состава смеси, давления, а также от температуры газа в зоне разряда. Характер зависимости «минимальной» искры от состава горючей смеси представлен на рис. 18.9. Он одинаков для различных горючих и показывает, что из всех значений «минимальных» искр для каждого горючего имеется одно наименьшее, при котором зажигание данного горючего возможно только при вполне определенном со-

ставе смеси (например, при концентрации метана в смеси, равной 8,5%). При больших значениях «минимальной» искры зажигания возможно при изменении содержания горючего в определенных концентрационных пределах. По мере увеличения значений «минимальной» искры концентрационные границы зажигания расширяются, асимптотически приближаясь к некоторому пределу. Так что, начиная с определенного значения «минимальной» искры, дальнейший рост ее мощности уже не приводит к их расширению. Это значение «минимальной» искры называется насыщающей искрой. В производственных условиях всегда стараются эксплуатировать запальник в режиме насыщающей искры, так как в этом случае к исходному составу смеси не предъявляются жесткие требования по содержанию горючего. Для каждого горючего режим насыщающей искры определяется по данным специальных испытаний.

При зажигании любым способом, так же как при самовоспламенении, существуют области зажигания, т. е. вполне определенные сочетания всех параметров, оказывающих влияние на этот процесс, при которых зажигание возможно. Области зажигания от остальных значений параметров отделены границами зажигания. Задачей теории зажигания является, прежде всего, установить взаимосвязь между параметрами зажигания на этих границах. Установим эту взаимосвязь с помощью теории зажигания Я. Б. Зельдовича.

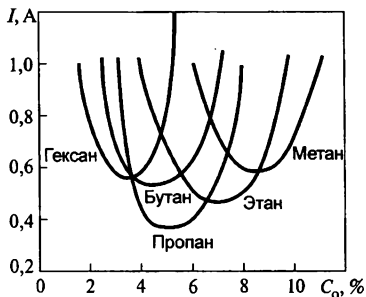


Рис. 18.9. Зависимость «минимальной» мощности искры от состава горючей смеси

Тепловая теория зажигания. В процессе разогревания неподвижной горючей смеси перед зажиганием имеет место перенос тепла теплопроводностью от поверхности запальника. Кроме того, тепло выделяется в самом газовом объеме в результате химической реакции. Изменение внутренней энергии элементарного объема газовой смеси выразим с помощью закона сохранения энергии:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T + Q k_0 C^n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right).$$

Первое слагаемое справа определяет изменение внутренней энергии за счет переноса тепла в газовой смеси теплопроводностью. Второе слагаемое определяет изменение этой энергии за счет тепловыделения в ходе химической реакции.

Так как химическая реакция протекает в различных точках объема с разной скоростью, определяемой температурой горючей смеси в данной точке, то в газе возникает градиент концентраций горючего, который обуславливает массоперенос диффузией. Одновременно наличие градиента температуры вызывает массоперенос термодиффузией. Изменение содержания горючего в элементарном объеме газовой смеси можно представить с помощью закона сохранения массы:

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} = \rho D \nabla^2 C - \rho D T^{1/4} \nabla^2 T - k_0 C^n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right).$$

Первое слагаемое справа определяет перенос массы молекулярной диффузией, связанной с наличием градиента концентрации горючего в объеме. Второе слагаемое определяет перенос массы молекулярной диффузией, связанной с наличием градиента температуры в объеме. Знак минус показывает, что поток массы, переносимый термодиффузией, движется против градиента температуры. Последний член уравнения определяет расход горючего в ходе химической реакции. Система последних двух уравнений в общем случае не имеет решения.

Для ее решения необходимо принять ряд допущений. Очевидно в данном случае неприемлемы допущения, принятые при исследовании процесса самовоспламенения, так как они исключают из рассмотрения перенос тепла и массы в объеме горючей смеси, составляющие сущность зажигания.

Основной целью теории зажигания является установление взаимосвязи между параметрами зажигания в критических условиях, т.е. в момент возникновения пламени. В связи с этим рассмотрим квазистационарный случай, т.е. предположим, что T и C в явной форме не зависят от времени. Это допущение означает, что рассматривается момент, непосредственно предшествующий появлению пламени, и в этот момент исследуется развитие процесса зажигания в объеме горючей смеси.

Предположим, что поверхность запальника представляет собой плоскую стенку неограниченных размеров. Это позволит свести пространственную задачу к одномерной.

Последнее допущение означает, что решение, которое будет получено с его использованием, строго говоря, справедливо для объема горючей смеси, линейные размеры которого много меньше размеров запальника.

Наконец, учитывая, что интенсивность массопереноса термодиффузией на несколько порядков меньше интенсивности молекулярного массопереноса, пренебрегаем в первом приближении явлением термодиффузии. Принятые допущения позволяют существенно упростить исходные уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + Q k_0 C^n e^{-\frac{E}{RT}} &= 0 \\ \rho D \frac{d^2 C}{dx^2} - k_0 C^n e^{-\frac{E}{RT}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18.22)$$

Для дальнейшего упрощения системы уравнений установим зависимость между T и C . Сравнивая уравнения системы (18.22), легко установить, что

$$-\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = Q \rho D \frac{d^2 C}{dx^2}.$$

Проинтегрировав обе части и разделив на λ , получаем

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\rho D Q}{\lambda} \frac{dC}{dx} + A.$$

Если принять во внимание, что $D \approx a \approx \frac{\lambda}{c_p \rho}$, то можно утверждать, что множитель $\frac{\rho D Q}{\lambda} = \frac{Q}{c_p}$. Предполагая далее, что

$c_p \neq c_p(T, C)$, считаем его постоянным. Тогда после второго интегрирования

$$T = -\frac{Q}{c_p}C + Ax + B.$$

Значение A легко определяется из физических соображений. Так как $T_0 \leq T \leq T_k$, т.е. является конечной величиной, а

$$-\infty < x < +\infty,$$

то $A = 0$, и, таким образом,

$$B = T + \frac{Q}{c_p}C.$$

При $C = C_0$ и $T = T_0$ из предыдущего имеем

$$B = T_0 + \frac{Q}{c_p}C_0.$$

Приравнявая правые части выражений для B получаем для избыточной температуры

$$T - T_0 = \frac{Q}{c_p}(C_0 - C), \quad (18.23)$$

из которого для момента полного выгорания горючего ($C = 0$, $T = T_k$) получаем

$$T_k - T_0 = \frac{Q}{c_p}C_0.$$

Из последнего равенства для случая $0 < C < C_0$ имеем

$$T_k - T_0 = \frac{Q}{c_p}C.$$

Поделив почленно два последних уравнения, получим искомое выражение концентрации через температуру:

$$C = C_0 \frac{T_k - T}{T_k - T_0}. \quad (18.24)$$

Уравнение (18.24) позволяет выразить текущую концентрацию горючего через текущее значение температуры. Тем самым систе-

ма сводится к одному уравнению, например, уравнению теплопроводности при наличии химической реакции.

При этом задача зажигания неподвижной смеси сводится к рассмотрению следующей схемы. Горючая смесь заключена в сосуд с бесконечными плоскими параллельными стенками. Одна стенка нагрета до постоянной температуры T_w , а другая поддерживается при начальной (постоянной) температуре T_0 . В сосуде происходит передача тепла теплопроводностью от горячей стенки (поверхности запальника) к холодной через горючую смесь. При этом в смеси установится некоторый стационарный градиент температур. Стационарный режим теплопроводности будет пребывать в сосуде до тех пор, пока температура поверхности горячей стенки T_w не превысит некоторое критическое значение. Как отмечалось выше, предельный стационарный режим определяется условием

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = 0.$$

По мере удаления от горячей стенки температура падает. В силу свойств реакции

$$g(T, C) = k_0 C^n e^{-\frac{E}{RT}},$$

падение температуры сопровождается значительно более быстрым падением тепловыделения за счет химической реакции. Практически это означает, что реакция будет идти только в узком слое x_1 , прилегающем к горячей стенке, называемом зоной химической реакции. При $x > x_1$ тепловыделение в слое горючей смеси отсутствует и поэтому градиент температуры не будет сильно отличаться от градиента в инертной среде, т.е. от величины

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x>x_1} = \frac{T_w - T_0}{l},$$

где l — расстояние между стенками, м.

Соответственно поток тепла к холодной стенке будет равен:

$$q_1 = -\lambda \frac{T_w - T_0}{l}.$$

Это тепло заимствуется из первой зоны и равно теплу, выделяющемуся в ней за счет химической реакции (так как рассматривается квазистационарный процесс).

Тепловые процессы, происходящие в зоне химической реакции, и распределение температуры в ней описываются с помощью уравнения (18.22). При этом необходимо учесть, что в ходе разогрева до воспламенения концентрация горючего в зоне химической реакции не должна существенно изменяться. В противном случае воспламенение может не произойти. Поэтому концентрацию горючего в зоне химической реакции принимаем постоянной и равной C_0 . Тогда

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + Qg(T, C_0) = 0,$$

где $g(T, C_0) = k_0 C_0 e^{-\frac{E}{RT}}$ — скорость химической реакции в зоне ($0 \leq x \leq x_1$),

или

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{Qg(T, C_0)}{\lambda}.$$

Вводя новую переменную $y = \frac{dT}{dx}$, откуда $dx = \frac{dT}{y}$, преобразуем нелинейное уравнение в линейное:

$$y \frac{dy}{dT} = -\frac{Qg(T, C_0)}{\lambda}.$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим:

$$\frac{1}{2} y^2 = \frac{Q}{\lambda} \int_{T_w}^{T_1} g(T, C_0) dT$$

или

$$y = \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} \int_{T_1}^{T_w} k_0 C_0^n e^{-\frac{E}{RT}} dT}.$$

Показатель степени при экспоненте можно преобразовать, введя избыточную температуру $(T_w - T) = \vartheta$, где T — текущее значение температуры в пределах зоны химической реакции:

$$\frac{E}{RT} = \frac{E}{R(T_w - \vartheta)} = \frac{E}{RT_w \left(1 - \frac{\vartheta}{T_w}\right)}.$$

В пределах зоны химической реакции $\vartheta = (T_w - T) \ll T_w$,

поэтому $\frac{\vartheta}{T_w} \ll 1$

$$\text{или } \frac{1}{1 - \frac{\vartheta}{T_w}} \approx 1 + \frac{\vartheta}{T_w}.$$

Тогда

$$\frac{E}{RT} = \frac{E}{RT_w} \cdot \frac{E(T_w - T)}{RT_w^2}.$$

Отсюда подкоренной интеграл приводится к выражению

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_w} k_0 C_0^n e^{-\frac{E}{RT}} dT &= g(T_w, C_0) e^{-\frac{E}{RT}} \int_{T_1}^{T_w} e^{-\frac{E}{RT_w^2}} dT = \\ &= g(T_w, C_0) \frac{RT_w^2}{E} \left[1 - e^{-\frac{E(T_w - T_1)}{RT_w^2}} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, градиент температуры в зоне химической реакции равен:

$$y = \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x < x_1} = \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} g(T_w, C_0) \frac{RT_w^2}{E} \left[1 - e^{-\frac{E(T_w - T_1)}{RT_w^2}} \right]}.$$

Выражение, помещенное в квадратных скобках, учитывает влияние химической реакции на величину градиента. При $T = T_w$ градиент температуры равен нулю, что соответствует критическому условию зажигания. При $(T_w - T_1) = \frac{RT_w^2}{E}$, что имеет место, когда $(T_w - T_1) \approx 10$ К, выражение в скобках изменяется от 0 до 0,63 и при дальнейшем возрастании $(T_w - T_1)$ практически постоянно и равно единице. Это подтверждает предположение о том, что глав-

ная часть реакции сосредоточена в узком температурном интервале порядка десяти кельвинов, вне этого интервала величина y мало отличается от значения

$$y = \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} g(T_w, C_0) \frac{RT_w^2}{E}} .$$

Тогда плотность теплового потока из зоны химической реакции равна:

$$q_2 = -\lambda \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} g(T_w, C_0) \frac{RT_w^2}{E}} . \quad (18.25)$$

Так как рассмотрению подлежит квазистационарный тепловой режим, то $q_1 = q_2$:

$$\frac{T_w - T_0}{l} = \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} g(T_w, C_0) \frac{RT_w^2}{E}} . \quad (18.26)$$

Это уравнение устанавливает взаимосвязь между составом смеси, температурой запальника, размерами зоны зажигания, температурой окружающей среды, теплофизическими и физико-химическими свойствами горючей смеси в критических условиях зажигания. Так как $p \sim C$, то с помощью этого уравнения можно выразить влияние давления на процесс зажигания. С помощью (18.26) можно определить размер зоны, в которой сосредоточен градиент температуры в момент зажигания:

$$l = \sqrt{\frac{\lambda (T_w - T_0)^2 E}{2Q k_0 C_0^n e^{-\frac{E}{RT_w}} RT_w^2}} . \quad (18.27)$$

На практике, в качестве запальника часто используется сферическое или близкое к сферическому тело. Принимая во внимание, что согласно теории теплообмена, градиент температуры при теплоотдаче теплопроводностью от сферического источника, помещенного в неподвижную среду, сосредоточен в объеме, толщина которого равна радиусу источника, можно с помощью (18.27)

определить необходимый радиус запальника для заданной смеси и заданной температуры поверхности запальника

$$d = \sqrt{\frac{\lambda(T_w - T_0)^2 E}{2Qk_0 C_0^n e^{-\frac{E}{RT_w}} RT_w^2}}$$

Зажигание в потоке

При зажигании движущейся среды градиент температуры локализован в пограничном слое вокруг поверхности запальника. Это следует из определения пограничного слоя. Соответственно, там же локализована зона химической реакции. Упрощая структуру пограничного слоя и предполагая, что в пределах зоны химической реакции газ неподвижен, составляем уравнение теплового баланса для этой зоны в момент зажигания. При этом, как отмечалось выше, роль запальника состоит в поддержании в зоне химической реакции такой температуры, при которой количество тепла q_2 , выделяемое в ней, становится больше тепла q_1 , отводимого из нее. С этого момента процесс воспламенения становится независимым от запальника и может самостоятельно перемещаться в пространстве.

Если температура и концентрация в зоне химической реакции переменны, то плотность теплового потока в ней, согласно (18.25), равна

$$q_2 = -\lambda \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} \int_{T_1}^{T_w} g(C, T) dT},$$

где T — температура на внешней границе зоны химической реакции.

Теплоотдача из зоны химической реакции в омывающий запальник поток выражается уравнением Ньютона—Рихмана:

$$q_1 = \alpha(T_1 - T_0).$$

Так как $T_1 \approx T_w$, то $q_1 = \alpha(T_w - T_0)$.

Коэффициент теплоотдачи α в условиях теплообмена конвекцией зависит от режима обтекания запальника газовым потоком и выражается через число Нуссельта

$$\alpha = \text{Nu} \frac{\lambda}{d},$$

где d — характерный размер запальника.

Если запальник имеет форму цилиндра и введен в поток перпендикулярно к направлению его движения, то среднее по поверхности значение числа Нуссельта можно в первом приближении определить по эмпирической формуле

$$\overline{Nu} = 0,43 + 0,024 Re^{0,8},$$

где $Re = \frac{w_c d}{\nu}$ число Рейнольдса; здесь d — диаметр цилиндра, м; w_c — скорость невозмущенного потока смеси, м/с; ν — кинематический коэффициент вязкости горючей смеси при температуре T_0 , м²/с. При сферической форме запальника

$$\overline{Nu} = 0,33 Re^{0,50}.$$

В условиях зажигания, когда наступает тепловое равновесие, на внешней границе зоны химической реакции значения плотностей тепловых потоков q_1 и q_2 равны между собой и, следовательно,

$$\frac{Nu}{d} (T_w - T_0) = \sqrt{\frac{2Q}{\lambda} \int_{T_w}^{T_1} g(C, T) dT}. \quad (18.28)$$

Уравнение (18.28) устанавливает взаимосвязь между всеми параметрами зажигания в потоке для смеси любого состава. Решая его с учетом (18.25) при условии, когда химическая реакция только начинается, т. е. $(T_w - T)$ и C достаточно велики, получили выражение

$$\left(\frac{Nu}{d}\right)^2 (T_w - T_0)^2 = \frac{2Q}{\lambda} \frac{RT_w^2}{E} g(C, T_w).$$

Отсюда можно вывести формулу для определения диаметра сферического запальника

$$d = \sqrt{\frac{Nu^2 (T_w - T_0)^2 \lambda E}{2Q k_0 C_0^n e^{-\frac{E}{RT_w}} RT_w^2}}. \quad (18.29)$$

Полученная формула отличается от формулы (18.27) тем, что в данном случае размер запальника определяется в зависимости

от режима омывания и состава смеси. Температура зажигания присутствует в ней через температуру поверхности запальника. При прочих равных условиях по мере повышения начальной температуры горючей смеси T_0 необходимый размер запальника уменьшается линейно. Таким образом, зажечь предварительно подогретую смесь значительно легче, чем холодную. Размер запальника зависит также от вида горючего (этим определяются физико-химические константы, входящие в формулу) и от концентрации горючего в смеси. Наконец, размер запальника зависит от его положения в потоке и от скорости потока. Чем больше скорость невозмущенного потока относительно поверхности запальника, тем мощнее должен быть сам запальник. Объясняется это прежде всего тем, что по мере возрастания скорости возрастает объем холодного газа, проходящего в единицу времени у поверхности запальника. При постоянной температуре поверхности для нагрева возрастающих объемов газа необходимо увеличить саму поверхность.

Если в выражение (18.29) подставить $Nu = 2$, что соответствует теплоотдаче от поверхности сферического запальника в неподвижную среду, то получим уравнение, аналогичное уравнению Я. Б. Зельдовича (18.26), но для смесей любого состава.

Таким образом, уравнение (18.28) является фундаментальным соотношением для расчета параметров зажигания покоящихся и движущихся газовых сред. На основании этого уравнения Л. Н. Хитрин вывел формулу для расчета концентрационных границ зажигания. При этом автор исходил из того, что запальник разогревает газ до температуры T_w , при которой в газе начинает распространяться пламя. Очевидно, что T_w не может быть выше температуры пламени $T_{пл}$, а с другой стороны, $T_{пл}$ близка конечной температуре, развиваемой в результате сгорания горючей смеси $T_{пл} = T_k$.

Введя эту величину в решение уравнения (18.28), автор получил формулу для расчета концентрационных границ зажигания:

$$\frac{Nu}{d} = B P_0 e^{-\frac{E}{2RT_k}}, \quad (18.30)$$

где $B = \sqrt{C_0 \left[2C_0 + (1 - 2C_0) \frac{E(T_k - T_0)}{RT_k^2} \right]}$ — константа для заданной горючей смеси; P_0 — критическое давление горючей смеси.

Особый интерес представляет зависимость концентрационных границ зажигания движущегося потока от параметров зажигания. Если для простоты анализа изменение числа Нуссельта представить в виде зависимости

$$Nu = A Re^{0,5},$$

где A — константа, то из (18.30) получим

$$T_{кр}^{гр} = \frac{\frac{E}{R} \lg e}{\lg \left(\frac{B}{A} \right)^2 \frac{d}{w_0} v}.$$

Характер зависимости границ зажигания от скорости потока для разных диаметров запальника показан на рис. 18.12. Он свидетельствует о том, что зажигание в потоке значительно сложнее, чем зажигание неподвижной смеси. Концентрационные границы зажигания существенно уже и сильно сужаются по мере увеличения скорости невозмущенного потока. Для запальника заданного диаметра существует максимальная скорость потока, при которой можно поджечь только горючую смесь строго определенного состава: с коэффициентом расхода воздуха 0,96—0,98 (несколько более богатая топливом, чем стехиометрическая). Смеси, богаче и беднее указанной по содержанию горючего, при максимальной скорости истечения поджечь данным запальником невозможно (они находятся за

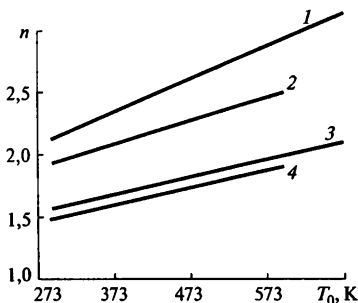


Рис. 18.11. Положения нижней концентрационной границы в зависимости от T_0 для четырех составов горючей смеси

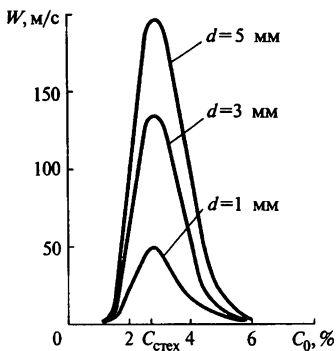


Рис. 18.12. Зависимость границ зажигания от скорости потока для разных диаметров запальника

В покоящейся среде $Nu = 2$ и температура на концентрационной границе равна:

$$T_{к}^{гп} = \frac{\frac{E}{2R} \lg e}{\lg \left(B P_0 \frac{d}{2} \right)}. \quad (18.31)$$

Тип граничной кривой в виде зависимости концентрационных границ от диаметра запальника и давления приведен на рис. 18.10.

При увеличении d или P_0 границы достигают вполне определенных и практически постоянных значений. Таким образом, так же как при самовоспламенении, зажечь можно только смеси с определенной концентрацией горючего.

Используя условие, что на концентрационных границах конечная температура остается величиной постоянной:

$$T_{к}^{гп} = \text{const},$$

можно проследить влияние подогрева смеси на положение этих границ. По мере подогрева горючей смеси концентрационные границы зажигания расширяются. На рис. 18.11 приведены результаты расчетов положения нижней концентрационной границы в зависимости от T_0 для четырех составов горючей смеси. Из рисунка видно, что чем беднее горючая смесь, тем сильнее сказывается ее подогрев на положении нижней концентрационной границы зажигания.

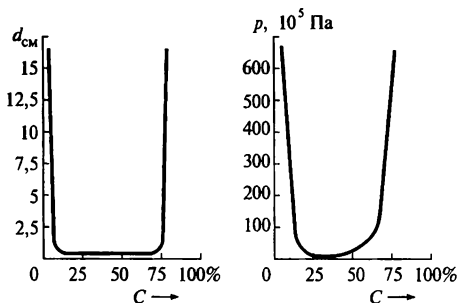


Рис. 18.10. Зависимость концентрационных границ от диаметра запальника и давления

концентрационными границами зажигания). Поэтому запуск промышленной печи необходимо производить при подаче в нее топлива и окислителя в указанном соотношении и поддержании по возможности невысокой скорости истечения горючей смеси.

Входящая в уравнение концентрационных границ конечная температура T_k рассчитывается как частное от деления тепловыделения смеси на теплосодержание продуктов сгорания. Эта величина называется калориметрической температурой горения. Сложность расчета калориметрической температуры заключается в том, что теплосодержание продуктов сгорания само зависит от их температуры. Поэтому T_k определяется методом последовательного приближения. При определении T_k не учитываются реальные условия горения, в частности: потеря тепла в окружающую среду и на частичную диссоциацию продуктов сгорания. В связи с этим действительная температура горения меньше калориметрической и определяется в инженерных расчетах путем умножения T_k на экспериментальный пирометрический коэффициент, меньший единицы.

Распространение пламени

Горение, как отмечалось, состоит из двух взаимосвязанных процессов: воспламенения и распространения пламени в горючей смеси. В настоящем параграфе рассматривается процесс распространения пламени, который характеризуется механизмом распространения пламени и режимом горения. Механизм распространения пламени зависит от способа разогрева и воспламенения холодной горючей смеси теплом горящего слоя. Различают три механизма распространения пламени: нормальное, турбулентное и распространение пламени при детонации.

Нормальное распространение пламени в чистом виде наблюдается при горении в неограниченном объеме неподвижной горючей смеси или ламинарного потока этой смеси. При нормальном распространении пламени тепло от горящего слоя передается холодному теплопроводностью. Так как теплопроводность газов относительно мала, то и скорость нормального распространения пламени тоже мала, — она называется нормальной скоростью распространения пламени.

При турбулентном движении горючей смеси перенос тепла от горящего слоя происходит и за счет теплопроводности (молеку-

лярный перенос), и за счет турбулентных пульсаций (молярный перенос). Чем больше масштаб турбулентности, тем сильнее влияние чисто турбулентного механизма на процесс распространения пламени. Скорость турбулентного распространения пламени зависит от физических свойств газа и от гидродинамики потока.

Передача тепла холодным слоям при детонации происходит сначала в виде передачи механической энергии (ударной волны), которая в холодном слое мгновенно обращается в тепло.

Режим горения определяется в зависимости от особенностей движения фронта пламени относительно горючей смеси. Режим горения характеризуется скоростью перемещения фронта и перепадом давления на фронте пламени.

Различают три режима движения фронта пламени:

равномерное движение с постоянной для заданных условий скоростью, которая не велика по абсолютному значению. Давление перед фронтом и за ним остается постоянным;

вибрационное движение, характеризуемое колебаниями скорости как по величине, так и по направлению. Давление при этом пульсирует вслед за скоростью;

детонационное движение с постоянной скоростью порядка 1000 м/с, сопровождаемое перепадами давления в десятки и сотни атмосфер (взрыв).

В соответствии с режимами движения фронта горение называют нормальным, вибрационным и детонацией. Вибрационное горение является переходным режимом между двумя крайними устойчивыми режимами горения.

Все три режима горения можно наблюдать экспериментально, если узкую, достаточно длинную трубку заполнить горючей смесью и поджечь с одного конца. Сначала фронт пламени будет перемещаться по трубке равномерно, затем возникнет колебательное движение, амплитуда которого будет все больше увеличиваться, в конце концов, это движение перейдет в детонационное.

На практике встречаются все режимы горения. Однако особый интерес представляет нормальное горение, которое является основой всех способов сжигания топлива, используемых в металлургических печах. Исключение составляют камеры сгорания, работающие под уровнем слоя в условиях пульсирующего противодавления. В этих камерах осуществляется вибрационное горение.

Нормальное горение неподвижной смеси. При нормальном горении неподвижной смеси имеет место нормальное распростране-

ние пламени. При этом горение происходит в сплошном слое, толщина которого составляет доли миллиметра. Этот слой называется фронтом пламени. Он делит зону горения на две области, заполненные газами с различными физическими свойствами: перед фронтом располагается свежая горючая смесь с температурой T_0 и плотностью газа ρ_0 ; за фронтом — продукты сгорания с температурой $T_{п.с.}$, большей T_0 , и плотностью $\rho_{п.с.}$, меньшей ρ_0 . Структура фронта по толщине неоднородна, он также разделен на две зоны. Большая зона занимает около 90% толщины фронта и расположена со стороны свежей смеси, в ней происходит подогрев смеси от температуры T_0 до температуры воспламенения — это зона подогрева. Малая зона располагается со стороны продуктов сгорания. Это зона химической реакции. Здесь находится предварительно подогретая до температуры воспламенения горючая смесь, в которой протекают реакции горения с превращением свежей смеси в продукты сгорания. Температура в зоне химической реакции изменяется незначительно на 10–20 К от температуры воспламенения до конечной температуры горения, в этой зоне сгорает практически все горючее смеси. Тепло из зоны химической реакции передается теплопроводностью в зону подогрева. По мере того, как горючее в зоне химической реакции выгорает, а свежая смесь в зоне подогрева разогревается до температуры воспламенения, загораются все новые слои свежей смеси, прилегающие к зоне химической реакции. Визуально это воспринимается как перемещение фронта пламени. Если горение осуществляется в достаточно большом объеме, то указанное перемещение происходит в условиях свободного расширения продуктов сгорания. Это обеспечивает одинаковое давление перед фронтом пламени и за ним.

Распространение пламени при нормальном горении характеризуется скоростью нормального распространения. Это скорость, с которой данная точка фронта пламени движется по нормали к своей поверхности в сторону свежей смеси и которая своим происхождением обязана передаче тепла молекулярной теплопроводностью. Нормальная скорость обозначается через u_n и является физико-химической характеристикой данной горючей смеси. Вектор этой скорости в любой точке фронта пламени направлен по нормали к поверхности фронта в сторону свежей смеси и в общем случае не совпадает по направлению с вектором скорости движения фронта пламени. В двух частных случаях эти векторы

равны по величине и совпадают по направлению, когда фронт пламени представляет собой плоскость, перпендикулярную к направлению движения, или когда он имеет сферическую форму, т. е. распространяется от шарообразного источника.

Во фронте пламени происходят физико-химические превращения свежей смеси с изменением плотности, температуры и, следовательно, объема газов. В этих условиях при исследовании и расчете процессов, протекающих во фронте, удобно пользоваться параметрами, связанными с массой газа, а не с его объемом. Во фронте пламени, как и везде, действует закон сохранения массы. Масса свежей смеси, поступающей за какое-то время во фронт пламени, равна массе продуктов сгорания, покидающих фронт за то же время. Толщина самого фронта остается постоянной, она, так же как и нормальная скорость распространения пламени, зависит от физико-химических свойств горючей смеси и для заданной смеси не изменяется ни при искривлении фронта, ни при его растягивании. Это значит, что через единицу поверхности фронта пламени в единицу времени может пройти только вполне определенная масса свежей смеси, равная плотности потока массы:

$$m = \rho_0 u_n, \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с.}$$

Из закона сохранения массы следует

$$\rho_0 u_n = \rho_{п.с} u_{п.с}. \quad (18.32)$$

Из (18.32) можно установить взаимосвязь между нормальной скоростью распространения пламени и скоростью продуктов сгорания:

$$u_{п.с} = u_n \rho_0 / \rho_{п.с}. \quad (18.33)$$

Таким образом, скорость продуктов сгорания относительно фронта пламени во столько раз больше нормальной скорости распространения пламени, во сколько раз плотность свежей смеси больше плотности продуктов сгорания.

Нормальная скорость распространения пламени характеризует движение точки, или точнее, элемента фронта пламени в направлении, нормальном к этой поверхности. Характеристикой движения фронта пламени в целом является скорость перемещения фронта. Это интегральная величина, численно равная расстоянию,

на которое смещается весь фронт пламени вдоль оси своего движения за единицу времени. Скорость перемещения фронта пламени обозначается через u_{ϕ} .

Взаимосвязь между нормальной скоростью распространения пламени и скоростью перемещения фронта пламени рассмотрим на примере распространения пламени в горизонтальной трубке (рис. 18.13).

Искривление фронта пламени при движении его в горизонтальной трубке объясняется следующим образом. В поле тяжести более горячая горючая смесь, имеющая меньшую плотность, поднимается в верхнюю часть трубки. Интенсивность теплопроводности, а следовательно, и величина u_n в горячей смеси выше, чем в холодной, поэтому нормальная скорость распространения пламени меняется по высоте трубки, увеличиваясь снизу вверх. Это и вызывает искривление фронта. В целом же фронт пламени перемещается вдоль оси трубки со скоростью u_{ϕ} .

В каждой точке фронта пламя распространяется перпендикулярно элементу его поверхности dF со скоростью u_n . Объем смеси, сгорающей на площади dF в единицу времени, равен

$$dV = u_n dF. \quad (18.34)$$

Этот же объем смеси можно выразить через скорость перемещения фронта пламени и площадь сечения трубки:

$$dV = u_{\phi} dS. \quad (18.35)$$

Приравнявая правые части, получим

$$u_{\phi} = u_n dF/dS. \quad (18.36)$$

Так как dS является проекцией dF и, следовательно, всегда меньше последней, то из последнего выражения следует, что скорость перемещения фронта всегда больше нормальной скорости распространения пламени.

Если угол между u_n и u_{ϕ} равен φ , то угол между проекциями на плоскость элементарных площадок dS и dF также равен φ (углы со взаимно перпендикулярными сторонами) и поэтому

$$dF = \frac{dS}{\cos \varphi}. \quad (18.37)$$

Подставляя это выражение в (18.36), получим

$$u_{\phi} = \frac{u_n}{\cos \phi}. \quad (18.38)$$

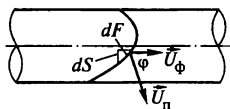


Рис. 18.13. Изменение размеров элемента фронта dF от увеличения угла ϕ

Скорость перемещения фронта пламени возрастает обратно пропорционально $\cos \phi$. Этот закон открыт русским физиком В.А. Михельсоном и назван законом косинуса. Закон косинуса — основной закон теории горения, он показывает, каким образом при постоянной нормальной скорости распространения пламени увеличивается или уменьшается скорость перемещения фронта, т.е., в конечном счете, ускоряется или замедляется сгорание смеси.

В самом деле, при увеличении угла ϕ , т.е. при искривлении фронта пламени, размеры элемента фронта dF , приходящегося на элемент поперечного сечения трубки dS , увеличиваются (см. рис. 18.13). Это следует также из (18.37). При увеличении dF согласно выражениям (18.34) и (18.35) соответственно возрастает объем горючей смеси, приходящийся на элемент dS . Размеры dS постоянны, поэтому согласно (18.35) прохождение большего объема свежей смеси возможно только при соответствующем увеличении u_{ϕ} . Таким образом, чем больше скорость перемещения фронта, тем больше он вытянут в сторону свежей смеси.

Профиль фронта пламени при заданных u_{ϕ} и u_n также можно рассчитать на основании закона косинуса:

$$\cos \phi = \frac{u_n}{u_{\phi}}. \quad (18.39)$$

Скорость перемещения фронта нельзя рассматривать как проекцию нормальной скорости распространения пламени на направление движения фронта. Величина u_n является физико-химической характеристикой свежей смеси, а u_{ϕ} — гидродинамической характеристикой фронта пламени, т.е. эти два вектора имеют различную физическую природу и их взаимосвязь не подчиняется законам векторной алгебры. Это наглядно демонстрирует зависимость (18.38).

Нормальное распространение пламени. При создании модели нормального распространения пламени принято допущение о том, что основные параметры горения: температура, концентрация горючего и скорость химической реакции — изменяются во фронте

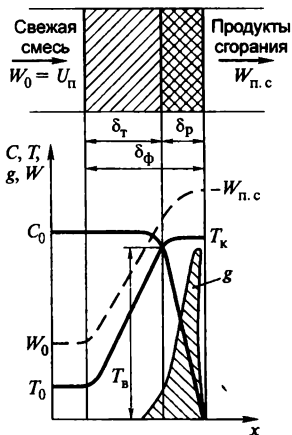


Рис. 18.14. Изменение основных параметров горения по толщине фронта пламени

пламени хотя и быстро, но непрерывно (рис. 18.14). Изменение концентрации горючего в зоне подогрева связано с диффузией продуктов сгорания из зоны химической реакции, которые, попадая в свежую смесь, понижают содержание горючего и окислителя в единице объема. В зоне химической реакции, заполненной продуктами горения, концентрация горючей смеси еще больше понижается, и, таким образом, химическая реакция протекает с максимальной скоростью в зоне, где содержание горючей смеси близко к нулю. Тем не менее, практически все горючее сгорает именно в зоне химической реакции.

Наиболее полно, с современной точки зрения, поставленная задача впервые рассмотрена в работах Я. Б. Зельдовича и Д. А. Франк-Каменецкого. В основу решения положены все те же допущения, которые принимались при решении задачи о зажигании:

рассматривается квазистационарный случай;

фронт пламени принимается как полуграниченная пластина, что позволяет заменить пространственную задачу одномерной;

явление термодиффузии не учитывается. Кроме того, система координат жестко связывается с фронтом пламени. Это позволяет считать, что фронт пламени неподвижен, а свежая смесь движется относительно него со скоростью u_n .

Целью решения является найти нормальную скорость распространения пламени как функцию физико-химических характеристик смеси.

Выделим во фронте пламени элементарный параллелепипед с объемом $dV = dx dy dz$. Так как рассматривается одномерная задача, то принимаем, что газы через выделенный объем двигаются только в направлении, перпендикулярном грани $dydz$ параллелепипеда. Пусть это направление совпадает с направлением оси Ox .

За некоторое время dt в объеме параллелепипеда в результате протекания химической реакции выделяется определенное количество тепла. Часть этого тепла расходуется на нагрев газов, проходящих за это время через выделенный объем, остальная часть передается теплопроводностью в окружающую среду. Таким образом, закон сохранения энергии в данном случае выражается уравнением

$$dQ_V = dQ_H + dQ_T, \quad (18.40)$$

где dQ_V — тепловыделение за время dt в объеме dV в результате химической реакции, Дж; dQ_H — тепло, израсходованное за время dt на нагрев газов, прошедших через объем dV , Дж; dQ_T — тепло, переданное за время dt теплопроводностью в окружающую среду, Дж.

Тепловыделение в объеме определяется формулой

$$dQ_V = Qg(T)dVdt, \quad (18.41)$$

где $g(T)$ — скорость химической реакции, в общем случае зависит от температуры и концентрации горючего в зоне реакции. Однако с учетом (18.25) скорость химической реакции можно представить как функцию только температуры.

Тепло, израсходованное на нагрев газов, определяется как разность их теплосодержаний на входе и на выходе из контрольного объема:

$$dQ_H = Mc_p(T_{x+dx} - T_x),$$

где $M = \rho_0 u_n dt dy dz$ — масса газа, прошедшая через грань параллелепипеда, нормальную к оси Ox , за время dt , кг; T_{x+dx} , T_x — температура на противоположных гранях параллелепипеда, К.

Согласно постулату о непрерывности параметров газовой смеси в пределах фронта пламени, температура является непрерывной функцией, и ее изменение вдоль оси Ox может быть описано с помощью ряда Тейлора. Ограничиваясь первыми двумя членами этого ряда, имеем

$$T_{x+dx} = T_x + \frac{dT}{dx} dx$$

и окончательно

$$dQ_H = \rho_0 u_n c_p \frac{dT}{dx} dV dt. \quad (18.42)$$

Тепло, переданное теплопроводностью, равно разности тепловых потоков, прошедших за время dt через грани $(x + dx)$ и x в направлении, противоположном направлению движения фронта пламени:

$$dQ_T = (q_{x+dx} - q_x) dy dz dt,$$

где $q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ — плотность теплового потока, передаваемого теплопроводностью, Вт/м².

В пределах фронта пламени $\frac{dT}{dx}$, как следует из графика изменения температуры, также является непрерывной функцией координаты, отсюда

$$dQ_T = \lambda \left(-\frac{dT}{dx} - \frac{d^2T}{dx^2} dx + \frac{dT}{dx} \right) dy dz dt = -\lambda \frac{d^2T}{dx^2} dV dt. \quad (18.43)$$

Подставляя (18.42) и (18.43) в уравнение (18.40) и учитывая (18.32), после сокращений получим

$$Qg(T) = c_p u_n \rho_0 \frac{dT}{dx} - \lambda \frac{d^2T}{dx^2}$$

или

$$c_p u_n \rho_0 \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2} + Qg(T). \quad (18.44)$$

Последнее уравнение представляет собой тепловой баланс единицы объема фронта пламени в единицу времени.

Решая уравнение (18.44) относительно u_n , можно найти искомую зависимость. Сложность заключается в том, что это уравнение нелинейно относительно T , а вид функции $g(T)$ для большинства реакций горения пока не определен.

Зельдович и Франк-Каменецкий предложили решать уравнение (18.44) отдельно для каждой зоны фронта пламени. В зоне хими-

ческой реакции, где происходит сгорание горючей смеси с изменением ее температуры от температуры воспламенения до конечной, величина $\Delta T = T_{\text{к}} - T_{\text{в}}$ невелика по сравнению с $(T_{\text{к}} - T_0)$, и поэтому в (18.44) можно пренебречь теплом, расходуемым на нагрев газов на ΔT . Тогда для зоны химической реакции

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = -Qg(T). \quad (18.45)$$

Введем новую переменную $y = \lambda \frac{dT}{dx}$, тогда $dx = \frac{\lambda}{y} dT$. По абсолютному значению новая переменная равна плотности теплового потока, отводимого из зоны химической реакции теплопроводностью.

Замена переменной в (18.45) преобразует уравнение в линейное:

$$y dy = -\lambda Qg(T) dT. \quad (18.46)$$

При изменении температуры в зоне химической реакции от $T_{\text{в}}$ до $T_{\text{к}}$ абсолютное значение плотности теплового потока изменяется от y_1 до y_2 :

$$\int_{y_1}^{y_2} y dy = - \int_{T_{\text{в}}}^{T_{\text{к}}} \lambda Qg(T) dT$$

или

$$\frac{y_2^2 - y_1^2}{2} = - \int_{T_{\text{в}}}^{T_{\text{к}}} \lambda Qg(T) dT.$$

В конце зоны химической реакции, когда $T = T_{\text{к}}$, $\frac{dT}{dx} \approx 0$, соответственно плотность теплового потока обращается в нуль. Таким образом,

$$y_1 = \sqrt{2\lambda \int_{T_{\text{в}}}^{T_{\text{к}}} Qg(T) dT}, \quad (18.47)$$

(предполагая, что λ не зависит от температуры).

В зоне нагрева свежей смеси от температуры T_0 до $T_{\text{в}}$ химические реакции практически не происходят. Следовательно, нет

тепловыделения и уравнение (18.44) для зоны подогрева приобретает вид:

$$u_n \rho_0 c_p \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2}. \quad (18.48)$$

После аналогичной замены переменной и элементарных преобразований уравнение (18.48) сводится к линейному

$$dy = u_n \rho_0 c_p dT,$$

пределы интегрирования которого легко установить. В зоне нагрева при изменении температуры газа от T_0 на внешней границе фронта до T_B на границе с зоной химической реакции абсолютное значение плотности теплового потока меняется от 0 до y_1 . Интегрирование последнего уравнения в этих пределах дает

$$y_1 = u_n \rho_0 c_p (T_B - T_0). \quad (18.49)$$

(При этом предполагается, что c_p не зависит от температуры).

Искомая зависимость u_n от физико-химических параметров смеси определяется путем приравнивания правых частей уравнений (18.47) и (18.49):

$$u_n = \frac{1}{\rho_0 c_p (T_B - T_0)} \sqrt{2\lambda \int_{T_0}^{T_K} Qg(T) dT}. \quad (18.50)$$

Из уравнения (18.50) следует, что u_n действительно является физико-химической характеристикой процесса горения.

Однако расчет u_n по формуле (18.50) затруднен, так как отсутствуют кинетические характеристики большинства реакций горения и поэтому невозможно рассчитать скорость реакций.

Франк-Каменецкий предложил графоаналитический метод решения поставленной задачи. Сущность метода заключается в преобразовании графика изменения температуры во фронте пламени, при этом плавная кривая заменяется ломаной (рис. 18.15). В точке перегиба кривой проводится касательная до пересечения с горизонтальными прямыми, являющимися продолжением графиков T_0 и T_K . Абсциссы точек пересечения касательной с прямыми T_0 и T_K отсекают на оси Ox отрезок δ_1 , соответствующий в первом приближении ширине фронта пламени и называемый тепловой

шириной фронта пламени. В пределах отрезка температура газа изменяется от T_0 до T_k . Максимальная скорость изменения температуры при этом равна

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{\max} = \frac{T_k - T_0}{\delta_1}.$$

Большая часть толщины фронта пламени занята зоной разогрева, где повышение температуры газа происходит за счет теплопроводности. Абсолютное значение плотности теплового потока в этой зоне

$$y = \lambda \left(\frac{dT}{dx}\right)_{\max} = \lambda \frac{T_k - T_0}{\delta_1}. \quad (18.51)$$

Это тепло расходуется на нагрев газовой смеси, поступающей во фронт пламени, от температуры T_0 до T_b , т.е.

$$y = u_n \rho_0 c_p (T_b - T_0). \quad (18.52)$$

Приравняв правые части (18.51) и (18.52) и учитывая, что $(T_k - T_0) \approx (T_b - T_0)$, найдем выражение u_n через параметры смеси

$$u_n = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p \delta_1} = \frac{a}{\delta_1}, \quad (18.53)$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p}$ — коэффициент температуропроводности горючей смеси, м²/с.

В уравнение (18.53) входит тепловая ширина фронта пламени, которую трудно определить экспериментально. Ее можно исключить следующим образом.

Зона химической реакции фронта пламени занимает часть тепловой толщины фронта:

$$\delta_2 = \Phi \delta_1, \quad (18.54)$$

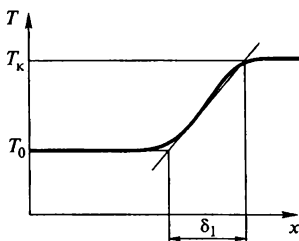


Рис. 18.15. Графо-аналитический метод Франка-Каменецкого

где Φ – безразмерный коэффициент (меньше единицы), величина которого зависит от температуры горения и кинетики реакций; δ_2 – толщина зоны химической реакции, м.

С другой стороны, δ_2 можно выразить через скорость нормального распространения пламени:

$$\delta_2 = u_n t, \quad (18.55)$$

где t – время полного сгорания единицы свежей горючей смеси, с.

Приравнявая (18.54) и (18.55), находим

$$\delta_1 = \frac{u_n t}{\Phi}. \quad (18.56)$$

С учетом (18.56) уравнение (18.53) преобразуется к виду

$$u_n = \sqrt{\Phi \frac{a}{t}}. \quad (18.57)$$

Формула (18.57) выражает искомую зависимость. Она позволяет рассчитать u_n , зная теплофизические характеристики свежей смеси, определив экспериментально безразмерный коэффициент Φ и время сгорания смеси во фронте пламени. Последнее легко определить, исходя из скорости перемещения фронта.

Графо-аналитическое решение, предложенное Франк-Каменецким, позволяет установить зависимость толщины фронта пламени от u_n :

$$\delta_1 = \frac{a}{u_n}, \quad (18.58)$$

а также времени сгорания газа во фронте пламени от u_n :

$$t = \frac{\Phi a}{u_n^2}.$$

Согласно (18.58) и последнему равенству, при возрастании нормальной скорости распространения пламени уменьшается толщина фронта пламени и резко сокращается время пребывания газов во фронте, т.е. возрастает скорость перемещения фронта пламени относительно свежей смеси.

Из формул (18.50) и (18.57) следует, что u_n действительно определяется только физико-химическими свойствами смеси и, следовательно, сама является ее физико-химическим свойством.

При расчете u_n для смеси, кинетические константы которой не известны, необходимо пользоваться формулой (18.57). По мере накопления экспериментальных данных о реакциях горения преимущество при расчете отдается формуле (18.50), физически более обоснованной и более полно учитывающей влияние химических свойств смеси на величину u_n .

Если к подинтегральному выражению уравнения (18.50) применить преобразование, использованное при решении задачи зажигания, то в первом приближении

$$u_n = \frac{\sqrt{2\lambda Q g(C, T_k) \frac{RT_k^2}{F}}}{\rho_0 c_p (T_B - T_0)} \quad (18.59)$$

Из (18.59) следует, что чем больше скорость химической реакции, тем выше нормальная скорость распространения пламени. Так как скорость химической реакции зависит от давления по степенному закону, а плотность свежей смеси пропорциональна давлению, то согласно (18.59)

$$u_n \rho_0 \sim p^{\frac{n}{2}}.$$

Решающее влияние на u_n оказывают состав смеси и ее температура. Чем выше начальная температура смеси, тем быстрее смесь прогревается во фронте пламени до температуры воспламенения и, следовательно, тем уже тепловая зона фронта пламени. Однако на скорость распространения пламени увеличение T_0 оказывает менее заметное влияние, чем то, которое должно было бы быть в соответствии с уравнением Аррениуса. Это объясняется тем, что согласно (18.59) на скорость распространения пламени определяющее влияние оказывает температура в зоне химической реакции, которая с возрастанием T_0 увеличивается на значительно меньшую величину. Экспериментально установлено, что скорость распространения пламени растет с увеличением начальной температуры смеси в степени 1,7.

Конечная температура горения связана с составом смеси. Разбавление смеси инертными газами снижает температуру горения, в результате чего нормальная скорость распространения пламени уменьшается. Чем больше теплоемкость инертных газов, тем сильнее понижается температура горения и, соответственно, u_n .

Границы распространения пламени. Не в любой горючей смеси пламя способно распространяться. На рис. 18.16 представлены графики зависимости скорости нормального распространения пламени от состава газозвушной смеси для различных газов. Зависимость эта для всех газов одинакова и имеет вид кривой с одним максимумом.

Максимальная скорость распространения пламени соответствует смеси со значительно более высоким содержанием горючего, чем необходимо по стехиометрическому уравнению. Так, для смеси воздуха с оксидом углерода максимальная скорость нормального распространения пламени достигается при концентрации CO, равной 43%, а стехиометрический состав этой смеси соответствует концентрации CO, равной 29,5%. Это связано с тем, что такая смесь имеет наиболее благоприятные условия для протекания химических реакций. Вместе с тем максимальная температура горения достигается при сжигании смесей стехиометрического состава, так как при этом образуется наименьшее количество отходящих газов и, следовательно, теплоотвод с ними из зоны горения минимальный.



Рис. 18.16. Зависимость скорости нормального распространения пламени от состава газозвушных смесей

Максимальная скорость нормального распространения пламени зависит от вида топлива. Для водородозвушной смеси она в шесть раз больше, чем для метанозвушной, u_n зависит также от количества балластных примесей в горючей смеси. Например, замена воздуха в метанозвушной смеси кислорода приводит к увеличению максимального значения u_n от 0,37 до 3,25 м/с.

При определенной степени разубоживания горючей смеси горение прекращается. Балластом может быть не только воздух, но и горючее, если оно находится в смеси в избыточном количестве.

Предел, ограничивающий распространение пламени из-за разбавления горючей смеси воздухом, называется нижним концентрационным пределом, а предел, ограничивающий распространение пламени из-за избытка горючего, называется верхним концентрационным пределом. Например, смесь природного газа Саратовского месторождения с воздухом горит в том случае, если содержание газа в ней изменяется от 5,5 до 14,8%.

Распространение пламени в смесях, соответствующих по составу верхнему или нижнему концентрационным пределам, происходит с одинаковой скоростью, примерно равной 0,20 м/с.

Верхний и нижний концентрационные пределы распространения пламени совпадают с соответствующими концентрационными пределами воспламенения.

Балластные примеси не всегда оказывают отрицательное влияние на распространение пламени. Например, небольшая добавка воды или водяного пара в смесь углерода с воздухом или кислородом приводит к интенсификации процесса горения. Молекулы воды являются в данном случае активными частицами. Они ускоряют цепную реакцию взаимодействия углерода с кислородом.

4. Горение топлива

Характеристикой эффективности сжигания топлива является величина теплового напряжения зоны горения, равная отношению количества тепла, выделяемого в единицу времени в зоне горения, к объему этой зоны. Скорость истечения газа из горелок обычно не превышает 30–50 м/с. В этих условиях тепловые напряжения при сжигании различных газов колеблются в интервале от 600 кВт/м³ до 2 мВт/м³.

Если через V_B^T обозначить теоретически необходимый для сгорания единицы топлива расход воздуха, который определяется из уравнения реакций горения, а через V_B^D — его действительный расход, то отношение $n = V_B^D / V_B^T$ называется коэффициентом расхода воздуха. Этот коэффициент является важнейшим параметром, путем изменения которого регулируют процесс горения. При любом способе сжигания топлива, изменяя расход воздуха, т.е. изменяя n , можно регулировать температуру горения, количество и химический состав продуктов сгорания, устойчивость процесса горения.

Горение газообразного топлива

Ламинарный факел

Кинетическое горение. В металлургических печах топливо сжигается, как правило, в турбулентных факелах, однако ламинарный факел является моделью турбулентного факела, позволяющей отчетливо представить качественную картину распространения пламени, механизмов отрыва и проскока пламени и других явлений, связанных с горением топлива в движущемся газовом потоке. В связи с этим целесообразно рассмотреть механизм горения газа и процесс формирования факела на примере ламинарного. Рассмотрим сначала горение предварительно подготовленной смеси в неограниченном объеме воздуха.

Если сбоку к носку горелки поднести запальник, то произойдет зажигание горючей смеси. Пламя со скоростью u_n начнет распространяться в свежей смеси навстречу движению струи и к ее оси. При этом на некотором расстоянии от носка горелки по периметру струи, в точках, где скорость движения газа равна по величине u_n и противоположна ей по направлению, образуется устойчивое кольцо пламени (рис. 18.17). Диаметр этого кольца меньше диаметра выходного отверстия горелки, оно служит естественным запальником для свежей смеси, поступающей из горелки, и называется зажигающим кольцом. У стенок горелки, за пределами зажигающего кольца, горючая смесь энергично охлаждается, благодаря теплоотводу через металлические стенки и примешиванию холодного воздуха из окружающей среды; это приводит к понижению значения u_n и, несмотря на малые скорости газа у стенок горелки, пламя в горелку не проникает.

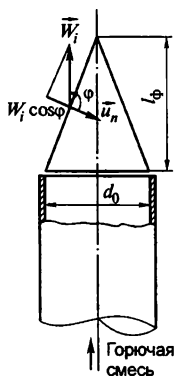


Рис. 18.17. Схема ламинарного факела предварительно подготовленной смеси

Пламя в процессе распространения от зажигающего кольца к центру струи одновременно относится движущейся смесью и достигает оси струи на некотором расстоянии от носка горелки, образуя очень тонкий фронт пламени в виде конической поверхности ярко-голубого цвета. При этом газовая струя преобразуется в факел. Фронт пламени отделяет внутреннюю зону факела от наружной.

Длину факела принято считать равной расстоянию от носка горелки до вершины конуса, образованного фронтом пламени. В вершине конуса, расположенной на оси факела, скорость газа равна по величине нормальной скорости распространения пламени и противоположна ей по направлению.

Если принять, что радиус зажигающего кольца примерно равен радиусу выходного отверстия горелки, то время, в течение которого пламя распространится от границы струи до ее оси, равно:

$$t = R/u_n, \quad (18.60)$$

где R — радиус выходного отверстия горелки, м.

За время t пламя сместится вдоль оси на расстояние, равное длине факела

$$l = \bar{w}t,$$

где \bar{w} — средняя по сечению скорость движения газов на расстоянии l от носка горелки, м/с.

Подставляя значение t и принимая во внимание, что скорость \bar{w} прямо пропорциональна средней скорости горючей смеси на выходе из горелки w_0 , получим

$$l_{cp} \sim w_0 R / u_n. \quad (18.61)$$

Таким образом, длина факела зависит от состава и начальной температуры смеси, от средней скорости истечения и диаметра носка горелки. При увеличении скорости истечения длина факела увеличивается, при повышении начальной температуры горючей смеси — уменьшается. При устойчивом горении фронт пламени неподвижен в пространстве. Рассмотрим механизм формирования устойчивого фронта (см. рис. 18.17).

Результирующая скорость движения элементов фронта пламени вдоль нормали к своей поверхности равна

$$u = u_n - w_n, \quad (18.62)$$

где $w_n = w_i \cos \varphi_i$ — проекция вектора скорости смеси в i -й точке на нормаль к элементу фронта пламени в этой точке, м/с; φ_i — угол между вектором скорости нормального распространения пламени и вектором скорости смеси в i -й точке.

Движение газа замедляет распространение пламени и при определенном соотношении между u_n и w_i элемент фронта пламени в потоке находится в состоянии динамического равновесия и воспринимается как неподвижный.

Равновесие элемента фронта пламени выражается равенством

$$u_n = w_i \cos \varphi_i. \quad (18.63)$$

Таким образом, можно определить ориентацию покоящегося элемента фронта пламени относительно потока:

$$\cos \varphi_i = u_n / w_i. \quad (18.64)$$

При горении в ламинарном потоке фронт пламени представляет собой единую поверхность, уравнение которой можно вывести следующим образом. На зажигающем кольце, где скорость потока минимальная, условие равновесия выражается уравнением

$$u_n - w_{\min} = 0.$$

Условие равновесия для произвольного элемента фронта пламени, нормаль к которому составляет угол φ_i с направлением потока, с учетом (18.62) выражается уравнением

$$u_n / \cos \varphi_i - w_i = 0.$$

Приравнявая правые части последних двух уравнений, получим искомое уравнение

$$u_n / \cos \varphi_i - w_i = u_n - w_{\min}, \quad (18.65)$$

на основании которого следует, что в тех точках, где скорость потока возрастает, фронт изгибается таким образом, что угол φ_i возрастает.

Фронт пламени, как следует из условия равновесия, может оставаться неподвижным в пространстве при изменении скорости газа в широких пределах. Однако, начиная с определенного значения w_0 , произойдет отрыв пламени, это произойдет в тот момент, когда нарушится условие равновесия применительно к зажигающему кольцу $u_n = -w_{\min}$. По мере увеличения w_0 увеличивается количество горючей смеси, проходящей через единицу поверхности зажигающего кольца, а следовательно, понижается температура кольца и скорость нормального распространения

пламени в нем. Это, наряду с увеличивающейся скоростью истечения газа, приводит к нарушению динамического равновесия зажигающего кольца и к отрыву пламени. Максимальная скорость потока, при которой еще возможно устойчивое горение, называется верхним по скорости пределом устойчивости пламени. Верхний предел можно расширить, увеличив тепловую мощность зажигающего кольца, установив, например, раскаленное металлическое кольцо.

Нельзя допускать также слишком значительное уменьшение скорости истечения горючей смеси из отверстия горелки, иначе пламя сместится к горелке и может проникнуть в нее, что вызовет аварию. Это явление называется проскоком пламени. Проскок всегда происходит по периферии факела, вдоль стенок горелки, так как здесь обычно самая низкая скорость газа. Минимальная скорость истечения, при которой еще не наступает проскок, называется нижним по скорости пределом устойчивости пламени. Чтобы увеличить устойчивость пламени у нижнего предела, необходимо либо увеличить скорость газа у стенок горелки, либо понизить скорость нормального распространения пламени в этой зоне. Первое можно осуществить, установив в центре выходного отверстия горелки вставку, что приведет к увеличению скорости горючей смеси у стенок, второе — применив принудительное охлаждение носка горелки, т. е. понизив температуру горючей смеси.

Если через горелку подается горючая смесь с недостатком воздуха ($n < 1$), то в голубом конусе будет сгорать только часть топлива. Остальное топливо, вместе с продуктами сгорания, пройдет сквозь фронт пламени, при этом сильно разогреется, перемешается с наружным воздухом и сгорит, образовав вблизи от голубого конуса второй фронт пламени, имеющий также коническую форму.

Если через горелку подается горючая смесь с избытком воздуха ($n > 1$), то все топливо сгорит в голубом конусе.

При диффузионном горении из горелки подается ламинарная струя топлива, которая в пограничном слое перемешивается с воздухом с образованием горючей смеси. Перемешивание происходит при помощи молекулярной диффузии и конвекции. Если к периферии струи поднести запальник и поджечь горючую смесь, то так же, как в случае горения предварительно подготовленной смеси, по периметру возникнет зажигающий пояс и сформируется фронт пламени конической формы. При этом струя преобра-

зуется в факел (рис. 18.18). Внутри факела находится потенциальное ядро 1, заполненное топливом без примеси воздуха. Эта область факела всегда темная. В зоне 2 к топливу примешиваются продукты сгорания, концентрация которых увеличивается по мере приближения к фронту пламени 3. Фронт пламени начинается непосредственно от выходного отверстия горелки и ограничивает размеры факела. За пределами факела находится зона 4, расширяющаяся в направлении развития факела, она заполнена смесью продуктов сгорания и воздуха.

Так как зажигающий пояс располагается на границе струи с окружающей средой, т.е. в зоне с очень низкими скоростями, то его устойчивость значительно выше, чем при горении предварительно подготовленной смеси. Тем не менее, в рассматриваемом случае возможен отрыв пламени, однако проскок его в горелку невозможен, так как через горелку подается чистый газ, а не горючая смесь.

В устойчивом диффузионном факеле фронт пламени формируется в точках пространства, объемные потоки горючего и окислителя в которых соответствуют стехиометрическому составу горючей смеси. Докажем это положение от противного. Предположим, что фронт образовался в точках пространства, куда горючее поступает в избытке (при $n < 1$). В этом случае часть горючего пройдет сквозь фронт в окружающую среду, смешается там с кислородом и сгорит, при этом поступление кислорода во фронт еще больше сократится. Очевидно, в таких условиях фронт пламени не может быть устойчивым. Подобным образом можно доказать, что фронт пламени не может быть устойчивым в точках, куда кислород поступает в избытке ($n > 1$). Концентрация горючей смеси во фронте пламени близка к нулю, большая часть его объема занята высокотемпературными продуктами сгорания. Такое соотношение горючей смеси и продуктов сгорания создает наиболее благоприятные условия для горения, так как обеспечивает быстрый разогрев

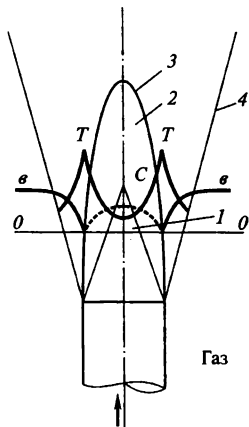


Рис. 18.18. Схема ламинарно-диффузионного факела

горючей смеси до температуры воспламенения, т.е. высокую скорость распространения пламени.

Изменение температуры и концентрации компонентов горения по сечению диффузионного факела представлено на рис. 18.18. Концентрация горючего C изменяется от максимального значения в зоне I до нуля на внешней границе фронта пламени. Концентрация окислителя v изменяется от максимального значения во внешней зоне факела до нуля во фронте пламени. Максимальная концентрация продуктов сгорания имеет место во фронте пламени. Отсюда продукты сгорания диффундируют вовнутрь факела и наружу, где концентрация их понижается до нуля. Аналогично изменению концентрации продуктов сгорания изменяется температура в факеле. Время, в течение которого завершится формирование факела, равно времени диффузии окислителя от периферии к оси струи:

$$t = \frac{R^2}{2D}, \quad (18.66)$$

где R — радиус горелки, м; D — коэффициент молекулярной диффузии окислителя, $\text{м}^2/\text{с}$. Откуда длина факела

$$l_{\text{ф}} \sim w_0 t \sim \frac{R^2 w_0}{2D}. \quad (18.67)$$

Учитывая, что секундный расход газа через горелку равен

$$V = w_0 \pi R^2, \text{ или } V \sim w_0 R^2,$$

из (18.67) получаем

$$l_{\text{ф}} \sim \frac{V}{D}.$$

Таким образом, длина диффузионного факела определяется только расходом газа и коэффициентом молекулярной диффузии и не зависит от диаметра носка горелки.

Турбулентный факел

С изменением скорости истечения газа характер ламинарного факела меняется (рис. 18.19). По мере увеличения скорости длина факела возрастает, достигая некоторого максимума. Одновременно снижается устойчивость ламинарного течения и начинает нарушаться правильность очертаний и стабильность вершины фа-

кела, происходит ее турбулизация. По мере приближения зоны турбулентности к корню факела высота его несколько уменьшается, оставаясь далее постоянной. По достижении некоторого критического значения числа Рейнольдса весь факел становится турбулентным и происходит его отрыв от отверстия горелки, горение сопровождается характерным шумом. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса пламя срывается и горение прекращается.

При любом способе сжигания газа в турбулентном факеле горение неустойчиво, если осуществляется в пространстве, заполненном холодным воздухом. Интенсивный теплообмен с окружающей средой, имеющий место при турбулентном течении, отнимает много тепла у зажигающего пояса, понижая тем самым его тепловой потенциал. Для стабилизации факела необходимо усилить зажигающий пояс. Чаще всего это делают путем установки на выходе из горелки керамического туннеля. Кроме того, сжигание всегда организуют в пространстве, заполненном раскаленными продуктами сгорания.

В турбулентных потоках имеет место турбулентное распространение пламени. В этом случае также можно выделить в потоке фронт пламени: область, в которой происходит сгорание газовой смеси и за пределами которой находятся продукты сгорания.

Однако, по сравнению с горением в ламинарном потоке, фронт пламени в турбулентном потоке существенно шире, а границы его очерчены менее четко и не прямолинейны (рис. 18.20). Скорость турбулентного распространения пламени больше u_n и зависит от масштаба турбулентных пульсаций.

При мелкомасштабных пульсациях, когда длина пути турбулентного смешения меньше толщины фронта пламени, фронт представляет собой единое целое. Увеличение скорости распространения пламени объясня-

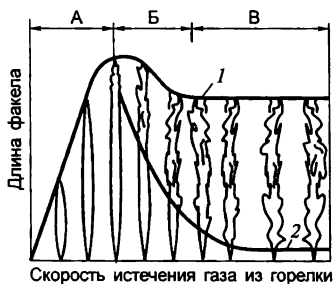


Рис. 18.19. Характер изменения факела при изменении скорости истечения:

А — ламинарный факел; Б — переходная область; В — полностью развитые турбулентные факелы;

1 — огибающая конечных точек факелов;

2 — огибающая точек отрыва

ется в этом случае наложением на молекулярный теплоперенос молярной составляющей, связанной с турбулентными пульсациями. Тогда по аналогии

$$u_T \sim \sqrt{\frac{a + a_T}{t}}, \quad (18.68)$$

где a — коэффициент температуропроводности, характеризующий молекулярный перенос тепла, $\text{м}^2/\text{с}$; a_T — коэффициент турбулентной температуропроводности, который пропорционален кинематическому коэффициенту турбулентной вязкости и характеризует перенос тепла за счет турбулентных пульсаций, $\text{м}^2/\text{с}$; t — время завершения химической реакции, с. При развитой турбулентности $a_T \gg a$ и

$$u_T \sim \sqrt{\frac{a_T}{t}}. \quad (18.69)$$

Так как кинематический коэффициент турбулентной вязкости растет с увеличением числа Рейнольдса, то окончательно:

$$u_T \sim \sqrt{\frac{\text{Re}}{t}}. \quad (18.70)$$

Таким образом, скорость турбулентного распространения пламени при мелкомасштабной турбулентности зависит от физико-химических свойств горючей смеси и от гидродинамики потока и не является константой для данной смеси, как u_n .

При крупномасштабной турбулентности, когда масштаб пульсаций больше ширины фронта пламени, горящие элементарные объемы смеси из фронта пламени переносятся турбулентными пульсациями в прилегающие к нему зоны потока, в том числе и в свежую смесь. В свою очередь, элементарные объемы свежей смеси с помощью тех же пульсаций могут попасть непосредственно в зону химической реакции, минуя зону подогрева. В связи с этим фронт пламени сильно развит, его поверхность равна сумме поверхностей горящих турбулентных молей.

Скорость распространения пламени в этом случае не зависит от времени выгорания горючей смеси, а целиком оп-

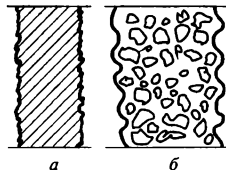


Рис. 18.20. Схема фронта пламени в турбулентном потоке:

a — мелкомасштабная турбулентность; b — крупномасштабная турбулентность

ределяется интенсивностью турбулентного перемешивания, т.е. величиной пути турбулентного смешения l_n и пульсационной составляющей скорости. Для определения по порядку величин скорости турбулентного распространения пламени при крупномасштабной турбулентности можно использовать соотношение (18.69), в котором t выражает время распространения пламени на расстояние, равное длине пути турбулентного смешения, и выражается равенством

$$t = \frac{l_n}{w'}$$

где w' — пульсация скорости, м/с; и тогда

$$u_T \sim \sqrt{\frac{a_T}{l/w'}} \sim \sqrt{\frac{w' l_n}{l_n/w'}} \sim w'.$$

Так как пульсационная составляющая скорости при турбулентном движении пропорциональна числу Рейнольдса, то окончательно

$$u_T \sim Re. \quad (18.71)$$

Таким образом, при крупномасштабной турбулентности скорость турбулентного распространения пламени зависит только от аэродинамических характеристик потока и не зависит от физико-химических свойств горючей смеси.

В настоящее время широко известны две физические модели турбулентного распространения пламени. Согласно поверхностной модели К. И. Шелкина, в процессе движения турбулентные моли свежей смеси могут попадать непосредственно во фронт пламени, минуя предварительный разогрев. Одновременно из фронта пламени турбулентные моли горячей горючей смеси в результате пульсаций могут переместиться непосредственно в свежую горючую смесь, находящуюся за пределами фронта пламени. В первом случае, попав во фронт пламени, моль свежей смеси разогреется и воспламенится, причем пламя будет распространяться от поверхности к центру моля в результате молекулярного механизма теплопроводности, т.е. со скоростью u_n . Во втором случае, свежая смесь, находящаяся вокруг горящего моля, разогреется от тепла, передаваемого им, и воспламенится. При этом пламя от поверхности горящего моля в окружающую свежую смесь будет распространяться также со скоростью u_n . Таким образом, сум-

марная поверхность фронта пламени складывается из поверхностей разрозненных горящих молей. Фронт пламени перемещается турбулентными пульсациями, имея одновременно движение относительно свежей смеси со скоростью u_n .

Согласно модели объемного и, в частности, микрообъемного горения, предложенной Е. С. Щетинковым, горение молей свежей смеси происходит в основном в объеме моля, а не только с поверхности за счет нормального распространения пламени. Идея модели заключается в следующем. Турбулентные моли могут иметь самые различные размеры: от крупных, соизмеримых с размерами сечения потока, до самых мелких, причем мелкие моли могут существовать как самостоятельно, наряду с большими, так и располагаться внутри них. Движение мелких молей внутри крупных создает внутримольное перемешивание. Если, например, малый моль горячей смеси попадает в результате турбулентной пульсации в большой моль свежей смеси и начнет в нем интенсивно двигаться, то очень быстро свежая смесь перемешается с горячей и разогреется равномерно по всему объему. В определенных условиях, когда запас тепла у горящего моля достаточен, чтобы разогреть горючую смесь в большом моле до температуры самовоспламенения, происходит самовоспламенение большого моля. Таким образом, согласно этой модели турбулентное пламя представляется как зона горения, раздробленная на отдельные очаги. Химическое реагирование происходит во всем объеме отдельных молей.

Экспериментальные данные показывают, что действительная скорость распространения пламени больше, чем та, которая получается в результате расчета, исходя из модели поверхностного горения, но меньше, чем та, которая получается из модели объемного горения.

Видимо, на практике имеют место одновременно оба механизма горения, и в зависимости от конкретных условий один из них играет доминирующую роль.

Кинетическое горение. При сжигании предварительно подготовленной горючей смеси турбулентная струя, попадая через горелку в пространство, заполненное раскаленными продуктами сгорания, в пределах пограничного слоя смешивается с ними, при этом температура горючей смеси в пограничном слое повышается, а ее концентрация падает. Воспламенение происходит в наружной части пограничного слоя по конической поверхности. Тепло от горящих слоев передается турбулентной теплопроводностью в глубь

струи, при этом разогреваются соседние с горящими слои свежей смеси. Под воздействием турбулентных пульсаций фронт искривляется, дробится на отдельные очаги, непрерывно видоизменяется, но при этом сохраняет конусообразную форму.

Структура турбулентного факела предварительно подготовленной горючей смеси и графики изменения основных параметров горения по его ширине представлены на рис. 18.21.

Зона I заполнена свежей горючей смесью, которая не участвует в горении. В турбулентном факеле, так же как и в ламинарном, значительная часть объема непосредственно в процессе горения не участвует. Длина зоны воспламенения ограничивается расстоянием от носка горелки до точки на оси факела, в которой пламя впервые достигает оси. Длину зоны воспламенения можно определить так же, как длину ламинарного факела при горении подготовленной смеси. Для этого в (18.61) необходимо u_n заменить на u_T :

$$l_{з.в} = \frac{w_0}{u_T}. \quad (18.72)$$

При заданном диаметре горелки увеличение скорости истечения горючей смеси не приводит к существенному изменению длины зоны воспламенения, так как согласно (18.71) пропорционально росту w_0 возрастает значение u_T .

Толщина δ_T фронта пламени 2 растет с увеличением диаметра горелки. Во фронте пламени сгорает до 90% горючей смеси. Остальная часть догорает в зоне догорания 3. Длина зоны догорания определяется необходимой полнотой выгорания горючей смеси. В целом, длина турбулентного факела автомодельна относительно скорости истечения газа, так как интенсивность горения в нем определяется, прежде всего, параметрами турбулентных пульсаций, которые зависят от скорости истечения газа из горелки.

Диффузионное горение. На практике в турбулентном факеле чаще всего осуществляется диффузионное горение. Структура диффузионного факела, горящего в неограниченном пространстве, заполненном окислителем, представлена на рис. 18.22. Из окружающей среды во фронт пламени 3 диффундирует кислород, а из ядра струи I — газ. Концентрация газа и кислорода во фронте пламени падает до нуля, а концентрация продуктов сгорания в нем максимальна. Так же как для ламинарного факела, можно

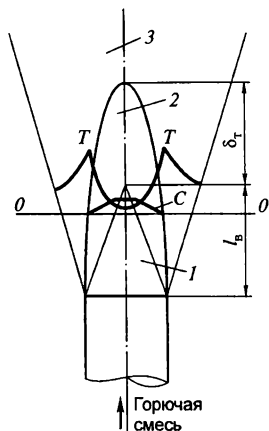


Рис. 18.21. Схема турбулентного факела предварительно подготовленной смеси

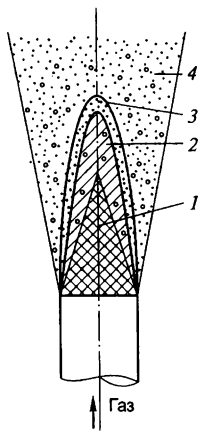


Рис. 18.22. Схема диффузионного турбулентного факела

показать, что соотношение потоков массы горючего и окислителя во фронт соответствует стехиометрическому составу.

Зажигание при диффузионном горении происходит так же, как при горении предварительно подготовленной смеси. Длина диффузионного факела возрастает по мере увеличения теплоты сгорания газа, так как с увеличением теплоты сгорания газа увеличивается количество кислорода, которое необходимо для сжигания единицы топлива. Так же, как при горении предварительно подготовленной смеси, во фронте пламени сгорает не все топливо, часть его в виде множества турбулентных молекул выносится в зону догорания. В этой зоне горение протекает сравнительно медленно, что обуславливает ее большой размер.

Для ориентировочной оценки длины диффузионного турбулентного факела можно рекомендовать эмпирическую формулу П. В. Левченко и Б. И. Китаева:

$$l_{\text{ф}} / d = 20k \left(\frac{w_{\text{O}}^2}{gd} \right)^{0,17},$$

где k — коэффициент, зависящий от рода газа: для природного газа $k = 1,5$, для генераторного газа $k = 0,6$, для коксового газа $k = 1,0$; d — диаметр выходного сечения горелки, м.

Стабилизация факела

На практике особое значение имеют вопросы стабилизации пламени и интенсификации процессов горения. Как отмечалось, устойчивость пламени зависит от соотношения тепла, подводимого в зону зажигания (в зажигающий пояс или в зажигающее кольцо) и расходуемого в этой зоне на воспламенение горючей смеси. Теплообмен между зоной воспламенения и потоком горючей смеси, проходящей через эту зону, в первом приближении можно представить как теплообмен между запальником и потоком горючей смеси и описать уравнением (18.29), из которого с учетом (18.30) следует:

$$Nu_{кр} = \frac{u_n l}{a}, \quad (18.73)$$

где l — характерный размер зоны зажигания, м; a — коэффициент температуропроводности, м.

Формула (18.73) определяет нижний по скорости предел устойчивого горения. Входящее в нее число Нуссельта можно в первом приближении рассчитать по полуэмпирической зависимости

$$Nu_{кр} = A_1 Re^{0,5},$$

где A_1 — эмпирическая константа.

С учетом последнего получаем

$$Re_{кр} = A_2 \left(\frac{u_n l}{a} \right)^2,$$

или, так как кинематический коэффициент вязкости численно близок к коэффициенту температуропроводности:

$$w_{0 \min} = A_3 \frac{u_n^2 l}{a}. \quad (18.74)$$

Формула (18.74) устанавливает взаимосвязь между нижним по скорости пределом устойчивости пламени, составом и температурой горючей смеси, а также размерами зоны зажигания. Из нее следует, что максимальное значение этой скорости имеет место при сжигании предварительно подготовленной смеси с избытком

горючего ($n < 1$), так как при прочих равных условиях этому составу соответствует наибольшее значение u_n . При изменении состава смеси до состава, соответствующего нижнему или верхнему концентрационным пределам распространения пламени, $w_{0 \min}$ уменьшается от своего максимального значения до значения, близкого к нулю.

Верхний по скорости предел устойчивости ($w_{0 \max}$) определяется эмпирически, так как в значительной степени зависит от характера турбулентности факела, которую пока невозможно описать аналитически. Наибольшее значение $w_{0 \max}$ наблюдается при диффузионном горении. По мере увеличения коэффициента расхода воздуха значение $w_{0 \max}$ уменьшается, так как при этом возрастает расход тепла в зоне горения. Зависимость устойчивости пламени от состава смеси представлена графически на рис. 18.23. Нижняя граница устойчивости изображена в виде кривой 1, верхняя — кривой 2. Наиболее трудно обеспечить устойчивость пламени при сжигании горючей смеси стехиометрического состава и смеси с избытком воздуха, поэтому обычно в горелке с газом смешивают не более 40–70% теоретически необходимого воздуха. Остальная часть необходимого воздуха подсасывается факелом из окружающей среды.

Часто искусственную стабилизацию факела осуществляют путем увеличения поверхности зоны зажигания. С этой целью на выходе из горелки устанавливают:

а) стабилизатор (например, плохо обтекаемое тело, перекрывающее центральную часть выходного сечения). В газовом потоке за стабилизатором образуется вихревая зона, заполненная высокотемпературными продуктами сгорания, которая является дополнительным зажигающим поясом;

б) лопаточный аппарат, с помощью которого газовому потоку придается вращательное движение. При этом по оси факела образуется зона



Рис. 18.23. Зависимость устойчивости факела от состава горючей смеси:

1 — нижняя граница устойчивости пламени; 2 — верхняя граница устойчивости пламени

разрежения, куда устремляются высокотемпературные продукты сгорания, подходя к корню факела с его внутренней стороны. Зажигание при этом осуществляется как по внешней поверхности факела, так и по его внутренней поверхности;

в) чаще всего, однако, в качестве стабилизатора используется керамический туннель. В ряде случаев, например для инъекционных горелок, туннель является неотъемлемой частью горелки. Помимо стабилизатора пламени горелочный туннель является также дополнительным смесителем. В горелочном туннеле, диаметр которого больше диаметра горелки, образуются вихревые зоны, заполненные высокотемпературными продуктами сгорания, которые располагаются у корня струи и подогревают смесь. Сам керамический туннель сильно раскаляется и излучает тепло на свежую горючую смесь. Для туннеля с круглыми горелками рекомендуются следующие соотношения размеров: диаметр туннеля = $2,4+3,0d_r$; длина туннеля = $2,4+2,7d_r$.

Интенсификация процесса сжигания газа

Интенсифицировать горение означает увеличить массу горючей смеси, сжигаемой в единицу времени в факеле. Это возможно либо за счет увеличения скорости распространения пламени, либо путем увеличения поверхности фронта пламени. Наиболее распространенный способ интенсификации горения связан с увеличением скорости распространения пламени и заключается в предварительном подогреве горячей смеси и регулировании ее химического состава. При сжигании низкокалорийного газа предварительному подогреву подвергаются и газ, и воздух. При сжигании высококалорийных газов подогревают только воздух. Подогрев высококалорийных газов нежелателен, так как может привести к термическому разложению содержащихся в газе тяжелых углеводородов с выделением сажистого углерода, сжигание которого весьма затруднительно. В результате возникает опасность недожога топлива. Однако, так как при сжигании высококалорийных газов расход воздуха примерно на порядок превышает расход газа, температура горючей смеси определяется в основном температурой воздуха. При регулировании химического состава горючей смеси в ходе интенсификации горения стремятся приблизить состав смеси к стехиометрическому и, если есть возможность, обогатить дутье кислородом. Все это приводит к сокращению объема продуктов сгорания, образующихся при сжигании

единицы топлива, и к соответствующему повышению температуры в факеле. Одновременно с сокращением расхода воздуха необходимо улучшить смесеобразование. С этой целью повышают степень турбулентности факела. Однако высокая степень турбулентности целесообразна не во всем объеме, а только в ядре факела и в зоне догорания. В области зажигающего пояса у корня факела высокая турбулентность нежелательна, так как приводит к увеличению теплоотвода в этой зоне и, следовательно, к снижению устойчивости факела.

Для ускорения процессов смесеобразования факел иногда подвергают воздействию низкочастотных пульсаций и акустических колебаний. При наложении пульсаций частотой до 200 Гц в факеле резко возрастает температура, заметно деформируется фронт пламени и увеличивается скорость реакций горения. При наложении акустических колебаний частотой до 21 кГц на диффузионный факел в нем существенно улучшается смешение за счет возрастания коэффициента турбулентной диффузии. Температура факела повышается на несколько сотен кельвинов, а теплоотдача от него увеличивается в 2–3 раза. Но любая интенсификация сжигания топлива, связанная с повышением температуры продуктов сгорания, ограничена предельными температурами в 2000–2300 К, при которых обратимость реакций становится заметной. В тех случаях, когда необходимо получить продукты сгорания при более высоких температурах и при этом предотвратить диссоциацию CO_2 и H_2O , применяют электрогазовые горелки. На пламя, являющееся слабо ионизированным газом, накладывают электрическое поле высокого напряжения. В результате прохождения электрического тока в пламени выделяется соответствующее количество тепла. При этом температуру продуктов горения можно регулировать, изменяя подводимую электрическую мощность независимо от коэффициента расхода воздуха, что позволяет получать окислительную, нейтральную или восстановительную газовую среду с температурой от 1800 до 4000 К.

Интенсификацию сжигания осуществляют также путем увеличения поверхности фронта пламени. Так как горение протекает в относительно тонком фронте пламени и в зоне догорания, а основная часть объема факела практически инертна, целесообразно раздробить газовый поток на мелкие струйки, увеличив тем самым суммарный фронт пламени. Можно с той же целью деформировать выходное отверстие горелки таким образом, чтобы в

максимальной степени увеличить удельную поверхность струи, вытекающей из горелки.

Горение мазута

Распыливание мазута. Мазут сжигается в печах в распыленном состоянии. Распыливание проводится в две стадии. Размер капель после первичного распыливания зависит от конструкции форсунки и от принципа ее работы. Вторичное дробление капель происходит в процессе их движения в потоке в результате гидродинамического взаимодействия с окружающей средой. Капля, двигаясь с относительной скоростью $w_{отн}$, испытывает давление p_1 , создаваемое силой лобового сопротивления, под действием которого капля сплющивается и дробится. Сила лобового сопротивления равна

$$f = \xi \Omega (\rho w_{отн}^2 / 8),$$

где ξ — коэффициент лобового сопротивления; Ω — миделево сечение капли, m^2 ; ρ — плотность мазута, kg/m^3 ; $w_{отн}$ — относительная скорость капли, m/s .

Давление p_1 равно отношению этой силы к поверхности капли:

$$p_1 = \xi (\rho w_{отн}^2 / 4).$$

Разрушению капли препятствует сила поверхностного натяжения, которая создает в капле давление, равное

$$p_1 = 2\sigma/R_0,$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, N/m ; R_0 — радиус первичной капли, m .

Вторичное дробление капли будет иметь место при $p_1 > p_2$. Устойчивый размер капли соответствует случаю, когда эти давления равны. Отсюда определяется наибольший размер капли

$$R = 8\sigma / (\xi \rho w_{отн}^2). \quad (18.75)$$

Таким образом, тонкость распыла зависит от величины поверхностного натяжения, плотности мазута и скорости капли по отношению к окружающей среде.

По данным ВТИ значение коэффициента поверхностного натяжения для мазута при температуре 80–90 °C составляет 0,03 Н/м, величину коэффициента лобового сопротивления для режимов истечения из промышленных форсунок можно принять равной 0,2.

Подставляя численные значения коэффициентов в формулу (18.75), получим

$$R = 1,2 / (\rho w_{отн}^2).$$

Для улучшения качества измельчения мазута на поток первичных капель накладывают акустическое поле. Этим искусственно повышается значение ρ_1 , что приводит к образованию мелких капель.

Горение капли мазута

Особенность горения капли мазута заключается в том, что сначала происходит ее испарение, а затем пары мазута в смеси с окислителем сгорают по законам гомогенного горения.

Процесс горения капли мазута, движущейся со скоростью, равной скорости окружающей среды, можно представить следующим образом. Капля окружена атмосферой, насыщенной парами мазута. На некотором расстоянии от капли по сферической поверхности с диаметром d_r располагается фронт пламени, толщина которого весьма мала. Скорость горения лимитируется наиболее медленным процессом — процессом испарения капли. Между каплей и фронтом пламени находится смесь паров топлива и продуктов сгорания, с другой стороны фронта располагается смесь продуктов сгорания и окислителя. Из внешней зоны во фронт диффундирует кислород, из внутренней — горючее. Здесь они смешиваются и вступают в реакцию горения с выделением тепла. Из фронта в обе зоны диффундируют высокотемпературные продукты сгорания. Вместе с ними переносится часть тепла. Тепло передается также теплопроводностью и излучением. Тепло, попадающее в зону между фронтом горения и каплей, расходуется на нагрев паров горючего и на нагрев и испарение мазута в капле.

По мере испарения размеры капли уменьшаются, соответственно уменьшаются размеры фронта пламени, который исчезает при полном испарении капли.

Так как скорость горения определяется скоростью испарения, то время выгорания капли можно определить, составив тепловой баланс ее испарения:

$$qFdt = r[c_{cp}(T_k - T_0) + r]dV, \quad (18.76)$$

где q — плотность суммарного теплового потока на каплю, Вт/м²;

F — поверхность капли в текущий момент времени, m^2 ; t — время полного испарения капли, с; c_{cp} — средняя теплоемкость мазута, Дж/(кг·К); T_k и T_0 — температура кипения и начальная температура мазута, К; r — скрытая теплота парообразования мазута, Дж/кг; $dV = -FdR$ — уменьшение объема капли за время dt , m^3 , $0 < R < R_0$, здесь R и R_0 — текущий и начальный радиус капли.

Из уравнения (18.76) время полного испарения капли равно

$$t = - \int_{R_0}^0 \frac{\rho [c_{cp}(T_k - T_0) + r] dR}{q} \quad (18.77)$$

Если капля достаточно мала, то слой газов между фронтом пламени и каплей мал и его излучательной способностью можно пренебречь, приняв, что все тепло на каплю передается конвекцией. В этом случае плотность теплового потока на каплю определяется с помощью уравнения Ньютона—Рихмана:

$$q = \alpha (T_c - T_k),$$

где T_c — температура окружающей каплю среды, К.

Величина коэффициента теплоотдачи α зависит от характера движения среды и определяется, как известно, экспериментально $Nu = f(Re)$. Для капель, движущихся со скоростью, равной скорости окружающей среды, значение критерия Нуссельта можно принять равным двум и тогда

$$\alpha = 2\lambda/d = \lambda/R. \quad (18.78)$$

Подставляя два последних выражения в (18.77), получим

$$t = - \int_{R_0}^0 \frac{\rho [c_{cp}(T_k - T_0) + r] R dR}{\lambda (T_c - T_k)} = \frac{\rho [c_{cp}(T_k - T_0) + r]}{2\lambda (T_c - T_k)} R_0^2. \quad (18.79)$$

Согласно (18.79), время выгорания капли в процессе конвективного нагрева ее в несущем газовом потоке пропорционально квадрату начального радиуса.

Для более крупных капель увеличивается расстояние от поверхности капли до фронта пламени. В связи с этим увеличивается толщина слоя высокотемпературных газов, находящегося между фронтом пламени и поверхностью капли, и соответственно воз-

растает роль лучистого теплообмена. Для крайнего случая, когда $q_{\text{л}} \gg q_{\text{к}}$, величина

$$t = \frac{\rho [(T_{\text{к}} - T_0) c_{\text{ср}} + r] R_0}{q_{\text{л}}}. \quad (18.80)$$

При радиационном теплообмене между фронтом пламени и каплей мазута время выгорания линейно зависит от начального размера капли. На практике $t \sim R^n$, причем $1 \leq n \leq 2$.

Таким образом, для интенсификации процесса горения мазута его необходимо распыливать на возможно более мелкие капли.

В промышленных печах мазут сжигается в факеле. Необходимый для горения воздух подается в зависимости от способа распыливания топлива либо через форсунку, либо через воздушную коробку горелки к устью форсунки. Здесь воздушная струя захватывает распыленное топливо и образует двухфазную струю, которая в процессе распространения в рабочем пространстве печи подсасывает из окружающей среды высокотемпературные продукты сгорания. Капли мазута нагреваются за счет теплообмена с продуктами сгорания и раскаленными поверхностями рабочего пространства печи и испаряются. Наиболее интенсивно испарение протекает на начальном участке струи и особенно в пограничном слое. Пары топлива перемешиваются с воздухом и образуют горючую смесь, которая, разогревшись до температуры воспламенения, загорается.

Таким образом, процесс сжигания жидкого топлива можно разделить на следующие этапы: распыление жидкого топлива, испарение его и образование горючей смеси, воспламенение горючей смеси и горение последней. Конфигурации мазутного факела и полей температур и концентрации в нем такие же, как и в диффузионном турбулентном газовом факеле. Воспламенение начинается у корня по периферии, и затем пламя распространяется к центру.

Фронт пламени делит объем факела на две области: внутреннюю и наружную. Во внутренней области происходит нагрев и испарение капель топлива. Если нагрев протекает при низкой концентрации кислорода, то в интервале температур 550–750 К углеводороды, содержащиеся в мазуте, расщепляются несимметрично с образованием высокомолекулярных соединений, сажи и свободного углерода. При наличии кислорода во внутренней зоне парообразные углеводороды в интервале температур 500–550 К подвергаются окислению. Окисление углеводородов сопровожда-

ется выделением тепла и повышением температуры паров. Внедрение кислорода в молекулы углеводородов способствует более симметричному их расщеплению и препятствует образованию высокомолекулярных соединений, сажи и углерода. Пары топлива, смешиваясь с окислителем, сгорают во фронте пламени. Неиспарившиеся капли, высокомолекулярные углеводороды, сажа и элементарный углерод (коксовый остаток) не успевают сгореть в этой зоне и попадают в зону догорания, размеры которой определяются временем, необходимым для догорания перечисленных элементов. Наличие раскаленных твердых частиц обуславливает свечение мазутного факела.

Сжигание мазута организуют таким образом, чтобы в максимальной степени способствовать протеканию окислительных процессов и подавлять процессы расщепления. С этой целью весь необходимый воздух подается в корень факела. Наличие большого количества кислорода во внутренней области факела, с одной стороны облегчает протекание окислительных процессов, а с другой — понижает температуру в этой области и тем самым затрудняет образование высокомолекулярных соединений. При этом необходимо обеспечить хорошее перемешивание распыленного топлива с воздухом и особенно в зоне догорания.

Интенсификации сжигания мазута способствует также предварительный подогрев воздуха и мазута, что ускоряет газификацию последнего. Вместе с тем предварительный подогрев мазута не должен превышать 550 К, так как в противном случае при прохождении его через форсунку могут высадиться сажа и углерод, образовавшиеся в результате расщепления мазута, что нарушит нормальную работу форсунки. Для полного завершения горения температура в конце факела должна быть не ниже 1300–1350 К. Сжигание мазута должно осуществляться в большом пространстве, так как в случае соприкосновения факела с относительно холодными стенками печи температура факела может понизиться настолько, что содержащиеся в нем частицы сажи и углерода, а также высокомолекулярные углеводороды прекратят гореть, что обусловит большой химический недожог.

Горение твердого топлива

Если частицу твердого топлива, например, каменного угля, поместить в зону горения, то сначала некоторое время частица будет оставаться темной. В этот период, называемый периодом

подготовки, происходит сушка топлива, а затем его разложение с выделением летучих.

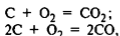
При достаточно высокой температуре через некоторое время частица окутывается ярко светящимся пламенем — происходит воспламенение летучих. Сама частица остается при этом темной, а ее температура, измеренная в центре, не превышает 800–900 К. Горение в этой стадии протекает так же, как выгорание капли мазута. После того, как частица прогреется до такой температуры, что основная часть летучих, заключенных в ней, выделится, пламя постепенно исчезнет. Момент окончания выхода летучих характеризует конец периода подготовки топлива к горению. Длительность этого периода не превышает 10% от общего времени горения частицы угля.

Второй период называется периодом горения коксового остатка. Этот период характеризуется быстрым накаливанием оставшейся массы до температуры порядка 1400–1500 К, которая затем остается неизменной до конца процесса и поддерживается за счет тепловыделения в ходе реакции. Горение в этот период происходит без пламени. Оно занимает 90% всего времени горения топлива. Расходование горючей массы в обоих периодах связано с различными по своей природе процессами. В период подготовки процесс нуждается для своего развития в подводе тепла извне и не может идти самостоятельно. В период горения коксового остатка процесс определяется тем, как быстро кислород подводится к горящему коксу. В этот период горение, раз возникнув, может идти затем самостоятельно до конца.

Воспламенение летучих не всегда является началом горения коксового остатка, так как между реакционными свойствами кокса и условиями воспламенения летучих нет никакой связи. Для того чтобы началось устойчивое горение кокса, необходимо, чтобы температура окружающей среды достигла определенной величины, при которой наступает явление, подобное воспламенению газовой смеси. При более низких температурах частица кокса реагирует медленно — идет процесс окисления, а не горения. Если необходимая температура в окружающей среде достигнута, тепловыделение в ходе реакции существенно превышает теплоотвод и частица самостоятельно, без дальнейшего повышения температуры окружающей среды, разогревается, превращаясь из темной в ярко светящуюся и с этого момента начинает устойчиво и сравнительно быстро сгорать. Это явление, подобное по форме

явлению самовоспламенения газов, получило название воспламенения твердого топлива, хотя не сопровождается появлением пламени. Температура, при которой происходит такого рода «воспламенение», называется температурой воспламенения твердого топлива.

После воспламенения коксового остатка протекают две реакции окисления углерода:



с одновременным образованием CO_2 и CO . С повышением температуры концентрация CO в продуктах сгорания быстро увеличивается, кроме того, становится заметной другая гетерогенная реакция $CO_2 + C = 2CO$. И, наконец, во всем интервале температур горения кокса протекает реакция горения оксида углерода $2CO + O_2 = 2CO_2$.

В процессе горения коксового остатка все перечисленные реакции протекают одновременно, а также продолжается выделение остаточного количества летучих и их горение. Скорость этого сложного процесса определяется наиболее медленной стадией – горением твердого углерода. Установлено, что скорость горения углерода с повышением температуры до 2100 К растет по закону Аррениуса, а затем падает до температуры 2600 К, далее снова растет, но менее интенсивно. Такое поведение углерода связано с перестройкой его структуры, сопровождающейся образованием менее реакционного вещества.

Реагирование углерода с кислородом происходит не только на внешней поверхности частицы, но и в порах коксового остатка, куда кислород проникает посредством диффузии. По мере роста температуры реакция горения кокса все в большей степени сосредоточивается на внешней поверхности частицы. Скорость горения углерода в значительной степени уменьшается в результате горения оксида углерода. Последняя реакция протекает у поверхности коксового остатка, при этом расходуется часть кислорода, направляющаяся к поверхности кокса. Такое же влияние на горение кокса оказывает горение остаточного количества летучих. Скорость выделения летучих зависит от размера частицы. Мелкие частицы прогреваются быстрее и выделение летучих у них завершается в подготовительный период. Экспериментально установлено, что время прогрева частицы до воспламенения летучих

пропорционально d/T^4 , где d — диаметр частицы. Из этого видно, что указанное время определяется в основном лучистым теплообменом. Время горения летучих прямо пропорционально d^2 и лимитируется диффузией кислорода.

Таким образом, для увеличения скорости горения твердого топлива необходимо, прежде всего, подвергнуть его измельчению. При этом возрастает поверхность контакта углерода с кислородом и ускоряются процессы выделения и сгорания летучих. При сжигании твердого топлива в факеле количество подводимого к частице кислорода зависит от расположения фронта пламени, в котором сгорают летучие и оксид углерода. Этот фронт располагается вблизи поверхности частицы и представляет собой тонкую ярко светящуюся оболочку. Если частица движется в потоке с относительной скоростью, большей 0,3–0,4 м/с, то происходит перемещение фронта пламени в ее кормовую область, а при дальнейшем повышении относительной скорости фронт пламени может вообще оторваться от частицы. Однако в естественных условиях относительная скорость частиц в потоке практически равна нулю. В этих условиях процесс диффузии кислорода к поверхности топлива ускоряют продольные пульсации скорости, составляющие 5–30% по отношению к средней скорости потока. Интенсивность горения во многом зависит от расположения и температурного уровня зоны зажигания. Чем ближе зона зажигания к корню факела и чем выше температура в этой зоне, тем выше суммарная степень выгорания топлива.

Длина пылеугольного факела сокращается при уменьшении начального размера частиц и начальной скорости двухфазного потока, при повышении пористости топлива, начальной концентрации кислорода и при увеличении коэффициента расхода воздуха. Полное выгорание твердого топлива возможно только при $n > 1$. При $n = 1$ теоретически необходимая длина факела для завершения процесса горения возрастает до бесконечности.

5. Расчет горения топлива

При расчете определяют расход воздуха или дугтя, обогащенного кислородом, количество и состав продуктов сгорания и их физические параметры, теплоту сгорания топлива и температуру горения. Расчет горения сводится к составлению материального и теплового балансов процесса горения.

Исходными данными при этом являются: вид топлива, его химический состав, конструкция топливосожигательного устройства и значение коэффициента расхода воздуха, а также температура воздуха и топлива. Если в печи сжигается смешанный газ, то в качестве исходных данных задаются химические составы каждого из газов, составляющих смесь, и низшая теплота сгорания, которой должен обладать смешанный газ. Расчет горения начинают в этом случае с определения состава смешанного газа. С этой целью рассчитывают теплоту сгорания каждого газа. Пусть смесь состоит из двух газов, обладающих теплотами сгорания $Q_{H_1}^p$ и $Q_{H_2}^p$. Если долю первого газа в смеси обозначить через x , то доля второго будет равна $(1 - x)$. Тогда теплота сгорания смешанного газа $Q_{H.см}^p$ равна

$$Q_{H.см}^p = x Q_{H_1}^p + (1 - x) Q_{H_2}^p,$$

$$\text{откуда } x = (Q_{H_2}^p - Q_{H.см}^p) / (Q_{H_2}^p - Q_{H_1}^p).$$

Определив x , можно рассчитать состав смешанного газа:

$$CO_{2см} = CO_2' + (1 - x) CO_2'';$$

$$H_2O_{см} = x H_2O' + (1 - x) H_2O''$$

и т.д.

В сумме получим 100% смешанного газа. Здесь CO_2' , H_2O' — содержание составляющих в первом газе, % (объемн.); CO_2'' , H_2O'' — содержание составляющих во втором газе, % (объемн.).

Дальнейшие расчеты ведут, исходя из состава смешанного газа по общей методике.

Во всех расчетах горения используется химический состав рабочей массы топлива, а объемы газообразных компонентов и плотность продуктов сгорания относятся к нормальным условиям: $p_0 = 100$ кПа; $T_0 = 273$ К.

Как указывалось выше, состав газообразного топлива задается в виде процентного содержания компонентов в сухой массе. Влага обычно задается в виде массы воды в единице объема сухого газа W , г/м³. Пересчет состава сухой массы в рабочую производится по формуле

$$x^p = x^a \frac{100}{100 + 0,1242 W},$$

где x^a — содержание какого-либо компонента в сухом газе, %; $0,1242 W$ — содержание водяного пара в газообразном топливе с влажностью W , %.

Материальный баланс процесса горения составляют для определения расхода воздуха или дутья, обогащенного кислородом, количества и состава продуктов сгорания, а также их физических параметров. Расход кислорода и количество образующихся продуктов сгорания определяют из стехиометрических уравнений горения, записанных для 1 моля каждого горючего составляющего (см. табл. 18.3). Относя эти уравнения к определенной массе горючего (при расчете горения жидкого или твердого топлива) и выразив количества газообразных веществ в объемных единицах, делением их массы на значения плотностей получают необходимое количество кислорода и выход продуктов сгорания. Расчет выполняют обычно на 100 кг жидкого или твердого топлива. Так как 1 моль любого газа при нормальных условиях занимает одинаковый объем, равный $22,4 \text{ м}^3$, то при расчете горения газообразного топлива расход кислорода и количество образующихся продуктов сгорания в 1 м^3 определяют непосредственно из стехиометрических уравнений. Расчет выполняют на 100 м^3 газа.

Если в качестве источника кислорода используется воздух, то его расход определяют следующим образом. Содержание кислорода в сухом воздухе составляет 23,2% (масс.) или 21% (объемн.). Остальную часть воздуха составляет азот. Следовательно, масса азота будет в $76,8/23,2 = 3,31$ раза больше, чем масса кислорода, а его объем в $79/21 = 3,76$ раза больше, чем объем кислорода. Таким образом, определив из стехиометрических уравнений необходимый расход кислорода, нетрудно рассчитать далее теоретически необходимый расход воздуха $V_{\text{д}}^{\text{T}}$.

Если для горения используется дутье, обогащенное кислородом, то его теоретический расход можно определить по формуле

$$V_{\text{д}}^{\text{T}} = V_{\text{O}_2} / O_2,$$

где O_2 — содержание кислорода в дутье, выраженное в долях от единицы; V_{O_2} — расход кислорода, определенный из стехиометрических уравнений, м^3 .

На практике расход окислителя, как правило, не соответствует теоретически необходимому, что связано с несовершенством го-

релочных устройств, либо диктуется особенностями технологического процесса в печи. Действительный расход воздуха определяют по формуле

$$V_B^A = n V_B^T,$$

где n — коэффициент расхода воздуха.

При применении обогащенного дутья, содержащего $> 21\% \text{ O}_2$, действительный расход дутья определяют по аналогичной формуле

$$V_D^A = n_0 V_D^T,$$

где $n_0 = V_{\text{O}_2}^A / V_{\text{O}_2}^T$ — коэффициент расхода кислорода.

При расчете количества и состава продуктов сгорания необходимо учитывать, что помимо диоксида углерода и водяных паров, образующихся в ходе реакций горения, в продукты сгорания переходят негорючие компоненты топлива и его влага в виде водяного пара, а также азот и влага воздуха или дутья, обогащенного кислородом. При сжигании топлива с $n > 1$ состав и количество продуктов сгорания изменяются вследствие увеличения количества азота и перехода в продукты сгорания избыточного кислорода. При применении дутья, обогащенного кислородом, количество и состав продуктов сгорания определяют с учетом заданного соотношения N_2/O_2 в дутье.

Увеличение содержания кислорода в дутье приводит к уменьшению количества образовавшихся при горении продуктов сгорания и изменению их состава.

Материальный баланс процесса горения удобно представлять в виде таблицы.

Для последующих аэродинамических и тепловых расчетов печи необходимо определить плотность продуктов сгорания и парциальное давление трехатомных газов, входящих в их состав. Плотность продуктов сгорания равна, кг/м^3 :

$$\rho_{п.ср} = M_{п.ср} / V_{п.ср}^A,$$

где $M_{п.ср}$ — масса продуктов сгорания, образующихся при сжигании единицы топлива.

При сжигании 1 м^3 газа образуется продуктов сгорания, кг :

$$M_{п.ср} = \rho_r^c + d_r / 1000 + 1,306 n V_B^T,$$

где d_r — влажность топлива, г/м³; 1,306 — плотность влажного воздуха, кг/м³; ρ_r^c — плотность сухого газа, кг/м³,

$$\rho_r^c = 0,01 [1,96 \text{ CO}_2 + 1,52 \text{ H}_2\text{S} + 1,25 \text{ N}_2 + 1,43 \text{ O}_2 + 1,25 \text{ CO} + 0,09 \text{ H}_2 + \Sigma(0,54m + 0,04n) \text{ C}_m\text{H}_n].$$

Масса продуктов сгорания, образующихся при сжигании 1 кг твердого или жидкого топлива, складывается из обеззоленной массы топлива и массы воздуха, подаваемого для горения, кг/(кг·т):

$$M_{\text{п.ср}} = 1 - A^p/100 + 1,306n V_{\text{в}}^{\text{т}}.$$

Парциальное давление трехатомных составляющих при нормальных условиях равно

$$p_{\text{RO}_2} = V_{\text{RO}_2}^{\text{д}}/V_{\text{п.ср}}^{\text{д}}; \quad p_{\text{НО}_2} = V_{\text{НО}_2}^{\text{д}}/V_{\text{п.ср}}^{\text{д}}.$$

Тепловой баланс процесса горения составляют для определения температуры горения. Под действительной температурой горения понимают ту температуру, которую приобретают продукты сгорания, покидающие зону горения. Эта температура зависит от теплоты сгорания топлива, конструкции и особенностей сожигательного устройства, температуры топлива и воздуха, подаваемых в зону горения, величины потерь тепла в окружающую среду и от интенсивности протекания реакций диссоциации продуктов сгорания. Последний фактор начинает заметно влиять при температуре горения порядка 2100 К, когда становятся заметными реакции разложения CO_2 и H_2O , входящих в состав продуктов сгорания, сопровождающиеся поглощением тепла.

Тепловой баланс зоны горения единицы топлива выражается формулой

$$Q_{\text{т}}^{\text{р}} + Q_{\text{т}}^{\text{ф}} + Q_{\text{в}}^{\text{ф}} = Q_{\text{п.ср}} + Q_{\text{н}} + Q_{\text{о.с}} + Q_{\text{дисс}},$$

где $Q_{\text{т}}^{\text{ф}} = c_{\text{т}}T_{\text{т}}$, Дж/кг или Дж/м³ — физическое тепло топлива, вносимое им в зону горения; $Q_{\text{в}}^{\text{ф}} = c_{\text{в}}T_{\text{в}}nV_{\text{в}}^{\text{т}}$, Дж/м³ — физическое тепло воздуха, вносимое им в зону горения; $Q_{\text{п.ср}} = c_{\text{п.ср}}T^{\text{д}}V_{\text{п.ср}}^{\text{д}}$, Дж/м³ — тепло продуктов сгорания, покидающих зону горения; $Q_{\text{н}}$ — потери тепла в зоне горения, связанные с химическим и механическим недожогом топлива, Дж/ед. топлива; $Q_{\text{дисс}}$ — потери тепла, связанные с диссоциацией продуктов сгорания в зоне го-

рения, Дж/ед. топлива; $Q_{o.c}$ — потери тепла в окружающую среду, Дж/ед. топлива.

Подставив значения слагаемых в последнее уравнение, получим формулу для определения действительной температуры горения

$$T^d = \frac{Q_N^p + Q_T^{\phi} + Q_B^{\phi} - Q_H - Q_{o.c} - Q_{дисс}}{c_{п.сг} V_{п.сг}^d}. \quad (18.81)$$

Определение действительной температуры горения аналитически или экспериментально представляет сложную задачу. В связи с этим в теплотехнических расчетах определяют обычно теоретическую или калориметрическую температуру горения.

Современные сожигательные устройства позволяют исключить нерегулируемый недожог ($Q_H = 0$). Принимая условия в зоне горения адиабатными ($Q_{o.c} = 0$), определяем теоретическую температуру горения

$$T^t = (Q_N^p + Q_T^{\phi} + Q_B^{\phi} - Q_{дисс}) / (c_{п.сг} V_{п.сг}^d). \quad (18.82)$$

Из формул (18.81) и (18.82) видно значительное влияние подогрева воздуха и топлива, а также коэффициента расхода воздуха на величины T^d и T^t . Влияние подогрева тем больше, чем выше температура подогрева и чем ниже теплота сгорания топлива.

Подогрев топлива и воздуха особенно важен при сжигании низкокалорийных газов в высокотемпературных печах, причем в ряде случаев применение этих газов без подогрева становится просто невозможным.

Изменение коэффициента расхода воздуха сложным образом влияет на температуру горения. При $n < 1$ его увеличение приводит к росту действительной температуры горения, так как уменьшается Q_H и возрастает Q_B^{ϕ} . Эти два фактора оказывают большее влияние, чем увеличение $V_{п.сг}^d$. При $n > 1$ увеличение коэффициента расхода воздуха приводит к понижению действительной температуры горения, так как при $n \geq 1$ химический недожог отсутствует, но имеет место увеличение объема продуктов сгорания, что приводит к снижению температуры горения.

Калориметрическая температура горения определяется для адиабатных условий в предположении отсутствия потерь тепла, связанных с диссоциацией продуктов сгорания ($Q_{дисс} = 0$):

$$T^k = (Q_N^p + Q_T^{\phi} + Q_B^{\phi}) / (c_{п.сг} V_{п.сг}^d). \quad (18.83)$$

Если подогрев топлива и воздуха невелик или полностью отсутствует, то

$$T^k = Q_H^p / (c_{п.сг} V_{п.сг}^d). \quad (18.84)$$

В формулы, при помощи которых определяются температуры горения, входит теплоемкость продуктов сгорания, которая является функцией температуры. В связи с этим калориметрическую температуру определяют методом последовательных приближений, используя понятие объемной энтальпии

$$i_0 = c_{п.сг} \cdot T^k = (Q_H^p + V_B^d \cdot c_B \cdot T_B + c_T \cdot T_T) / V_{п.сг}^d.$$

Глава 19

ТЕПЛОГЕНЕРАЦИЯ ЗА СЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1. Общие сведения

Из всех возможных источников тепловой энергии в металлургических печах — химическая энергия топлива, химическая энергия сырьевых материалов и электрическая энергия — только электрическая энергия обладает свойствами сравнительно простого преобразования ее параметров (силы тока, напряжения и частоты), передачи на расстояние с высоким к. п. д., плавного регулирования уровня потребления от нуля до максимума и теплогенерации с коэффициентом использования энергии, равным единице.

Применение электрической энергии для теплогенерации обеспечивает:

возможность концентрации большой энергии в малых объемах, что позволяет получать высокие температуры и большие скорости нагрева в компактных электрических печах;

возможность регулирования величины и распределения температуры в рабочем пространстве печи, что создает благоприятные условия для автоматизации теплового и технологического процессов;

совмещение нагрева с электрохимическим или электрофизическим действием электрической энергии, например, при электродинамическом воздействии на жидкий металл в электроплавильных печах;

возможность работы без атмосферы воздуха, что позволяет использовать давление в рабочем пространстве вакуумных или компрессионных электрических печей как фактор регулирования технологического процесса. При этом отсутствие дымовых газов обеспечивает коэффициент использования энергии, равный единице, повышает чистоту рабочего пространства электрических печей и улучшает условия труда обслуживающего персонала, уменьшает затраты на санитарно-технические мероприятия экологического характера.

Перечисляя достоинства электронагрева, следует также отметить транспортабельность и простоту подачи электрической энергии (по линиям электропередачи).

Недостатками электронагрева являются:

более высокая стоимость эксплуатации электрических печей по сравнению с топливными, т.е. стоимость 1 Дж, подведенного к печи в виде электрической энергии, в настоящее время значительно выше стоимости 1 Дж, полученного при сжигании топлива непосредственно в рабочем пространстве печи;

большая сложность оборудования электрических печей с точки зрения изготовления и комплектации, а следовательно, в ряде случаев большие капитальные затраты и более высокие требования к технической культуре производства; нередко также большой расход дорогих и дефицитных материалов на изготовление оборудования;

меньшая надежность и долговечность электрических печей.

С учетом перечисленных достоинств и недостатков применение электрической энергии для теплогенерации требует технико-экономического обоснования. В настоящее время на электронагрев расходуют около 15% всей потребляемой промышленностью электрической энергии.

2. Теплофизические основы преобразования электрической энергии в тепловую

Закономерности преобразования энергии в электромагнитном поле основаны на общей теореме переноса (движения) энергии, сформулированной в 1874 г. русским физиком-теоретиком Н.А. Умовым (1846–1915 гг.) и соответствующей закону сохранения энергии и представлениям о ее физической локализации: за счет притока (убыли) энергии W через замкнутую поверхность

площадью s , охватывающую некоторый объем V среды, происходит изменение суммы кинетической и потенциальной энергии частиц среды в этом объеме. Иначе, поток энергии в среду через ее границы равен скорости изменения энергии в среде:

$$\oint_s U ds = -\partial W/\partial t = -\int_V (\partial w/\partial t) dV = -\int_V q_V dV, \quad (19.1)$$

где U — вектор плотности потока энергии, названный вектором Умова, Вт/м²; w — объемная плотность энергии, Дж/м³; $q_V = -\partial w/\partial t$ — удельная (на единицу объема) скорость преобразования энергии, Вт/м³.

Применяя к формуле (19.1) теорему Остроградского—Гаусса, можно записать теорему Умова в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} U = -q_V = -\partial w/\partial t, \quad (19.2)$$

откуда

$$U = wv, \quad (19.3)$$

где v — скорость переноса энергии, м/с.

Таким образом, вектор Умова для любой формы движения (переноса) энергии равен произведению объемной плотности энергии на скорость ее переноса и зависит от свойств среды и характера движения.

Для выяснения особенностей преобразования энергии в материале, помещенном в электромагнитном поле, необходимо рассмотреть распределение в пространстве электрического поля с напряженностью \vec{E} и магнитного поля с напряженностью \vec{H} . Выражение для плотности потока электромагнитной энергии в функции полей E и H было получено в 1885 г. английским физиком Дж. Г. Пойнтингом (1852–1914 гг.):

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}]. \quad (19.4)$$

При гармоническом изменении величин электромагнитного поля во времени вектор Пойнтинга \vec{S} можно выразить в комплексной форме как векторное произведение комплекса напряженности электрического поля на сопряженный комплекс напряженности магнитного поля

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}^*] = \operatorname{Re} \vec{S} + j \operatorname{Im} \vec{S} = q_a + j q_p, \quad (19.5)$$

где q_a — вещественная часть комплекса, определяющая плотность потока активной энергии в единицу времени, Вт/м²; q_p — мнимая часть комплекса, определяющая плотность потока реактивной энергии в единицу времени (попеременно переходящей из электрической формы в магнитную и обратно), вар/м².

Плотность потока активной мощности q_a определяет сущность теплогенерации за счет электрической энергии; которая происходит:

в результате действия токов проводимости в проводящих средах по закону Ленца—Джоуля;

при магнитной поляризации ферромагнитных материалов;

при электрической поляризации диэлектриков;

в результате преобразования кинетической энергии электронов, ускоренных в электрическом поле;

за счет теплового эффекта электрических разрядов в газах;

при использовании когерентного излучения оптического квантового генератора.

3. Теплогенерация по закону Ленца—Джоуля

При наложении электромагнитного поля в проводящей среде (например, в кристаллической решетке металлов) электроны проводимости, не ослабляя своего хаотического движения со скоростями порядка тысяч километров в секунду¹, сравнительно медленно со скоростью v_d порядка 10^{-3} – 10^{-5} м/с «сносятся» против вектора \vec{E} силой \vec{F} , Н:

$$\vec{F} = -|e|\vec{E} = d(m_{эф}v_d)/dt, \quad (19.6)$$

где $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл — заряд электрона; $m_{эф}$ — эффективная масса электрона проводимости, отличающаяся от массы покоя электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг по причине электростатических взаимодействий в среде.

Такое слабо упорядоченное движение («дрейф») электронов обуславливает ток проводимости

$$\vec{J} = -N_e e v_d, \quad (19.7)$$

¹ Энергия этого движения соответствует энергетическому уровню Ферми (так называемая фермиевская энергия электрона) и в сотни раз превышает энергию теплового движения атомов или молекул обычного газа при комнатной температуре.

где \vec{J} — вектор плотности тока проводимости, А/м²; N_e — плотность электронов проводимости, м⁻³.

В металлах положительные ионы закреплены в узлах кристаллической решетки и совершают хаотические гармонические колебания относительно своих положений равновесия. В электронной теории вещества тепловые колебания решетки рассматривают согласно модели А. Эйнштейна как совокупность упругих волн, распространяющихся с различными частотами f . Каждой такой волне соответствуют фононы с энергией W_ϕ , Дж:

$$W_\phi = hf = \hbar\omega, \quad (19.8)$$

где $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка; $\hbar = h/2\pi = 1,05459 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Дирака; $\omega = 2\pi f$ — максимальная (характеристическая) угловая частота колебаний иона, с⁻¹.

При тепловом равновесии ион обладает средней энергией, Дж:

$$W_{cp} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} nhf \exp(-nhf/kT) \right] / \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nhf/kT} \right] = hf / (e^{-hf/kT} - 1), \quad (19.9)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — квантовое число; $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура тела, К.

При высоких температурах $kT \gg hf$ и согласно уравнению (19.9)

$$W_{cp} \approx kT. \quad (19.10)$$

Тепловые колебания ионов нарушают периодичность кристаллической решетки, препятствуют упорядоченному движению электронов, вызывая электрическое сопротивление току проводимости согласно закону Ома. Электроны рассеиваются внутри решетки, передавая ионам при неупругом взаимодействии избыток кинетической энергии ΔK , приобретенной в электромагнитном поле напряженностью E согласно уравнению (19.6):

$$\Delta K = 0,5m_{эф}v_d^2. \quad (19.11)$$

При таком взаимодействии возрастает потенциальная энергия ионов $\Delta\Pi$, Дж, вследствие увеличения их смещения Δx от положения равновесия в узлах решетки:

$$\Delta\Pi = 0,5M\omega^2(\Delta x)^2, \quad (19.12)$$

где M — масса иона, кг.

Из анализа уравнений (19.9) и (19.12) следует, что увеличение амплитуды тепловых колебаний Δx определяет повышение температуры, т. е. нагрев вещества.

Если прохождение тока проводимости не связано с изменениями структуры вещества и не сопровождается химическими процессами, внешняя работа электрических сил в соответствии с теоремой Умова (19.1) целиком идет на изменение тепловой энергии в единице объема нагреваемого тела со скоростью q_V , Вт/м³:

$$N_e v_d F = JF/e = JE = q_V. \quad (19.13)$$

Соотношение (19.13) выражает в дифференциальной форме закон теплового действия тока проводимости плотностью J согласно уравнению (19.7), известный под названием закона Ленца–Джоуля¹ и являющийся частным случаем закона сохранения энергии.

Теплотехнические возможности теплогенерации по закону Ленца–Джоуля зависят от способа подвода электромагнитной энергии согласно уравнению Пойнтинга (рис. 19.1), степени равномерности q_V в объеме зоны генерации тепла и взаимного расположения зоны генерации тепла и зоны технологического процесса.

Необходимый для теплогенерации ток проводимости можно создать, например, вдоль оси нагреваемого электропроводного тела (см. рис. 19.1, а), если с помощью контактов присоединить это тело к внешней электрической цепи, имеющей требуемую согласно закону Ома разность потенциалов. Такой контактный или кондукционный² подвод энергии осуществляют в электрических печах сопротивления, которые могут работать как на постоянном токе согласно (19.4), так и на переменном токе согласно (19.5). Если контакт с электрической цепью невозможен по электротехническим причинам или нежелателен по технологическим причинам, переменным электромагнитным полем индуцируют вихревые токи проводимости I_ψ (см. рис. 19.1, б). Такой индукционный³ подвод энергии осуществляют в индукционных печах, которые работают только на переменном токе согласно уравнению (19.5) высокой, повышенной или промышленной частоты.

¹ Закон установлен экспериментально в 40-х годах XIX столетия независимо друг от друга русским физиком и электротехником акад. Э.Х. Ленцем (1804–1865 гг.) и английским физиком Дж. П. Джоулем (1818–1889 гг.).

² Термин «кондукционный» — от лат. «conduco» — соединять.

³ Термин «индукционный» — от лат. «induco» — наводить, возбуждать.

Диссипация энергии переменного электромагнитного поля в электропроводной среде вызывает его затухание. Это явление характеризуют так называемой эквивалентной глубиной проникновения поля в данной среде δ_3 , м:

$$\delta_3 = \sqrt{2/(\omega\mu_a\sigma)} \approx 500\sqrt{\rho/(\mu_r f)}, \quad (19.14)$$

где $f = \omega/2\pi$ — частота колебаний поля, Гц; $\sigma = 1/\rho$ — удельная электрическая проводимость, См/м; ρ — удельное электрическое сопротивление, Ом·м; $\mu_a = \mu_r\mu_0$ — абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; μ_r — относительная магнитная проницаемость; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

На расстоянии от плоской поверхности, равном δ_3 , амплитуда напряженности полей E и H уменьшается в $e = 2,71828\dots$ раз, т.е. затухает до 36,8% от своего начального значения, а плотность потока энергии q_a согласно уравнению (19.5) уменьшается в $e^2 = 7,389\dots$ раз, т.е. снижается до 13,5% от своего начального значения. Поэтому в поверхностном слое толщиной δ_3 рассеивается в виде тепла 86,5% всей энергии переменного электромагнитного поля.

Таким образом, степень равномерности теплогенерации q_V при прочих неизменных условиях зависит от величины δ_3 : чем больше δ_3 , тем менее интенсивно затухает электромагнитное поле и тем более равномерно происходит теплогенерация согласно (19.13).

Анализ уравнений (19.13) и (19.14) показывает, что величина и равномерность распределения q_V в объеме V зоны генерации тепла зависят от параметров электромагнитной энергии E , H и f ; электрофизических свойств среды ρ и μ_r ; соотношения размеров зоны и эквивалентной глубины проникновения δ_3 .

В случае согласования параметров потока электромагнитной энергии с электрофизическими свойствами нагреваемого материала возможна теплогенерация по закону Ленца–Джоуля непосредственно в зоне технологического процесса в виде прямо-

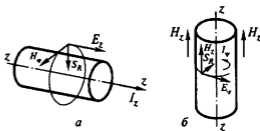


Рис. 19.1. Способ подвода энергии: а — кондукционный; б — индукционный

го кондукционного или индукционного нагрева. При прямом кондукционном нагреве на постоянном токе по схеме, приведенной на рис. 19.1, а, когда $f = 0$, δ_3 согласно (19.14) бесконечно велика и отсутствует поверхностный эффект, можно обеспечить равномерную теплогенерацию в объеме нагреваемого тела простой формы, например, цилиндрического или призматического стержня с высокими теплотехническими показателями. При прямом кондукционном или индукционном нагреве на переменном токе в условиях наличия поверхностного эффекта для получения заданного распределения q_V в объеме V зоны технологического процесса и для достижения оптимальных технико-экономических показателей требуется согласование размеров поперечного сечения нагреваемого тела с величиной δ_3 .

Необходимо отметить, что неравномерная прямая теплогенерация в условиях наличия поверхностного эффекта вызывает неравномерное распределение температуры по глубине и соответствующие теплообменные процессы (так называемая внутренняя теплопередача).

Одним из недостатков прямой теплогенерации по закону Ленца–Джоуля является трудность, а в большинстве случаев невозможность согласования параметров энергии с размерами и свойствами нагреваемого материала. Например, при нагреве стали с 300 до 1100–1300 К происходит резкое изменение в 8–9 раз удельной электрической проводимости, утрата магнитных свойств при нагреве выше точки Кюри. В таких случаях диссипацию энергии электромагнитного поля по закону Ленца–Джоуля обеспечивают вне зоны технологического процесса (так называемая косвенная теплогенерация) в зоне генерации тепла в виде среды с контролируемыми электрофизическими свойствами. Например, при косвенном кондукционном нагреве в электрических печах сопротивления косвенного действия применяют нагреватели, изготовленные из сплавов сопротивления с высоким удельным электрическим сопротивлением.

4. Теплогенерация при магнитной поляризации ферромагнитных материалов

Теплогенерация в ферромагнитных материалах является результатом необратимых энергетических преобразований при перемагничивании в переменном электромагнитном поле. При этом в

металлических ферромагнетиках будет происходить также и теплогенерация под действием токов проводимости, т.е. по закону Ленца—Джоуля.

Намагничивание ферромагнитного материала как процесс магнитной поляризации связано с изменением ориентации магнитных моментов орбитальных электронов в положительных ионах кристаллической решетки под воздействием внешнего электромагнитного поля. В переменном поле происходит прецессия¹ спинов с изменением энергии при возрастании магнитной индукции от $-B_{\max}$ до $+B_{\max}$ и при уменьшении магнитной индукции от $+B_{\max}$ до $-B_{\max}$. Приращение энергии магнитного поля намагничиваемого ферромагнитного материала можно найти по теореме Пойнтинга из интеграла

$$dW_M = \int_V H dB dV, \quad (19.15)$$

где $H dB = dw_r$ — приращение объемной плотности энергии, Дж/м³.

Как известно, зависимость между B и H ферромагнитных материалов имеет вид петли гистерезиса. За один цикл перемагничивания происходит диссипация энергии электромагнитного поля

$$w_r = \int_{-B_{\max}}^{+B_{\max}} H dB + \int_{+B_{\max}}^{-B_{\max}} H dB, \quad (19.16)$$

которая передается колебаниям кристаллической решетки, изменяя потенциальную энергию ионов вследствие увеличения их смещения [см. (19.12)] от положения равновесия в узлах кристаллической решетки. Увеличение амплитуды колебаний ионов решетки вызывает повышение температуры, т.е. нагрев материала.

Необходимо отметить, что теплогенерация при перемагничивании ферромагнитного материала представляет собой прямой ввод энергии в зону технологического процесса — так называемый прямой гистерезисный нагрев. Однако такая теплогенерация неравномерна из-за поверхностного эффекта, который при наличии гистерезиса усиливается согласно уравнению (19.14).

¹ Прецессия (от лат. «praecedo» — иду впереди, предшествую) — в механике есть движение оси собственного вращения тела, вращающегося около неподвижной точки, при котором эта ось описывает круговую коническую поверхность (движение волчка).

В технике такой нагрев специального применения не имеет, но теплогенерация w_r согласно формулам (19.15) и (19.16) способствует прямому кондукционному и индукционному нагревам по закону Ленца—Джоуля ферромагнитных металлов и сплавов на основе Fe, Ni и Co.

5. Теплогенерация при электрической поляризации диэлектриков

В отличие от металлов, в диэлектриках нет свободных электронов, способных под действием внешнего электромагнитного поля перемещаться по всему объему и быть носителями электрического тока. Все электрические заряды диэлектрика связаны с атомами и молекулами вещества. Но эти связанные заряды могут под действием электрического поля смещаться от своих положений равновесия в узлах решетки диэлектрика и создавать дипольные электрические моменты. Этот процесс называют электрической поляризацией.

Под действием переменного электрического поля диэлектрик будет поляризоваться то в одном, то в другом направлении, совпадающем с направлением вектора \vec{E} . Изменение размещения связанных зарядов создает эффект движения (точнее, смещения) зарядов, т.е. электрический ток, который называют током поляризации или током смещения. Электрическое поле в диэлектрике, характеризуемое вектором электрической индукции \vec{D} , изменяется при возрастании от $-D_{\max}$ до $+D_{\max}$ и при уменьшении от $+D_{\max}$ до $-D_{\max}$. Приращение энергии электрического поля в диэлектрике можно найти по теореме Пойнтинга из интеграла

$$dW_3 = \int_V E dD dV, \quad (19.17)$$

где $E dD = dw_d$ — приращение объемной плотности энергии, Дж/м³.

В диэлектрике, имеющем зависимость между D и E в виде петли гистерезиса, за один цикл изменения переменного электромагнитного поля происходит диссипация энергии поля

$$w_d = \int_{-D_{\max}}^{+D_{\max}} E dD + \int_{+D_{\max}}^{-D_{\max}} E dD, \quad (19.18)$$

которая расходуется на совершение работы по преодолению действия внутриатомных и внутримолекулярных сил, изменяет по-

тенциальную энергию атомов и молекул, усиливая колебания и увеличивая амплитуды их смещения относительно узлов равновесия пространственной решетки, что проявляется в повышении температуры диэлектрика.

Теплогенерация при электрической поляризации диэлектрика представляет собой прямой ввод энергии в зону технологического процесса — так называемый прямой диэлектрический нагрев.

Удельная скорость преобразования энергии при диэлектрическом нагреве q_V с учетом уравнений (19.17) и (19.18) прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля E , частоте изменения поля f и зависит от диэлектрических свойств нагреваемого материала, характеризуемых абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ_a .

Теплогенерация за счет токов поляризации значительно менее интенсивна, чем при использовании токов проводимости, но применительно к диэлектрикам является единственным способом, обеспечивающим прямой нагрев материала, минуя теплопередачу через границы зоны технологического процесса. При этом равномерность теплогенерации q_V во всем объеме зоны технологического процесса зависит от распределения вектора электрической индукции $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$.

6. Теплогенерация за счет ускорения потока электронов

Этот способ теплогенерации основан на преобразовании потенциальной энергии, которой обладает электрический заряд электрона e в электрическом поле напряженностью E , в кинетическую энергию K_e движения электрона с последующим преобразованием ее в тепловую энергию при взаимодействии этого электрона с кристаллической решеткой нагреваемого металла.

На длине свободного пути электрона Λ потенциальное поле совершает работу A , равную уменьшению потенциальной энергии $\Delta\Pi$ этого электрона:

$$A = -\Delta\Pi = -e\Delta\phi = e\Lambda E, \quad (19.19)$$

где ϕ — потенциал в данной точке поля, В.

При этом электрон массой m_e приобретает скорость v_e и кинетическую энергию K_e направленного движения:

$$K_e = 0,5 m_e v_e^2. \quad (19.20)$$

Во избежание рассеяния приобретенной кинетической энергии электрон на своем пути не должен иметь столкновений с молекулами газовой среды печи, т.е. длина свободного пути электрона должна превышать линейные размеры рабочего пространства. Поэтому создают высокий вакуум с давлением $5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}$ Па, когда Λ достигает нескольких метров.

При этом условии в уравнении (19.19) разность потенциалов $\Delta\varphi$ соответствует разности потенциалов между катодом и анодом, т.е. при нулевом потенциале заземленного катода $\Delta\varphi$ будет соответствовать положительному потенциалу анода $\Delta\varphi_a$, равному

$$\Delta\varphi_a = \Lambda E = U_a, \quad (19.21)$$

где U_a — анодное или ускоряющее напряжение, В.

С учетом уравнений (19.19)–(19.21) скорость направленного движения электрона равна

$$v_e = \sqrt{2e/m_e} \sqrt{U_a} \approx 0,6 \cdot 10^6 \sqrt{U_a}, \quad (19.22)$$

где v_e — скорость электрона, м/с.

Получение большой кинетической энергии электрона, обладающего чрезвычайно малой массой, возможно согласно уравнению (19.20) за счет ускорения его до огромных скоростей v_e . Обычно в нагревательных и плавильных установках применяют ускоряющее напряжение порядка 15–35 кВ, что позволяет ускорять электроны до скоростей 72–111 тыс. км/с, которые составляют без учета релятивистского эффекта 24–37% скорости света.

Электроны, поступающие в межэлектродный промежуток в результате термоэлектронной эмиссии из катода, в электрическом поле формируются в виде направленного потока быстролетящих электронов, называемого электронным лучом. Мощность электронного луча определяется кинетической энергией N электронов, отнесенной к единице времени:

$$P = NK_e/t = (Ne/t) U_a = I_a U_a = kU_a^{5/2}, \quad (19.23)$$

где $I_a = Ne/t$ — сила тока переноса в вакууме, связанная с величиной ускоряющего напряжения U_a так называемым законом «трех вторых» в отличие от закона Ома:

$$I_a = kU_a^{3/2}, \quad (19.24)$$

k — постоянная, характеризующая размеры и форму катода и анода.

Достигая поверхности нагреваемого металла, электроны электронного луча, называемые первичными, внедряются в кристаллическую решетку, испытывая торможение на своем пути в результате взаимодействия с ионами, свободными и связанными электронами. В пространстве, пронизанном электрическими полями первичных электронов, происходит увеличение потенциальной энергии ионов, связанное согласно уравнению (19.12) с усилением перемещений и амплитуды их колебаний в узлах решетки и вызывающее согласно выражению (19.9) местное (локальное) повышение температуры металла.

При величине ускоряющего напряжения 15–35 кВ глубина внедрения электронного луча в металл составляет микрометры. Поэтому для технологических процессов нагрева и плавления металлов такой способ теплогенерации за счет кинетической энергии электронов представляет собой практически косвенный, так называемый электронно-лучевой нагрев.

Возможность управления движением электронов электрическим и магнитным полем позволяет фокусировать и перемещать электронный луч по поверхности нагрева, создавая заданную плотность теплового потока (Вт/см^2) порядка 10^4 для плавки, 10^7 для сварки, 10^{10} для размерной обработки материалов.

Необходимо отметить снижение коэффициента использования энергии при электронно-лучевом нагреве из-за побочных энергетических преобразований при внедрении первичных электронов в кристаллическую решетку нагреваемого металла:

а) возникновение тормозного рентгеновского излучения при торможении первичных электронов, биологическое воздействие которого опасно для обслуживающего персонала (по этой причине ограничено верхнее значение ускоряющего напряжения, особенно при плавке тяжелых металлов);

б) возникновение характеристического рентгеновского излучения при релаксации связанных электронов после их возбуждения первичными электронами в результате неупругого соударения;

в) появление потока отраженных первичных электронов при изменении траектории их движения после упругих соударений с микрочастицами решетки;

г) «выбивание» вторичных электронов при неупругих столкновениях со свободными электронами решетки;

д) термоэлектронная эмиссия с поверхности нагретого металла.

Кроме этого, при плавлении металла происходит взаимодействие первичных электронов с парами металла и выделяющимися газами над зеркалом жидкого металла.

Поэтому коэффициент использования энергии при электроннолучевом нагреве можно оценить величиной 0,7–0,85, где меньшее значение для «тяжелых» металлов типа рения, вольфрама, тантала; большее значение — для более «легких» металлов типа железа, титана, меди.

7. Теплогенерация за счет электрических разрядов в газах

В обычных физических условиях газы не проводят электрический ток и теплогенерация за счет электрической энергии в них невозможна. Под действием электромагнитного поля можно осуществить электрический разряд в газе путем разрушения нейтральных молекул. В зависимости от величины внешнего энергетического воздействия на молекулу может произойти ее возбуждение с усилением колебательного движения атомов, диссоциация с расщеплением на более простые частицы — фрагментированные молекулы или атомы, ионизация с образованием молекулярного иона, возбуждение и ионизация атомов. Энергетические воздействия в газах осуществляются при соударениях частиц и при поглощении излучения. Поэтому повышение температуры газа помимо усиления теплового движения молекул и пропорционального увеличения средней кинетической энергии и энтальпии газа способствует возбуждению, диссоциации и ионизации нейтральных молекул при их соударении. Именно такой ионизационный процесс возможен при термической ионизации газов, составляющей сущность одной из разновидностей электрических разрядов в газах — дугового разряда.

Отрыв электрона от атома (ионизация атома) требует определенной энергии — энергии ионизации $W_{и}$, которая равна энергии связи в атоме. Для того чтобы при соударении нейтральных частиц массой M имела место ионизация, необходимо наличие у ударяющей частицы кинетической энергии теплового движения со скоростью v_n при нагреве газа до температуры T :

$$W = 1,5kT = \Delta K = 0,5 M v_n^2, \quad (19.25)$$

равной или большей энергии ионизации ударяемой частицы $W_{и}$. Условие $W > W_{и}$ выражает энергетику процесса ионизации как эндотермического процесса.

Следует отметить, что эндотермическому процессу ионизации предшествует также эндотермический процесс диссоциации многоатомных молекул газа, протекающий с поглощением энергии диссоциации $W_{д}$. Теоретически эти процессы могут происходить при любой температуре T , практически же они начинают играть заметную роль в энергетике газа при $T > 2000-3000$ К.

Электропроводность газа можно увеличить за счет одного из пяти возможных видов эмиссии электронов: термоэлектронная из горячего катода; автоэлектронная или электростатическая из холодного катода; фотоэлектронная; вторичная, вызванная положительными ионами; вторичная, вызванная метастабильными атомами.

Приложенное электромагнитное поле повышает энергию ионизированного газа, ускоряя заряженные частицы, особенно электроны ввиду их высокой подвижности. Возрастающая согласно уравнению (19.20) кинетическая энергия электронов ΔK_e частично превращается в тепловую энергию, повышая энтальпию газа W_3 при нагреве до 10^3-10^4 К и вызывая диссоциацию многоатомных молекул газа с затратой энергии $W_{д}$. Другая часть энергии электромагнитного поля аккумулируется в ионизированном газе в виде $W_{и}$. Поэтому суммарные энергозатраты W_{Σ} со стороны электромагнитного поля на создание электрического разряда в газах равны

$$W_{\Sigma} = W_3 + W_{д} + W_{и}. \quad (19.26)$$

В ионизированном газе наряду с процессами ионизации происходит нейтрализация заряженных частиц вследствие процесса рекомбинации. При рекомбинации выделяется энергия, эквивалентная $W_{и}$, причем механизм рекомбинации связан с превращением кванта энергии в фотон. Излучение, порождаемое рекомбинацией, является одной из причин свечения многих форм электрического разряда и эффективным способом теплогенерации для дугового разряда, применяемого в дуговых печах.

Необходимо отметить, что величину W_{Σ} наиболее существенно можно увеличить за счет $W_{и}$ по мере повышения степени ионизации газа — однократной при отрыве одного электрона или многократной при отрыве нескольких электронов (рис. 19.2).

При достаточно высокой степени ионизации газ приобретает особые электрофизические и физико-химические свойства, что дает основание рассматривать ионизированный газ как четвертое агрегатное состояние вещества – плазму. Газоразрядную плазму, получаемую при электрических разрядах в газах, успешно применяют не только как энергоноситель, согласно уравнению (19.26),

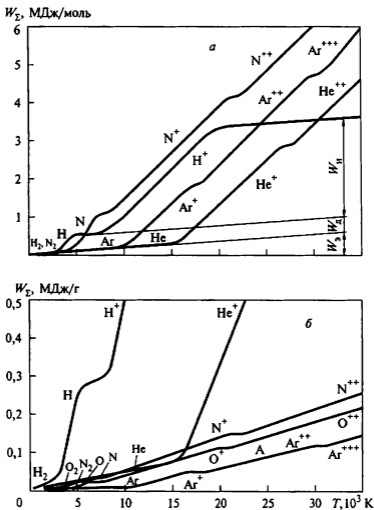


Рис. 19.2. Зависимость молярного (а) и удельного (б) энергосодержания газоразрядной плазмы от температуры при атмосферном давлении

для косвенного подвода тепловой энергии в зону технологического процесса так называемых плазменных печей, но и как активный технологический фактор в так называемой плазменной металлургии как разновидности плазмохимической технологии, когда пирометаллургические процессы протекают в среде диссоциированных и ионизированных газов.

Газоразрядная плазма разогревается из-за внутренней теплогенерации за счет диссипации энергии электромагнитного поля при прохождении электрического тока через ионизированный газ, когда происходит увеличение кинетической энергии заряженных частиц (электронов и ионов) и превращение ее в тепловую вследствие процессов соударения с тяжелыми частицами (ионами, атомами, молекулами).

Различие температур электронов и тяжелых частиц определяет особенности теплообмена между неравновесной (неизотермической) плазмой и нагреваемым материалом (рис. 19.3), когда, помимо теплопроводности и конвективного теплопереноса тяжелыми частицами через пограничный слой, имеет место перенос энергии электронами за счет их диффузии и теплопроводности, а также излучение энергии, выделяющейся при рекомбинации заряженных частиц, релаксации возбужденных атомов и ассоциации диссоциированных молекул и молярных ионов.

Тип электрического разряда в газах определяют два основных процесса — эмиссия электронов из катода и образование в газовой среде электронов и ионов. В свою очередь, характер разряда зависит от множества факторов: от химической природы газа и электродов, от температуры и давления газа, от формы, размеров и взаимного расположения электродов, от электрических параметров (напряжения, плотности тока) и т. п.



Рис. 19.3. Схема преобразования и передачи энергии в установках плазменного нагрева

В металлургии применяют электрические разряды в газах с учетом протекающих в них электрофизических процессов и теплогенерации следующих типов:

коронный — для ионизации аэрозолей в электрическом поле напряженностью 15 кВ/см и выше при очистке дымовых газов в электрофильтрах, а также в различных электронно-ионных технологических процессах;

искровой — для электроэрозионной обработки металлов за счет теплового и механического воздействия импульсных электронных лавин, возникающих при напряжении 100–200 В и нагревающих газ до 10^4 К;

тлсующий — для распыления металлов за счет бомбардировки катода положительными ионами разреженного газа при получении тонких пленок в полупроводниковой технологии и при производстве сверхпроводящих материалов;

дуговой¹ — для теплогенерации в дуговых, рудовосстановительных и плазменно-дуговых печах, при дуговой сварке, в электрохимических горелках и т. д.

Межэлектродный промежуток дугового разряда по длине и характеру происходящих электрофизических процессов и энергетических преобразований состоит из трех зон — катод и катодная область, столб дуги, анодная область и анод.

Нагрев катода для термоэлектронной эмиссии происходит в результате рекомбинации бомбардирующих его положительных ионов, а также теплопроводностью от ближайших слоев газоразрядной плазмы в столбе дуги. Температура катодного пятна приближается к температуре кипения материала и составляет при графитированном (в дуговых печах) или угольном (в рудовосстановительных печах) катоде 3500–4000 К, при стальном катоде (в дуговых вакуумных печах) 3000–3200 К. Такая теплогенерация на катоде используется при вакуумном дуговом переплаве для нагрева и плавления металлических, так называемых расходимых электродов.

Катодная область по протяженности приблизительно равна длине свободного пути электрона, что при атмосферном давлении составляет около 10^{-5} см. В этой области электроны эмис-

¹ Приоритет открытия в 1802 г. и исследования технологических возможностей дугового разряда принадлежат русскому ученому, акад. В. В. Петрову (1761–1834 гг.).

сии ускоряются электрическим полем, увеличивая свою кинетическую энергию на величину $\Delta K_e = eU_k$, где U_k — падение напряжения в катодной области дугового разряда. Величина ΔK_e должна быть достаточной для ионизации нейтральных частиц атмосферы межэлектродного промежутка, т. е. $\Delta K_e \geq W_H$. Падение напряжения U_k также ускоряет положительные ионы, летящие в сторону катода, обеспечивая тем самым соответствующие энергетические преобразования в этой области дугового разряда, способствующие теплогенерации на катоде и в столбе дуги.

Энергетические преобразования и теплопередача вследствие теплопроводности, излучения и конвекции определяют величину продольного градиента потенциала электрического поля в столбе дуги $\text{grad } U_c$. Температура столба дуги соответствует минимальному $\text{grad } U_c$ (принцип Штеенбека) и составляет для условий работы дуговых сталеплавильных печей 5000–8000 К. Как указывалось выше, при технологически необходимом увеличении энерго-содержания газоразрядной плазмы в плазменных печах температура достигает 10 000–30 000 К (см. рис. 19.2).

Вблизи анода электроны, поступающие из столба дуги, получают дополнительную кинетическую энергию аналогично (19.19) за счет энергии электрического поля, характеризуемого падением напряжения в анодной области дугового разряда U_a .

На аноде происходят физические процессы, составляющие сущность электронно-лучевого нагрева, в частности, ускоренные электроны внедряются в кристаллическую решетку материала анода, в результате чего их кинетическая энергия рассеивается в виде тепла в анодном пятне, что вызывает локальное повышение температуры анода. Тепло, генерируемое на аноде, расходуется на нагрев, плавление и необходимый перегрев жидкого металла, на излучение в окружающую среду и на потери теплопроводностью через тело анода.

Электрическая мощность дугового разряда P_d , характеризующая (при коэффициенте использования энергии данного способа теплогенерации, равном единице) тепловую мощность, т. е. скорость преобразования электрической энергии в тепловую, согласно (19.4), равна

$$\begin{aligned}
 P_d &= I_d U_d = I_d (U_k + \text{grad } U_c l_c + U_a) \approx \\
 &\approx I_d [(U_k + U_a) + \text{grad } U_c l_d],
 \end{aligned}
 \tag{19.27}$$

где I_d — сила тока дугового разряда; l_c — длина столба дуги; l_d — общая длина дуги, которую вследствие малой протяженности катодной и анодной областей можно считать равной длине столба, т.е. $l_d \approx l_c$.

Уравнение (19.27) показывает возможность регулирования тепловой мощности дугового разряда в широких пределах в соответствии с требованиями технологического процесса за счет изменения силы тока I_d , напряжения дуги U_d и длины дуги l_d или межэлектродного расстояния при перемещении электродов. Например, в дуговых сталеплавильных печах, работающих на трехфазном переменном токе, при $l_d \approx 15-25$ см, $\text{grad} U_c \approx 10-40$ В/см и $I_d = 100-120$ кА, достигают $P_d \approx 75-100$ МВт (полная мощность печей $120-160$ МВ·А); в дуговых вакуумных печах, работающих на постоянном токе при $l_d \approx 2-5$ см, $\text{grad} U_c \approx 0,5-2,5$ В/см и $I_d \approx 25-50$ кА, достигают $P_d \approx 0,5-1,5$ МВт.

8. Теплогенерация при использовании когерентного излучения оптического квантового генератора

Работа оптического квантового генератора основана на явлении усиления электромагнитных колебаний при помощи индуцированного излучения микрочастиц квантовой системы. Создание когерентного¹ излучения монохроматических волн оптического диапазона в виде узконаправленного пучка позволяет с помощью системы линз получить световое пятно диаметром $20-40$ мкм с освещенностью до $10^{12}-10^{16}$ Вт/см², при этом спектральная плотность потока излучения достигает $10^{17}-10^{18}$ Вт/(см²·мкм), что превосходит излучение Солнца в сотни миллионов раз.

Излучение электромагнитной энергии такой высокой плотности сопровождается соответственно высокой напряженностью электрического поля, превосходящей значение E полей, связывающих внешние (валентные) электроны в атомы вещества. При столь высоких энергиях и напряженностях полей происходит интенсивное увеличение кинетической энергии частиц, вызывающее изменение агрегатного состояния вещества (нагрев, плавление, испарение, возбуждение и ионизацию). Это качество излучения

¹ Когерентность (от лат. «cohaerentis» — находящийся в связи) — согласованное протекание волновых (колебательных) процессов, имеющих одинаковую частоту, фазу, направление движения и поляризацию.

оптических квантовых генераторов положено в основу технологического его применения для обработки материалов (плавление и испарение тугоплавких материалов, сварка, получение малых отверстий), эмиссии электронов и ионов из твердых тел, ионизации газов, получения высокотемпературной плазмы.

В металлах кванты излучения hf поглощаются электронами проводимости, избыток кинетической энергии которых ΔK расходуется на изменение потенциальной энергии решетки согласно (19.12). Этот процесс протекает в световом пятне на глубине до 10^{-6} – 10^{-5} см, соответствующей глубине проникновения излучения в металл. Световое пятно представляет собой круговой поверхностный источник тепла, обеспечивающий локальный нагрев металла. Перенос тепла в металле осуществляется механизмом электронной теплопроводности, когда размер нагретой области за время t определяется как \sqrt{at} , где a – коэффициент температуропроводности.

Как показывают расчеты, минимальная плотность поглощенного светового потока для нагрева железа до температуры плавления составляет 2,3 МВт/см² для пятна диаметром 10 мкм и 0,6 МВт/см² для пятна 40 мкм. Излучение плотностью 10^6 – 10^8 Вт/см² вызывает испарение металла, а при образовании потока паров – выброс массы жидкой фазы в виде сверхзвуковых струй, т.е. происходит разрушение металла. Более мощные световые потоки плотностью $>10^8$ Вт/см² начинают заметно поглощаться в нагретых парах металла в результате возбуждения и последующей ионизации атомов, вследствие чего возникает электрический разряд, появляется свечение над поверхностью металла, т.е. образуется плазма. Поэтому применение таких световых потоков в металлообработке нецелесообразно.

Свойства излучения оптических квантовых генераторов представляют интерес для сверхвысокотемпературного нагрева. Преодолев технические трудности в разработке эффективного оптического квантового генератора, можно создать нагревательные и плавильные установки, способные вытеснить сложные установки электронно-лучевого нагрева с их обязательным высоким вакуумом, необходимым для получения электронного луча. Необходимо отметить, что оптический квантовый генератор обеспечивает бесконтактный ввод энергии в зону технологического процесса в любой прозрачной среде (вакууме, защитных газовых средах) и в труднодоступных местах, локальность воздействия на материал без деформации и изменения структуры всего объема.

**ТЕПЛОГЕНЕРАЦИЯ ЗА СЧЕТ ВЫГОРАНИЯ
ПРИМЕСЕЙ МЕТАЛЛА И ШИХТЫ****1. Теплогенерация за счет выгорания
примесей металла**

Как известно, производство стали из чугуна связано с удалением из последнего таких примесей как углерод, кремний, марганец, сера, фосфор. Удаление примесей из расплавленного металла производится путем их окисления с использованием кислорода, вводимого в металлическую ванну. Реакции окисления примесей идут с положительным тепловым эффектом. Тепло, выделяющееся при окислении примесей, играет очень важную роль в процессе производства стали. Особенно это относится к углероду, поскольку он окисляется в наибольшем количестве.

В настоящее время производство стали из чугуна осуществляется в агрегатах двух типов — мартеновских печах и конвертерах. В мартеновских печах, работающих с использованием топлива, тепло, выделяющееся при окислении примесей металла (в основном, углерода), оказывает хотя и заметное, но все же подчиненное влияние на тепловую работу сталеплавильной ванны и печи в целом. В конвертерах тепло, выделяющееся при окислении примесей чугуна, является единственным источником тепла, количество и использование которого почти полностью определяет характер тепловой работы сталеплавильного агрегата.

Все это делает необходимым тщательный анализ тепловых характеристик реакций окисления примесей жидкого чугуна. Сделаем это на примере углерода — примеси чугуна, окисление которой, как указывалось выше, играет наиболее важную роль. Установлено, что в пределах сталеплавильной ванны углерод окисляется, в основном, до CO, которая в дальнейшем может дожигаться уже вне сталеплавильной ванны.

Реакция окисления углерода $2C + O_2 = 2CO + Q_{CO}$ идет с положительным тепловым эффектом, равным Q_{CO} , но это не значит, что именно это количество тепла может быть использовано в сталеплавильной ванне. Дело в том, что углерод, находящийся в расплавленном чугуне, имеет, конечно, температуру чугуна, а кислород, введенный в сталеплавильную ванну, будет иметь существенно отличную от чугуна температуру и должен быть на-

грет до этой температуры. Поэтому количество тепла, которое при окислении углерода может быть использовано в сталеплавильной ванне, будет равно разности между тепловым эффектом реакции окисления (С до СО) и количеством тепла, пошедшим на нагрев окислителя до температуры расплавленной ванны. Эта разность представляет собой, по существу, тепловой баланс реакции окисления углерода или какого-либо другого элемента. Она может иметь как положительное, так и отрицательное значение и указывает на наличие избытка или недостатка тепла, образующегося при различных реакциях окисления примесей, который может повлиять на изменение энтальпии сталеплавильной ванны. Эту величину, представляющую собой итог теплового баланса окисления и ошлакования (для Si, Mn, S, P) примесей, содержащихся в расплавленном металле, М.А. Глинков назвал тепловым эквивалентом примеси, исчисляемым в джоулях на 1 кг примеси.

В соответствии с технологией сталеплавильного процесса кислород в расплавленный металл может поступать из следующих источников:

из атмосферы печи с температурой около 1500 °С (мартеновские печи);

из кислородного дутья при температуре ≈20 °С (кислородные конвертеры, мартеновские печи с продувкой ванны кислородом);

из воздушного дутья при температуре ≈20 °С (конвертеры с воздушным дутьем);

из железной руды (Fe_3O_4), забрасываемой в сталеплавильную ванну для усиления окислительных процессов.

Все четыре источника кислорода для окисления как углерода, так и других примесей приведут к разным величинам тепловых эквивалентов, значения которых лежат в основе расчета теплового баланса сталеплавильной ванны в целом (табл. 20.1).

Переход кислорода из атмосферы печи в металлическую ванну в результате сложных тепломассообменных процессов не связан с его дополнительным нагревом в ванне, поэтому тепловые эквиваленты при использовании этого окислителя имеют наивысшее значение. При кислородном дутье кислород вводится в ванну холодным и, нагреваясь до температуры ванны, отбирает часть тепла.

При воздушном дутье тепло расходуется не только на нагрев кислорода до температуры сталеплавильной ванны, но значитель-

Таблица 20.1. Тепловые эквиваленты основных примесей (расчетные данные для основного сталеплавильного процесса)

Элемент	Тепловые эквиваленты, кДж/кг, примеси при окислителях					Соединение в шлаке, учтенное в расчете
	кислороде при		воздухе при 25 °С	Fe ₂ O ₃ при		
	1500 °С	20 °С		700 °С	25 °С	
C	8 970	6 970	-607	-14 030	-1 700	95% CO 5% CO ₂
Si	39 700	37 000	29 000	18 650	16 060	CaSiO ₄ (CaO при 700 °С)
Mn	7 880	7 420	57 600	7 400	2 450	MnO
P	39 300	37 200	29 700	11 000	5 280	(CaO) ₄ P ₂ O ₅ (CaO при 700 °С)

ное количество тепла уносится с азотом, который покидает ванну, приобретя практически ее температуру.

Использование твердых окислителей связано не только с их нагревом до температуры жидкой ванны, но и с их разложением и с переходом в металлическую ванну кислорода в виде FeO.

Окисление таких примесей как Si, Mn, P и S сопровождается их ошлакованием (при помощи CaO) и переходом в шлак, подобный процесс также должен быть учтен при расчете тепловых эквивалентов (см. табл. 20.1).

Как известно, чугун представляет собой металл, содержащий одновременно, в различных соотношениях, указанные выше примеси, которые и окисляются в процессе передела чугуна в сталь. Поэтому можно говорить о тепловом эквиваленте чугуна, как источника тепловой энергии для сталеплавильного процесса. Тепловой эквивалент чугуна рассчитывается, естественно, с учетом количества окисленных примесей и величины их тепловых эквивалентов и будет равен, кДж/кг чугуна:

$$Q_{Т.З}^Ч = (C \cdot Q_{Т.З}^C + Si \cdot Q_{Т.З}^{Si} + Mn \cdot Q_{Т.З}^{Mn} + P \cdot Q_{Т.З}^P) 10^2,$$

где $Q_{Т.З}^C$, $Q_{Т.З}^{Si}$, $Q_{Т.З}^{Mn}$, $Q_{Т.З}^P$ – тепловые эквиваленты примесей (кДж/кг), взятые для соответствующего метода подачи кислорода в сталеплавильную ванну; C, Si, Mn, P – содержание примесей в чугуне, %.

Таблица 20.2. Тепловые эквиваленты различных чугунов (расчетные данные при 700 °С)

Химический состав чугуна, %				Тепловые эквиваленты, кДж/кг чугуна, при окислителях				
С	Si	Mn	P	кислороде при		воздухе при 25 °С	Fe ₃ O ₄ при	
				1500°С	25 °С		700 °С	25 °С
4,3	0,40	0,35	0,14	628	523	125	-565	-733
4,4	0,85	1,05	0,11	838	733	335	-336	-565
4,2	0,7	2,0	0,12	854	733	347	-285	-532

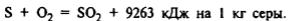
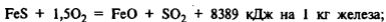
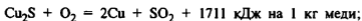
Тепловой эквивалент чугуна зависит как от метода подвода кислорода в сталеплавильную ванну, так и от химического состава чугуна, что хорошо видно из табл. 20.2.

2. Теплогенерация за счет химической энергии сульфидных материалов

Сульфидные материалы, в состав которых входят один или несколько цветных металлов, представляют собой ценное металлургическое сырье, получившее особенно широкое применение в производстве тяжелых цветных металлов. В процессе переработки сульфиды окисляются в результате взаимодействия с вводимым в зону технологического процесса кислородом дутья. Реакции окисления сопровождаются выделением большого количества тепла, и поэтому в печи сульфидные материалы практически выполняют функции технологического (сульфидного) топлива. Эффективность использования и рабочие свойства этого топлива во многом зависят от параметров технологического процесса и его аппаратурного оформления. Например, высокотемпературный обжиг (окисление) сульфидных концентратов в печах кипящего слоя протекает в автогенном режиме, т. е. за счет тепла технологических реакций. Тот же процесс в многоподовых печах требует значительных затрат обычных видов топлива, достигающих в пересчете на условное до 10% от массы перерабатываемого концентрата. Вследствие этого при оценке энергетических характеристик сульфидных материалов всегда учитываются условия протекания технологического процесса.

В качестве примера рассмотрим наиболее распространенный вид сульфидного топлива, которым являются шихтовые материалы, применяемые в металлургии меди. Их энергообразующими компонентами служат железо и сера, входящие вместе с медью в сложные химические соединения. Шихты медеплавильных заводов содержат концентраты различных месторождений, их состав чрезвычайно сложен и поэтому с целью упрощения последующих расчетов будем считать, что содержащаяся в них медь равномерно распределена среди основных сульфидных минералов, таких, как халькопирит, халькозин, ковелин и борнит; а также железо и сера, не связанные в этих минералах, входят в состав пирита. Процесс производства меди включает в себя нагрев и расплавление шихты, окисление сульфидов и разделение продуктов плавки. При этом железо в виде FeO вместе с флюсами и порообразующими компонентами шихты переходит в расплавленный шлак; получаемая медь, загрязненная примесями, — в черновой металл; сера в виде сернистого ангидрида вместе с азотом дутья — в газовую фазу.

Основной энергетической характеристикой сырьевых материалов (по аналогии с традиционными видами топлива) является их теплота сгорания ($Q_{x,ш}$). Теплотой сгорания шихты (концентрата) принято называть то количество тепла, которое выделится при окислении единицы ее массы до конечных продуктов технологического процесса. Для определения ее величины применяются расчетные методы, основанные на анализе тепловых эффектов реакций и состава шихты. К экзотермическим реакциям относятся реакции окисления сульфидов железа, меди и элементарной серы, образующейся в результате термического разложения минералов. Эти реакции имеют вид:



Состав шихты обычно задается содержанием серы и меди, по которым далее рассчитывают количества содержащихся в ней сульфидного железа и выделяющейся при нагревании элементарной серы.

Для расчета количества участвующих в реакциях окисления сульфидного железа и элементарной серы могут быть использованы следующие формулы:

$$\text{Fe} = 0,871 \text{ S} - 0,201 \text{ Cu}; \text{S}_2 = 0,500 \text{ S} - 0,130 \text{ Cu}.$$

При вычислении теплоты сгорания шихты необходимо перемножить величины тепловых эффектов реакций на соответствующие им количества энергообразующих компонентов и сложить полученные результаты. С учетом принятых обозначений формула для расчета теплоты сгорания шихты (кДж/кг) имеет вид

$$Q_{\text{х.ш}} = 119,4 \text{ S} - 12,4 \text{ Cu}. \quad (20.1)$$

Перевод технологического топлива в условное осуществляется с помощью калорийного эквивалента шихты, величина которого $\Theta_{\text{х.ш}}$ (кг у.т. на 1 т шихты) равна отношению теплоты сгорания шихты к теплоте сгорания условного топлива $Q_{\text{у.т}}$:

$$\Theta_{\text{х.ш}} = Q_{\text{х.ш}} / 29,3 = 4,1 \text{ S} - 0,4 \text{ Cu}.$$

Теплота сгорания сырьевых материалов характеризует их потенциальные энергетические возможности. Например, для концентратов, содержащих 35% серы и 19% меди, теплота сгорания равна 3944 кДж/кг. Это количество тепла по величине соизмеримо с удельными затратами тепла, расходуемого на протекание технологического процесса и полученного за счет использования традиционных источников тепловой энергии. В зависимости от эффективности использования тепла, полученного за счет химической энергии сульфидов, его количество составляет от 40 до 70% суммарных затрат тепла на производство черновой меди.

Эффективность использования химической энергии сульфидов зависит от параметров температурного режима их окисления, т.е. от того, на какой стадии технологического процесса и с какой целью расходуются при производстве меди обычные виды топлива и электроэнергия. По этому признаку существующие в настоящее время на медеплавильных заводах технологические агрегаты могут быть разделены на три большие группы:

1) традиционно используемые на предприятиях отрасли топливные и электрические печи, в которых топливо (или электро-

энергия) расходуется на нагрев и расплавление шихтовых материалов. Наиболее широко для расплавления шихты применяются топливные печи, называемые отражательными. Полученный на этой стадии производства расплав сульфидов (штейн) перерабатывается далее в конвертерах, работающих в автогенном режиме;

2) печи, в которых на нагрев и расплавление шихты расходуется тепло, полученное за счет химической энергии сульфидов. Их обычно называют печами для автогенной плавки сульфидных концентратов. При автогенной плавке традиционные виды топлива расходуются вне печи на сушку шихты и подогрев воздушного дутья, а электроэнергия — на производство кислорода, который непосредственно используется в печи или идет на обогащение воздушного дутья;

3) печи, в рабочем пространстве которых на нагрев и расплавление шихты расходуется одновременно тепло, полученное за счет химической энергии сульфидов и традиционного топлива (или электроэнергии). Эти агрегаты условно также относятся к печам для автогенной плавки сульфидных материалов.

Большое количество технологических схем и разнообразие конструкций плавильных агрегатов в первую очередь отражаются на начальных условиях процесса окисления сульфидов. На современных медеплавильных заводах начальная температура сульфидов, поступающих в зону окисления, в зависимости от указанных факторов колеблется в пределах от 20 до 1250 °С, начальная температура дутья — от 20 до 1000 °С, а концентрация содержащегося в нем кислорода — от 21 до 100%. Все эти факторы оказывают существенное влияние на рабочие свойства технологического топлива, которые определяются величиной его теплового эквивалента.

Тепловым эквивалентом топлива называют то количество тепла, выделившегося при окислении единицы его массы, которое может быть использовано на протекание технологического процесса в рабочем пространстве печи (или группы печей). Для того чтобы правильно рассчитать величину теплового эквивалента традиционного и сульфидного видов топлива, необходимо знать их функциональные различия. Традиционное топливо служит в основном только источником тепловой энергии в рабочем пространстве печи и поэтому тепло, уносимое из печи продуктами его сгорания $Q_{y,т}$, не может быть использовано в технологичес-

ком процессе. Учитывая это, формулу для расчета теплового эквивалента топлива $Q_{э.т}$ можно представить в виде

$$Q_{э.т} = Q_H^p - Q_{у.т} \text{ или } Q_{э.т} = Q_H^p \eta_{к.и.т},$$

где Q_H^p — низшая теплота сгорания рабочего топлива, кДж/кг; $\eta_{к.и.т}$ — коэффициент использования топлива в печи.

Сульфидные материалы (шихта, концентрат) и расходуемый на их окисление кислород вместе с азотом дутья являются исходными реагентами (сырьем) в производстве меди. Для того чтобы начать технологический процесс, их необходимо нагреть до температуры воспламенения сульфидов. Дальнейшее протекание процесса связано с нагревом продуктов окисления сульфидов и материалов, не участвующих в процессе окисления, до средних температур зоны технологического процесса $T_{ср}$, заданных его режимными параметрами. Перегрев содержащихся в печи материалов ведет к серьезным нарушениям технологического режима и поэтому из общего количества тепла, полученного за счет химической энергии сульфидов, в печи не может быть использована только та его часть, которая идет на перегрев продуктов плавки.

Кроме этого, для расчета теплового эквивалента шихты необходимо также знать, каким образом подводится тепло к находящимся в печи материалам. Известно, что продукты окисления сульфидов, включая технологические газы, получают тепло непосредственно при протекании экзотермических реакций. Интенсивность теплообмена в зоне окисления сульфидов существенно превышает интенсивность тепловыделений и поэтому считается, что скорость подвода тепла к веществам, участвующим в реакциях окисления, и азоту дутья определяется скоростью теплогенерационных процессов. К остальным материалам тепло подводится от продуктов окисления сульфидов за счет теплообмена. Таким образом, скорость подвода тепла к флюсам и порообразующим компонентам шихты определяется интенсивностью протекающих в печи теплообменных процессов. Для того чтобы более полно учесть условия протекания технологического процесса, используются понятия теплогенерационной и теплообменной составляющих теплового эквивалента шихты, которые соответственно показывают, какое количество тепла, используемого в печи, подводится к продуктам плавки в процессе теплогенерации и за счет теплообмена.

Теплогенерационная составляющая теплового эквивалента шихты $Q_{э.ш}^r$ равна тому количеству тепла, полученного от окисления сульфидов, которое пойдет на нагрев продуктов окисления сульфидов и азота дутья до средней температуры зоны технологического процесса и на протекание фазовых превращений (разложение минералов, плавление и т. п.). Численное значение этой величины (кДж/кг) определяют по формуле

$$Q_{э.ш}^r = \sum (M_k c_k T_{cp} - M_n c_n T_n) + \sum [Q_{ф}^n(T_{cp}) - Q_{ф}^n(T_n)],$$

где M_n , M_k , c_n , c_k — соответственно количества начальных и конечных продуктов реакций окисления и их удельные теплоемкости; T_n , T_{cp} — соответственно начальная температура исходных материалов и средняя температура процесса, принимаемая равной 1250 °С; $Q_{ф}^n$, $Q_{ф}^п$ — соответственно тепло фазовых превращений, которыми сопровождаются предварительный нагрев сульфидов и процесс их окисления.

Если предположить, что степень завершенности фазовых превращений в перерабатываемом материале пропорциональна его температуре, а сам процесс протекает непрерывно в интервале температур от 20 до 1250 °С, то после незначительных упрощений формула для расчета теплогенерационной составляющей теплового эквивалента шихты принимает вид

$$Q_{э.ш}^r \cdot 10^2 = 2,9S(T_{cp} - T_n^c) + 1,2S(T_{cp} - T_n^d). \quad (20.2)$$

Первое слагаемое правой части выражения (20.2) представляет собой то количество тепла, которое пойдет на нагрев и расплавление содержащихся в шихте сульфидов. В топливных (отражательных) печах аналогичной по смыслу величиной является так называемое полезно используемое тепло, которое в расчете на единицу массы условного топлива рассчитывают по формуле $Q_{пол} = Q_{у.т} \eta_{к.п.т}$, где $\eta_{к.п.т}$ — коэффициент полезного теплоиспользования, для отражательных печей равный 0,3.

Второе слагаемое представляет собой тепло, пошедшее на нагрев дутья. Аналогичный процесс осуществляется в установках для нагрева дутья, используемого при взвешенной плавке сульфидов. Та часть тепла, полученного от сжигания топлива, которая используется на нагрев дутья, в этом случае будет равна

$Q_{\text{пол}}^{\text{д}} = Q_{\text{у.т}} \eta_{\text{к.п.т}}^{\text{д}}$, где $\eta_{\text{к.п.т}}^{\text{д}}$ — коэффициент полезного теплоиспользования устройств для подогрева воздуха, равный в среднем 0,8.

При расчете теплообменной составляющей теплового эквивалента ($Q_{\text{э.ш}}^{\text{т}}$) шихты для оценки интенсивности теплообмена в рабочем пространстве печи может быть применен коэффициент использования химической энергии сульфидов за счет теплообмена $\eta_{\text{к.и.х}}^{\text{д}}$, который равен отношению величины теплообменной составляющей теплового эквивалента шихты к ее максимальному значению:

$$\eta_{\text{к.и.х}}^{\text{д}} = Q_{\text{э.ш}}^{\text{т}} / (Q_{\text{х.ш}} - Q_{\text{э.ш}}^{\text{г}}), \text{ или } Q_{\text{э.ш}}^{\text{т}} = (Q_{\text{х.ш}} - Q_{\text{э.ш}}^{\text{г}}) / \eta_{\text{к.и.х}}^{\text{д}}.$$

Аналогом теплообменной составляющей теплового эквивалента шихты является тепловой эквивалент топлива, при расчете которого принимается, что в среднем по отрасли для отражательных печей $\eta_{\text{к.и.т}}^{\text{о}} = 0,4$.

Тепловой эквивалент шихты представляет собой сумму теплогенерационной и теплообменной составляющих и рассчитывается по формуле

$$Q_{\text{э.ш}} = (119,4S - 12,4Cu) \eta_{\text{к.и.х}}^{\text{т}} + \left[2,9S(T_{\text{ср}} - T_{\text{н}}^{\text{с}}) + \frac{100}{O_2} 1,2S(T_{\text{ср}} - T_{\text{н}}^{\text{д}}) \right] 10^{-2} (1 - \eta_{\text{к.и.х}}^{\text{т}}). \quad (20.3)$$

Для сравнения потенциальных энергетических возможностей сырьевых материалов и топлива и оценки их взаимозаменяемости в условиях конкретного технологического процесса обычно используется понятие топливного эквивалента шихты, который показывает, какое количество топлива (в пересчете на условное) заменяет тонна шихты. Эта величина может быть получена путем деления теплогенерационной и теплообменной составляющих теплового эквивалента шихты на их аналоги, характеризующие свойства топлива в условиях конкретного технологического агрегата. В соответствии с определением топливный эквивалент будет равен, кг у.т.:

$$\mathcal{E}_{\text{т.ш}} = \frac{2,9S(T_{\text{ср}} - T_{\text{н}}^{\text{с}}) 10^{-2}}{Q_{\text{у.т}} \eta_{\text{к.п.т}}} + \frac{1,2S(T_{\text{ср}} - T_{\text{н}}^{\text{д}})}{Q_{\text{у.т}} \eta_{\text{к.п.т}} O_2} + \frac{Q_{\text{э.ш}}^{\text{т}}}{Q_{\text{у.т}} \eta_{\text{к.и.т}}}. \quad (20.4)$$

Когда сульфидные материалы заменяют топливо, применяемое в отражательных печах, формула (20.4) приобретает вид

$$\begin{aligned} \Theta_{т.ш} = & \frac{1}{11,7} \left[(119,4S - 12,4Cu) \eta_{к.и.х}^T + 2,9S (T_{ср} - T_n^c) \times \right. \\ & \left. \times (1,33 - \eta_{к.и.х}^T) 10^{-2} + \frac{1,2S (T_{ср} - T_n^d)}{O_2} (0,5 - \eta_{к.и.х}^T) \right]. \end{aligned} \quad (20.5)$$

Тепловой и топливный эквиваленты шихтовых материалов существенно зависят от схемы технологического процесса и параметров конкретного агрегата (или группы агрегатов), применяемого для его осуществления, что хорошо видно из табл. 20.3.

Рассмотрим влияние основных параметров технологического процесса на энергетические характеристики шихтовых материалов в условиях медеплавильного производства и сравним их с аналогичными характеристиками традиционных видов топлива.

1. *Средняя температура зоны технологического процесса.* Изменение этой температуры оказывает прямо противоположное влияние на значения тепловых эквивалентов шихты и топлива. С увеличением средней температуры зоны технологического процесса пропорционально увеличивается значение теплового эквивалента шихты. Это происходит потому, что продукты окисления сульфидов являются одновременно продуктами плавки и тепловая энергия, пошедшая на то, чтобы нагреть их до заданной температуры, — это полезно расходуемая энергия. Как известно, в топливных печах повышение температуры нагреваемого материала влечет за собой повышение потерь тепла с уходящими газами и ведет к снижению величины теплового эквивалента топлива.

2. *Нагрев и обогащение дутья кислородом.* Повышение температуры дутья и обогащение его кислородом при прочих равных условиях ($\eta_{к.и.х}^T = \text{const}$) ведут к снижению величины теплового эквивалента шихты и увеличению аналогичной характеристики традиционного топлива. Однако при выборе условий окисления сульфидов и параметров тепловой работы конкретного технологического агрегата значительный интерес представляет не только значение абсолютной величины, характеризующей эффективность использования их химической энергии, но и ее относительное значение, выраженное с помощью топливного эквивалента. В рассматриваемых условиях топливный эквивалент шихты изменяется

Таблица 20.3. Основные характеристики шихтовых материалов, используемых в качестве технологического топлива при производстве меди (в шихте содержится 19% Cu, 35% S)

Параметры технологического процесса				Характеристика шихтовых материалов*	
$T_n^c, ^\circ\text{C}$	дутье	$T_n^d, ^\circ\text{C}$	$\eta_{\text{к.и.х}}^r$	$Q_{\text{э.ш}}, \text{кДж/кг}$	$\mathcal{E}_{\text{т.ш}}, \text{кг у.т./т}$
20	Воздух	20	0,0	3725	245
			0,5	3835	255
			1,0	3944	263
1250	То же	20	0,0	2508	107
			0,5	3226	168
			1,0	3944	229
20	«	500	0,0	2747	203
			0,5	3345	255
			1,0	3944	306
1250	«	500	0,0	1529	65
			0,5	2737	168
			1,0	3944	271
20	«	1000	0,0	1727	160
			0,5	2836	255
			1,0	3944	349
1250	«	1000	0,0	510	21
			0,5	2482	168
			1,0	3944	315
20	Кислород	20	0,0	1769	162
			0,5	2856	255
			1,0	3944	347
1250	То же	20	0,0	552	24
			0,5	2248	168
			1,0	3944	313

* Величина $Q_{\text{х.ш}} = 3944 \text{ кДж/кг}$, а $\mathcal{E}_{\text{к.ш}} = 135 \text{ кг у.т./т}$.

в широких пределах (от 21 до 351 кг у.т. на тонну шихты). На его величину в первую очередь влияет то, с какой целью (с технологической точки зрения) используется энергия сульфидов и каким образом она передается нагреваемому материалу. Из анализа формулы (20.5) следует, что 1 кДж теплогенерационной составляющей теплового эквивалента шихты эквивалентен 3,3 кДж

обычного топлива, если оно используется на нагрев сульфидов, и 1,25 кДж при нагреве дутья. Для теплообменной составляющей теплового эквивалента шихты 1 кДж, выделившийся при ее окислении, эквивалентен 2,5 кДж традиционного топлива. Тепло, затраченное на перегрев продуктов плавки, по своей сущности аналогично теплу уходящих газов в топливной печи, и коэффициент эквивалентного пересчета равен нулю. Следовательно, если подогреть воздушное дутье или применить дутье, обогащенное кислородом, то можно энергию сульфидов в большей степени использовать на нагрев и плавление шихты и повысить тем самым величину ее топливного эквивалента.

3. *Подогрев шихты.* Повышение начальной температуры сульфидов ведет к снижению значений теплового и топливного эквивалентов шихтовых материалов. В топливных печах предварительный подогрев шихты способствует, как известно, более эффективному использованию топлива и влечет за собой снижение энергозатрат на производство меди.

Раздел VI НАГРЕВ МЕТАЛЛА

Глава 21 ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА НАГРЕВА МЕТАЛЛА И ЕГО ПРОТЕКАНИЕ

1. Цели и показатели нагрева металла

Нагрев металлов и сплавов производят либо для уменьшения их сопротивления пластической деформации (т.е. перед ковкой или прокаткой), либо для желаемого изменения их строения и свойств, т.е. при термической обработке. При этом условия протекания процесса нагрева (а при термообработке — и охлаждения) оказывают существенное влияние на качество конечной металлопродукции.

Условия нагрева описываются его основными показателями: температурой, равномерностью и продолжительностью. Рассмотрим эти показатели более подробно.

Температурой нагрева обычно называют конечную температуру поверхности металла, при которой он в соответствии с требованиями технологии может быть выдан из печи. Значение температуры нагрева зависит от химического состава (марки) сплава и от цели нагрева.

При нагреве перед обработкой давлением температура выдачи заготовок из печи должна быть достаточно высокой, так как это способствует уменьшению сопротивления пластической деформации и приводит к сокращению расхода электроэнергии на обработку, повышению производительности прокатного и кузнечного оборудования, а также увеличению срока его службы.

Однако существует верхний предел температуры нагрева, поскольку она лимитируется ростом зерна, явлениями перегрева и пережога, а также ускорением окисления металла. В процессе нагрева большинства сплавов при достижении точки, лежащей

на 30–100 °С ниже линии солидус на их диаграмме состояния, благодаря ликвиции и неметаллическим включениям на границах зерен появляется жидкая фаза; это приводит к ослаблению механической связи между зёрнами, интенсивному окислению на их границах; такой металл теряет прочность и разрушается при обработке давлением. Это явление, называемое пережогом, лимитирует максимальную температуру нагрева. Пережженный металл не может быть исправлен никакой последующей термической обработкой и пригоден только для переплавки.

Перегрев металла приводит к чрезмерному росту зерна, в результате чего ухудшаются механические свойства. Поэтому прокатка должна завершаться при температуре более низкой, чем температура перегрева. Перегретый металл можно исправить посредством отжига или нормализации.

Нижний предел температуры нагрева устанавливают исходя из допускаемой температуры в конце обработки давлением с учетом всех потерь тепла от заготовки в окружающую среду и выделения тепла в ней самой за счет пластической деформации. Следовательно, для каждого сплава и для каждого вида обработки давлением существует определенный диапазон температур, выше и ниже которого не следует нагревать заготовку. Эти сведения приведены в соответствующих справочниках.

Вопрос о температуре нагрева особенно важен для таких сложных сплавов, как, например, высоколегированные стали, которые в процессе обработки давлением оказывают большое сопротивление пластической деформации и в то же время склонны к перегреву и пережогу. Эти факторы обуславливают более узкий диапазон температур нагрева высоколегированных сталей по сравнению с углеродистыми.

В табл. 21.1 в качестве иллюстрации приведены данные для некоторых сталей о предельно допустимой температуре их нагрева перед обработкой давлением и о температуре пережога.

При термической обработке температура нагрева зависит только от технологических требований, т.е. от вида термообработки и ее режима, обусловленных строением и структурой сплава.

Равномерность нагрева определяется величиной разности температур между поверхностью и центром (поскольку это обычно наибольшая разность) заготовки при выдаче ее из печи: $\Delta T_{\text{кон}} = T_{\text{кон}}^{\text{пов}} - T_{\text{кон}}^{\text{цен}}$. Этот показатель также очень важен, поскольку слишком большая разность температур по сечению заготовки при

Таблица 21.1. Температура нагрева и пережога некоторых сталей

Сталь	Температура, °С	
	максимально допустимая нагрева	пережога
Углеродистая с содержанием С, %:		
1,5	1050	1140
1,1	1080	1180
0,7	1180	1280
0,5	1250	1350
0,2	1320	1470
0,1	1350	1490
Кремнемарганцевая пружинная	1250	1350
Хромованадиевая	1270	1350
Быстрорежущая	1280	1380

нагреве перед обработкой давлением может вызвать неравномерную деформацию, а при нагреве с целью термообработки — повлечь за собой незавершенность требуемых превращений по всей толщине металла, т.е. в обоих случаях — брак конечной продукции. Вместе с этим, процесс выравнивания температуры по сечению металла требует длительной выдержки его при высокой температуре поверхности.

Однако полной равномерности нагрева металла перед обработкой давлением не требуется, так как в процессе транспортировки его от печи к стану или прессу и прокатки (ковки) неизбежно происходит выравнивание температуры по сечению слитков и заготовок в связи с отдачей тепла в окружающую среду с их поверхности и теплопроводностью внутрь металла. Исходя из этого, допустимую разность температур по сечению принимают обычно по практическим данным при нагреве перед обработкой давлением в следующих пределах: для высоколегированных сталей $\Delta T_{\text{кон}} = 100\delta$, К; для всех других марок стали $\Delta T_{\text{кон}} = 200\delta$, К, при $\delta \leq 0,1$ м и $\Delta T_{\text{кон}} = 300\delta$, К, при $\delta > 0,2$ м. Здесь δ — прогреваемая толщина металла.

Во всех случаях перепад температур по толщине заготовки в конце ее нагрева перед прокаткой или ковкой не должен превышать 50 К, а при нагреве под термообработку 20 К, независимо от толщины изделия. При нагреве крупных слитков допускается их выдача из печи при $\Delta T_{\text{кон}} \leq 100$ К.

Другой важной задачей технологии нагрева металла является обеспечение равномерного распределения температуры по всей поверхности заготовок или изделий к моменту их выгрузки из печи. Практическая необходимость этого требования очевидна, так как при значительной неравномерности нагрева по поверхности металла (даже при достижении необходимого перепада температур по толщине) неизбежны такие дефекты, как неравномерность профиля готового проката или различные механические свойства изделия, подвергнутого термообработке.

Обеспечение равномерности температуры по поверхности нагреваемого металла достигается посредством правильного выбора печи для нагрева определенного типа заготовок или изделий и соответствующего размещения в ней теплогенерирующих устройств, создающих необходимое поле температур в рабочем пространстве печи, взаимного расположения заготовок и т.п.

Продолжительность нагрева до требуемой конечной температуры также является важнейшим показателем, так как от него зависят производительность печи и ее размеры. В то же время продолжительность нагрева до заданной температуры определяет скорость нагрева, т.е. изменение температуры в некоторой точке нагреваемого тела в единицу времени. Обычно скорость нагрева изменяется по ходу протекания процесса, и поэтому различают скорость нагрева в некоторый момент времени и среднюю скорость нагрева за рассматриваемый интервал времени.

Скорость нагрева зависит от условий внешнего (по отношению к поверхности нагреваемого металла) и внутреннего (внутри нагреваемого металла) теплообмена. Интенсивность первого обусловлена закономерностями передачи тепла излучением и конвекцией, рассмотренными в гл. 15 и 17, а второго — закономерностями переноса тепла в твердых телах (гл. 16). Перенос тепла внутри нагреваемого металла во многом определяется его теплофизическими характеристиками: коэффициентом теплопроводности λ , Вт/(м·К), удельной теплоемкостью c , Дж/(кг·К) и плотностью ρ (кг/м³). Эти сведения приведены в справочной технической литературе для широкого круга металлов и сплавов.

Чем быстрее протекает процесс нагрева (т.е. чем выше скорость изменения температуры нагреваемого тела), тем, очевидно, больше производительность печи при прочих равных условиях. Однако в ряде случаев скорость нагрева не может быть установлена неограниченно высокой, даже если условия внешнего теп-

лообмена и позволяют его осуществить. Это связано с определенными ограничениями, накладываемыми условиями протекания процессов, сопровождающих нагрев металла в печах и рассматриваемых ниже.

2. Процессы, протекающие при нагреве металла

При нагреве металла происходит изменение его энтальпии, а поскольку в большинстве случаев подвод тепла производится к поверхности слитков и заготовок, то их наружная температура выше температуры внутренних слоев. В результате термического расширения разных частей твердого тела на разную величину возникают напряжения, получившие название термических.

Другая группа явлений связана с химическими процессами на поверхности металла при нагреве. Поверхность металла, находящаяся при высокой температуре, вступает во взаимодействие с окружающей средой (т. е. с продуктами сгорания или с воздухом), в результате чего на ней образуется слой оксидов. В случае, если какие-либо элементы сплава взаимодействуют с окружающей металл средой с образованием газовой фазы, то происходит обеднение поверхности этими элементами. Например, окисление углерода стали при ее нагреве в печах вызывает поверхностное обезуглероживание.

Термические напряжения

Как отмечено выше, в слитках и заготовках при их нагреве может возникнуть неравномерное распределение температур и, следовательно, разные части тела будут стремиться изменить свой размер в разной степени. Пока твердое тело находится в упругом состоянии, его отдельные части не могут деформироваться независимо друг от друга в соответствии с теми значениями температуры, до которой они нагреты. В результате возникают термические напряжения (их также называют температурными, поскольку они обусловлены наличием разности температур). Наружные, более нагретые слои, стремятся расшириться и находятся поэтому в сжатом состоянии. Внутренние (более холодные) слои подвержены при этом растягивающим усилиям. Если эти напряжения не превосходят предела упругости нагреваемого металла, то с выравниванием температуры по сечению термические напряжения исчезают.

Все металлы и сплавы обладают упругими свойствами до определенной температуры (например, большинство марок стали до 450–500 °С). Выше этой определенной температуры металлы переходят в пластическое состояние и возникшие в них термические напряжения вызывают пластическую деформацию и исчезают. Следовательно, температурные напряжения должны учитываться при нагреве и охлаждении стали только в интервале температур от комнатной до точки перехода данного металла или сплава из упругого состояния в пластическое. Такие напряжения называются исчезающими, или временными.

Кроме временных, существуют остаточные температурные напряжения, увеличивающие опасность разрушения при нагреве. Эти напряжения возникают как результат предшествующего охлаждения металла (например, при охлаждении затвердевающего слитка). При охлаждении наружные (более холодные) слои металла раньше достигают температуры перехода из пластического состояния в упругое. По мере дальнейшего охлаждения внутренние слои оказываются под воздействием растягивающих усилий, которые не исчезают вследствие малой пластичности холодного металла. Если этот слиток или заготовка будут снова нагреты, то возникающие в них временные напряжения наложатся с тем же самым знаком на остаточные, что усугубит опасность возникновения трещин и разрывов.

Помимо временных и остаточных температурных напряжений при нагреве и охлаждении сплавов возникают также напряжения, вызванные структурными изменениями объема. Но так как эти явления имеют место обычно при температурах, превышающих границу перехода из упругого состояния в пластическое, то структурные напряжения рассеиваются в связи с пластическим состоянием металла.

Зависимость между деформациями и напряжениями устанавливает закон Гука

$$\sigma = \frac{\beta E}{1 - \nu} (T_{\text{ср}} - T), \quad (21.1)$$

где β — коэффициент линейного расширения (для низко- и среднеуглеродистых марок стали его значение лежит в пределах $(11 \div 16) \cdot 10^{-6}$ 1/К; E — модуль упругости (для названных групп марок стали снижается примерно с $20 \cdot 10^4$ до $15 \cdot 10^4$ МПа с увели-

чением температуры от 0 до 500 °С; σ — возникающее напряжение, МПа; ν — отношение Пуассона (для стали $\nu \approx 0,3$).

Практический интерес представляет нахождение максимально допустимой разности температур по сечению тела $\Delta T_{\text{доп}} = T_{\text{пов}} - T_{\text{цен}}$. Наиболее опасными в этом случае являются растягивающие напряжения, поэтому их следует учитывать при расчете допустимой разности температур. В качестве прочностной характеристики следует принимать значение временного сопротивления сплава разрыву $\sigma_{\text{в}}$, находящееся в пределах 300–600 МПа для упомянутых выше групп марок стали в диапазоне температур 100–500 °С.

Тогда, используя решения задач теплопроводности (см. гл. 16) совместно с выражением (21.1), для случая регулярного режима II рода можно, в частности, получить:

для равномерно и симметрично обогреваемой бесконечной пластины

$$\Delta T_{\text{доп}} = 1,5(1 - \nu) \sigma_{\text{в}} / (\beta E); \quad (21.2)$$

для равномерно и симметрично обогреваемого бесконечного цилиндра

$$\Delta T_{\text{доп}} = 2(1 - \nu) \sigma_{\text{в}} / (\beta E). \quad (21.3)$$

Значение допустимой разности температур, найденное по формулам (21.2) и (21.3), не зависит от размеров тела и его теплофизических характеристик. Размеры тела оказывают косвенное влияние на величину $\Delta T_{\text{доп}}$, так как остаточные напряжения в телах большего размера больше.

Строго говоря, выражения (21.2) и (21.3) справедливы для расчета нагрева твердых тел при граничных условиях II рода. Однако, как показали сопоставительные расчеты в достаточно широком для промышленной практики диапазоне параметров, эти зависимости можно использовать для оценки допустимого перепада температур по сечению и в случае нагрева при граничных условиях III рода с приемлемой для инженерных расчетов степенью точности.

Окисление и обезуглероживание поверхности при нагреве

Окисление слитков и заготовок при нагреве в печах — явление крайне нежелательное, поскольку его следствием являются невозвратимые потери металла. Это приводит к значительному

экономическому ущербу. Так как на пути от слитка до готового изделия металл обычно подвергается нагреву несколько раз в разных печах, то общие потери вследствие окисления составляют весьма существенную величину. Помимо этого, более высокая твердость оксидов по сравнению с металлом приводит к повышенному износу инструментов и увеличивает процент брака при ковке и прокатке.

Меньшая по отношению к металлу теплопроводность образовавшегося на поверхности слоя оксидов увеличивает продолжительность нагрева в печах, что влечет за собой снижение их производительности при прочих равных условиях, а осыпающиеся оксиды образуют шлаковые наросты на поду печей, затрудняя эксплуатацию и вызывая повышенный расход огнеупорных материалов.

Наличие окалина также снижает точность измерения температуры поверхности металла, что усложняет управление тепловым режимом печи.

Упомянутое выше взаимодействие с газовой средой в печи какого-либо элемента сплава имеет практическое значение для стали. Снижение содержания углерода в ней вызывает понижение твердости и предела прочности. Для получения заданных механических свойств изделия приходится снимать обезуглероженный слой (достигающий 2 мм), что увеличивает трудоемкость обработки в целом.

Процессы окисления сплава в целом и его отдельных примесей при нагреве в печах следует рассматривать совместно, поскольку они тесно связаны между собой. Например, по опытным данным, при нагреве стали до температуры 1100 °С и выше в обычной печной атмосфере окисление протекает быстрее, чем обезуглероживание поверхности, и образующаяся окалина играет роль защитного слоя, предупреждающего обезуглероживание. При более низких температурах окисление многих сталей (даже в ярко выраженной окислительной среде) идет медленнее, чем обезуглероживание. Поэтому сталь, нагреваемая до температуры 700–1000 °С, может иметь обезуглероженную поверхность.

Окисление металла. Окисление сплавов представляет собой процесс взаимодействия окисляющих газов с их основой и легирующими элементами. Этот процесс определяется не только скоростью протекания химических реакций, но и закономерностями образования оксидной пленки, которая по мере роста изолирует поверхность металла от воздействия окислительных газов. Поэто-

му скорость роста слоя оксидов зависит не столько от протекания химических реакций окисления стали, сколько от условий передвижения ионов металла (от металла и внутренних слоев оксидов к наружным) и атомов кислорода (с поверхности к внутренним слоям), т.е. от условий протекания физического процесса двусторонней диффузии.

Диффузионный механизм образования оксидов железа, подробно изученный В.И. Архаровым, обуславливает трехслойную структуру слоя окислыны, образующейся при нагреве стали в окислительной среде. Внутренний слой (примыкающий к металлу) имеет самое высокое содержание железа и состоит главным образом из FeO (вюстита): $\text{Fe} + \frac{1}{2}\text{O}_2 = \text{FeO}$. Средний слой — магнетит Fe_3O_4 , образуется при последующем окислении вюстита: $3\text{FeO} + \frac{1}{2}\text{O}_2 = \text{Fe}_3\text{O}_4$. Этот слой содержит меньше железа и по сравнению с внутренним слоем обогащен кислородом, хотя и не в такой степени, как наиболее богатый кислородом гематит Fe_2O_3 : $2\text{Fe}_3\text{O}_4 + \frac{1}{2}\text{O}_2 = 3\text{Fe}_2\text{O}_3$. Состав каждого из слоев не является постоянным по сечению, а постепенно изменяется за счет примесей более (ближе к поверхности) или менее (ближе к металлу) богатых кислородом оксидов.

Окисляющим газом при нагреве металла в печах является не только свободный кислород, но и кислород связанный, входящий в состав продуктов сгорания топлива. Атмосфера в большей части топливных печей представляет собой смесь N_2 , CO_2 , H_2O и SO_2 с небольшим количеством свободного кислорода и имеет окислительный характер.

Окислительная способность перечисленных газов по отношению к металлу зависит от их концентрации в атмосфере печи и от температуры поверхности металла. Наиболее сильным окислителем является O_2 , за ним следует H_2O и наиболее слабым окисляющим воздействием отличается CO_2 . Увеличение доли нейтрального газа в печной атмосфере уменьшает скорость окисления.

Толщина образующегося слоя оксидов на поверхности металла зависит не только от атмосферы, в которой нагревается металл, но и от ряда других факторов, к которым в первую очередь относятся температура и продолжительность нагрева. Чем выше температура поверхности металла, тем больше скорость его окисления. Установлено, что скорость роста слоя оксидов возрастает быстрее после достижения некоторой температуры. Так, окисление стали при температурах до 600°C происходит со сравнитель-

но малой скоростью, а при температурах свыше 800–900 °С скорость роста слоя оксидов резко возрастает. Если принять скорость окисления при 900 °С за единицу, то при 950 °С она составит 1,25, при 1000 °С – 2, а при 1300 – 7.

Продолжительность пребывания металла в печи оказывает очень сильное влияние на количество образующихся оксидов. Увеличение продолжительности нагрева до заданной температуры приводит к росту слоя оксидов, хотя скорость окисления падает со временем из-за утолщения образующейся пленки и, следовательно, уменьшения плотности диффузионного потока через нее. Установлено, что если толщина окисленного слоя составляет Δ_1 при времени нагрева t_1 , то при времени нагрева t_2 до той же температуры толщина окисленного слоя будет равна:

$$\Delta_2 = \Delta_1 / (t_1 / t_2)^{1/2}. \quad (21.4)$$

Продолжительность нагрева металла до заданной температуры может быть сокращена, в частности, в результате увеличения температуры в рабочей камере печи, что приводит к интенсификации внешнего теплообмена и, таким образом, способствует уменьшению толщины окисленного слоя.

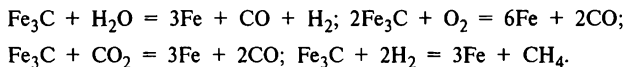
Известно, что скорость диффузии в газовой фазе на несколько порядков превышает скорость диффузии в твердом теле. Поэтому скорость движения печных газов вдоль поверхности нагреваемого металла практически не влияет на динамику роста оксидного слоя. Однако картина движения продуктов сгорания в целом может оказывать заметное влияние, так как местные перегревы металла, обусловленные неравномерным полем температуры газов в печи (которое может быть вызвано неправильным размещением горелок), неизбежно приводят к местному интенсивному окислению металла.

Условия перемещения нагреваемых заготовок внутри печей и состав нагреваемого сплава также оказывают заметное влияние на скорость его окисления. Так, при перемещении металла в печи может происходить механическое отслаивание и отделение образовавшегося слоя оксидов, что способствует более быстрому последующему окислению незащищенных участков.

Наличие в сплаве некоторых легирующих элементов (например, для стали Cr, Ni, Al, Si и др.) может обеспечить образование тонкой и плотной, хорошо прилегающей пленки оксидов, надежно

предупреждающей последующее окисление. Такие стали называются жаростойкими и хорошо сопротивляются окислению при нагреве. Сталь с более высоким содержанием углерода также в меньшей степени подвержена окислению, чем малоуглеродистая.

Обезуглероживание поверхностного слоя стали. Обезуглероживание стали при нагреве происходит в результате взаимодействия газов с углеродом, который находится или в виде твердого раствора, или в виде карбида железа Fe_3C . Реакции обезуглероживания в результате взаимодействия различных газов с карбидом железа могут протекать следующим образом:



Аналогичные реакции протекают при взаимодействии этих газов с углеродом, находящимся в твердом растворе.

Скорость обезуглероживания определяется главным образом процессом двусторонней диффузии, происходящей под действием разности концентраций обеих сред. С одной стороны, обезуглероживающие газы диффундируют к поверхностному слою стали, а с другой — образующиеся газообразные продукты движутся в обратном направлении. Помимо этого, углерод из внутренних слоев металла перемещается в поверхностный обезуглероженный слой. Как константы скорости химических реакций, так и коэффициенты диффузии увеличиваются с повышением температуры. Поэтому глубина обезуглероженного слоя возрастает с увеличением температуры нагрева. А поскольку плотность диффузионного потока пропорциональна разности концентраций диффундирующих компонентов, то глубина обезуглероженного слоя больше в случае нагрева высокоуглеродистой стали, чем в случае нагрева малоуглеродистой. Легирующие элементы, содержащиеся в стали, также играют определенную роль в процессе обезуглероживания. Так, хром и марганец понижают коэффициент диффузии углерода, а кобальт, алюминий и вольфрам увеличивают его, соответственно препятствуя или способствуя обезуглероживанию стали.

К числу газов, входящих в состав печной атмосферы и вызывающих обезуглероживание, относятся H_2O , CO_2 , O_2 и H_2 . Наиболее сильным обезуглероживающим воздействием на сталь отличается H_2O , а наиболее слабым H_2 .

Защита стали от окисления и обезуглероживания. Вредное влияние окисления и обезуглероживания металла при нагреве на его качество требует принятия мер, предупреждающих эти явления. Наиболее полная защита поверхности слитков, заготовок и деталей достигается в печах, где исключается воздействие на нее окисляющих и обезуглероживающих газов. К числу таких печей относятся соляные и металлические ванны, а также печи, где нагрев ведется в контролируемой атмосфере. В печах подобного типа изолируется от газов либо нагреваемый металл, обычно закрываемый специальным герметичным муфелем, либо само пламя помещается внутрь так называемых радиационных труб, тепло от которых передается к нагреваемому металлу без его контакта с продуктами сгорания топлива. Рабочее пространство таких печей заполняется специальными атмосферами, состав которых выбирается в зависимости от технологии нагрева и марки сплава. Защитные атмосферы готовятся отдельно в специальных установках.

Известен также способ создания слабоокислительной атмосферы непосредственно в рабочем пространстве печей, без муфельирования металла или пламени. Это достигается за счет неполного сжигания топлива (при коэффициенте расхода воздуха 0,5–0,55 с последующим дожиганием продуктов неполного сгорания вне области контакта с поверхностью металла). Если соотношения CO/CO_2 и $\text{H}_2/\text{H}_2\text{O}$ в продуктах неполного сгорания не меньше 1,3, то нагрев металла в такой среде происходит почти без окисления его поверхности.

Уменьшение окисления поверхности металла при его нагреве в топливных печах с открытым пламенем (составляющих большую часть парка печей металлургических и машиностроительных заводов) может быть достигнуто также за счет сокращения продолжительности пребывания его при высокой температуре поверхности. Это достигается выбором рационального режима нагрева металла в печи.

Глава 22

РЕЖИМЫ НАГРЕВА

Под режимом нагрева подразумевают обычно закон изменения температуры поверхности и наиболее «холодной» точки нагреваемого тела, а также среды во времени. В случае симметричного подвода тепла к поверхности тела такой наиболее «холодной» точ-

кой является центр тела, а при одностороннем нагреве — точка, наиболее удаленная от тепловоспринимающей поверхности.

Рациональный режим нагрева металла должен обеспечить удовлетворение ряда требований, некоторые из которых входят в противоречие друг с другом. Прежде всего, необходимо обеспечить решение технологической задачи, т. е. нагреть слиток или заготовку до заданной конечной температуры и довести разность температур по сечению до регламентированной величины. Стремление осуществить эту операцию по возможности быстрее сопряжено с повышением скорости нагрева, что влечет за собой увеличение перепада температур по сечению на начальной стадии нагрева, когда существует опасность возникновения трещин в металле вследствие термических напряжений. Длительная выдержка металла при высокой температуре его поверхности, требующаяся для достижения заданной конечной равномерности нагрева, приводит к усиленному окислению поверхности.

Все эти факторы должны быть учтены при выборе режима нагрева металла. Пути решения этих вопросов во многом определяются тем, насколько велика разность температур, возникающая по сечению нагреваемого тела.

Как уже отмечалось выше (см. гл. 16), разность температур по сечению при нагреве и охлаждении тел стремится к нулю при условии $Bi \rightarrow 0$. Такие тела называют термически тонкими в отличие от массивных, в которых возникает существенная разность температур по сечению. Г. П. Иванцов установил, что практически пренебрежимая разность температур по сечению имеет место при условии $Bi \leq 0,25$. Эта оценка справедлива для условий осуществляемых в металлургии технологических процессов, включающих нагрев и охлаждение металла. При значениях $Bi \geq 0,5$ возникающей разностью температур пренебрегать нельзя, и такие тела следует рассматривать как массивные, т. е. учитывать возникающую неравномерность температуры по сечению слитков и заготовок при выборе режима их нагрева.

Значениям $0,25 < Bi < 0,5$ соответствует переходная область.

Для учета теплоотдачи излучением к поверхности металла от стен печи и от продуктов сгорания в критерий Био подставляют значение суммарного коэффициента теплоотдачи излучением и конвекцией $\alpha_{\Sigma} = \alpha_k + \alpha_{изл}$.

Выбор режима и метод расчета нагрева определяются в первую очередь степенью тепловой массивности слитков и заготовок

и поэтому в дальнейшем эти две категории тел (тонкие и массивные) будут рассматриваться отдельно.

1. Режимы нагрева термически тонких тел

Из приведенного выше (см. гл. 21) следует, что при нагреве тонких тел возникающими в них термическими напряжениями можно пренебречь. Поэтому скорость нагрева в этом случае не ограничена никакими внутренними факторами. Следовательно, режим нагрева тонких тел следует выбирать таким образом, чтобы продолжительность нагрева до заданной температуры была как можно меньше, исходя из соображений повышения производительности печи и уменьшения количества образующейся окалины. Режим, удовлетворяющий этому требованию, характеризуется постоянной температурой греющей среды либо во времени, либо по длине рабочей камеры (в зависимости от характера работы установки — периодического или непрерывного). Таким образом, имеет место одна ступень нагрева от начала до конца и поэтому такой режим называется одноступенчатым (рис. 22.1). Очевидно, что чем выше температура греющей среды, тем больше плотность теплового потока к поверхности нагреваемого тела и тем меньше продолжительность нагрева. Надо, однако, помнить, что интенсификация внешнего теплообмена влечет за собой увеличение разности температур по сечению нагреваемого тела. Другими словами, критерий Био может выйти за предел области тонких тел и тогда то же самое физическое тело надо будет рассматривать как массивное.

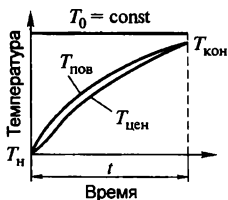


Рис. 22.1. Одноступенчатый режим нагрева тонких тел: T_0 , $T_{пов}$, $T_{цен}$, $T_{кон}$, T_n — соответственно температуры печи, поверхности, центра, конечная и начальная

При выборе режима нагрева металла (в том числе и термически тонкого) всегда принимают во внимание и проблемы энергосбережения. Одним из путей решения задачи экономии топлива в печах непрерывного действия является повышение степени использования энтальпии продуктов сгорания посредством организации взаимнопротивоточного движения металла и газов с устройством неотопливаемой (так называемой методической) зоны в печи.

Поэтому нагрев термически тонких тел осуществляют и по двухступенча-

тому режиму. Однако это не диктуется требованиями, вытекающими из закономерностей самого процесса нагрева, а обусловлено стремлением понизить температуру уходящих из печи газов за счет более полного использования их тепла в рабочем пространстве.

Для двухступенчатого режима характерно наличие участка с изменяющейся температурой греющей среды и участка с постоянной температурой (рис. 22.2). Следует, однако, иметь в виду, что интенсивность теплоотдачи при таком режиме нагрева будет ниже и, соответственно, общее время нагрева больше.

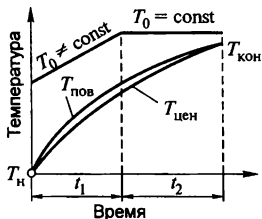


Рис. 22.2. Двухступенчатый режим нагрева тонких тел (обозначения см. рис. 22.1)

2. Режимы нагрева термически массивных тел

В отличие от нагрева термически тонких тел при нагреве массивных возникают обстоятельства, при которых необходимо увеличить продолжительность пребывания слитков и заготовок в печах. К ним относятся в первую очередь неравномерность нагрева по толщине и связанные с ней термические напряжения, что не позволяет применять одноступенчатый режим нагрева.

Возникновение термических напряжений, представляющих опасность в начале нагрева (до температуры перехода из упругого состояния в пластическое), приводит к необходимости снижать скорость нагрева в этом интервале до такой величины, при которой разность температур по сечению не превышает допустимого значения. К выбору скорости нагрева на начальном участке следует отнестись особенно внимательно в случае нагрева сплавов с невысокой теплопроводностью. В слитках из таких сплавов возникает большая разность температур между поверхностью и центром, вызывающая соответственно более высокие термические напряжения.

Наличие существенной разности температур по сечению слитка или заготовки в конце нагрева, при которой они не могут быть выданы из печи, заставляет либо снижать скорость нагрева во всем температурном интервале нагрева, либо предусматривать период (или зону) выдержки металла в печи. Назначением пери-

ода выдержки является устранение чрезмерной разности температур по сечению при неизменной температуре поверхности. Следует иметь в виду, что если пониженная скорость нагрева в начальный период не приводит к заметному увеличению окисления металла (см. гл. 21), то даже небольшое увеличение продолжительности его пребывания в печи при высокой температуре поверхности сопряжено с существенными дополнительными потерями металла с оксидами.

Все эти соображения вызывают необходимость выбора и расчета рационального режима нагрева в каждом конкретном случае. Режим нагрева должен обеспечивать минимальную продолжительность пребывания металла в печи при безопасной (с точки зрения термических напряжений) скорости нагрева и при допустимой (с технологической точки зрения) конечной разности температур по сечению.

Многообразие размеров и форм слитков и заготовок из самых различных сплавов с существенно разными теплофизическими характеристиками обуславливает и разнообразие применяемых на практике конкретных режимов нагрева массивных тел. Естественно, что описать все эти режимы нагрева невозможно. Поэтому все многообразие применяемых в промышленной практике режимов нагрева целесообразно свести к типовым режимам — схемам. В качестве таковых можно представить двухступенчатый и трехступенчатый режимы нагрева массивных тел с модификациями в рамках каждой схемы. Такие модели позволяют установить подход к математическому описанию и анализу реальных процессов нагрева, выяснить лимитирующие факторы процесса и определить порядок расчета нагрева металла в печах.

Двухступенчатый режим нагрева состоит из двух последовательных периодов. Условия теплообмена металла со средой в каждом из этих периодов определяются как допустимыми скоростями нагрева, так и реальными возможностями подвода тепла к нагреваемой поверхности в печах разных конструкций. В соответствии с этим первый период нагрева может осуществляться либо замедленно, либо ускоренно.

Так, если термические напряжения представляют опасность для слитка или заготовки (в случае, например, большой толщины нагреваемого тела, нагрева легированной стали с низкой теплопроводностью и т.д.), то первый период нагрева следует осуществлять замедленно. Замедленный нагрев получается, если нагреваем-

мю заготовку поместить в печную камеру с пониженной температурой и затем постепенно повышать температуру по мере прогрева металла. Такого рода условия имеют место при холодном посаде слитков в нагревательные колодцы. Замедленный нагрев в первом периоде обусловлен иногда и условиями тепловой работы самой печи и может быть проведен (так же как и в случае двухступенчатого нагрева тонких тел), даже если по условиям термических напряжений он и не требуется. Примером может служить любая методическая печь, где в методической зоне, играющей роль теплоутилизирующего устройства, происходит замедленный нагрев при постепенно возрастающей температуре греющей среды. Условия теплообмена среды с металлом при этом практически близки к нагреву с постоянной плотностью теплового потока.

Второй период нагрева в этом случае осуществляют при постоянной температуре греющей среды (рис. 22.3, а). Температура поверхности в течение второго периода достигает заданной величины, а разность температур по сечению успевает сократиться к моменту завершения второго периода и не превышает допустимого значения, обусловленного требованиями технологии обработки металла.

В том случае, когда термические напряжения, возникающие при нагреве, не представляют опасности (и если позволяет конструкция печи), период нагрева можно интенсифицировать путем загрузки холодных заготовок в среду с постоянной повышенной

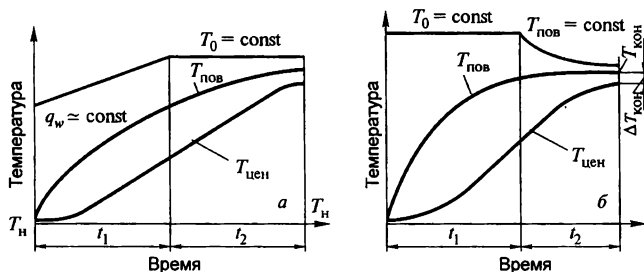


Рис. 22.3. Двухступенчатый режим нагрева:

а — замедленный нагрев в первом периоде; б — ускоренный нагрев в первом периоде

температурой (рис. 22.3, б). Уровень температуры среды и определяемые им тепловые потоки к металлу в этом случае следует выбирать таким образом, чтобы разность температур в нагреваемом металле не превышала предельно допустимого значения.

Опасность перегрева тепловоспринимающих поверхностей (а также ребер) заготовок заставляет снижать температуру среды во втором периоде и осуществлять выдержку при постоянной температуре поверхности металла. Расчеты и опыты показывают, что вариант двухступенчатого режима с форсированным нагревом в первом периоде дает существенное сокращение продолжительности нагрева, приводящее к повышению производительности печей и уменьшению потерь металла вследствие его окисления, но неизбежно сопровождается более высоким удельным расходом топлива и снижением коэффициента полезного теплоиспользования в печи.

Трехступенчатый режим нагрева позволяет более эффективно нагревать массивные тела, для которых термические напряжения представляют значительную опасность. В первую очередь это относится к слиткам холодного посада и литым слябам и заготовкам, получаемым на машинах непрерывного литья и отличающимся высоким уровнем остаточных напряжений, причем особое внимание следует уделять сплавам с низкой теплопроводностью.

Как видно из рис. 22.4, в первом периоде — периоде нагрева с пониженной скоростью — процесс осуществляется при постепенно возрастающей температуре греющей среды, обычно при почти постоянной плотности теплового потока к поверхности. Ве-

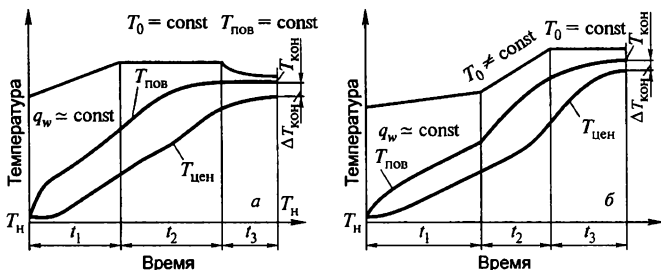


Рис 22.4. Трехступенчатый режим нагрева

личину плотности теплового потока выбирают исходя из допустимой разности температур по сечению. Период нагрева с пониженной скоростью продолжается до достижения в центре слитка температуры перехода из упругого состояния в пластическое, после которой термические напряжения не опасны.

Во втором периоде ускоренный нагрев ведут либо при постоянной температуре среды, как это имеет место в методических печах при переходе металла в сварочную зону (рис. 22.4, а), либо при возрастающей температуре среды, что характерно для режима нагрева крупных слитков холодного посада в колодцах (рис. 22.4, б). В обоих случаях после периода ускоренного нагрева, когда поверхность металла достигла конечной температуры, следует третий период — период выдержки, когда происходит выравнивание температуры по сечению. В течение этого периода достигается требуемая равномерность нагрева металла по сечению. При этом пониженная температура уходящих из печи газов в течение первого периода нагрева создает предпосылки для уменьшения удельного расхода топлива и повышения коэффициента полезного теплоиспользования.

Глава 23

РАСЧЕТЫ НАГРЕВА МЕТАЛЛА

Расчеты нагрева металла в печах выполняются для определения температурного поля слитка, заготовки или готового изделия, исходя из условий, продиктованных технологической целью нагрева. При этом учитываются ограничения, накладываемые процессами, протекающими при нагреве и рассмотренные в гл. 21, а также закономерности выбранного режима нагрева (гл. 22). Часто рассматривается и задача определения времени нагрева до заданной температуры при условии обеспечения требуемой равномерности к концу его пребывания в печи (последнее — в случае массивных тел). При этом обычно задаются законом изменения температуры греющей среды, выбирая режим нагрева в зависимости от степени термической массивности металла. Для выявления степени термической массивности и для последующего расчета нагрева очень важен вопрос о прогреваемой толщине слитка или заготовки.

1. Прогреваемая толщина металла

В большинстве случаев действительная (геометрическая) толщина нагреваемой в печи заготовки не соответствует ее прогреваемой толщине, вследствие того, что тепло подводится к металлу обычно не с одной стороны, а с двух или более. Прогреваемая толщина совпадает с геометрической только в случае одностороннего нагрева бесконечной пластины, лежащей на поду с идеальной тепловой изоляцией. На прогреваемую толщину заготовок оказывает влияние и их взаимное расположение на поду печи, поскольку при наличии зазоров между ними, с одной стороны, создается возможность увеличения тепловоспринимающей поверхности металла, а с другой — одна заготовка загоразивает другую. Еще более сложно обстоит дело при нагреве заготовок неправильной формы (рельсов, балок и т.п.).

Поэтому для оценки значения прогреваемой толщины вводят так называемый коэффициент несимметричности нагрева, связывающий ее с геометрической толщиной тела. Обозначив действительную толщину тела правильной формы S , а прогреваемую δ , выразим этот коэффициент следующим образом:

$$\mu = \delta/S. \quad (23.1)$$

Тогда, например, для бесконечной пластины, нагреваемой на идеально теплоизолированном поду, $\mu = 1$, так как $\delta = S$, а для пластины, к двум сторонам которой подводятся тепловые потоки равной плотности, прогреваемая толщина вдвое меньше действительной $\delta = 0,5S$, т. е. $\mu = 0,5$. В свете рассмотренных в предыдущей главе соображений о самой высокой и самой низкой температурах в процессе нагрева при $\mu = 1$ и $\delta = S$ наиболее «холодной» поверхностью в процессе нагрева будет опорная поверхность пластины, а при $\mu = 0,5$ и $\delta = 0,5S$ — ее средняя плоскость. Для тел сложной формы (например, рельсов) прогреваемую толщину определяют по эмпирическим формулам.

В табл. 23.1 приведены расчетные выражения для определения прогреваемой толщины различных заготовок в зависимости от их расположения на поду печи.

2. Расчеты нагрева металла

После оценки степени термической массивности подлежащего нагреву металла и предварительного выбора графика нагрева в

соответствии с рекомендациями, изложенными в гл. 22, осуществляют расчет температурного поля металла и находят время пребывания слитка или заготовки в печи. Методика расчета существенно различается при определении времени нагрева термически тонких и термически массивных тел.

Расчет нагрева термически тонких тел

Как показано в гл. 16, при $Bi \rightarrow 0$ в нагреваемом теле имеет место равномерное распределение температуры по объему в течение всего периода нагрева, а во времени температура уменьшается по экспоненциальному закону. Тогда температура тела T с массой M , удельной теплоемкостью c и площадью тепловоспринимающей поверхности F , помещенного в среду с постоянной температурой T_0 при коэффициенте теплоотдачи от нее к телу α_Σ (при начальной температуре тела T_H) в любой момент времени t может быть найдена из выражения

$$T = T_0 + (T_H - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha_\Sigma F t}{Mc}\right). \quad (23.2)$$

Отсюда время нагрева t от начальной температуры T_H до конечной $T_{\text{кон}}$:


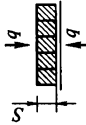
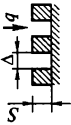
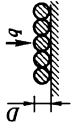
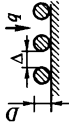
$$t = \frac{Mc}{\alpha_\Sigma F} \ln \frac{T_0 - T_H}{T_0 - T_{\text{кон}}}. \quad (23.3)$$

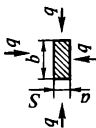
Выражение (23.3) показывает, что время нагрева тонкого тела прямо пропорционально его массе и удельной теплоемкости и обратно пропорционально величине тепловоспринимающей поверхности и интенсивности передачи тепла к ней. Таким образом, скорость нагрева данного тонкого тела зависит только от условий подвода к нему тепла.

Расчет нагрева термически массивных тел

Расчет нагрева массивных тел более сложен по сравнению с расчетом термически тонких тел. Он включает не только определение времени нагрева металла до конечной температуры поверхности при допустимой конечной разности температур по сечению, но и установление величины допустимой плотности теплового потока к поверхности. При расчете нагрева массивных тел приходится учитывать распространение тепла внутри нагреваемого металла.

Таблица 23.1. Прогреваемая толщина заготовок в зависимости от их расположения на поду печи

Расположение заготовок		μ	δ
	Односторонний нагрев при сплошной укладке на мономлитном поду	$\mu = 1,0$	$\delta = S\mu$
	Двусторонний нагрев при сплошной укладке на водоохлаждаемых трубах	$\mu = 0,55 \div 0,6$	$\delta = S\mu$
	Односторонний нагрев с укладкой с зазорами на мономлитном поду	$\Delta \dots 0 \quad 0,5S \quad S \quad 2S \quad \infty$ $\mu \dots 1,0 \quad 0,6 \quad 0,55 \quad 0,5 \quad 0,4$	$\delta = S\mu$
	Односторонний нагрев при сплошной укладке на мономлитном поду	$\mu = 0,75 \div 0,8$	$\delta = D\mu$
	Односторонний нагрев при укладке с зазорами на мономлитном поду	$\Delta \dots D \quad 2D \quad >2D$ $\mu \dots 0,8 \div 1,0 \quad 0,6 \quad 0,5$	$\delta = D\mu$

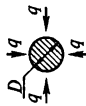


Четырехсторонний нагрев плоских заготовок

При $b/a \leq 1,8$ параметр $\mu = 0,564$
 При $b/a > 1,8$ параметр $\mu = 0,5$

$$\delta = \mu \sqrt{ab}$$

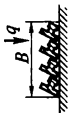
$$\delta = a\mu$$



Равномерный нагрев со всех сторон круглых заготовок

$$\mu = 0,5$$

$$\delta = D\mu$$



Односторонний нагрев рельсов или балок на монолитном полу

F — площадь поперечного сечения рельса или балки;
 B — ширина ряда

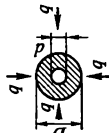
$$\delta = \Sigma F/B$$



Двусторонний нагрев рельсов или балок

F — площадь поперечного сечения рельса или балки;
 B — ширина ряда

$$\delta = \Sigma F/2B$$



Равномерный нагрев со всех сторон толстостенных труб

$D/d \dots 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \geq 5$
 $\mu \dots 1 \quad 0,89 \quad 0,85 \quad 0,82 \quad 0,8$

$$\delta = (D-d)\mu$$

Основой расчета нагрева массивных тел являются решения задач теплопроводности при различных граничных условиях (см. гл. 16).

Как видно из приведенного выше описания даже упрощенных схем нагрева (двух- и трехступенчатый режимы), они представляют собой сложную совокупность определенных условий воздействия греющей среды на поверхность металла, причем по ходу нагрева эти условия претерпевают изменение. В связи с этим целесообразно рассмотреть режимы нагрева по отдельным периодам для выявления вида граничных условий с тем, чтобы иметь возможность применять известные аналитические решения к практическим расчетам нагрева массивных тел в печах. Следовательно, важно правильно установить вид граничного условия на каждом отдельном этапе нагрева, после чего можно воспользоваться соответствующим решением, рассмотренным в гл. 16. Эти решения позволяют найти распределение температуры в металле по ходу нагрева и время, необходимое для нагрева до заданной температуры в каждом отдельном периоде. Полное время пребывания металла в печи находят как сумму времен нагрева в каждом из периодов.

Двухступенчатый режим нагрева. При расчете нагрева массивного тела следует прежде всего установить величину максимально допустимой разности температур по его сечению в первом периоде нагрева, когда термические напряжения могут представлять известную опасность. Эту разность температур определяют с помощью формул (21.2) и (21.3). Далее рассмотрим отдельно случаи, представленные графически на рис. 22.3.

При необходимости осуществления замедленного нагрева в первом периоде (см. рис. 22.3, а) нагрев ведут при постепенном повышении температуры греющей среды. Как уже отмечалось, плотность потока к поверхности тела на начальной стадии может быть в первом приближении принята постоянной и процесс нагрева тогда описывается задачей теплопроводности при граничных условиях II рода. Из анализа решения этой задачи (см. гл. 16) можно получить выражение для максимальной разности температур по сечению металла, которая не должна превышать величину уже установленной максимально допустимой разности температур $\Delta T_{\text{доп}}$:

$$\Delta T = q_w \delta / 2\lambda \leq \Delta T_{\text{доп}}, \quad (23.4)$$

где q_w — плотность теплового потока, подводимого к поверхности металла, Вт/м²; λ — коэффициент теплопроводности металла, Вт/(м · К); δ — прогреваемая толщина тела, м.

Из этого соотношения можно найти величину максимально допустимой плотности теплового потока q_w , обеспечивающего безопасный нагрев металла. Эта величина должна быть обеспечена условиями внешнего теплообмена. Рассчитывая внешний теплообмен, следует выбирать такую температуру греющей среды в каждый момент протекания первого периода нагрева, чтобы она обусловила уровень суммарного коэффициента теплоотдачи, дающего найденную из выражения (23.8) величину q_w .

Время завершения первого периода t_1 (в случае, если оно продиктовано опасностью термических напряжений) можно найти из упомянутого решения задачи теплопроводности с граничными условиями II рода в области регулярного режима, так как в реальных условиях время нагрева практически всегда соответствует этой области. Если по условиям безопасного нагрева принять температуру центра заготовки в конце первого периода равной температуре перехода данного сплава из упругого в пластическое состояние $T_{пер}$, то время нагрева можно рассчитывать с помощью выражений:

для бесконечной пластины

$$\frac{(T_{пер} - T_H)\lambda}{q_w \delta} = \frac{1}{2} \left(\frac{2at_1}{\delta^2} - \frac{1}{3} \right); \quad (23.5)$$

для бесконечного цилиндра

$$\frac{(T_{пер} - T_H)\lambda}{q_w \delta} = \frac{1}{2} \left(4 \frac{at_1}{\delta^2} - \frac{1}{2} \right), \quad (23.6)$$

где a — коэффициент температуропроводности металла, м²/с.

В тех случаях, когда замедленный нагрев в первом периоде обусловлен не термическими выражениями, а условиями тепловой работы печи, момент завершения этого периода может быть выбран при любой температуре тела (целесообразной с точки зрения сокращения общего времени нагрева).

При переходе к расчету второго периода (см. рис. 22.3, а) можно видеть, что в этом случае нагрев происходит при постоянной температуре греющей среды. Так как температура поверх-

ности металла изменяется по ходу нагрева, то и величина коэффициента теплоотдачи излучением будет изменяться. Однако, приняв его средним постоянным за период нагрева, можно видеть, что процесс нагрева описывается задачей теплопроводности при граничных условиях III рода с неравномерным распределением температуры в теле в начальный момент.

При любых граничных условиях и, в частности, при граничных условиях III рода, начиная с момента времени, соответствующего $Fo = 0,3$, наступает регулярный тепловой режим. Одним из основных свойств регулярного режима является отсутствие зависимости распределения температуры по сечению от начального распределения температуры. Поскольку в реальных условиях нагрева металла в печах обычно соблюдается условие $Fo \geq 0,3$, то использование в качестве начального условия для второго периода нагрева средней по сечению температуры не вносит существенной погрешности в расчет. Это позволяет использовать для расчета аналитическое решение при граничных условиях III рода, подставляя в качестве начального условия постоянную (среднюю по объему) температуру тела в конце первого периода.

Для практического использования решения удобно применять известные графические зависимости между критериями

$$\theta = f(Bi, Fo, x/\delta). \quad (23.7)$$

Эти графики известны под названием номограмм Д. В. Будрина. Они обычно представлены для центра ($x/\delta = 0$) и поверхности ($x/\delta = 1$) бесконечной пластины. Пользуясь ими, можно найти величину критерия Fo , зная заданную величину безразмерной избыточной температуры $\theta = (T_0 - T)/(T_0 - T_H)$ и значение критерия Bi . В величину θ входит температура греющей среды T_0 и температура поверхности или центра металла в конце периода нагрева (обычно величина, заданная технологией процесса) T . Из условий внешнего теплообмена следует определить коэффициент теплоотдачи и подставить его значение в критерий Bi . Затем по критерию Fo можно рассчитать время нагрева до заданной конечной температуры.

Номограммы Д. В. Будрина приведены в приложениях IV–IX.

Совместное использование решений для поверхности и центра позволяет также найти и разность температур по сечению нагреваемой заготовки в конце периода нагрева.

В случае ускоренного нагрева в первом периоде (см. рис. 22.3, б), следует определить границу безопасной области перепада температур по сечению металла и найти допустимые значения температуры греющей среды T_0 и суммарного коэффициента теплоотдачи к поверхности α_Σ . Для этой цели можно воспользоваться вышеописанными номограммами функции (23.7). Однако в этом случае, задаваясь различными значениями T_0 и α_Σ (причем их следует увязать между собой расчетом внешнего теплообмена), надо построить графики изменения температуры поверхности и центра металла во времени с тем, чтобы убедиться в безопасности выбранного режима нагрева с точки зрения температурных напряжений. Для всего первого периода нагрева рассчитанная разность температур в любой момент времени по сечению не должна превышать допустимую, найденную по формулам (21.2) или (21.3).

Продолжительность нагрева в первом периоде в случае форсированного нагрева определяют при помощи той же критериальной зависимости (23.7), исходя из момента достижения поверхностью предельно допустимой температуры для данного сплава. В этот момент следует снизить температуру греющей среды во избежание дальнейшего перегрева, после чего начинается период выдержки при постоянной температуре поверхности заготовки. Этот случай описывается задачей теплопроводности при граничных условиях I рода с неравномерным начальным полем температур. Это распределение близко к параболическому. Решение такой задачи при параболическом начальном распределении температур приведено на графике рис. 23.1. Этим графиком можно воспользоваться для нахождения необходимого времени выдержки. Если разность температур в начале пери-

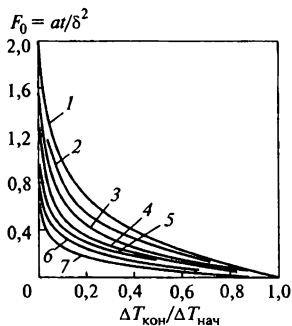


Рис. 23.1. Взаимосвязь температурного критерия и критерия Фурье при начальном параболическом распределении температур и постоянной температуре поверхности тела: 1 - бесконечная пластина; 2 - бесконечная призма, $b/a = 2$; 3 - то же, $b/a = 1/4$; 4 - то же, $b/a = 1,0$; 5 - бесконечный цилиндр; 6 - куб; 7 - шар

ода выдержки составляет $\Delta T_{\text{нач}} = T_{\text{нач}}^{\text{пов}} - T_{\text{нач}}^{\text{цен}}$, а в конце выдержки $\Delta T_{\text{кон}} = T_{\text{кон}}^{\text{пов}} - T_{\text{кон}}^{\text{цен}}$, то решение задачи теплопроводности I рода может быть представлено в виде взаимосвязи температурного критерия и критерия Фурье

$$at/\delta^2 = f(\Delta T_{\text{кон}}/\Delta T_{\text{нач}}). \quad (23.8)$$

Подставляя в выражение (23.8) значение $\Delta T_{\text{нач}}$, найденное с помощью функциональной зависимости (23.7) по номограммам Д. В. Будрина, и принимая $\Delta T_{\text{кон}}$ по условиям технологии нагрева, можно найти величину критерия Fo для тела соответствующей формы с помощью рис. 23.1. Затем по критерию Fo следует рассчитать время выдержки.

Трехступенчатый режим нагрева. Сопоставляя рис. 22.3, а и 22.4, можно видеть, что протекание двух- и трехступенчатого режимов нагрева в первом периоде ничем не различается. Следовательно, изложенная выше методика расчета величины допустимой плотности теплового потока к поверхности нагреваемого металла и времени протекания этого периода полностью применима для расчета периода замедленного нагрева при трехступенчатом режиме.

Переходя к расчету второго периода (ускоренного нагрева) в случае, показанном на рис. 22.4, а, можно видеть, что этой ситуации соответствует задача теплопроводности при граничных условиях III рода при постоянной и обычно заданной условиями сжигания топлива температуре греющей среды. Используя решение этой задачи (с подстановкой в ее начальное условие средней температуры по сечению заготовки в конце периода замедленного нагрева), можно рассчитать изменение температуры поверхности и центра металла во времени с помощью функциональной зависимости (23.7) и номограмм Д. В. Будрина. Время завершения этого периода можно найти по критерию Fo , соответствующему достижению конечной безразмерной избыточной температуры θ на поверхности заготовки. Величина критерия Bi , продиктованная условиями теплоотдачи от греющей среды и характеристиками металла, рассчитывается по среднему для этого периода коэффициенту теплоотдачи.

Время выдержки при постоянной температуре поверхности металла можно определить при помощи графика, приведенного на рис. 23.1, так же, как и в случае двухступенчатого режима.

Рассматривая график нагрева, показанный на рис. 22.4, б, и сравнивая его с рис. 22.3, а, можно видеть, что расчет первого периода нагрева ничем не отличается от описанного выше расчета в случае двухступенчатого периода замедленного нагрева на базе применения решения задачи теплопроводности II рода. Этот период завершается в момент достижения центром тела температуры перехода сплава в пластическое состояние.

Второй период, протекающий при увеличивающейся температуре среды, может быть описан задачей теплопроводности при граничных условиях III рода при переменной температуре греющей среды и сложном начальном распределении температур. Аналитическое решение такой задачи достаточно сложно. Для расчета изменения температурного поля во времени возможно применение метода усреднения температуры греющей среды по отдельным участкам. При этом второй период нагрева разбивают на участки, для каждого из которых принимают среднюю по длине участка (или по интервалу времени протекания нагрева на этом участке) температуру греющей среды.

Для каждого из этих участков следует рассчитать величину суммарного коэффициента теплоотдачи с тем, чтобы затем на каждом участке найти критерий Bi .

После этого можно воспользоваться для каждого отдельного участка решением задачи теплопроводности при граничных условиях III рода (23.7) и с помощью номограмм Д. В. Будрина построить график изменения температуры центра и поверхности заготовки во времени. Момент завершения второго (ускоренного) периода нагрева находят из рассчитанного температурного графика, а распределение температур по сечению металла в конце этого периода служит начальным условием задачи теплопроводности для третьего периода — периода окончательного нагрева при постоянной температуре среды. Методика расчета третьего периода нагрева такая же, как и второго периода по графику рис. 22.3, а.

Расчет нагрева термически массивных тел конечных размеров

Изложенная выше методика расчета нагрева термически массивных тел, в основу которой положены решения задачи теплопроводности для одномерного теплового потока, позволяет най-

ти температурное поле (или время достижения заданной температуры) либо в случае пластины конечной толщины с бесконечной шириной и длиной, либо для цилиндра бесконечной длины с известным диаметром. Данные, приведенные в табл. 23.1, дают возможность использовать эти решения для расчета нагрева различных заготовок достаточно большой длины с учетом особенностей их расположения на поду печи и подвода тепла к их поверхности.

Однако в ряде случаев такой подход оказывается неприемлемым, например, при расчете нагрева слитков и заготовок, толщина и ширина (или диаметр) которых соизмеримы с их длиной. В этом случае можно воспользоваться решениями для тел бесконечной длины, представив цилиндр конечных размеров как продукт пересечения бесконечного цилиндра конечного диаметра с пластиной бесконечной длины и ширины, но конечной толщины (рис. 23.2). Аналогичным образом прямоугольный параллелепипед может быть представлен как продукт пересечения в пространстве трех пластин бесконечной длины и ширины, каждая из которых имеет конечную толщину.

Тогда в получившемся цилиндре конечных размеров можно выделить точки, принадлежащие одновременно и бесконечной

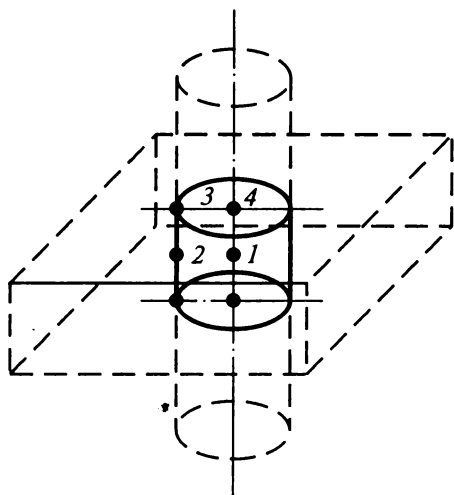


Рис. 23.2. К расчету нагрева цилиндра конечной длины

пластине и бесконечному цилиндру. Так, точка 1 принадлежит оси цилиндра и средней плоскости пластины (т.е. середины высоты цилиндра конечных размеров); точка 2 – поверхности цилиндра и средней плоскости пластины; точка 3 – поверхности пластины и поверхности цилиндра; точка 4 – оси цилиндра и поверхности пластины. Д. В. Будрин и Г. П. Иванцов показали, что безразмерная избыточная температура в каждой из этих точек может быть найдена как произведение безразмерных избыточных тем-

ператур в соответственных точках пластины и цилиндра, полученных из независимых решений для этих тел:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \theta_{\text{ос}^{\text{ц}}\text{ил}} \cdot \theta_{\text{сред. плоск}}^{\text{пласт}} \\ \theta_2 &= \theta_{\text{пов}}^{\text{ц}} \cdot \theta_{\text{сред. плоск}}^{\text{пласт}} \\ \theta_3 &= \theta_{\text{пов}}^{\text{ц}} \cdot \theta_{\text{пов}}^{\text{пласт}} \\ \theta_4 &= \theta_{\text{ос}^{\text{ц}}\text{ил}} \cdot \theta_{\text{пов}}^{\text{пласт}}\end{aligned}\tag{23.9}$$

Значения безразмерных избыточных температур для бесконечных цилиндра и пластины могут быть получены описанным выше путем с помощью критериальной зависимости (23.7) или непосредственно из решений задач теплопроводности, приведенных в гл. 16.

При этом могут быть учтены различие условий внешнего теплообмена на боковой поверхности цилиндра и на тепловоспринимающих поверхностях пластины (образующих торцы цилиндра конечной длины), а также различие теплофизических характеристик цилиндра в радиальном и аксиальном направлениях. Это позволяет применить настоящий метод для расчета нагрева тел конечных размеров с анизотропией теплофизических свойств (например, рулонов), а также при несимметричном нагреве. Аналогичным образом могут быть установлены безразмерные избыточные температуры для прямоугольного параллелепипеда и найдено его температурное поле.

Раздел VII
ПЛАВЛЕНИЕ И ЗАТВЕРДЕВАНИЕ

Глава 24
**ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА
И ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА
ПРИ ПРОТЕКАНИИ ПРОЦЕССОВ
ПЛАВЛЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ**

1. Общие сведения

Плавление и затвердевание представляют собой фазовые переходы вещества с изменением его агрегатного состояния при превращении твердого тела в жидкость и наоборот. Эти превращения сопровождаются тепловым эффектом и скачкообразным изменением плотности.

Процессы плавления и затвердевания являются неотъемлемой частью большинства технологических операций по производству и переработке различных металлов и сплавов. Получение металлов из руд, рафинирование сплавов, ввод в сплавы легирующих добавок с целью желаемого изменения их свойств, кристаллизация слитков и отливок — вот далеко неполный перечень технологических процессов, в ходе которых имеют место плавление и затвердевание. Широкое разнообразие названных задач предопределяет и различие условий, в которых протекают эти процессы. Плавление осуществляют в самых различных металлургических печах, а также в ковшах при внепечной обработке металла. Затвердевание расплава происходит в изложницах и литейных формах, а также на любых твердых поверхностях, через которые отводится тепло от вступающего с ними в контакт расплава (стенки ковшей, водоохлаждаемые элементы конструкций печей и т.п.).

Несмотря на разнообразие этих условий, процессам плавления и затвердевания, как физическим явлениям, присущи некоторые общие закономерности. К ним относится, прежде всего, наличие движущейся поверхности раздела твердой и жидкой фаз. Эту поверхность называют фронтом фазового превращения. Для плоского фронта меняющееся во времени положение его координаты ($\xi(t)$, м) определяет скорость плавления или затвердевания ($v = |d\xi/dt|$, м/с). Температура фронта фазового превращения чистого кристаллического вещества имеет определенное постоянное значение. Эта температура, называемая точкой фазового превращения ($T_{пр}$), служит одной из теплофизических характеристик вещества.

Другой характеристикой, оказывающей существенное влияние на скорость перемещения фронта фазового превращения, является тепловой эффект процесса, называемый удельной (скрытой) теплотой фазового превращения. Эта величина (L , Дж/кг) равна количеству тепла, поглощаемого при плавлении единицы массы твердого вещества или выделяющегося при затвердевании единицы массы расплава. В случае чистого кристаллического вещества поглощение или выделение теплоты фазового перехода происходит на фронте фазового превращения.

При плавлении и затвердевании многокомпонентных веществ или сплавов тепловой эффект фазового превращения реализуется не при определенной температуре, а в некотором интервале температур. Для сплавов этот интервал температур соответствует диапазону между линиями ликвидус и солидус. Поверхность фронта превращается при этом в двухфазную область, где одновременно существуют твердая и жидкая фазы. Эта область имеет некоторую толщину и характеризуется тем, что температура одной ее поверхности определяется линией солидус, а другой — линией ликвидус.

При решении многих технических задач часто используют допущение о том, что процесс плавления многокомпонентного вещества протекает при некоторой постоянной температуре, за которую принимают обычно температуру линии ликвидус. Такое допущение существенно упрощает математическое описание процесса, и в случае, когда разность температур ликвидус и солидус невелика, этот подход является приемлемым, позволяя получать достоверные результаты по скорости движения границы раздела фаз.

2. Тепловые процессы при плавлении и затвердевании

В общем случае направление и скорость перемещения межфазной поверхности (при заданных значениях ρ и L) зависит от соотношения плотностей подводимого к ней q , Вт/м², и отводимого от нее q' , Вт/м², тепловых потоков.

При плавлении тепловой поток подводится от внешнего источника тепла (электрическая дуга, раскаленные продукты сгорания топлива и т.п.), а отводится внутрь твердого остатка плавящегося тела.

При затвердевании тепло передается от расплава к фронту фазового превращения и далее через слой затвердевшего расплава к некоторой твердой поверхности, через которую оно и отводится из системы.

Разность между плотностями подводимого и отводимого тепловых потоков служит движущей силой процесса фазового превращения. При $q = q'$ никакого фазового превращения не происходит, и, соответственно, скорость перемещения межфазной поверхности равна нулю. Если $q > q'$, на границе раздела фаз возникает избыток тепла, расходуемый на плавление, и эта граница перемещается внутрь твердой фазы. В случае $q < q'$ дефицит тепла на фронте фазового превращения, восполняемый выделением тепла фазового превращения, обуславливает перемещение границы раздела внутрь жидкой фазы, т.е. происходит ее затвердевание. Рис. 24.1 наглядно иллюстрирует три эти возможные ситуации, показывая соответствующие направления вектора скорости движения межфазной поверхности.

Для количественной оценки направления и скорости движения границы раздела фаз запишем выражение закона сохранения энергии на ней, называемое условием Стефана:

$$\rho L \frac{d\xi}{dt} = q' - q, \quad (24.1)$$

где ρ — плотность твердой фазы, кг/м³. Здесь разность $(q' - q)$ имеет смысл плотности результирующего теплового потока на границе раздела фаз. Когда эта разность положительна, то и величина $\rho L d\xi/dt$ имеет положительный знак, а направление вектора скорости перемещения фронта совпадает с принятым направлением оси x , т.е. имеет место затвердевание расплава с уменьшением объема жидкой фазы (рис. 24.1, б). При отрицатель-

ном значении разности $(q' - q)$ величина $\rho L d\xi/dt$ также отрицательна, и направление вектора скорости оказывается противоположным направлению оси x , т.е. протекает процесс плавления (рис. 24.1, *в*), сопровождающийся сокращением объема твердой фазы и увеличением объема расплава.

Таким образом, как это следует из соотношения (24.1), на фронте фазового превращения плотность теплового потока скачкообразно изменяется, тогда как температурное поле в обеих фазах остается непрерывным, будучи связанным значением температуры фазового превращения на границе раздела фаз.

На картину теплообмена при плавлении и затвердевании существенное влияние оказывают особенности предшествующих процессов (нагрев твердого тела перед плавлением и охлаждение расплава перед началом его затвердевания). При этом возможны предельные случаи, когда температурное поле одной из фаз равномерно, т.е. в ней отсутствует градиент температуры.

Так, охлаждение расплава может протекать таким образом, что к моменту достижения температуры фазового превращения весь его объем имеет постоянную температуру, равную $T_{пр}$. В этом случае плотность теплового потока, подводимого к фронту фазового превращения от расплава, равна нулю ($q = 0$), и скорость затвердевания обусловлена только интенсивностью отвода тепла от фронта фазового превращения, т.е. величиной q' . При наличии перегрева расплава (при $q > 0$) скорость затвердевания уменьшается в тем большей степени, чем выше градиент температуры в жидкой фазе у межфазной поверхности и чем, следовательно, больше величина q .

Что касается плавления, то ему всегда предшествует нагрев твердого тела вплоть до достижения его поверхностью температу-

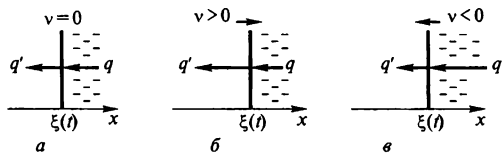


Рис. 24.1. Соотношения между плотностями тепловых потоков на межфазной поверхности при отсутствии фазового превращения (*а*), при затвердевании расплава (*б*) и плавлении твердого тела (*в*)

ры фазового превращения. При этом нагрев тела (как это показано в гл. 16) может протекать по закономерностям, свойственным либо термически тонким, либо термически массивным телам. В первом случае после достижения точки фазового превращения начинается плавление твердого тела, равномерно прогретого до температуры $T_{пр}$. Тогда плотность теплового потока q' , отводимого от границы раздела фаз, равна нулю, и все тепло, подводимое к этой границе, затрачивается только на плавление, скорость которого является максимально возможной при прочих равных условиях. При постоянстве плотности теплового потока q , подводимого к границе раздела фаз, как это следует из условия Стефана (24.1), скорость плавления термически тонкого тела постоянна.

Если предшествующий плавлению нагрев протекал в термически массивном теле, то скорость его плавления будет тем ниже, чем больше градиент температуры в твердом остатке у границы раздела фаз. По мере сокращения объема твердого остатка и его прогрева градиент температуры внутри тела уменьшается, и, соответственно, снижается плотность отводимого внутрь него теплового потока q' . Это (при постоянстве плотности подводимого к границе раздела фаз теплового потока q) вызывает рост скорости плавления вплоть до достижения величины скорости плавления термически тонкого тела.

При анализе процесса плавления следует учитывать влияние еще одного фактора, оказывающего существенное влияние на скорость процесса. Этот фактор характеризует поведение образующейся жидкой фазы, которая может либо накапливаться на поверхности твердого остатка (например, на слое шихты, лежащей на поду плавильной печи), либо быстро стекать с нее (например, с плавящегося торца расходуемого электрода).

В первом случае тепло от внешнего источника передается к фронту плавления через слой образующегося расплава, имеющий меняющуюся во времени толщину и представляющий, таким образом, переменное тепловое сопротивление. При неподвижности этого расплава (что может иметь место в случае его расположения на горизонтальной поверхности и подводе тепла сверху от внешнего источника) конвективные потоки не получают развития, и тепло передается к фронту плавления через слой жидкой фазы посредством молекулярной теплопроводности. Во всех случаях обязательным условием протекания процесса плавления под слоем расплава является перегрев жидкой фазы, обеспечивающий

некоторый температурный напор и, следовательно, тепловой поток к фронту фазового превращения. Чем больше плотность этого потока, тем выше скорость плавления.

Очевидно, что при прочих равных условиях скорость плавления с удалением расплава выше, чем в случае его накопления на поверхности плавящегося тела, поскольку тепло не расходуется на перегрев образующегося расплава, а поступает от внешнего источника непосредственно к фронту плавления. Внешний тепловой поток может формироваться за счет переноса тепла конвекцией или излучением, либо при совместном протекании этих процессов. При этом, если температура источника тепла (греющей среды) постоянна, то благодаря неизменности температуры на поверхности плавящегося тела при удалении с него расплава плотность подводимого теплового потока q сохраняет постоянное значение.

Еще один вариант условий перехода твердых тел в жидкое состояние возникает при осуществлении технологий, связанных с погружением этих тел в расплавы (например, кусков лигатур, ферросплавов и раскислителей в жидкую сталь). В этом случае собственно плавлению погружаемого твердого тела предшествует период его нагрева, отличающийся тем, что на поверхности тела возникает (и затем оплавляється) слой затвердевшего расплава, часто именуемый «корочкой» или «гарнисажем». Образование корочки обусловлено тем, что сразу после ввода твердого тела (обычно с комнатной начальной температурой) в перегретый до температуры T_p расплав в поверхностном слое тела возникает большой градиент температуры. При этом величина плотности теплового потока q' , отводимого через корочку внутрь тела, превышает плотность теплового потока q , подводимого к ней от расплава, и значение $\rho L dx/dt$ в соотношении (24.1) становится положительным, что свидетельствует о затвердевании расплава и увеличении толщины корочки. Следует иметь в виду, что температура на внешней поверхности затвердевшего слоя равна температуре фазового превращения расплава, вследствие чего плотность подводимого от расплава к корочке теплового потока q постоянна (при условии $T_p = \text{const}$). По мере прогрева твердого тела градиент температуры в нем уменьшается, и, следовательно, уменьшается величина плотности теплового потока q' . В момент времени, для которого плотности отводимого и подводимого тепловых потоков становятся равными ($q' = q$), величина $\rho L d\xi/dt$

обращается в нуль, и толщина корочки достигает своего максимального значения. Затем, при $q' < q$, начинается оплавление затвердевшего слоя, которое завершается его полным исчезновением с поверхности тела, температура которой в этот момент становится равной температуре фазового превращения расплава. Описанный начальный этап процесса нагрева твердого тела при его погружении в расплав часто называют «тепловым периодом». После его окончания начинается непосредственное взаимодействие твердого тела с расплавом, сопровождающееся плавлением тела.

Последующие за тепловым периодом стадии перехода твердого тела в расплав протекают существенно по-разному в зависимости от соотношения температур фазового превращения твердого тела ($T_{\text{пр}}$) и расплава ($T'_{\text{пр}}$). Возможны три ситуации:

– $T_{\text{пр}} = T'_{\text{пр}}$ (плавление тела такого же состава, как и расплав);

– $T_{\text{пр}} > T'_{\text{пр}}$ (плавление относительно тугоплавкого тела);

– $T_{\text{пр}} < T'_{\text{пр}}$ (плавление относительно легкоплавкого тела).

В первом случае после окончания теплового периода сразу начинается плавление погруженного в расплав твердого тела, протекающее в соответствии со всеми рассмотренными выше закономерностями.

Во втором случае, когда к моменту окончания теплового периода на поверхности погруженного тела достигается температура фазового превращения вещества расплава $T'_{\text{пр}}$, его плавление начаться еще не может, так как необходимо некоторое время для того, чтобы поверхность твердого тела нагрелась до температуры $T_{\text{пр}}$. Если температура расплава выше температуры плавления твердого тела, т.е. $T_p > T_{\text{пр}}$, то после достижения на поверхности температуры $T_{\text{пр}}$ начинается плавление при $q = \text{const}$.

Если же температура расплава ниже точки плавления твердого тела (например, при вводе тугоплавких ферросплавов в жидкую сталь), переход твердого тела в расплав возможен посредством растворения. В случае наличия в расплаве каких-либо примесей, понижающих температуру плавления до уровня $T_{\text{пр}} < T_p$ (например, углерода при плавлении стали в жидком чугуне), благодаря их диффузии из расплава в поверхностные слои твердого тела возникает тепловой поток к фронту фазового превращения, достаточный для плавления. Такой механизм перехода погруженного в расплав твердого тела в жидкое состояние получил название диффузионного плавления.

В третьем случае, например, при плавлении легкоплавких добавок в жидкой стали, еще до исчезновения корочки затвердевшего расплава под ней начинается плавление твердого тела, и образуется слой жидкой фазы. Рассматриваемая система на этой стадии отличается наличием двух фронтов фазового превращения: одного на границе раздела корочки и расплава, а другого — на границе между твердым остатком погруженного тела и образовавшейся при его плавлении жидкой фазой, заключенной под еще существующей корочкой. В зависимости от количественного соотношения температур $T_{пр}$ и $T'_{пр}$, а также от температуры расплава T_p и интенсивности теплоотдачи от него, момент начала плавления твердого тела под корочкой затвердевшего расплава может соответствовать или этапу ее нарастания, или оплавления. Эти же факторы предопределяют картину завершения плавления твердого тела: либо оно полностью расплавляется еще под корочкой, либо существование корочки прекращается, когда плавление твердого остатка еще не завершилось.

3. Общая постановка задач плавления и затвердевания

Возможность решения задач плавления и затвердевания имеет большое практическое значение, поскольку она открывает пути совершенствования широкого круга технологических процессов в металлургии и во многих других отраслях промышленности. Обычно целью решения этих задач является нахождение координаты фронта фазового превращения в заданный момент времени, определение скорости перемещения границы раздела фаз и полной длительности либо нагрева и плавления твердого тела с известными размерами, либо охлаждения и затвердевания некоторого объема расплава.

Как следует из условия Стефана (24.1), скорость и направление фазового превращения однозначно определяется величиной плотности результирующего теплового потока на межфазной границе, т.е. разностью плотностей подводимого к границе и отводимого от нее тепловых потоков. Значения этих потоков обусловлены полями температур в твердой и жидкой фазах. Поэтому ответы на поставленные вопросы следует в общем случае искать путем постановки задач теплопроводности для твердой и жидкой фаз, сопрягаемых на межфазной границе посредством условия Стефана и равенства температур обеих фаз.

При этом должны быть учтены все рассмотренные выше особенности протекания тепловых процессов при изменении агрегатного состояния, учитывающие степень тепловой массивности тел, поведение образующейся при плавлении жидкой фазы, геометрические характеристики изучаемой системы и т.д. Все эти сведения позволяют корректно сформулировать начальные и граничные условия для решения уравнений теплопроводности, которое в общем случае может быть получено с помощью численных методов.

В следующей главе будут рассмотрены некоторые задачи плавления и затвердевания, для которых существуют либо строгие, либо приближенные аналитические решения. Целью получения этих решений является не столько вывод расчетных формул для каких-либо конкретных случаев, сколько проведение количественного анализа тех закономерностей тепловых процессов при плавлении и затвердевании, которые качественно описаны в настоящей главе. Поэтому при постановке и решении рассматриваемых ниже задач принимаются следующие ограничения и упрощающие допущения:

- тепловые потоки считаются одномерными, а фронты изучаемых фазовых превращений плоскими;
- все теплофизические характеристики вещества не зависят от температуры;
- рассматриваемые тела однородны и состоят из чистого кристаллического вещества с постоянной температурой фазового превращения;
- в случае передачи тепла к фронту фазового превращения от внешнего источника коэффициент теплоотдачи и температура источника считаются постоянными.

Глава 25

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПЛАВЛЕНИЯ И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ

1. Затвердевание расплава на теплоотводящей поверхности

Рассмотрим процесс затвердевания расплава, вступающего в контакт с плоской теплоотводящей поверхностью, имеющей постоянную температуру $T_0 < T_{пр}$. В начальный момент времени $\xi(0) = 0$, $q' \rightarrow \infty$ и $v \rightarrow \infty$. По мере увеличения толщины затвер-

девшего слоя плотность теплового потока q' , отводимого внутрь твердой фазы, уменьшается, и, соответственно, падает скорость затвердевания v ($v \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$). Требуется определить температурное поле в затвердевшем слое $T(x, t)$ (рис. 25.1, начало координат $x=0$ соответствует теплоотводящей поверхности) и изменение во времени толщины затвердевшего слоя $\xi(t)$.

Предположим сначала, что перегрев расплава над температурой его затвердевания отсутствует, т.е. температура расплава постоянна по всему его объему и равна $T_{\text{пр}}$. В этом случае плотность внешнего теплового потока $q = 0$, и из условия Стефана (24.1) следует, что скорость затвердевания расплава определяется только плотностью теплового потока q' , однозначно зависящей от распределения температуры в затвердевшем слое.

Для получения точного (аналитического) решения задачи необходимо произвести ее строгую математическую формулировку, включающую в себя:

— одномерное уравнение теплопроводности в области с движущейся границей

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \xi(t); \quad (25.1)$$

— начальное условие

$$\xi(0) = 0; \quad (25.2)$$

— граничное условие на теплоотводящей поверхности

$$T|_{x=0} = T_0; \quad (25.3)$$

— граничные условия на движущейся межфазной поверхности

$$T|_{x=\xi(t)} = T_{\text{пр}}, \quad (25.4)$$

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\xi(t)} = \rho L \frac{d\xi}{dt} \quad (25.5)$$

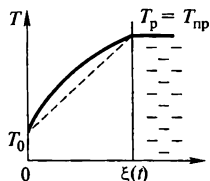


Рис. 25.1. Распределение температуры по толщине слоя затвердевшего расплава в момент времени t

(последнее соотношение следует из условия Стефана (24.1) при $q = 0$). Система уравнений (25.1)–(25.5) определяет две неизвестные функции: $T(x, t)$ и $\xi(t)$.

Для нахождения обобщенного решения перейдем от температуры T к безразмерной температуре $\theta = (T - T_0)/(T_{\text{нр}} - T_0)$, а от времени t к вспомогательной переменной $\tau = at$. Получим:

– уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \xi(\tau); \quad (25.6)$$

– начальное условие

$$\xi(0) = 0; \quad (25.7)$$

– граничное условие на охлаждаемой поверхности

$$\theta|_{x=0} = 0; \quad (25.8)$$

– граничные условия на движущейся межфазной поверхности

$$\theta|_{x=\xi(\tau)} = 1, \quad (25.9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\xi(\tau)} = \frac{1}{\text{Ko}} \frac{d\xi}{d\tau}; \quad (25.10)$$

здесь

$$\text{Ko} = \frac{L}{c(T_{\text{нр}} - T_0)}$$

– критерий Коссовича, характеризующий влияние безразмерной плотности теплового потока, отводимого внутрь твердой фазы, на скорость перемещения границы раздела фаз (иногда величину $1/\text{Ko}$ называют критерием Стефана).

Для решения задачи теплопроводности (25.6)–(25.10) применим метод выпрямления фронта, заключающийся в переходе от расчетной области с движущейся границей $0 \leq x \leq \xi(t)$ к фиксированной расчетной области $0 \leq \eta \leq 1$, где относительная координата

$$\eta = \frac{x}{\xi(t)}.$$

При этом переходе

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Rightarrow \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \left(-\frac{x \xi'}{\xi^2} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{\eta \xi'}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta},$$

и задача теплопроводности (25.6)–(25.10) преобразуется следующим образом:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{\eta \xi'}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \quad 0 < \eta < 1, \quad (25.11)$$

$$\xi(0) = 0; \quad (25.12)$$

$$\theta|_{\eta=0} = 0, \quad (25.13)$$

$$\theta|_{\eta=1} = 1, \quad (25.14)$$

$$\left. \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = \frac{1}{\text{Ko}} \frac{d\xi}{d\tau}. \quad (25.15)$$

Будем искать решение задачи (25.11)–(25.15), удовлетворяющее «закону квадратного корня»

$$\xi = 2\gamma\sqrt{at}$$

или

$$\xi = 2\gamma\sqrt{\tau}, \quad (25.16)$$

где коэффициент γ , подлежащий определению, называется константой скорости затвердевания. При этом

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\gamma}{\sqrt{\tau}} = \frac{2\gamma^2}{\xi}, \quad (25.17)$$

и граничное условие (25.15) принимает вид

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = 2\text{Ko}\gamma^2. \quad (25.18)$$

Из соотношений (25.13), (25.14) и (25.18) следует, что в области $0 \leq \eta \leq 1$ температурное поле $\theta(\eta)$ не зависит от времени, поэтому уравнение теплопроводности (25.11) переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\theta'' + 2\eta\gamma^2\theta' = 0, \quad 0 < \eta < 1. \quad (25.19)$$

После замены переменной $\zeta = \theta'$ вместо (25.19) получим

$$\zeta' + 2\eta\gamma^2\zeta = 0,$$

откуда

$$\zeta = C \exp(-\gamma^2\eta^2),$$

и

$$\theta(\eta) = C \int_0^\eta \exp(-\gamma^2\eta^2) d\eta = \frac{C\gamma\eta}{\gamma} \int_0^{\gamma\eta} \exp(-u^2) du = C \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} \operatorname{erf}(\gamma\eta), \quad (25.20)$$

где $\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-u^2) du$ — функция ошибок Гаусса (график этой функции представлен на рис. 25.2).

Решение (25.20) удовлетворяет граничному условию (25.13). Для нахождения постоянной интегрирования C используем граничное условие (25.14):

$$C \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} \operatorname{erf}(\gamma) = 1,$$

откуда

$$C = \frac{2\gamma}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\gamma)},$$

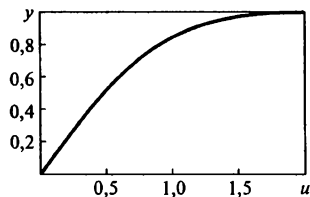


Рис. 25.2. График функции ошибок $y = \operatorname{erf}(u)$

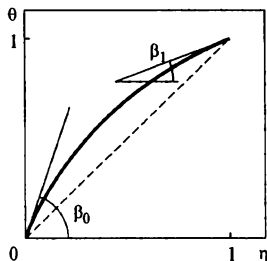


Рис. 25.3. Безразмерное распределение температуры по толщине затвердевшего слоя

и окончательно имеем

$$\theta(\eta) = \frac{\operatorname{erf}(\gamma\eta)}{\operatorname{erf}(\gamma)}. \quad (25.21)$$

Из последнего соотношения следует, что форма безразмерного распределения температуры по толщине затвердевшего слоя $\theta(\eta)$ зависит только от константы γ , т. е., в конечном итоге, от критерия Коссовича. График полученной зависимости приведен на рис. 25.3.

Для определения константы скорости затвердевания γ используем граничное условие (25.18), после преобразования которого получим нелинейное уравнение

$$\gamma = \frac{\exp(-\gamma^2)}{Ko\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(\gamma)}. \quad (25.22)$$

Результаты решения этого уравнения методом простой итерации приведены в таблице 25.1. В этой же таблице указаны значения безразмерных градиентов температуры на теплоотводящей поверхности $\theta'(0)$ и на межфазной поверхности $\theta'(1)$, найденные по формулам

$$\theta'(0) = \frac{2Ko\gamma^2}{\exp(-\gamma^2)}, \quad (25.23)$$

$$\theta'(1) = 2Ko\gamma^2. \quad (25.24)$$

После определения константы скорости затвердевания γ изменение во времени толщины затвердевшего слоя $\xi(t)$ определяется по формуле (25.16).

Таблица 25.1. Значения параметров, используемых для описания процесса затвердевания расплава на охлаждаемой поверхности

Ko	γ	$\theta'(0)$	$\theta'(1)$
0,1	1,2570	1,5341	0,3160
0,2	1,0597	1,3807	0,4492
0,3	0,9437	1,3018	0,5343
0,4	0,8624	1,2518	0,5950
0,5	0,8006	1,2167	0,6410
1,0	0,6201	1,1295	0,7690
10	0,2200	1,0162	0,9682
100	0,0706	1,0017	0,9968

Данные, представленные в табл. 25.1, свидетельствуют о том, что при увеличении критерия Коссовича безразмерные градиенты $\theta'(0)$ и $\theta'(1)$ (численно равные $\operatorname{tg}\beta_0$ и $\operatorname{tg}\beta_1$ на рис. 25.3) стремятся к единице, т.е. распределение температуры по толщине затвердевшего слоя приближается к линейному, показанному на рис. 25.1 и рис. 25.3 пунктирными прямыми. Поскольку линейное распределение температуры в плоском слое соответствует стационарному режиму переноса тепла, режим затвердевания расплава при $Ko \rightarrow \infty$ может быть назван квазистационарным.

Определим константу скорости затвердевания в квазистационарном приближении. Если распределение температуры по сечению затвердевшего слоя в каждый момент времени является линейным (пунктирная прямая на рис. 25.1), плотность теплового потока, отводимого от межфазной поверхности, равна

$$q' = \lambda \frac{(T_{\text{нр}} - T_0)}{\xi(t)}.$$

Подставив это выражение в соотношение (24.1), получим

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\lambda}{\rho L} \frac{(T_{\text{нр}} - T_0)}{\xi(t)}, \quad \text{или} \quad \frac{d\xi}{dt} = \frac{a}{Ko \xi(t)}.$$

Решение полученного обыкновенного дифференциального уравнения (при начальном условии $\xi(0) = 0$) имеет общий вид (25.16), где константа скорости затвердевания

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{2Ko}}. \quad (25.25)$$

В общем случае процесс нестационарного теплообмена называется квазистационарным, если изменение условий формирования температурного поля происходит настолько медленно, что в каждый момент времени тепловой режим можно приближенно считать стационарным. Поскольку в рассматриваемом случае причиной нестационарности температурного поля является движение межфазной границы, квазистационарное приближение справедливо при достаточно малых скоростях затвердевания расплава, т.е. малых значениях γ . Таким образом, формула (25.25) оказывается применимой при достаточно больших значениях критерия Коссовича ($Ko \rightarrow \infty$).

Анализ влияния определяющих параметров на скорость затвердевания расплава при отсутствии его перегрева

Из закона сохранения энергии на межфазной границе (24.1) следует, что все определяющие параметры (L , λ , c , ρ и $\Delta T = T_{\text{пр}} - T_0$) можно разделить на две группы. Первую группу образуют удельная теплота затвердевания L и плотность ρ , влияющие на скорость затвердевания непосредственно, а вторую — коэффициент теплопроводности λ , удельная теплоемкость c и перепад температуры ΔT , влияющие на скорость затвердевания через плотность внутреннего теплового потока q' .

Влияние первых двух параметров объясняется тем, что изменение L или ρ сопровождается соответствующим изменением скорости затвердевания, необходимой для обеспечения фиксированной величины q' : чем меньше L (или ρ), тем больше скорость затвердевания.

Изменение λ или ΔT приводит к изменению плотности внутреннего теплового потока, что сопровождается соответствующим изменением скорости затвердевания: чем больше λ (или меньше ΔT), тем больше q' и скорость затвердевания.

Удельная теплоемкость c оказывает влияние на q' через форму распределения безразмерной температуры по сечению затвердевшего слоя: чем меньше c (чем больше критерий Коссовича), тем ближе зависимость $\theta(\eta)$ к квазистационарной, поэтому тем больше $\theta'(1)$, q' и скорость затвердевания.

Особенности постановки и решения задачи при наличии перегрева расплава

При наличии перегрева расплава (при $T_p > T_{\text{пр}}$) плотность теплового потока, подводимого к границе раздела фаз, $q > 0$. В случае $q = \text{const}$ из условия Стефана (24.1) следует главная особенность рассматриваемой задачи: наличие стационарного значения, к которому с течением времени приближается толщина затвердевающего слоя. Действительно, на начальной стадии затвердевания расплава $q' \gg q$, и процесс развивается так же, как и при отсутствии перегрева. По мере увеличения толщины затвердевшего слоя $\xi(t)$ плотность теплового потока $q'(t)$, отводимого от межфазной поверхности, убывает, приближаясь к фиксированному значению плотности подводимого теплового потока q , что сопровождается

уменьшением скорости затвердевания $v(t)$. В пределе при $t \rightarrow \infty$ $q'(t) \rightarrow q$, $v(t) \rightarrow 0$ и $\xi(t) \rightarrow \xi^*$, где ξ^* — стационарная толщина затвердевшего слоя. Поскольку при стационарном тепловом режиме в плоской бесконечной пластине

$$q' = \lambda \frac{(T_{\text{пр}} - T_0)}{\xi^*},$$

и (в пределе) $q' = q$, получим

$$\xi^* = \lambda \frac{(T_{\text{пр}} - T_0)}{q}.$$

При математической формулировке задачи в исходной системе уравнений (25.1)–(25.5) изменяется только последнее граничное условие, которое в соответствии с соотношением (24.1) принимает следующий вид

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\xi(t)} = q + \rho L \frac{d\xi}{dt}. \quad (25.26)$$

Решение задачи теплопроводности (25.1)–(25.4), (25.26), в отличие от рассмотренной выше, не может быть получено аналитическим путем и требует применения численных методов.

2. Плавление при мгновенном удалении расплава

Рассмотрим процесс нагрева и плавления однородной плоской бесконечной пластины толщиной 2δ , на каждую из поверхностей которой поступает постоянный тепловой поток с равномерно распределенной плотностью q , а удаление образующегося расплава с этих поверхностей происходит мгновенно.

В начальный момент времени пластина равномерно прогрета до температуры $T_H < T_{\text{пр}}$. В течение периода нагрева $0 < t < t_1$ происходит увеличение температуры поверхности тела от T_H до $T_{\text{пр}}$. В момент начала плавления t_1 плотность теплового потока q' , отводимого от поверхности внутрь тела, равна плотности внешнего теплового потока q , и скорость плавления равна нулю. В течение периода плавления ($t_1 < t < t_1 + t_2$) по мере прогрева твердого остатка величина q' уменьшается от q до нуля, что сопровождается [в соответствии с условием (24.1)] увеличением скорости плавления от нуля до максимального значения, равного $q/\rho L$.

Графическая иллюстрация указанных процессов приведена на рис. 25.4 и 25.5.

Требуется определить продолжительности периодов нагрева t_1 и плавления t_2 .

Поскольку в рассматриваемом случае температура пластины изменяется только в одном направлении — перпендикулярном к ограничивающим ее поверхностям, введем в этом направлении ось координат x . Выберем начало координат $x = 0$ в средней плоскости пластины — плоскости симметрии температурного поля; при этом координата поверхности пластины до начала плавления $x = \delta$.

Тогда температурное поле тела $T(x, t)$ в течение периода нагрева может быть найдено путем решения уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \delta \quad (25.27)$$

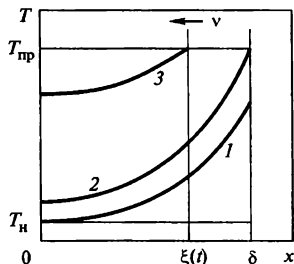


Рис. 25.4. Распределение температуры по толщине тела в течение периода нагрева (1), в момент начала плавления (2) и в течение периода плавления (3)

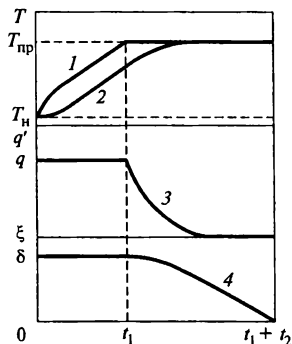


Рис. 25.5. Изменение во времени температуры поверхности пластины (1), температуры ее средней плоскости (2), плотности теплового потока, отводимого от границы раздела фаз (3), и координаты этой границы (4) в процессе нагрева и плавления тела при мгновенном удалении расплава

с начальным условием

$$T(x, 0) = T_H, \quad (25.28)$$

граничным условием в средней плоскости пластины

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (25.29)$$

и граничным условием II рода на тепловоспринимающей поверхности

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta} = q. \quad (25.30)$$

В безразмерной форме задача теплопроводности (25.27)–(25.30) принимает вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}, \quad 0 < X < 1; \quad (25.31)$$

$$\theta(X, 0) = 0; \quad (25.32)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} = 0; \quad (25.33)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=1} = Ki, \quad (25.34)$$

где $Fo = at/\delta^2$, $X = x/\delta$, $\theta = (T - T_H)/(T_{пр} - T_H)$;

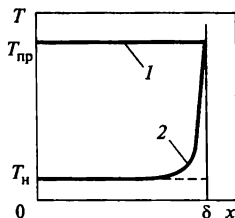
$Ki = \frac{q\delta}{\lambda(T_{пр} - T_H)}$ – критерий Кирпичева, который, играя роль

безразмерной плотности теплового потока, подводимого к поверхности тела, характеризует соотношение интенсивностей внешнего и внутреннего теплообмена и является, таким образом, аналогом критерия Био при граничном условии II рода.

Из постановки задачи (25.31)–(25.34) вытекает, что критерий Ki является единственным безразмерным параметром, определяющим закономерности периода нагрева, в частности, его безразмерную длительность Fo_1 .

Из выражения (25.34) следует также, что критерий Ki определяет величину безразмерного градиента температуры на поверхности

Рис. 25.6. Распределение температуры по толщине тела в момент окончания периода нагрева (начала плавления) для термически тонкого (1) и термически массивного (2) тела.



тела, а следовательно, и степень неравномерности температурного поля $T(x, t_1)$ в момент окончания периода нагрева. Другими словами, этот критерий характеризует степень термической массивности тела: при $Ki \rightarrow 0$ тело является термически тонким, а при $Ki \rightarrow \infty$ — термически массивным. Картина температурных полей в термически тонкой и термически массивной пластинах в момент окончания периода нагрева проиллюстрирована на рис. 25.6.

Нагрев и плавление термически тонкого тела

Продолжительность периода нагрева термически тонкой пластины может быть легко найдена из уравнения теплового баланса, записанного в расчете на единицу площади поперечного сечения и устанавливающего равенство изменения теплосодержания пластины $2c\rho\delta(T_{пр} - T_n)$ количеству тепла $2qt_1$, переданного ей за время t_1 :

$$t_1 = \frac{c\rho\delta(T_{пр} - T_n)}{q}, \quad (25.35)$$

или, в безразмерном виде,

$$Fo_1 = \frac{1}{Ki}. \quad (25.36)$$

Как показано в гл. 24, при плавлении термически тонкого тела, равномерно прогретого до температуры $T_{пр}$, плотность теплового потока, отводимого от плавящейся поверхности внутрь тела $q' = 0$, и все подводимое к поверхности тепло расходуется только на фазовое превращение. При постоянстве плотности внешнего теплового потока q плавление происходит с постоянной скоростью $v = q/\rho L$, так что продолжительность периода плавления

$$t_2 = \frac{\delta}{v} = \frac{\rho L \delta}{q}, \quad (25.37)$$

или, в безразмерном виде,

$$Fo_2 = \frac{Ko}{Ki}. \quad (25.38)$$

Нагрев и плавление термически массивного тела

Поскольку изменение температуры термически массивного тела в течение периода нагрева происходит лишь в тонком поверхностном слое, для расчета продолжительности периода нагрева в данном случае можно применить известные результаты решения уравнения теплопроводности в полуограниченном теле. В частности, при постоянной плотности внешнего теплового потока изменение температуры поверхности тела описывается выражением

$$T(\delta, t) = T_H + \frac{2q}{\lambda\sqrt{\pi}} \sqrt{at}. \quad (25.39)$$

В момент окончания периода нагрева t_1 температура поверхности достигает значения $T(\delta, t_1) = T_{пр}$, откуда следует, что

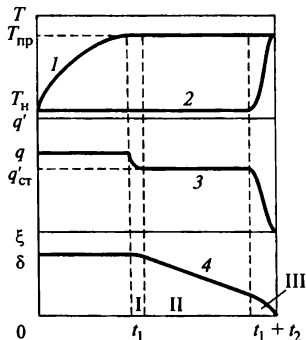
$$t_1 = \frac{\pi}{4} \lambda c \rho \left(\frac{T_{пр} - T_H}{q} \right)^2, \quad (25.40)$$

или, в безразмерном виде,

$$Fo_1 = \frac{\pi}{4} \frac{1}{Ki^2}. \quad (25.41)$$

После того, как на поверхности установилась температура фазового превращения $T_{пр}$, начинается период плавления, который для термически массивного тела можно разделить на три этапа. В течение начального этапа в поверхностном слое тела происходит перестройка температурного поля, сопровождающаяся уменьшением плотности теплового потока, отводимого от границы раздела фаз, и возрастанием скорости плавления. В течение следующего этапа прогретым, по-прежнему, остается только тонкий поверхностный слой тела, но плавление происходит при неизменном во времени профиле температуры в этом слое и постоянных значениях плотности теплового потока $q'_{ст}$ и скорости плавления $v_{ст}$. Этот

Рис. 25.7. Изменение во времени температуры поверхности (1), температуры средней плоскости (2) и координаты фронта фазового превращения (3) в процессе нагрева и плавления термически массивной пластины. Римскими цифрами обозначены этапы периода плавления: начальный (I), стационарного плавления (II), заключительный (III)



этап называют этапом стационарного плавления. В течение заключительного этапа, наступающего при достаточно малой толщине твердого остатка, изменение температуры охватывает

весь его объем, и по мере прогрева остатка плотность внутреннего теплового потока q' уменьшается до нуля, а скорость плавления возрастает от $v_{ст}$ до максимального значения, равного $q/\rho L$.

Графическая иллюстрация поведения термически массивного тела в процессе его нагрева и плавления представлена на рис. 25.7.

В общем случае для нахождения длительности всех этапов периода плавления термически массивного тела необходимо решить уравнение теплопроводности в области с движущейся границей

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \xi(t), \quad (25.42)$$

с начальным условием $\xi(t_1) = \delta$, граничным условием (25.29) в средней плоскости пластины и граничными условиями на плавящейся поверхности, вытекающими из равенства температуры поверхности тела температуре фазового превращения и уравнения (24.1):

$$T|_{x=\xi(t)} = T_{пр}, \quad (25.43)$$

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\xi(t)} = q + \rho L \frac{d\xi}{dt}. \quad (25.44)$$

После приведения задачи теплопроводности (25.42)–(25.44) к безразмерному виду получим уравнение теплопроводности (25.31) в области с движущейся границей $0 < X < \Xi(Fo)$, начальное ус-

ловие $\Xi(Fo_1) = 1$, граничное условие (25.33) в средней плоскости пластины и граничные условия на плавящейся поверхности

$$\theta|_{X=\Xi(Fo)} = 1, \quad (25.45)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=\Xi(Fo)} = Ki + Ko \cdot \frac{d\Xi}{dFo}; \quad (25.46)$$

здесь $\Xi = \xi/\delta$ – безразмерная координата фронта плавления. Отсюда следует, что безразмерная длительность периода плавления Fo_2 определяется значениями двух безразмерных параметров – критериями Ki и Ko .

При достаточно большой степени термической массивности тела продолжительность начального и заключительного этапов плавления сравнительно невелика по отношению к длительности этапа стационарного плавления, при этом средняя скорость плавления приближенно равна скорости стационарного плавления $v_{ст}$ и длительность всего периода плавления $t_2 \approx \delta / v_{ст}$.

Для расчета скорости стационарного плавления определим сначала форму температурного профиля в поверхностном слое тела, плавящегося с постоянной скоростью $v_{ст}$. Для этого перейдем в движущуюся систему координат Ox' , выбрав начало координатной оси ($x' = 0$) на поверхности тела и направление – от поверхности внутрь тела. В этом случае $x' = \xi(t) - x$, и производную $\partial T / \partial t$ в уравнении теплопроводности (25.42) следует заменить следующим выражением:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x'} \frac{dx'}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x'} \frac{d\xi}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} - v_{ст} \frac{\partial T}{\partial x'} = -v_{ст} \frac{dT}{dx'}.$$

Последнее равенство вытекает из условия стационарности температурного поля, которое в движущейся системе координат зависит только от x' . Используя обозначения $T' \equiv dT/dx'$, $T'' \equiv d^2T/dx'^2$, получим уравнение теплопроводности в поверхностном слое тела в следующем виде:

$$aT'' + v_{ст}T' = 0.$$

Из решения этого уравнения при граничных условиях $T(0) = T_{пп}$ и $T(\infty) = T_H$

$$T(x') = T_H + (T_{пп} - T_H) \exp\left(-\frac{v_{ст}x'}{a}\right)$$

найдем плотность отводимого внутрь твердого остатка теплового потока на плавящейся поверхности

$$q'_{\text{ст}} = -\lambda \left. \frac{dT}{dx'} \right|_{x'=0} = c\rho v_{\text{ст}}(T_{\text{пл}} - T_{\text{н}}). \quad (25.47)$$

Выражение (25.47) показывает, что плотность теплового потока q' , отводимого от плавящейся поверхности, при стационарном плавлении термически массивного тела расходуется на догрев поверхностного слоя от начальной температуры $T_{\text{н}}$ до температуры плавления $T_{\text{пр}}$. Подставив это выражение в условие Стефана (24.1), получим

$$q'_{\text{ст}} = \rho v_{\text{ст}} [c(T_{\text{пр}} - T_{\text{н}}) + L], \quad (25.48)$$

и

$$v_{\text{ст}} = \frac{q}{\rho [c(T_{\text{пр}} - T_{\text{н}}) + L]}. \quad (25.49)$$

Отметим, что после подстановки (25.49) в соотношение (25.47) получается выражение, показывающее, какую долю от плотности внешнего теплового потока составляет плотность внутреннего теплового потока при стационарном плавлении:

$$q'_{\text{ст}} = \frac{q}{1 + \text{Ko}}. \quad (25.50)$$

Зная скорость стационарного плавления (приближенно равную средней скорости плавления тела), найдем продолжительность плавления

$$t_2 \approx \frac{\delta}{v_{\text{ст}}} = \frac{\rho [c(T_{\text{пр}} - T_{\text{н}}) + L] \delta}{q}, \quad (25.51)$$

или, в безразмерном виде,

$$\text{Fo}_2 = \frac{1 + \text{Ko}}{\text{Ki}}. \quad (25.52)$$

Сопоставление полученного выражения для продолжительности плавления термически массивных тел (при $\text{Ki} \rightarrow \infty$) с решением (25.38), справедливым для термически тонких тел (при $\text{Ki} \rightarrow 0$), приводит к следующей оценке безразмерной продолжительности

плавления реальных тел, занимающих промежуточное положение между термически тонкими и термически массивными телами:

$$\frac{Ko}{Ki} < Fo_2 < \frac{1 + Ko}{Ki}. \quad (25.53)$$

**Анализ влияния определяющих параметров
на скорость плавления тела
при мгновенном удалении расплава**

Полученные выше формулы (25.37) и (25.51) для определения длительности периода плавления термически тонких и термически массивных тел показывают, что в обоих случаях увеличение плотности теплового потока, подводимого к фронту фазового превращения, приводит к росту скорости плавления. Твердые тела, характеризующиеся меньшими значениями плотности ρ и удельной теплоты плавления L , переходят в жидкое состояние быстрее.

Скорость плавления термически массивного тела, как это следует из формулы (25.51), возрастает при уменьшении его удельной теплоемкости. Это объясняется уменьшением количества тепла, необходимого для прогрева поверхностного слоя тела. По этой же причине скорость плавления термически массивного тела возрастает при уменьшении разности температур $(T_{пр} - T_n)$. Отсюда следует, что предварительный подогрев твердых тел до некоторой более высокой начальной температуры $T'_n > T_n$ обеспечивает не только сокращение периода их нагрева, но и ускорение процесса плавления термически массивных тел.

3. Нагрев и плавление тела в расплаве

Рассмотрим процесс нагрева и плавления однородной плоской бесконечной пластины толщиной 2δ , погруженной в расплав, все теплофизические характеристики которого идентичны теплофизическим характеристикам пластины.

В начальный момент времени пластина равномерно прогрета до температуры $T_n < T_{пр}$. В течение начального периода $0 < t < t_1$, пока на поверхности тела существует слой затвердевшего расплава толщиной $\xi(t) - \delta$, происходит увеличение температуры поверхности тела от T_n до $T_{пр}$. При этом плотность теплового потока, подводимого от расплава к движущейся внешней поверхности затвердевшего слоя, постоянна и равна $q = \alpha(T_p - T_{пр})$, где T_p —

температура расплава, α — коэффициент теплоотдачи. Плотность теплового потока q' , отводимого от межфазной поверхности внутрь затвердевшего слоя, по мере прогрева тела уменьшается. В соответствии с условием Стефана (24.1) это приводит сначала к уменьшению скорости затвердевания расплава до нуля (в момент времени t_{\max} , для которого $q'(t_{\max}) = q$, и толщина затвердевшего слоя достигает максимального значения) и затем к оплавлению затвердевшего слоя.

В момент времени t_1 начинается плавление самого тела. В течение периода плавления ($t_1 < t < t_1 + t_2$) по мере прогрева твердого остатка величина q' продолжает уменьшаться от $q'(t_1)$ до нуля, что сопровождается увеличением скорости плавления от $v(t_1)$ до максимального значения, равного $q/\rho L$. Графическая иллюстрация указанных процессов приведена на рис. 25.8 и 25.9.

Для математического описания нагрева и плавления тела в расплаве, так же как и в п. 25.2, введем ось координат x в направлении, перпендикулярном к поверхностям пластины, выберем начало координат $x = 0$ в ее средней плоскости — плоскости симметрии температурного поля и обозначим через $\xi(t)$ координату движущейся границы раздела фаз.

Примем допущение о том, что между поверхностью тела и слоем затвердевшего расплава имеет место идеальный тепловой контакт. Тогда при равенстве теплофизических характеристик тело

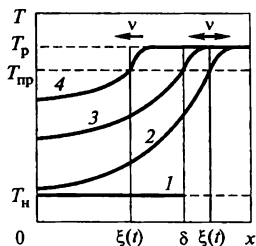


Рис. 25.8. Распределение температуры по толщине тела в начальный момент времени (1), в течение начального периода (2), в момент начала плавления (3) и в течение периода плавления (4)

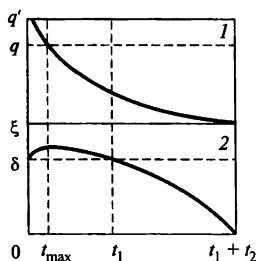


Рис. 25.9. Изменение во времени плотности теплового потока, отводимого от границы раздела фаз (1), и координаты этой границы (2) в процессе нагрева и плавления тела в расплаве

и затвердевший слой можно рассматривать как единое целое, температурное поле которого $T(x, t)$ определяется решением одного уравнения теплопроводности (25.42) в области с движущейся границей $0 < x < \xi(t)$ с начальными условиями $T(x, 0) = T_H$ и $\xi(0) = \delta$, граничным условием (25.29) в средней плоскости пластины и граничными условиями (25.43), (25.44) на межфазной поверхности.

В безразмерном виде получим уравнение теплопроводности (25.31) в области с движущейся границей $0 < X < \Xi(Fo)$ с начальными условиями $\theta(X, 0) = 0$ и $\Xi(0) = 1$, граничным условием (25.33) в средней плоскости пластины и граничными условиями (25.45), (25.46) на межфазной поверхности (так же как и в п. 25.2, здесь через $\Xi = \xi/\delta$ обозначена безразмерная координата границы раздела фаз).

Отсюда следует, что при нагреве тела в расплаве все характеристики этого процесса, в частности, безразмерная длительность начального периода Fo_1 и максимальная безразмерная толщина затвердевшего слоя $\Xi_{\max} - 1$, определяются значениями двух безразмерных параметров — критериями K_i и K_o . При этом главную роль играет критерий Кирпичева (безразмерная плотность внешнего теплового потока), оказывающий непосредственное влияние не только на динамику образования затвердевшего слоя, но и на характер прогрева тела: увеличение K_i приводит к уменьшению Ξ_{\max} и Fo_1 .

Критерий Коссовича непосредственно определяет лишь толщину затвердевшего слоя: увеличение K_o приводит к уменьшению скорости затвердевания расплава (при $0 < t < t_{\max}$) и, соответственно, к уменьшению Ξ_{\max} . Поскольку при этом происходит уменьшение скорости оплавления затвердевшего слоя (при $t_{\max} < t < t_1$), существенно влиять на величину Fo_1 критерий K_o должен только в тех случаях, когда образование корочки сопровождается заметным изменением площади ее внешней тепловоспринимающей поверхности. Такая ситуация складывается, например, для тела, имеющего форму цилиндра или шара, при не слишком больших значениях K_i и K_o . В случае же бесконечной пластины площадь межфазной поверхности в процессе замерзания и оплавления корочки остается неизменной, поэтому указанное косвенное влияние критерия K_o на безразмерную длительность начального периода оказывается достаточно слабым или отсутствует вовсе.

Формулы для расчета длительности начального периода, как и в п. 25.2, могут быть достаточно просто получены для двух предельных случаев – термически тонких (при $K_i \rightarrow 0$) и термически массивных (при $K_i \rightarrow \infty$) тел.

Для термически тонкого тела, которое к моменту времени t_1 успевает полностью прогреться, получим такие же формулы (25.35) и (25.36), как и для случая мгновенного удаления расплава, рассмотренного в п. 2.

В случае термически массивного тела приближенное аналитическое решение задачи может быть получено в двух предельных случаях: при $K_0 \rightarrow 0$ и $K_0 \rightarrow \infty$.

При $K_0 \rightarrow 0$ вторым слагаемым в правой части граничного условия (25.46) можно пренебречь, и при допущении о равенстве плотностей теплового потока на границе раздела фаз и поверхности тела это условие приобретает вид (25.34). Это объясняется тем, что при малых значениях K_0 , т.е. при относительно небольших значениях удельной теплоты фазового превращения L , роль тепловыделения на межфазной поверхности в формировании отводимого от нее теплового потока сравнительно невелика, и нагрев тела протекает практически так же, как и при постоянной плотности внешнего теплового потока. Таким образом, в рассматриваемом случае оказываются справедливыми формулы (25.40) и (25.41).

Для получения приближенного решения во втором предельном случае (при $K_0 \rightarrow \infty$) учтем, что увеличение критерия Коссовича приводит к уменьшению толщины слоя затвердевшего расплава, так что при $K_0 \rightarrow \infty$ $\Xi_{\max} \rightarrow 1$. При пренебрежимо малой толщине затвердевшего слоя можно считать, что в течение всего начального периода температура поверхности тела равна температуре фазового превращения, и заменить граничные условия (25.43), (25.44) на движущейся межфазной поверхности одним граничным условием I рода $T|_{x=\delta} = T_{\text{пр}}$ на поверхности самого тела. Поскольку изменение температуры термически массивного тела в течение периода нагрева происходит лишь в тонком поверхностном слое, для расчета продолжительности периода нагрева в данном случае, так же как и в п. 25.2, можно применить известные результаты решения уравнения теплопроводности в полуограниченном теле. В частности, при постоянном значении температуры поверхности $T_{\text{пр}}$ распределение температуры в поверхностном слое тела описывается выражением

$$T(u) = T_{\text{н}} + (T_0 - T_{\text{н}})[1 - \text{erf}(u)], \quad (25.54)$$

где $u = x' / 2\sqrt{at}$; $x' = \delta - x$ — расстояние до поверхности тела; $\operatorname{erf}(u)$ — функция ошибок Гаусса.

Из соотношения (25.54), в частности, следует, что плотность теплового потока q' , отводимого от поверхности тела,

$$q' = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x'} \right|_{x'=0} = \frac{\lambda(T_{\text{пр}} - T_{\text{н}})}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{at}},$$

и количество тепла, аккумулированного телом к моменту времени t_1 (в расчете на единицу площади поперечного сечения), равно

$$\int_0^{t_1} q' dt = \frac{2c\rho(T_{\text{пр}} - T_{\text{н}})}{\sqrt{\pi}} \sqrt{at_1}.$$

Приравнявая последнее выражение количеству тепла qt_1 , переданного телу от расплава, получим

$$t_1 = \frac{4}{\pi} \lambda c \rho \left(\frac{T_{\text{пр}} - T_{\text{н}}}{q} \right)^2, \quad (25.55)$$

или, в безразмерном виде,

$$\text{Fo}_1 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\text{Ки}^2}. \quad (25.56)$$

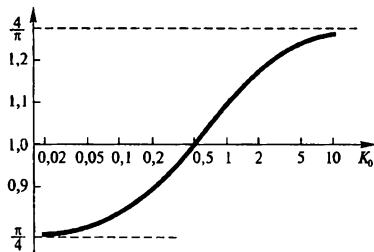


Рис. 25.10. Зависимость коэффициента c в соотношении (25.57) от критерия Косовича

Сравнение формул (25.41) и (25.56) приводит к следующему соотношению, выражающему безразмерную продолжительность начального периода нагрева термически массивного тела:

$$Fo_1 = \frac{c(Ko)}{Ki^2}, \quad (25.57)$$

где при $Ko \rightarrow 0$ величина $c \rightarrow \pi/4$, при $Ko \rightarrow \infty$ величина $c \rightarrow 4/\pi$, и, следовательно, для промежуточных величин критерия Ko коэффициент c принимает значения от $\pi/4$ до $4/\pi$. Зависимость $c(Ko)$, полученная путем численного решения рассматриваемой задачи при $Ki = 100$, представлена на рис. 25.10.

При анализе закономерностей периода плавления, протекающего при постоянном значении плотности теплового потока $q = \alpha(T_p - T_{пр})$, подводимого к границе раздела фаз, могут быть полностью использованы результаты, полученные в п. 25.2.

Раздел VIII
ГИДРОДИНАМИКА ЖИДКОЙ ВАННЫ

Глава 26
ГИДРОДИНАМИКА БАРБОТАЖНОГО СЛОЯ

1. Общие положения

В металлургии широко распространены процессы, в которых через слой жидкости, например, через расплав металла или шлака, двигаются дискретные частички (пузыри, капли или твердые частицы), плотность которых отличается от плотности сплошного слоя. К таким процессам относятся конвертирование, процессы внепечной обработки металлов, термической переработки шлаков, обогащения руд и сушки концентратов и т. д.

Слой жидкости, через который двигаются дискретные частицы другой плотности, называется динамическим многокомпонентным (многофазным) слоем. В технической литературе, особенно в тех случаях, когда речь идет о движении газа через слой жидкости, динамический многокомпонентный слой часто называется барботажным слоем.

Барботажный слой существует только в том случае, если имеется непрерывный расход газа. Прекращение подачи газа превращает двухфазный слой в однофазный. Время превращения равно сумме времени, необходимого для всплытия пузыря, и времени «жизни» пузыря на поверхности слоя. На характер поведения пузырей и на длительность их «жизни» сильное влияние оказывают поверхностно активные вещества и мелкие частички (например, частички концентрата, флюсов или пылеугля), находящиеся в жидкости. Как бы мало их ни было в жидкости, они сосредотачиваются на поверхности раздела фаз и существенно увеличивают время разрушения пузырей. В таких случаях на поверхности барботажного слоя накапливается пена. Пена — это ячеисто-пле-

ночная система, отдельные пузырьки которой связаны между собой пленками в общий каркас. Толщина слоя пены определяется сроком жизни отдельных пузырей и интенсивностью нарастания слоя за счет подхода новых пузырей. В «пенящейся» жидкости пузырьки газа не сливаются друг с другом, и их всплывание происходит с относительно низкой скоростью. Это приводит к резкому увеличению объема барботажного слоя. Например, для плавильных процессов, которые идут с наведением кислых шлаков, объем ванны при барботаже увеличивается вдвое. Наиболее эффективным средством в борьбе с пенообразованием и разбуханием слоя является резкое повышение интенсивности барботажа. При этом газ за счет кинетической энергии ускоряет разрушение слоя пены и нарушает устойчивость пузырей внутри слоя.

Основными характеристиками, определяющими гидродинамику барботажного слоя, являются объемная плотность потока газа и объемное газосодержание слоя. Объемная плотность потока газа, u , $\text{м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, численно равна расходу газа через единицу площади ванны, она называется обычно газовой нагрузкой или приведенной скоростью газа. Объемное газосодержание слоя ϵ является безразмерной величиной, численно равной отношению объема, занимаемого в слое газом, к общему объему слоя. В устойчивых барботажных слоях значение ϵ не превышает 0,4.

Если постепенно увеличивать газовую нагрузку, измеряя при этом газосодержание слоя, то, как показано на рис. 26.1 (кривая 1), до значения $u'_{\text{кр}}$ газосодержание растет вслед за газовой нагрузкой. В этом интервале газовых нагрузок жидкость в барботажном слое является сплошной фазой, а газ движется сквозь нее в виде пузырей. В точке A , называемой первой критической точкой и соответствующей нагрузке $u'_{\text{кр}}$, происходит перестройка структуры барботажного слоя. Жидкость дробится на крупные объемы, между которыми образуются каналы. Через каналы большая часть газа в виде газожидкостных потоков уходит из слоя со скоростью, превышающей $u'_{\text{кр}}$. При этом газосодержание слоя резко падает. Этот эффект называется первым кризисом течения в барботажном слое или

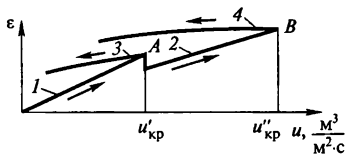


Рис 26.1. Зависимость объемного газосодержания от газовой нагрузки

пробоем. Дальнейшее увеличение газовой нагрузки вновь приводит к повышению газосодержания слоя (рис. 26.1, кривая 2), однако в точке B , соответствующей нагрузке $u_{кр}^*$, происходит вторичная перестройка структуры слоя; при этом жидкость дробится на мелкие капли, которые уносятся газом. В точке B имеет место второй кризис течения.

Если по достижении критических точек A или B начать понижать газовую нагрузку, то газосодержание слоя будет уменьшаться, но не по кривым 1 или 2, а по кривым 3 или 4. Это свидетельствует о том, что после дробления жидкости уменьшение газовой нагрузки не приводит к обратной перестройке слоя – в нем сохраняется дискретная структура жидкой фазы.

При работе в допробойном режиме повышение расхода газа приводит к интенсификации тепломассообменных процессов. После достижения $u_{кр}^*$ – дальнейшее повышение расхода газа снижает интенсивность обменных процессов.

2. Взаимодействия на поверхностях раздела фаз

Одной из основных особенностей барботажного слоя является то, что он имеет одновременно внешние, фиксированные в пространстве границы раздела и внутренние, изменяющиеся в пространстве и во времени. Внешние границы раздела – это стенки объема, в котором находится барботажный слой, а внутренние – это поверхности отдельных пузырей, которые называются поверхностями или границами раздела фаз. На этих границах имеет место механическое взаимодействие газа с жидкостью, омывающей пузырь, происходят процессы переноса тепла и массы. Все эти взаимодействия существенным образом влияют на гидродинамику барботажного слоя. Ниже кратко рассмотрены перечисленные взаимодействия, при этом одним штрихом сверху отмечаются параметры сплошной фазы, а двумя штрихами – дискретной (газа в пузыре или жидкости в капле).

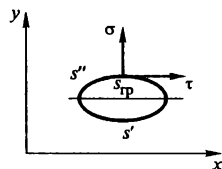


Рис. 26.2. К выводу условий взаимодействия фаз на границе раздела

Механическое взаимодействие. В барботажном слое мысленно выделим поверхность S объем двухфазного слоя V , включающий в себя часть поверхности раздела фаз $S_{гр}$ (рис. 26.2). Поверхность

S представляет сумму поверхностей сплошной (S') и дискретной (S'') фаз

$$S = S' + S''.$$

Баланс сил, действующих на выделенный объем, согласно принципу д'Аламбера, выражается уравнением

$$\int_S p dS + \int_S \tau dS + \int_V \gamma dV = M (dw / dt), \quad (26.1)$$

где p – давление на поверхности S , Па; τ – касательное напряжение на поверхности S , Па; γ – удельный вес среды в объеме V , Н/м³; $M = \int_V \rho dV$ – масса контрольного объема, кг.

Слева в уравнении (26.1) стоит сумма внешних поверхностных и объемных сил, выраженных через напряжения, справа – сила инерции.

Как следует из рис. 26.2,

$$\int_S p dS = \int_{S'} p dS' + \int_{S''} p dS'' ;$$

$$\int_S \tau dS = \int_{S'} \tau dS' + \int_{S''} \tau dS'' \quad \text{и т. д.}$$

Стягивая поверхность S к $S_{гр}$, устремляем контрольный объем V к нулю и в пределе имеем на основании уравнения (26.1)

$$\int_{S_{гр}} p dS_{гр} + \int_{S_{гр}} \tau dS_{гр} = 0. \quad (26.2)$$

Так как проекции поверхностных сил, создающие давление и касательное напряжение, в каждой точке $S_{гр}$ перпендикулярны друг к другу, то уравнение (26.2) выполняется только в том случае, когда оба эти напряжения равны нулю.

Таким образом, условие существования устойчивой границы раздела распадается на два равенства

$$\begin{aligned} p'_{гр} + p''_{гр} &= 0; \\ \tau'_{гр} + \tau''_{гр} &= 0. \end{aligned} \quad (26.3)$$

Если прямоугольную систему координат расположить так, чтобы плоскость xz была касательной к поверхности раздела фаз, а

ось y нормальна к этой поверхности (см. рис. 26.2), то согласно обобщенному закону Ньютона

$$\begin{aligned}
 p_y &= -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div} \bar{w}; \\
 \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \\
 \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right),
 \end{aligned}
 \tag{26.4}$$

где p — статическое давление в покоящейся жидкости или газе; третье слагаемое в первом уравнении записывается только для сжимаемой жидкости u , v , w — проекции вектора скорости каждой фазы на оси координат Ox , Oy , Oz ; μ — динамический коэффициент вязкости газа или жидкости, Па·с.

Поверхность раздела фаз криволинейна, следовательно, площадь поверхности газовой фазы на границе раздела не равна площади поверхности жидкости и свободная энергия, величина которой зависит от числа молекул каждой фазы, находящихся в тонком слое у границы раздела, у газа и у жидкости неодинакова. Это вызывает скачок статического давления на границе раздела фаз. Давление в газовом пузыре больше давления в окружающей жидкости на величину

$$p'_{\text{гр}} - p''_{\text{гр}} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),
 \tag{26.5}$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности раздела фаз. Для пузырей сферической формы $R_1 = R_2 = R$ и тогда $\Delta p'' = 2\sigma/R$.

Наличие вязкости у жидкости и газа, контактирующих на границе раздела фаз, приводит к межфазному обмену количеством движения, в результате чего скорости газа и жидкости на границе раздела равны. Условие отсутствия проскальзывания фаз выражается равенством

$$\bar{w}'_{\text{пов}} = \bar{w}''_{\text{пов}},
 \tag{26.6}$$

где $w'_{\text{пов}}$ — проекция вектора скорости на поверхность раздела фаз.

Перенос массы. Перенос массы через границу раздела фаз связан с процессами фазовых превращений (адсорбцией и диффузией). Обычно поток массы через границы раздела фаз выражается

через нормальную составляющую вектора скорости жидкости или газа

$$v''_{гр} = \pm m_{гр}/\rho''; \quad v'_{гр} = \mp m_{гр}/\rho', \quad (26.7)$$

где $m_{гр}$ — плотность потока массы через границу раздела фаз, кг/(м²·с).

При $m_{гр} = 0$ нормальные составляющие векторов скоростей равны нулю, и на поверхности раздела фаз совпадают не только тангенциальные составляющие векторов скоростей фаз, но и сами векторы скоростей.

Если поток массы связан с фазовыми превращениями (испарением, конденсацией и т. д.), то на границе раздела фаз имеет место скачок скорости, связанный с неравенством плотностей ρ'' и ρ' . В результате при переходе через границу раздела изменяется количество движения потока массы, что влечет за собой возникновение дополнительного давления

$$p = m_{гр} (v''_{гр} - v'_{гр}) = \frac{m_{гр}^2}{\rho''} \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right).$$

Обычно эта величина мала и ею пренебрегают.

Перенос тепла. Перенос тепла в барботажном слое осуществляется конвекцией и теплопроводностью. Передача тепла излучением не может быть значительной, так как размеры газовых пузырьков в слое таковы, что газ в них можно считать прозрачным.

В пределах пленки, ограждающей газовый пузырь, передача тепла от жидкости к газу (или наоборот) осуществляется теплопроводностью, либо переносится газом, выделяющимся из жидкости в пузырь или, наоборот, растворяющимся в жидкости. Кроме того, на поверхности пузыря протекают процессы фазовых превращений, которые сопровождаются выделением или поглощением тепла. Таким образом, тепловой баланс единицы поверхности раздела фаз при наличии фазового перехода (например, испарения) имеет вид

$$q'_{гр} = r m'_{гр} + q''_{гр} + i'' m''_{гр},$$

где q' и q'' — векторы плотностей тепловых потоков, передаваемых теплопроводностью в жидкости и в газе, кВт/м²; r — скрытая теплота фазового перехода, кДж/кг; $m'_{гр}$ и $m''_{гр}$ — векторы

плотности потока массы жидкости и газа через поверхность раздела фаз, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

Выражая плотность теплового потока через градиент температуры в пленке, имеем

$$-\lambda' \left(\frac{dT}{dy} \right)'_{\text{гр}} = r m'_{\text{гр}} + i'' m''_{\text{гр}} - \lambda'' \left(\frac{dT}{dy} \right)''_{\text{гр}}. \quad (26.8)$$

Из условия непрерывности поля температур в слое имеем

$$T'_{\text{гр}} = T''_{\text{гр}}.$$

При наличии фазового перехода T' представляет собой температуру насыщения, соответствующую термодинамическим условиям в данной точке поверхности раздела фаз.

3. Движение пузырей и капель в барботажном слое

Давление жидкости на элемент поверхности пузыря или капли, помещенных в нее, тем больше, чем глубже элемент расположен в жидкости. Вследствие этого результирующая сил давления всегда направлена вверх и называется подъемной или выталкивающей силой. По абсолютному значению выталкивающая сила равна

$$F_{\text{в}} = \int_S p dS = \int_V \text{grad } p dV,$$

где p — давление, приложенное к элементу поверхности пузыря или капли, имеющих объем V и поверхность S . Эта же величина может быть выражена через разность плотностей фаз

$$F_{\text{в}} = gV(\rho' - \rho''). \quad (26.9)$$

В стационарном движении выталкивающая сила уравновешивается силой гидравлического сопротивления относительно движению пузыря или капли:

$$\xi \Omega \rho' \frac{w_{\text{отн}}^2}{2} = g(\rho' - \rho''),$$

откуда

$$w_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{2g}{\xi} R \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)}, \quad (26.10)$$

где ξ — коэффициент гидравлического сопротивления; Ω — поперечное сечение пузыря или капли, м^2 ; $w_{\text{отн}}$ — скорость относительного движения, м/с ; $R = V/\Omega$ — характерный линейный размер пузыря или капли, м .

Использование уравнения (26.10) в расчетах затруднительно, так как коэффициент гидравлического сопротивления является неизвестной функцией режима обтекания частицы и ее формы. Однако для фундаментальных режимов движения, для которых известны зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса, на основании (26.10) можно найти значение относительной скорости:

ползущее движение ($\text{Re} \ll 1$): $\xi \sim \text{Re}^{-1}$

$$w_{\text{отн}} = -\frac{gR^2}{\nu'} \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right);$$

ламинарное движение ($\text{Re} < 2300$): $\xi \sim \text{Re}^{-1/2}$

$$w_{\text{отн}} = -R^3 \sqrt{\frac{g}{(\nu')^2} \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)};$$

турбулентное движение: $\xi = \text{const}$

$$w_{\text{отн}} = -\sqrt{gR \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}.$$

Под влиянием неравномерности давления пузырь или капля стремятся принять сплюсненную форму. Этому препятствует сила поверхностного натяжения, которая в свою очередь стремится придать пузырькам и каплям сферическую форму, обладающую наименьшей удельной поверхностью.

В случае ползущего движения жидкости, омывающей частицу, последняя имеет строго сферическую форму. Радиус сферы можно определить из условия

$$\text{Re} = w_{\text{отн}} R/\nu' < 1.$$

Расчеты показывают, что частицы таких размеров настолько малы, что их можно считать твердыми шариками, скорость их движения определяется по формуле

$$\text{Re} = \frac{2}{9} \text{Ar}, \quad (26.11)$$

где $Ar = \frac{gR^3}{(v')^2} \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)$ — критерий Архимеда.

Выражение $w_{отн}$, найденное из (26.11), аналогично относительной скорости ползущего движения.

Характерной особенностью движения крупных капель и пузырей является то, что, начиная с определенного размера, скорость их движения перестает зависеть от размеров. Докажем это положение на примере движения крупной капли. Крупной считается капля, которая деформируется в слое. Сдеформированная капля приобретает форму диска (рис. 26.3) и ее коэффициент гидравлического сопротивления является величиной постоянной, зависящей от формы капли. Разность давлений на лобовой и кормовой частях сплющивает каплю, а сила поверхностного натяжения препятствует этому. Для капли с установившейся формой и размерами имеет место равенство элементарных работ, совершаемых силой лобового сопротивления по изменению линейного размера капли δ и силой поверхностного натяжения по уменьшению поверхности капли

$$\xi \rho' \frac{w_{отн}^2}{2} \Omega d\delta = -\sigma d\Omega. \quad (26.12)$$

Так как жидкость несжимаема, то объем капли есть величина постоянная, поэтому

$$\Omega d\delta + \delta d\Omega = 0. \quad (26.13)$$

Подставляя в (26.13) выражение $d\Omega$, найденное из (26.12), и решая его относительно δ , найдем

$$\delta = 2\sigma / \left(\xi \rho' w_{отн}^2\right). \quad (26.14)$$

Подставив, в свою очередь, выражение (26.14) в формулу относительной скорости капли (26.10), получим после элементарных преобразований

$$w_{отн} = \sqrt[4]{\frac{4g\sigma}{\xi^2 \rho'} \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \quad (26.15)$$

Таким образом, скорость движения крупных пузырей и капель в барботажном слое действительно не зависит от их линейных размеров. Опыты показали, что результаты расчета $w_{отн}$ по формуле (26.15) согласуются с экспериментальными данными при $\xi = 1,2$.

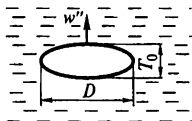


Рис. 26.3. Схема всплывания сплюснутой капли

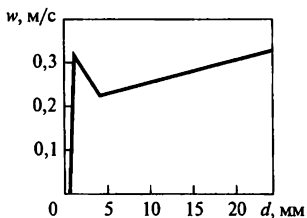


Рис. 26.4. Скорость всплывания воздушных пузырей в воде в зависимости от их диаметра

Движение крупных пузырей имеет еще одну характерную особенность. Так как объем их заполнен сжимаемым газом, то под действием давления, изменяющегося в процессе всплывания пузыря, изменяется плотность газа, что вызывает пульсацию его объема, скорости и траектории. Поэтому крупные пузыри всплывают по зигзагообразной траектории. При всплывании цепочки пузырей последние раскачивают цепочку, придавая ей маятникообразное движение, которое, в свою очередь, вызывает колебательные движения барботажного слоя в целом.

На рис. 26.4 представлены экспериментальные данные по определению скорости всплывания одиночных газовых пузырей в неограниченном объеме жидкости.

Левая, восходящая ветвь соответствует движению мелких пузырей и капель. Далее имеет место падение скорости пузырей, связанное с их сплющиванием и с возрастанием в связи с этим гидравлического сопротивления. Минимальной скоростью всплывания обладают пузыри диаметром 5 мм. Далее с ростом диаметра пузыря скорость возрастает несоизмеримо медленней, чем на левой ветви графика. Экспериментальные данные рис. 26.4 хорошо описываются формулой

$$w_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{\sigma}{R(\rho' - \rho'')} + gR \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \quad (26.16)$$

В барботажном слое, где всплывает одновременно большое количество пузырей, скорость их всплывания можно считать постоянной и в первом приближении равной 0,4 м/с.

ГАЗОВАЯ СТРУЯ В ЖИДКОЙ ВАННЕ

1. Общие положения

В металлургических печах с барботажным слоем газ вводится в жидкую ванну локализованно — через одну или несколько фурм. При этом в месте ввода газа образуется особая зона, заполненная смесью газа с жидкостью, в пределах которой протекают процессы переноса, а также реакции взаимодействия газа с жидкостью, и гидродинамика которой в значительной степени определяет гидродинамику всего барботажного слоя. Так, в кислородно-конвертерном процессе в зоне ввода кислорода в расплав энергично протекают процессы окисления железа и примесей чугуна кислородом. Образующиеся при этом оксиды железа за счет циркуляции расплава вокруг зоны продувки разносятся по объему ванны и служат источником кислорода для окисления в определенной последовательности примесей чугуна. Поэтому вопросы гидродинамики взаимодействия двух газов с жидкой ванной, а также структуры и геометрии зоны продувки имеют большое теоретическое и практическое значение.

Начало разработке теории аэродинамики газовой струи в жидкой ванне положил И. Г. Казанцев в конце тридцатых годов XX в., опередив на десятки лет аналогичные работы зарубежных исследователей. Указанная теория далека от завершения и базируется пока в основном на результатах экспериментальных исследований. Основная трудность при формулировании математической модели процесса продувки заключается в том, что неясен механизм взаимодействия газа с окружающей жидкостью на границе газовой струи и неизвестно, как изменяется сама граница в пространстве и во времени. Указанные обстоятельства не дают возможность достаточно корректно сформулировать условия однозначности, а без этого, как известно, невозможно даже поставить математическую задачу, не говоря уже о ее решении. Те же причины не позволяют получить строго, в соответствии с теорией подобия критерии подобия, всесторонне характеризующие рассматриваемый процесс.

В связи с этим обычно принимают ряд допущений:

изучается осредненная во времени картина взаимодействия газа с жидкостью. Интервал осреднения выбирают таким, чтобы изучаемый процесс можно было считать квазистационарным;

так как скорость истечения газа в жидкость обычно велика и движение газа и жидкости в зоне продувки носит турбулентный характер, пренебрегают силами внутреннего трения;

силами межфазного натяжения также пренебрегают в связи с тем, что мощность газовой струи значительно больше, чем мощность, расходуемая газом на дробление жидкости на капли.

С указанными упрощениями процесс взаимодействия струи газа с жидкой ванной определяется соотношением инерционных сил газовой струи и выталкивающих сил, действующих на струю со стороны жидкости. Численно это соотношение характеризуется величиной модифицированного критерия Архимеда, впервые примененного И. Г. Казанцевым:

$$A_r = \rho^* (w^*)^2 / (\rho' g d_0), \quad (27.1)$$

где ρ^* — плотность газа на выходе из фурмы, кг/м³; w^* — рабочая скорость газа на выходе из фурмы, м/с; d_0 — диаметр выходного отверстия фурмы, м.

Им же экспериментально было обнаружено, что взаимодействие газа с жидкостью зависит от характеристик турбулентности газовой струи, в частности, от коэффициента турбулентной вязкости и от ее структуры. Однако, так как и коэффициент турбулентной вязкости, и характеристика структуры турбулентной струи в жидкости зависят от соотношения тех же сил инерции и выталкивающих сил, то в дальнейшем влияние этих параметров выражалось также через A_r .

В настоящее время существует ряд эмпирических формул, позволяющих рассчитать размеры газовой струи в жидкости в различных интервалах скоростей газа и при изменении физических параметров газа и жидкости. В частности, установлено, что на структуру и размеры зоны продувки существенное влияние оказывает степень ассимиляции газа и в то же время не влияет соотношение температур газа и жидкости. Последнее весьма важно, так как подтверждает правомерность исследований гидродинамики промышленных печей с барботажным слоем на лабораторных холодных моделях.

Прежде чем приступить к рассмотрению частных случаев продувки, введем некоторые определения. Будем называть газовой струей постоянно существующую в объеме жидкости полость, расположенную в месте ввода газа в жидкость, и заполненную

газом, движущимся вдоль оси фурмы. Локальная объемная концентрация жидкости на границах газовой струи не превышает 2%. Газовая струя окружена реакционной зоной, заполненной газожидкостным потоком, в пределах которого газ является сплошной средой, а жидкость находится в виде отдельных капель. В этой зоне в основном протекают процессы тепло- и массообмена между жидкостью и газом, а также химические реакции в системе газ—жидкость. Движение газожидкостного потока осуществляется в основном за счет кинетической энергии газа. Зоной продувки будем называть участок жидкой ванны, окружающий место ввода газа и включающий помимо газовой струи и реакционной зоны зону пузырькового барботажа, заполненную газожидкостной смесью, в которой жидкость является сплошной фазой, а газ пребывает в виде пузырей. Локальная объемная концентрация газа на внешней границе зоны пузырькового барботажа не превышает 2%. Здесь завершаются процессы обмена теплом и массой между газом и жидкостью, а также химические реакции в системе газ—жидкость. Основным фактором, определяющим движение в этой области, является всплытие пузырей под действием выталкивающей силы. По мере увеличения степени ассимиляции газа размеры зоны пузырькового барботажа уменьшаются. При подаче в жидкость полностью ассимилируемого газа зона продувки состоит практически из струи и реакционной зоны.

Исходя из особенностей взаимодействия газа с жидкостью, различают два способа подачи газа — через фурму, расположенную над уровнем жидкости, и через фурму, заглубленную под уровень жидкости. Рассмотрим каждый из этих способов в отдельности.

2. Подача газа через фурму, расположенную над уровнем жидкости

При подаче газа через фурму, расположенную над поверхностью, в жидкости образуется открытая каверна, заполненная газом (рис. 27.1). Статическое давление в каверне повышается с приближением к ее нижней границе, при этом плотность потока импульса газа $\rho(w'')^2$ убывает до нуля. Достигнув дна каверны, газ разворачивается на 180° и поднимается вдоль боковых стенок каверны. Под действием газа на стенках каверны образуются

ся поперечные волны. При достаточно высокой скорости газа волны срываются, образуя капли. Восходящий поток газа, несущий капли жидкости, образует реакционную зону. Поток газа, движущийся ко дну лунки вдоль оси фурмы, образует газовую струю. Вследствие обмена количеством движения с реакционной зоной скорость струи снижается значительно быстрее, чем в свободной струе. Под действием реакционной зоны жидкость вокруг зоны продувки движется вверх, достигнув поверхности, расходится в стороны и опускается вниз на определенном расстоянии от фурмы. Зона пузырькового барботажа слабо развита, либо полностью отсутствует. Небольшое количество пузырей проникает за пределы газовой струи вдоль продольной оси фурмы.

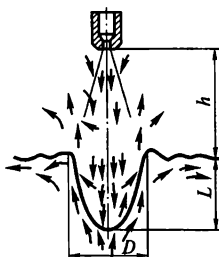


Рис. 27.1. Схема зоны продувки при подаче газа через фурму, расположенную над уровнем ванны

Глубина проникновения струи в жидкость l позволяет оценить степень воздействия струи на ванну. В частности, из практики известно, что при недостаточной глубине внедрения кислородной струи в металл снижается коэффициент использования кислорода металлом, возрастает окисленность шлака и т.д.

Относительную глубину проникновения газовой струи в расплав можно рассчитать по эмпирической формуле

$$l/d_0 = Ar^{1/2} \left(\frac{\beta d_0}{h} \right)^{1/2}, \quad (27.2)$$

где h — высота фурмы над уровнем ванны, м; $\beta = \frac{0,106}{v_T} \sqrt{I_0 / \rho^*}$ — коэффициент динамики струи, зависит от структуры турбулентной струи; $I_0 = \rho^* (w^*)^2 \pi d_0^2 / 4$ — поток импульса газа на выходе из фурмы, Н.

Для фурм, используемых в металлургических печах, $5,3 < \beta < 6,0$. Если фурма располагается на уровне ванны ($h = 0$), то глубина проникновения газовой струи определяется по формуле

$$l/d_0 = Ar^{1/2}. \quad (27.3)$$

Большое значение имеет также поперечный размер зоны продувки, который в рассматриваемом случае принимается равным наружному диаметру реакционной зоны.

В общем случае наружный диаметр реакционной зоны зависит от взаимного воздействия на жидкость газовой струи и восходящего газожидкостного потока. Однако при вдувании в ванну хорошо ассимилируемого газа (например, кислорода в металл) большая часть газа поглощается ванной в нижней части каверны, поэтому восходящий газожидкостный поток практически не образуется, и зона продувки формируется только под воздействием газовой струи на жидкость. В данном частном случае диаметр реакционной зоны рассчитывают по формуле

$$d/d_0 = n^{1/3} Ag^{1/3}, \quad (27.4)$$

где d — диаметр реакционной зоны, м; $n = \frac{\rho_l^* g l}{\rho_x^* (w_x^2)/2}$ — коэффициент проникновения, равен отношению статического давления на дне каверны к динамическому давлению струи на входе в жидкость; w_x — скорость газа на входе в слой, м/с; ρ_x^* и ρ_l^* — плотность газа на входе в слой и на дне каверны, кг/м³.

При вдувании в ванну неассимилируемого или плохо ассимилируемого газа диаметр реакционной зоны оказывается больше. Для случая неассимилируемого газа он определяется по формуле

$$D/d_0 = 1,47 Ag^{0,35}. \quad (27.5)$$

Таким образом, диаметр реакционной зоны во всех случаях независимо от степени ассимиляции газа пропорционален значению Ag , что свидетельствует о том, что характер взаимодействия любых газов с жидкостью качественно одинаков.

Из уравнений (27.2)–(27.5) видно, что изменение параметров продувки сильнее сказывается на глубине проникновения струи в жидкость, чем на величине диаметра зоны продувки. Изменение диаметра фурмы слабо влияет на геометрию зоны продувки, при удалении сопла от поверхности ванны глубина реакционной зоны уменьшается.

Этим широко пользуются в практике конвертерного процесса, где применяется управление ходом процесса с помощью изменения положения фурмы относительно уровня расплава.

3. Подача газа через фурму, расположенную под уровнем жидкости

В металлургии широко применяются различные способы расположения фурм. Например, при продувке ванны мартеновской печи кислородом фурмы чаще всего опускают в расплав сверху, в конвертерном производстве применяются способы подачи кислорода и других газов в расплав через фурмы, расположенные в днище конвертера, а в цветной металлургии широко применяются конвертеры и печи для обеднения шлаков, в которых фурмы установлены на боковых стенках. Способ расположения фурмы не оказывает существенного влияния на характер взаимодействия газа с жидкостью и на структуру зоны продувки, однако он существенно влияет на величину газовой нагрузки, при которой наступает пробой. При одинаковой глубине расположения фурм в жидкости по мере увеличения газовой нагрузки пробой наступает сначала у донных фурм, затем у боковых, еще позже у верхних фурм.

При постепенном увеличении расхода газа через фурму можно наблюдать различные режимы истечения его в жидкость. При невысоких скоростях истечения на срезе фурмы периодически образуются газовые пузыри, размер, форма и частота отрыва которых зависят от расхода газа, диаметра фурмы, свойств жидкости и способа расположения фурмы. Для металлургических расплавов частота отрыва пузырей составляет 5–10 Гц. При подаче газа через верхнюю фурму вследствие противоположного воздействия импульса газа и выталкивающих сил пузыри сплющиваются. При подаче газа через донную фурму наблюдается обратная картина — формирующийся на срезе фурмы пузырь вытягивается вверх, а на боковой фурме — прижимается к фурменной стенке и вытягивается вверх.

При увеличении скорости газа наступает переходный режим истечения, при котором на срезе фурмы формируются газовые объемы сложной формы и различных размеров, которые отрываются с частотой 10–15 Гц от газовой «ножки», устойчиво существующей на срезе фурмы и являющейся зародышем для новых газовых объемов.

При дальнейшем увеличении скорости истечения газа переходный режим сменяется струйным, при котором формируется зона продувки, включающая устойчивую газовую струю, реакционную

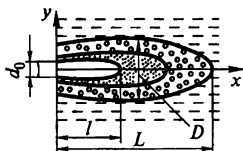


Рис. 27.2. Схема зоны продувки при подаче неассимилируемого газа через заглубленную фурму

зону, заполненную двухфазным потоком газа с каплями жидкости, и, наконец, зону пузырькового барботажа (рис. 27.2). При вдувании в жидкость ассимилируемого газа размеры зоны пузырькового барботажа сокращаются по мере увеличения степени ассимиляции. В пределе эта зона может полностью исчезнуть.

Длина струи зависит от ее импульса и от давления в жидкости на уровне выходного отверстия фурмы

$$l/d_0 = 0,5 G^{0,44} H^{0,37}, \quad (27.6)$$

где $G = \rho_0^* (w_0^*)^2 / (\rho' g h_{\text{ж}})$ — безразмерный комплекс, численно равный отношению плотности потока импульса газа на выходе из фурмы к давлению жидкости на выходе из фурмы; $h_{\text{ж}}$ — высота слоя жидкости над выходным отверстием фурмы, м; $H = h_{\text{ж}}/d_0$ — относительная глубина погружения фурмы под уровень жидкости.

Диаметр струи равен диаметру выходного отверстия фурмы и не изменяется по длине струи. Этим газовая струя в жидкости принципиально отличается от свободной затопленной струи, которая, как известно, расширяется.

При вдувании в жидкость плохо ассимилируемого газа размеры зоны продувки и ее конфигурация определяются взаимодействием газовой струи и восходящих газожидкостных потоков в зоне пузырькового барботажа. При этом для вдува через горизонтальную фурму длина зоны продувки определяется по формуле

$$L/d_0 = 5,44 (GH)^{0,24}. \quad (27.7)$$

Так как $GH = \frac{\rho'' (w'')^2}{\rho' g d_0} = Ag$, то уравнение (27.7) свидетельствует о том, что продольный размер зоны продувки определяется соотношением инерционных сил газовой струи и выталкивающих сил жидкости.

Диаметр зоны продувки можно определить по формуле

$$D/d_0 = 1,21 G^{0,18}. \quad (27.8)$$

Сопоставление уравнений (27.7) и (27.8) показывает, что диаметр зоны продувки зависит от глубины погружения фурмы под уровень жидкости, а ее продольный размер от этого параметра не зависит. Соотношениями (27.6)–(27.8) можно пользоваться для расчетов параметров зоны продувки через горизонтальную фурму при изменении безразмерных параметров в следующих пределах: $0,61 \leq G \leq 50$; $4 \leq H \leq 20$. Учитывая, что принципиально характер взаимодействия газа с жидкостью не зависит от способа установки фурмы, приведенными формулами можно пользоваться также для расчета параметров зоны продувки при верхнем или донном расположении фурмы. Разумеется, все сказанное справедливо только при подаче газа в жидкость в «до-пробойном» режиме.

Раздел IX

СУШКА

Глава 28

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА СУШКИ

1. Общие сведения

Высушивание различных материалов и изделий в промышленности играет важную роль, так как от него в значительной степени зависит качество продукции. Так, например, ковши, подлежащие заполнению жидким металлом, их стопорные устройства, литейные формы и стержни подвергают сушке с целью удаления влаги, вводимой при их изготовлении вместе со связующими растворами и материалами. Кроме того, предварительно высушивают исходные сыпучие материалы для изготовления огнеупоров, литейных форм и стержней. Сушке также часто подвергают пылевидные рудные концентраты в цветной металлургии, шламы, получаемые при мокрой газоочистке, и многие другие материалы и изделия.

Сушка представляет собой процесс, при котором влага, находящаяся в материале, переходит из жидкого состояния в газообразное и удаляется в окружающую среду. Для ускорения этого процесса к сушиму материалу подводят тепло. Подвод тепла может осуществляться излучением, конвекцией или теплопроводностью и в соответствии с этим различают радиационную, конвективную и кондуктивную сушку, а также сушку при генерации тепла в самом сушимом материале. Наиболее широкое распространение получили сушильные установки (называемые часто сушилами или сушилками), в которых осуществляется конвективная сушка. В этих установках газообразная среда не только обеспечивает отвод влаги с поверхности сушимо материала, но и выполняет функции теплоносителя. Эту среду называют сушильным агентом.

В процессе сушки изменяется содержание влаги как в сушимом материале, так и в сушильном агенте. При конвективной

сушке существенно изменяется и энтальпия сушильного агента. Поэтому представляют интерес характеристики этих сред, количественно выражающие эти параметры.

2. Характеристики сушимого материала

Материал, подвергаемый сушке, характеризуется абсолютной или относительной влажностью.

Абсолютная влажность w_a представляет отношение массы влаги W (кг), содержащейся в материале, к массе абсолютно сухого материала $M_{\text{сух}}$:

$$w_a = \frac{W}{M_{\text{сух}}} 100\%. \quad (28.1)$$

Относительная влажность w представляет отношение массы влаги W , содержащейся в материале, к массе сырого материала $M_{\text{вл}}$:

$$w = \frac{W}{M_{\text{вл}}} 100\%. \quad (28.2)$$

Величины w и w_a связаны друг с другом следующими соотношениями:

$$w = \frac{w_a}{100 + w_a} 100\%; \quad (28.3)$$

$$w_a = \frac{w}{100 - w} 100\%. \quad (28.4)$$

При выполнении расчетов процесса сушки важно знать количество влаги, удаляемой из материала, кг:

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = M_{\text{вл}} - M_{\text{м}} = W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}}, \quad (28.5)$$

где $M_{\text{вл}}$ — масса материала до сушки, кг; $M_{\text{м}}$ — масса материала после сушки, кг; $W_{\text{нач}}$ — количество влаги в материале до сушки, кг; $W_{\text{кон}}$ — количество влаги в материале после сушки (остаточная влажность), кг.

Выразим $W_{\text{нач}}$ и $W_{\text{кон}}$ через величины относительной влажности материала до и после сушки:

$$W_{\text{нач}} = \frac{w_{\text{нач}} \cdot M_{\text{вл}}}{100}; \quad W_{\text{кон}} = \frac{w_{\text{кон}} \cdot M_{\text{м}}}{100}.$$

Тогда количество удаляемой влаги

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = (w_{\text{нач}} M_{\text{вл}} - w_{\text{кон}} M_{\text{м}}) / 100. \quad (28.6)$$

Так как $M_{\text{вл}} = M_{\text{м}} + M_{\text{H}_2\text{O}}$,

$$\text{то } M_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{w_{\text{нач}}(M_{\text{м}} + M_{\text{H}_2\text{O}}) - w_{\text{кон}} M_{\text{м}}}{100}, \quad (27.7)$$

или

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = M_{\text{вл}} \frac{w_{\text{нач}} - w_{\text{кон}}}{100 - w_{\text{кон}}}. \quad (27.8)$$

Очевидно, что вся влага, удаляемая из материала в процессе сушки, переходит к сушильному агенту, повышая содержание водяного пара в нем. Следует отметить, что $M_{\text{м}} \neq M_{\text{сух}}$, так как всегда при выдаче материала из сушила в нем содержится некоторое количество остаточной влаги $W_{\text{кон}}$.

Значение начальной относительной влажности различных сушимых материалов и изделий в зависимости от технологии их производства или изготовления колеблется в достаточно широких пределах и составляет обычно от 5 до 25%. Конечная влажность обычно невысока и не превышает 0,5–1,5%.

Другой важной характеристикой сушеного материала является та температура, до которой его можно нагревать. Очевидно, что чем выше температура нагрева материала, тем меньше продолжительность его сушки и выше производительность установки. Однако максимальная температура нагрева ограничена технологическими факторами. Так, при сушке сыпучих материалов нельзя повышать температуру до уровня, при котором начинаются кристаллические превращения в материале или удаление примесей из него (например, удаление серы из меднорудного концентрата). Поэтому при сушке большинства сыпучих материалов температуру входящих в сушило газов снижают обычно до 700–900 °С.

При сушке литейных форм и стержней температура их нагрева ограничена свойствами применяемых связующих веществ, так как они разрушаются (термически разлагаются) при превышении допустимой для них температуры. Это, в свою очередь, приводит к снижению прочности форм и стержней и, как следствие, к сни-

жению качества отливок. Поэтому температура сушки литейных форм и стержней не превышает обычно 200–400 °С (в зависимости от типа связующего вещества и назначения форм). При этом более высокие значения допустимых температур сушки соответствуют удалению влаги из изделий, изготовленных с использованием неорганических связующих веществ, а более низкие — изделий на органических связках.

Следует учесть, что особенно важно не перегреть материал в конце сушки, когда влага из него практически удалена, тепло не расходуется на собственно процесс сушки, а идет на нагрев самого материала, вызывая рост его температуры.

3. Характеристики сушильных агентов

В качестве сушильного агента при конвективной сушке обычно используются подогретый воздух, продукты сгорания различных топлив, а также их смеси.

Влажный воздух

Воздух используют в сушильных процессах как для разбавления продуктов сгорания, так и в качестве самостоятельного сушильного агента (будучи предварительно подогретым). Его влагосодержание и энтальпия связаны с влажностью и температурой определенными соотношениями. Влажный воздух представляет собой смесь сухого воздуха и водяного пара. Различают абсолютную и относительную влажность воздуха.

Абсолютная влажность ρ_n — это масса водяного пара, содержащегося в единице объема влажного воздуха, т.е. парциальная плотность водяного пара. Абсолютная влажность зависит от температуры.

Относительная влажность воздуха φ представляет собой отношение абсолютной влажности к максимальному количеству водяного пара ρ_{\max} , которое может содержаться в единице объема воздуха при данном давлении и выражается в процентах:

$$\varphi = (\rho_n / \rho_{\max}) 100\%. \quad (28.9)$$

Относительная влажность показывает способность воздуха поглощать влагу при данной температуре и может быть выражена через отношение парциального давления водяного пара p_n во

влажном воздухе к его максимально возможному давлению при данной температуре p_{\max} :

$$\varphi = (p_n / p_{\max}) 100\%. \quad (28.10)$$

Рассматривая влажный воздух как смесь идеальных газов, можно выразить его давление (измеряемое барометром) как сумму парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара.

При данной температуре максимально возможным давлением водяного пара является давление его насыщения:

$$p_{\max} = p_{\text{нас}}. \quad (28.11)$$

При протекании процесса сушки изменяются температура, относительная влажность и объем влажного воздуха, однако количество сухого воздуха в этой смеси остается постоянным. В связи с этим используют такую характеристику, как влагосодержание $d_{\text{воз}}$, которое представляет собой массу водяного пара, содержащегося в смеси, отнесенную к массе сухого воздуха, кг/кг:

$$d_{\text{воз}} = W_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{в.о.}} / L_{\text{с.в}}, \quad (28.12)$$

где $W_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{в.о.}}$ — количество водяного пара в воздухе, кг; $L_{\text{с.в}}$ — количество сухого воздуха, кг.

К влажному воздуху можно применить уравнение Клапейрона–Менделеева

$$pv = rT, \quad (28.13)$$

где p — давление, Па; v — удельный объем, м³/кг; r — газовая постоянная для данного газа (смеси газов), Дж/(кг · К).

Удельный объем сухого воздуха равен, м³/кг:

$$v_{\text{с.в}} = V / L_{\text{с.в}}, \quad (28.14)$$

а удельный объем водяного пара, м³/кг:

$$v_n = V / W_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (28.15)$$

где V — объем смеси, т.е. объем влажного воздуха. Записывая уравнение Клапейрона–Менделеева отдельно для воздуха и для водяного пара и подставляя в них выражения для удельного объе-

ма сухого воздуха и водяного пара, выразим влагосодержание воздуха, кг/кг:

$$d_{\text{воз}} = \frac{W_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{воз}}}{L_{\text{с.в}}} = \frac{p_{\text{п}} V r_{\text{воз}} T}{p_{\text{с.в}} V r_{\text{п}} T}, \quad (28.16)$$

где $r_{\text{воз}} = 287,4$ Дж/(кг · К) — газовая постоянная воздуха; $r_{\text{п}} = 461,0$ Дж/(кг · К) — газовая постоянная водяного пара.

Подставляя в выражение (28.16) значения $r_{\text{воз}}$ и $r_{\text{п}}$, получим, кг/кг:

$$d_{\text{воз}} = 0,622 \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{с.в}}} = 0,622 \frac{p_{\text{п}}}{p - p_{\text{п}}}, \quad (28.17)$$

где p — давление влажного воздуха (атмосферное давление).

Выше было показано, что величина парциального давления водяного пара равна $p_{\text{п}} = \varphi p_{\text{нас}}$. Отсюда

$$d_{\text{воз}} = 0,622 \frac{\varphi p_{\text{нас}}}{p - \varphi p_{\text{нас}}}. \quad (28.18)$$

В расчетах процесса сушки величину атмосферного давления принимают обычно $p \approx 98$ кПа.

Энтальпия влажного воздуха представляет собой сумму энтальпий сухого воздуха и водяного пара. Энтальпию сухого воздуха при температуре T , °С, определяют по формуле, кДж/кг:

$$h_{\text{с.в}} = c_p T, \quad (28.19)$$

где c_p — изобарная теплоемкость сухого воздуха в диапазоне 0–100 °С, кДж/(кг · К); $c_p = 1,005$ кДж/(кг · К).

Энтальпия водяного пара, кДж/кг:

$$h_{\text{п}} = 2490 + 1,97 T, \quad (28.20)$$

где 2490 — удельная теплота испарения, кДж/кг; 1,97 — средняя удельная теплоемкость водяного пара, кДж/(кг · К).

Таким образом, энтальпия влажного воздуха при температуре T , °С, кДж/кг:

$$h_{\text{вл.в}} = (2490 + 1,97 T) d_{\text{воз}} + 1,005 T. \quad (28.21)$$

Продукты сгорания

Продукты сгорания (дымовые газы) очень часто используют в качестве сушильного агента.

Влагосодержание дымовых газов, кг/кг сухого газа:

$$d_d = W_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{д}} / (V_{\text{сух}}^{\text{д}} \rho_{\text{сух}}^{\text{д}}), \quad (28.22)$$

где $W_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{д}} = \frac{V_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{д}} \cdot 18}{22,4}$ — количество водяных паров в продуктах сгорания, кг ($V_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{д}}$ — объем водяных паров в продуктах сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$); $V_{\text{сух}}^{\text{д}} = V^{\text{д}} - V_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{д}}$ — объем сухих продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$ ($\text{м}^3/\text{кг}$) ($V^{\text{д}}$ — полный объем продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$);

$\rho_{\text{сух}}^{\text{д}} = \frac{V_{\text{CO}_2}^{\text{д}} 44 + V_{\text{N}_2}^{\text{д}} 28 + V_{\text{O}_2}^{\text{д}} 32}{V_{\text{сух}}^{\text{д}} 22,4}$ — плотность сухих продуктов сгорания, $\text{кг}/\text{м}^3$; $V_{\text{CO}_2}^{\text{д}}$, $V_{\text{N}_2}^{\text{д}}$, $V_{\text{O}_2}^{\text{д}}$ — объемные доли составляющих продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{м}^3$.

Энтальпия дымовых газов, кДж/кг сухого газа:

$$h_d = Q_{\text{н}}^{\text{р}} / (V^{\text{д}} \rho_{\text{сух}}^{\text{д}}), \quad (28.23)$$

где $Q_{\text{н}}^{\text{р}}$ — низшая теплота сгорания рабочего топлива, кДж/кг ($\text{кДж}/\text{м}^3$); $\rho_{\text{сух}}^{\text{д}}$ — плотность сухих продуктов сгорания, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Все эти параметры дымовых газов находят из расчета горения топлива, проводимого для того действительного коэффициента расхода воздуха, который имеет место в топке сушила.

Выше было отмечено, что температура высушиваемого материала ограничена определенными технологическими соображениями. Следовательно, и температура сушильного агента на входе в рабочую камеру сушильной установки не должна быть чрезмерно высокой. Как показывает выражение (27.23), снизить энтальпию (и, соответственно, температуру) продуктов сгорания можно посредством повышения коэффициента расхода воздуха, что вызывает увеличение удельного объема продуктов сгорания. Поскольку температура продуктов сгорания большинства видов промышленного топлива значительно выше допустимой температуры сушильного агента по условиям исключения опасности перегрева

сушимого материала, то ее обычно снижают посредством сжигания топлива в топках сушила с максимально возможным коэффициентом расхода воздуха. Это облегчает задачу дальнейшего понижения температуры продуктов сгорания путем их смешения вне зоны горения с воздухом или с уходящими из рабочей камеры газами (возвратом) и позволяет получить сушильный агент с более равномерным распределением температуры, а следовательно, повысить качество сушки. Однако величина коэффициента расхода воздуха не может быть сколько угодно большой, так как при чрезмерном обеднении горючей смеси происходит понижение температуры в топке и горение становится неустойчивым. Экспериментально установлено, что минимально допустимая температура в топке по условиям устойчивости горения составляет 900–1000 °С для всех промышленных топлив. Отсюда можно найти величину максимально допустимого коэффициента расхода воздуха

$$n_{\max} = \frac{Q_H^D / h_{\min} - V_{n=1}^D}{V_{n=1}^{\text{ВОЗ}}} + 1, \quad (28.24)$$

где h_{\min} – энтальпия продуктов сгорания при минимально допустимой температуре в топке ($h_{\min} \approx 1340 - 1460$ кДж/м³); $V_{n=1}^D$ – объем продуктов сгорания данного топлива при сжигании его с $n = 1,0$ м³/м³ (м³/кг); $V_{n=1}^{\text{ВОЗ}}$ – объем воздуха, необходимого для полного сжигания данного топлива при $n = 1,0$ м³/м³ (м³/кг).

Глава 29

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ПРОЦЕССЕ СУШКИ

1. Физическая картина процесса сушки

При протекании процесса сушки концентрация влаги в высушиваемом материале непрерывно изменяется. Между поверхностью, с которой происходит удаление влаги, и внутренними слоями возникает разность концентраций влаги. Вследствие этого осуществляется движение влаги от мест с большей концентрацией к местам с меньшей концентрацией. Этот процесс называют влагопроводностью. Влага при проходе к поверхности тела или к

границе испарения превращается в пар, который смешивает затем с нагретым воздухом или дымовыми газами, используемими в качестве сушильного агента, и удаляется в окружающую среду. При этом поверхность, на которой происходит испарение перемещается по мере развития процесса сушки от наружных слоев материала во внутренние. При нагреве сушимого материала возникает разность температур между его поверхностью и центром, вследствие чего влага перемещается из более горячих мест в более холодные. Это явление, обусловленное возникновением разности давлений в капиллярных каналах при перепаде температур, получило название термовлагопроводности. Роль термовлагопроводности особенно велика при сушке термически массивных тел, в которых при нагреве возникает перепад температур. При подводе тепла к высушиваемому материалу извне векторы влагопроводности и термовлагопроводности имеют разные знаки, и термовлагопроводность замедляет процесс сушки. Однако по мере прогрева тела (с уменьшением градиента температуры) роль термовлагопроводности уменьшается. Поэтому обычно решающую роль в процессе сушки играет влагопроводность.

После прогрева до ~ 100 °С влага, находящаяся внутри сушимого материала, превращается в пар. При этом внутри материала создается более высокое давление водяного пара, чем во внешних (уже более сухих) слоях, и эта разность давлений приводит к дальнейшему усилению переноса влаги из внутренних слоев наружным.

Нагретые газы (сушильный агент), омывающие поверхность сушимого материала и передающие ему тепло, играют не только роль теплоносителя, но и выполняют функцию отвода от поверхности удаляемой из материала влаги.

Таким образом, картина нестационарных полей влагосодержания и температуры определяется закономерностями влаго- и теплопереноса внутри тела, а также условиями внешнего влаго- и теплообмена с окружающей средой. Рассмотрим основные закономерности протекания этого процесса при осуществлении сушки. На рис. 29.1 показано изменение во времени средней влажности сушимого материала, скорости удаления из него влаги, температуры поверхности и центра сушимого тела (при постоянной температуре и постоянной относительной влажности сушильного агента).

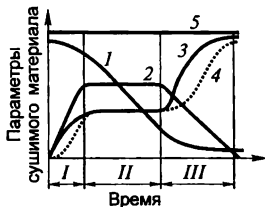
Из графика следует, что процесс сушки можно разделить на три основных периода. В периоде I происходит нагрев материала

и начинается испарение влаги, происходящее с постепенно нарастающей скоростью. Невысокая интенсивность сушки в течение начальной стадии периода *I* обусловлена, во-первых, тем, что часть тепла затрачивается на нагрев материала, а не на удаление влаги, и, во-вторых, тем, что процесс термовлагопроводности (вследствие разности температур по сечению) тормозит процесс сушки. По мере прогрева материала разность температур по его сечению снижается и скорость удаления влаги растет. Далее, на протяжении всего периода *II* она остается постоянной. Температуры поверхности и центра при этом практически не изменяются и близки к температуре кипения. В этом периоде все подводимое к телу тепло расходуется только на испарение влаги. Таким образом, в периоде *II* имеет место установившийся процесс, причем явление термовлагопроводности практически отсутствует и интенсивность сушки определяется исключительно влагопроводностью и условиями подвода тепла к материалу.

В периоде *III* интенсивность сушки падает. Граница испарения (поверхность, разделяющая влажную и сухую часть материала) по мере роста температуры поверхности тела перемещается с поверхности внутрь. Подводимое к телу тепло уже расходуется не только на процесс испарения влаги, но и на дальнейшее повышение температуры материала. Вновь возникает разность температур по сечению и наблюдается падение интенсивности сушки, происходящее, с одной стороны, вследствие уменьшения влажности материала (замедление процесса влагопроводности из-за меньшей разности концентраций) и, с другой стороны, в результате возникновения эффекта термовлагопроводности. В периоде *III* большую роль играет разность давлений водяного пара во внутренних и внешних слоях тела, способствующая росту потока влаги, направленного к поверхности. По окончании пе-

Рис. 29.1. Динамика изменения параметров сушимого материала при помещении его в камеру с постоянной температурой и влажностью:

1 — влажность высушиваемого материала, %; 2 — плотность потока влаги, удаляемой из материала, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$; 3 — температура поверхности высушиваемого материала; 4 — температура центра высушиваемого материала; 5 — температура сушильного агента



риода *III* удаление влаги из высушиваемого материала практически завершается и температура его поверхности стремится к температуре сушильного агента. В общем случае интенсивность сушки зависит не только от величины потока влаги внутри материала, но и от скорости удаления водяного пара с поверхности тела.

Скорость сушки в значительной степени определяется условиями подвода тепла к поверхности сушимого тела. Чем больше плотность подводимого теплового потока, тем выше при прочих равных условиях интенсивность отвода влаги с поверхности тела. Однако при этом возрастает и разность температур по сечению тела, что неизбежно приводит к возникновению термических напряжений и может вызвать образование трещин в сушимых изделиях. С другой стороны, как это уже отмечалось, увеличение разности температур по сечению в течение периодов *I* и *III* сушки приводит к замедлению процесса переноса влаги внутри тела в связи с ростом обратного потока влаги за счет термовлагопроводности.

2. Тепло- и массообмен при сушке

Практически все материалы и изделия, подвергаемые сушке в металлургическом производстве, являются капиллярно-пористыми телами, поэтому при описании и анализе процесса сушки широко используют закономерности, характеризующие перенос тепла и влаги в таких средах.

В соответствии с рассмотренными выше общими закономерностями процесса сушки величину плотности потока влаги внутри материала можно выразить следующим образом, кг/(м²·с):

$$\vec{m}_{\text{H}_2\text{O}} = -D_w \rho_{\text{сух}} \vec{\nabla} w \pm k_T \rho_{\text{сух}} \vec{\nabla} T \pm k_p \vec{\nabla} p, \quad (29.1)$$

где D_w — коэффициент влагопроводности, м²/с; k_T — коэффициент термовлагопроводности, м²/(с·К); k_p — коэффициент переноса влаги под действием разности давлений водяного пара, с; $\rho_{\text{сух}}$ — плотность сухого тела, кг/м³; $\vec{\nabla} w$, $\vec{\nabla} T$, $\vec{\nabla} p$ — градиенты соответственно влажности (1/м), температуры (К/м) и давления (Па/м).

В зависимости от знака перед вторым и третьим членами правой части уравнения (29.1) термовлагопроводность и разность давлений могут либо способствовать процессу сушки (когда ее век-

тор совпадает с вектором влагопроводности), либо препятствовать ему. Если процесс сушки осуществляется при температуре, не превышающей 100 °С, то перемещение влаги внутри тела происходит в жидкой фазе, а ее испарение осуществляется с поверхности. При протекании сушки при более высоких температурах влага переносится внутри тела преимущественно в виде пара с перемещением области испарения внутрь тела по мере протекания процесса. В обоих случаях переход влаги к сушильному агенту имеет место на поверхности тела.

Плотность потока влаги, отводимого с поверхности к сушильному агенту, можно представить так, кг/(м²·с):

$$m_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{пов}} = \beta_w (p_{\text{пов}} - p_0), \quad (29.2)$$

где β_w — коэффициент влагообмена, отнесенный к разности парциальных давлений, с/м; $p_{\text{пов}}$ — парциальное давление пара у поверхности сушимого тела, Па; p_0 — парциальное давление пара в сушильном агенте, Па.

Выражение (29.2), известное под названием закона Дальтона, является приближенным, поскольку парциальное давление пара не является потенциалом переноса парообразной влаги. Помимо этого, формула Дальтона, описывающая взаимодействие влажного тела с окружающей средой (граничные условия III рода), справедлива при постоянном значении коэффициента влагообмена только для стационарного процесса влагопереноса, т.е. для периода сушки с постоянной скоростью. При описании с помощью формулы (29.2) периодов сушки с переменной скоростью необходимо учитывать изменение во времени коэффициента влагообмена.

Для описания теплоотдачи к поверхности тела с температурой T_w от сушильного агента с температурой T_0 можно использовать выражение закона Ньютона, Вт/м²:

$$q_w = \alpha (T_0 - T_w). \quad (29.3)$$

Оно также строго справедливо только для периода сушки с постоянной скоростью, когда температура поверхности тела T_w практически неизменна. Формулу Ньютона, также как и формулу Дальтона, можно использовать для приближенного описания периодов сушки с изменяющейся скоростью, учитывая закономерности изменения во времени коэффициента теплоотдачи α .

Помимо этого, надо иметь в виду, что полученные выше (см. гл. 15) расчетные зависимости для нахождения коэффициентов тепло- и массоотдачи применимы при анализе процесса сушки только в первом приближении. Удаление водяного пара с поверхности сушеного тела создает поперечный поток, деформирующий эпюры скоростей, температур и концентраций в гидродинамическом, тепловом и диффузионном пограничных слоях. Это приводит к увеличению их толщины и снижению действительных значений коэффициентов переноса.

Таким образом, расчет кинетики процесса сушки в каждом из рассмотренных выше периодов должен сводиться к совместному решению уравнений переноса тепла и влаги в капиллярно-пористом теле (типа уравнений теплопроводности и диффузии) с граничными условиями вида (29.1)–(29.3). При этом должны быть учтены зависимости коэффициентов теплоотдачи и влагообмена от всех влияющих на них факторов. При решении этих задач надо также иметь в виду, что коэффициенты влагопроводности, термо-влагопроводности и температуропроводности сушеного материала в значительной степени зависят от его влажности и изменяются во времени. Получаемые в результате расчетов данные служат основой для определения продолжительности сушки и правильного выбора ее условий. Однако такие расчеты осуществимы численными методами только для сравнительно простых случаев. Поэтому продолжительность сушки реальных материалов и изделий, являющуюся важнейшим параметром для определения основных характеристик сушила, обычно принимают на основании эмпирических данных.

Длительность отдельных периодов сушки t , с, в среде с известной температурой можно в первом приближении оценить, задаваясь желаемыми значениями влажности материала в начале и конце каждого периода, а также окончательной температурой $T_{\text{кон}}^M$ в завершающий момент сушки. Тогда, рассчитав с помощью выражений (27.7) или (27.8) количество влаги $M_{\text{H}_2\text{O}}$, удаляемой в течение каждого из описанных выше периодов сушки, можно воспользоваться следующими выражениями, вытекающими из закона сохранения энергии применительно к рассматриваемому процессу:

для периода I

$$t_I = \frac{(M_{\text{сух}} \cdot c_{\text{сух}} + W_{\text{нач.}I} \cdot 4,2)(100 - T_{\text{нач}}^M) + M_{\text{H}_2\text{O}} \cdot 2490}{\bar{q}_w I \cdot F}; \quad (29.4)$$

для периода II

$$t_{II} = \frac{M_{H_2O II} \cdot 2490}{\bar{q}_{w II} \cdot F}; \quad (29.5)$$

для периода III

$$t_{III} = \frac{(M_{сух} \cdot c_{сух} + W_{нач. III} \cdot 1,97)(T_{кон}^M - 100) + M_{H_2O III} \cdot 2490}{\bar{q}_{w III} \cdot F}, \quad (29.6)$$

где $M_{сух}$ — масса абсолютно сухого материала, кг; $c_{сух}$ — удельная теплоемкость абсолютно сухого материала, кДж/(кг·К); $W_{нач. I}$ и $W_{нач. III}$ — масса влаги, содержащейся в материале к моменту начала соответственно первого и третьего периодов сушки, кг; $M_{H_2O I}$, $M_{H_2O II}$ и $M_{H_2O III}$ — количество влаги, удаляемой соответственно в течение I, II, III периодов сушки, кг (вычисляется по формулам (27.7) или (27.8); $\bar{q}_{w I}$, $\bar{q}_{w II}$, $\bar{q}_{w III}$ — плотности средних за период тепловых потоков от греющей среды к поверхности сушимого материала соответственно в I, II и III периодах, кВт/м²; F — тепловоспринимающая поверхность сушимого материала, м²; 4,2 и 1,97 — соответственно удельные теплоемкости воды и водяного пара, кДж/(кг·К); 2490 — удельная теплота испарения, кДж/кг.

Глава 30

РАСЧЕТЫ ПРОЦЕССА СУШКИ

1. Постановка задачи

Расчет процесса сушки осуществляют с целью определения количества сушильного агента и расхода тепла (топлива). Тип сушила, характеристики высушиваемого материала и вид топлива обычно бывают заданы. Режим сушки выбирают, исходя из технологических соображений и вида сушимого материала, как правило, на основе практических данных или с помощью выражений (29.4)–(29.6).

При такой постановке задачи расчет сводится к совместному рассмотрению балансов влаги и тепла при процессе сушки. Очевидно, что вся влага, удаляемая из материала при сушке, перехо-

дит к сушильному агенту, повышая влагосодержание последнего от начального $d_{\text{нач}}$ (на входе в сушило) до конечного $d_{\text{кон}}$ (на выходе из сушила). Тогда, исходя из закона сохранения массы,

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = L (d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}), \quad (30.1)$$

где L — количество сухого сушильного агента, кг.

Количество необходимого сухого сушильного агента удобно выразить, отнеся его к 1 кг удаляемой из высушиваемого материала влаги, кг:

$$l = L/M_{\text{H}_2\text{O}} = 1/(d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}). \quad (30.2)$$

Необходимый расход топлива можно найти из решения уравнения теплового баланса, учитывающего затраты тепла на удаление влаги из сушеного материала и на его нагрев, перегрев водяного пара и на компенсацию всех видов потерь тепла (через стенки рабочей камеры, с уходящими газами и т.п.).

Для расчета и анализа процесса сушки удобно использовать h - d -диаграмму, составленную Л.К. Рамзиным. Эта диаграмма дает наглядное представление о соотношении параметров процесса сушки и позволяет достаточно легко и быстро определить необходимый расход сушильного агента и затраты тепла.

2. h - d -диаграмма

Основными параметрами h - d -диаграммы служат энтальпия h (кДж/кг) и влагосодержание d (кг/кг сухого воздуха). h - d -диаграмма построена для влажного воздуха, однако с ее помощью можно выполнять расчеты процесса сушки и дымовыми газами, а также смесью дымовых газов и воздуха.

Для удобства построения диаграммы линии, характеризующие связь различных параметров влажного воздуха (h , d , φ , T), размещены в косоугольной системе координат (рис. 30.1). Линии, соответствующие постоянной энтальпии, проведены на диаграмме под углом 45° к оси ординат. Линии, соответствующие постоянным значениям температуры (изотермы), также проведены под углом как к оси абсцисс, так и к линиям постоянной энтальпии. Они представляют собой прямые, поскольку характеризуются уравнением (28.21), выражающим зависимость энтальпии от влагосодержания.

С увеличением температуры угол их наклона увеличивается. На диаграмме приведены также линии, соответствующие постоянной относительной влажности $\varphi = \text{const}$. При температуре $99,4^\circ\text{C}$, соответствующей температуре кипения воды при барометрическом давлении 98 кПа , эти кривые имеют резкий перелом и идут почти вертикально вверх. Линия $\varphi = 100\%$ делит диаграмму на две части. В верхней части влажный воздух представляет собой смесь сухого воздуха и ненасыщенного пара, а в нижней — смесь сухого воздуха с насыщенным водяным паром.

Выбирать параметры процесса сушки ниже линии $\varphi = 100\%$ нельзя, потому что тогда насыщенные пары частично конденсируются и оседают на высушиваемых изделиях. На $h-d$ -диаграмме нанесены линии парциальных давлений пара p_n , являющиеся функцией лишь одного влагосодержания. Линии парциальных давлений построены в обычной системе координат.

Таким образом, на диаграмме можно найти любой из пяти параметров (h , d , T , φ , p_n), характеризующих влажный воздух (газ), зная два из них.

3. Использование $h-d$ -диаграммы для расчета процессов сушки

При расчете процессов сушки с помощью $h-d$ -диаграммы следует последовательно отображать на ней явления, происходящие в сушилке: подготовку сушильного агента перед его подачей в рабочую камеру (т.е. подогрев воздуха в случае его использования в качестве сушильного агента); смешение продуктов сгорания с воздухом или возвратом в случае сушки дымовыми газами и собственно процесс сушки.

Ниже рассмотрен порядок отображения на $h-d$ -диаграмме процессов сушки различными сушильными агентами. Это отображение будет в дальнейшем называться «построение процесса сушки».

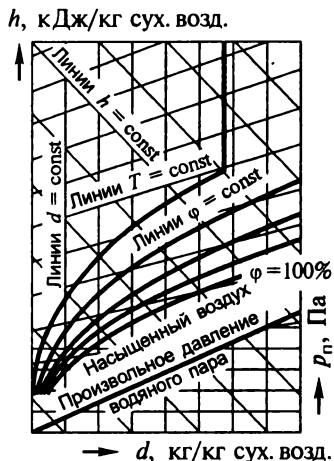


Рис. 30.1. Схема $h-d$ -диаграммы

Сушка воздухом

Для построения на h - d -диаграмме процесса сушки воздухом предварительно определяют его начальные параметры $\varphi_{\text{воз}}$ и $T_{\text{воз}}$ в зависимости от времени года и местности. По этим данным на диаграмме находят точку A (рис. 30.2). Для осуществления процесса сушки воздух необходимо подогреть до температуры $T_{\text{нач}}$ (температура воздуха на входе в сушильную камеру). Эту температуру принимают на 150–250 °С выше рекомендуемой технологией температуры сушки, поскольку указанная разность температур между сушильным агентом и поверхностью сушимых изделий характерна для значительного большинства сушил с теплопередачей преимущественно конвекцией. Эта разность температур и создает необходимый для процесса сушки тепловой поток к высушиваемой поверхности. Процесс подогрева на диаграмме изображается прямой линией AB , параллельной линиям $d = \text{const}$, так как влагосодержание воздуха при подогреве не меняется. Точка B характеризуется температурой сушки или величиной несколько меньшей в случае, если садка загружается в холодную камеру, и тогда учитывается средняя за период температура уходящих газов.

Если в процессе сушки все вводимое в сушило тепло расходовалось бы исключительно на удаление влаги из материала, то про-

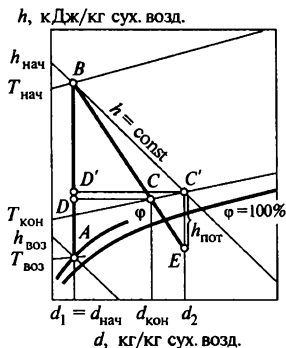


Рис. 30.2. Построение на h - d -диаграмме процесса сушки нагретым воздухом

исходил бы так называемый теоретический процесс сушки, при котором энтальпия сушильного агента неизменна. На $h-d$ -диаграмме он изображен линией BC' , параллельной линиям $h = \text{const}$, проведенной до пересечения в точке C' с изотермой $T_{\text{кон}} = \text{const}$. Энтальпия сушильного агента (в данном случае воздуха) при теоретическом процессе сушки остается постоянной, поскольку тепло, затраченное на испарение влаги, возвращается воздуху с водяными парами, несущими в себе теплоту испарения.

Для определения количества сухого воздуха $l_{\text{теор}}$, требующегося для удаления 1 кг влаги из материала, находят по шкале влагосодержаний разность конечного d_2 и начального $d_1 = d_{\text{нач}}$ влагосодержаний воздуха, соответствующих началу и концу теоретического процесса сушки, а затем подставляют эту величину в выражение (30.2). Точку D' , соответствующую величине $d_1 = d_{\text{нач}}$, находят следующим построением. Из точки C' проводят линию, параллельную оси абсцисс до пересечения с вертикальной прямой, характеризующей влагосодержание воздуха в начале процесса.

Действительный процесс сушки отличается от теоретического тем, что учитывается расход тепла на потери (нагрев высушиваемого материала, транспортирующих устройств, непосредственно сушильной камеры и т. п.). Эти затраты тепла уменьшают энтальпию сушильного агента. Расчет действительного процесса сушки сводится к определению изменения энтальпии сушильного агента, зависящего от величины тепловых потерь. Для построения действительного процесса сушки по $h-d$ -диаграмме предварительно находят величину перечисленных выше потерь, относя их к единице массы (1 кг) испаренной влаги.

Потери тепла на нагрев материала q_m , отнесенные к 1 кг испаренной влаги, находят с помощью выражения, кДж:

$$q_m = \frac{M_m c_m (T_{\text{кон}}^m - T_{\text{нач}}^m)}{M_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad (30.3)$$

где M_m — масса материала после сушки, кг; c_m — средняя удельная теплоемкость материала, кДж/(кг·К); $T_{\text{кон}}^m$ — конечная температура материала, °С; $T_{\text{нач}}^m$ — начальная температура материала, °С.

Потери тепла на нагрев транспортирующих устройств $q_{\text{тр}}$, отнесенные к 1 кг испаренной влаги, кДж:

$$q_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{тр}} c_{\text{тр}} (T_{\text{кон}}^{\text{тр}} - T_{\text{нач}}^{\text{тр}})}{M_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad (30.4)$$

где $M_{\text{тр}}$ — масса транспортирующих устройств, кг; $c_{\text{тр}}$ — средняя удельная теплоемкость материала транспортирующих устройств, кДж/(кг · К).

Потери тепла на аккумуляцию камерой сушила $q_{\text{ак}}$, отнесенные к 1 кг испаренной влаги, кДж:

$$q_{\text{ак}} = \frac{M_{\text{кл}} c_{\text{кл}} (T_{\text{кон}}^{\text{ср.кл}} - T_{\text{нач}}^{\text{ср.кл}})}{M_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad (30.5)$$

где $M_{\text{кл}}$ — масса кладки камеры сушила, кг; $c_{\text{кл}}$ — средняя удельная теплоемкость материала кладки камеры, кДж/(кг · К); $T_{\text{нач}}^{\text{ср.кл}}$, $T_{\text{кон}}^{\text{ср.кл}}$ — средняя начальная и конечная температуры кладки, °С.

Расчет средних температур по толщине стен обычно выполняют методом конечных разностей. При расчете сушил непрерывного действия потери тепла на аккумуляцию кладкой не учитывают, а рассчитывают потери в окружающую среду через стенки. Неучтенные потери принимают равными 5–10% от величины найденных суммарных потерь (исключая потери тепла на нагрев сушимого материала).

После суммирования величин найденных тепловых потерь находят потери энтальпии, отнеся их к 1 кг сухого воздуха, кДж:

$$h_{\text{пот}} = \Sigma q_{\text{пот}} / l_{\text{теор}}. \quad (30.6)$$

Полученную величину (в масштабе энтальпий) откладывают от точки C' по вертикали $d_2 = \text{const}$ вниз (отрезок $C'E$). Точку E соединяют с точкой B начала процесса сушки. Таким образом, действительный процесс сушки, протекающий с уменьшением энтальпии воздуха, изображается на $h-d$ -диаграмме прямой линией BE . Поскольку процесс сушки заканчивается при заданной температуре уходящего из сушила воздуха $T_{\text{кон}}$, то на пересечении линии с изотермой $T_{\text{кон}}$ находят точку C , соответствующую концу действительного процесса сушки и характеризующуюся параметрами воздуха $d_{\text{кон}}$, $T_{\text{кон}}$, $h_{\text{кон}}$. Проведя из точки C прямую линию, параллельную оси абсцисс до пересечения с прямой AB ($d_{\text{нач}} = \text{const}$) в точке D , находят величину отрезка CD , соответ-

ствующего разности влагосодержаний воздуха ($d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}$) в действительном процессе сушки. Подставляя величину ($d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}$) в выражение (30.2), определяют действительное количество сухого воздуха, необходимое для удаления 1 кг влаги из высушиваемого материала.

Расход воздуха в объемных единицах можно найти по формуле, $\text{м}^3/\text{кг}$:

$$V_{\text{действ}} = v l_{\text{действ}},$$

где v — объем влажного воздуха, приходящегося на 1 кг сухого воздуха при атмосферном давлении. При температуре 20°C можно принять $v = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Расход тепла для удаления 1 кг влаги можно найти по изменению энтальпии воздуха при его подогреве от $T_{\text{воз}}$ до $T_{\text{нач}}$, кДж :

$$q = l_{\text{действ}} (h_{\text{нач}} - h_{\text{воз}}) - c T_{\text{нач}}^{\text{м}}, \quad (30.7)$$

где ($h_{\text{нач}} - h_{\text{воз}}$) — разность энтальпий воздуха, соответствующая отрезку AB ; $c T_{\text{нач}}^{\text{м}}$ — количество тепла, $\text{кДж}/\text{кг}$, испаренной влаги, внесенного в сушило влагой, содержащейся в материале при начальной температуре материала $T_{\text{нач}}^{\text{м}}$; c — теплоемкость воды, равная $4,187 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Расход тепла на подогрев воздуха за цикл сушки равен, кДж :

$$Q_{\text{цикл}} = q M_{\text{H}_2\text{O}}. \quad (30.8)$$

Сушка смесью дымовых газов и воздуха

Для построения процесса сушки дымовыми газами предварительно определяют начальные параметры продуктов сгорания $T_{\text{д}}$ (как действительную температуру горения)* и $d_{\text{д}}$ на выходе из топки по формуле (28.22). По этим данным строят точку B' , соответствующую параметрам продуктов сгорания на входе в сушильную камеру (рис. 30.3).

Как уже отмечалось, температуру $T_{\text{нач}}$ выбирают, исходя из требований технологии процесса сушки. Так как эта температура должна быть существенно меньше температуры продуктов сгорания, то для снижения последней смешивают дымовые газы с ат-

* Значение пирометрического коэффициента для топок сушил обычно принимают равным $0,9-0,95$.

мошферным воздухом или возвратом. Рассмотрим сначала порядок построения процесса сушки смесью дымовых газов с воздухом.

Для построения этого процесса на $h-d$ -диаграмме описанным выше способом находят точку A , характеризующуюся начальными параметрами воздуха $d_{\text{воз}}$, $T_{\text{воз}}$, и затем соединяют ее с точкой B' . Прямая AB' изображает процесс смешения дымовых газов с воздухом. Значение температуры воздушно-дымовой смеси на входе в сушильную камеру принимают так же, как и в предыдущем случае (для сушки воздухом), т. е. на 150–250 °С выше технологически рекомендуемой температуры сушки.

Пересечение прямой AB' с изотермой $T_{\text{нач}}$ дает точку B , характеризующуюся параметрами $d_{\text{нач}}$, $T_{\text{нач}}$, $h_{\text{нач}}$. Принимая температуру уходящих из сушила газов $T_{\text{кон}}$, равной технологически рекомендуемой температуре сушки, дальнейшее построение процессов сушки дымовыми газами проводят аналогично построению процесса сушки воздухом.

Количество исходной смеси воздуха и дымовых газов, требующееся для удаления 1 кг влаги из высушиваемого материала в теоретическом процессе сушки, находят из выражения, кг:

$$l_{\text{теор}} = 1/(d_2 - d_{\text{нач}}). \quad (30.9)$$

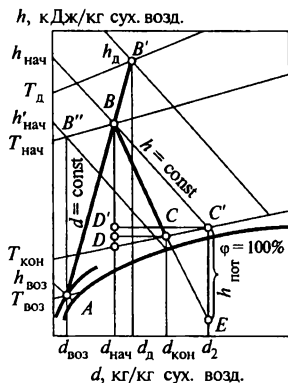


Рис. 30.3. Построение на $h-d$ -диаграмме процесса сушки смесью дымовых газов и воздуха

Здесь отрезок $C'D'$ соответствует разности влагосодержаний ($d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}$) (см. рис. 30.3). То же в действительном процессе:

$$l_{\text{действ}} = 1/(d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}). \quad (30.10)$$

Здесь отрезок CD соответствует разности влагосодержаний ($d_{\text{кон}} - d_{\text{нач}}$).

Расход тепла на удаление влаги определяют по формуле (аналогичной процессу сушки воздухом) по разности энтальпий дымовых газов. В технологических расчетах обычно используется величина низшей теплоты сгорания топлива $Q_{\text{н}}^{\text{P}}$, определяемая при условии, что вся влага, образующаяся при горении топлива, находится в парообразном состоянии при температуре 20°C . Поэтому вместо энтальпии $h_{\text{нач}}$, фактически соответствующей точке B , следует учесть энтальпию $h'_{\text{нач}}$ (см. рис. 30.3), соответствующую точке B' , характеризующейся энтальпией тех же газов, при той же температуре $T_{\text{нач}}$, но при влагосодержании, соответствующем 20°C (т.е. практически $d_{\text{воз}}$).

Тогда

$$q = l_{\text{действ}} (h'_{\text{нач}} - h_{\text{воз}}) - cT_{\text{нач}}^{\text{M}}. \quad (30.11)$$

Здесь разности ($h'_{\text{нач}} - h_{\text{воз}}$) соответствует отрезок AB' .

Расход тепла за цикл сушки находят по формуле (30.8). Далее, зная величину низшей теплоты сгорания топлива, можно легко найти количество топлива, которое необходимо сжечь в сушилке за 1 цикл сушки, кг (M^3):

$$V_{\text{цикл}} = Q_{\text{цикл}}/Q_{\text{н}}^{\text{P}}. \quad (30.12)$$

Среднечасовой расход топлива, кг/ч ($\text{M}^3/\text{ч}$):

$$b = V_{\text{цикл}}/t, \quad (30.13)$$

где t — продолжительность работы топки сушилки, ч.

Современные сушильные установки работают с рециркулирующей продуктом сгорания, т.е. часть сушильного агента возвращается в рабочую камеру с целью экономии топлива.

Сушка смесью дымовых газов и возврата

Для построения процесса сушки смесью дымовых газов и возврата (т.е. для случая работы сушилки с рециркуляцией продуктов

сгорания) осуществляют сначала все операции по построению процесса сушки смесью дымовых газов и холодного воздуха, описанные выше и отраженные на рис. 30.3.

Следующим этапом является построение процесса смешения исходных продуктов сгорания с возвратом. Затем, в соответствии с описанным выше порядком, строят луч теоретического процесса сушки, откладывают вниз по линии $d = \text{const}$ рассчитываемую величину $h_{\text{пот}}$ и получают луч действительного процесса сушки для рециркуляционного режима.

Количество исходной смеси продуктов сгорания и возврата, требующееся для удаления 1 кг влаги из высушиваемого материала в теоретическом процессе сушки при рециркуляционном режиме работы сушила, можно найти по формуле, аналогичной (30.9).

Для действительного процесса в тех же условиях справедливо выражение (30.10), записываемое с учетом рециркуляции возврата.

Расход тепла на удаление влаги определяют по формуле, аналогичной выражению (30.11). Его величина при работе сушила с рециркуляцией получается ниже, чем при работе на смеси продуктов сгорания и холодного воздуха. Действительно, в этом случае часть тепла, уносимая продуктами сгорания, возвращается в сушило с рециркулирующими газами.

Расход тепла и количество сжигаемого в сушиле топлива находят по формулам (30.8) и (30.13).

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

К разделу I

1. *Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е.* Техническая термодинамика. — М.: Энергия, 1977. — 345 с.
2. Техническая термодинамика / *В. И. Лобанов, Г. П. Ясников, Я. М. Гордон, А. С. Телегин.* — М.: Metallurgia, 1992. — 240 с.

К разделу II

1. Теория турбулентных струй / *Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович, С. Ю. Крашенинников* и др. — М.: Наука, 1984. — 716 с.
2. *Повх И. Л.* Техническая гидромеханика. — М.: Машиностроение, 1969. — 715 с.
3. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969. — 744 с.
4. Механика жидкости и газа / *С. И. Аверин, А. Н. Минаев* и др. — М.: Metallurgia, 1987. — 302 с.

К разделу III

1. *Гухман А. А.* Введение в теорию подобия. — М.: Высшая школа, 1961. — 140 с.
2. *Гухман А. А.* Применение теории подобия к исследованию процессов тепло- и массообмена. — М.: Высшая школа, 1967. — 86 с.

К разделу IV

1. *Арутюнов В. А., Миткалинный В. И., Старк С. Б.* Metallургическая тепло-техника. Т. 1. — М.: Metallurgia, 1974. — 672 с.
2. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением. — М.: Мир, 1975. — 934 с.
3. *Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. — М.: Энергия, 1975. — 488 с.
4. *Казанцев Е. Я.* Промышленные печи. — М.: Metallurgia, 1975. — 366 с.
5. *Кутателадзе С. С.* Основы теории теплообмена. — Новосибирск: Наука, 1970. — 658 с.
6. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 478 с.
7. *Мастрюков Б. С.* Теплотехнические расчеты промышленных печей. — М.: Metallurgia, 1972. — 368 с.
8. *Невский А. С.* Лучистый теплообмен в печах и топках. — М.: Metallurgia, 1971. — 433 с.

9. *Телегин А. С., Швыдкий В. С., Ярошенко Ю. Г.* Термодинамика и тепло-массоперенос. – М.: Metallургия, 1980. – 264 с.
10. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 840 с.

К разделу V

1. *Хитрин Л. Н.* Физика горения взрыва. – М.: МГУ, 1957. – 290 с.
2. *Кривандин В. А., Марков В. Л.* Metallургические печи. – М.: Metallургия, 1985. – 480 с.
3. *Хзмалян Д. М.* Теория топочных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 351 с.
4. *Глинков М. А.* Тепловая работа сталеплавильных ванн. – М.: Metallургия, 1970. – 408 с.
5. *Кобахидзе В. В.* Тепловая работа и конструкции печей цветной metallургии. – М.: МИСиС, 1994. – 355 с.

К разделу VI

1. *Глинков М. А., Глинков Г. М.* Общая теория печей. – М.: Metallургия, 1990. – 230 с.
2. *Тайц Н. Ю.* Технология нагрева стали. – М.: Metallургиздат, 1962. – 567 с.
3. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.

К разделу VII

1. *Глинков М. А., Глинков Г. М.* Общая теория печей. – М.: Metallургия, 1990. – 230 с.
2. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.

К разделу VIII

1. *Кутателадзе С. С., Стырикович М. А.* Гидродинамика газожидкостных систем. – М.: Энергия, 1976. – 296 с.
2. *Мастрюков Б. С., Сборщиков Г. С.* Теплофизика metallургических процессов. – М.: Metallургия, 1993. – 320 с.
3. *Протодьяконов И. О., Люблинская И. Е.* Гидродинамика и массообмен в системах газ-жидкость. – Л.: Наука, Ленингр. отделение, 1990. – 349 с.

К разделу IX

1. *Лыков А. В.* Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 470 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение I. Коэффициенты местных сопротивлений

Местное сопротивление	Эскиз	ξ	К какой скорости отнесен ξ	Примечание
Постепенное расширение		$\xi' \sin(\alpha/2)$	u_1	Значения ξ' такие же, как при внезапном расширении
Внезапное сужение		—	u_1	F_1/F_2 ξ F_1/F_2 ξ F_1/F_2 ξ 0,1 0,50 0,4 0,37 0,7 0,20 0,2 0,46 0,5 0,32 0,8 0,13 0,3 0,42 0,6 0,26 0,9 0,06 1,00 0,00
Резкий поворот на 90°		1,0 0,5	u_1 u_2	На лобовой удар На изменение направления
То же		1,5 2,0	u u_1	Для каналов квадратного и круглого сечения Для каналов, имеющих форму щели
Поворот на 90° с закруглением		1,0	u	—
Резкий поворот на 180°		2,0	u	При $u_1 = u_2 = u$

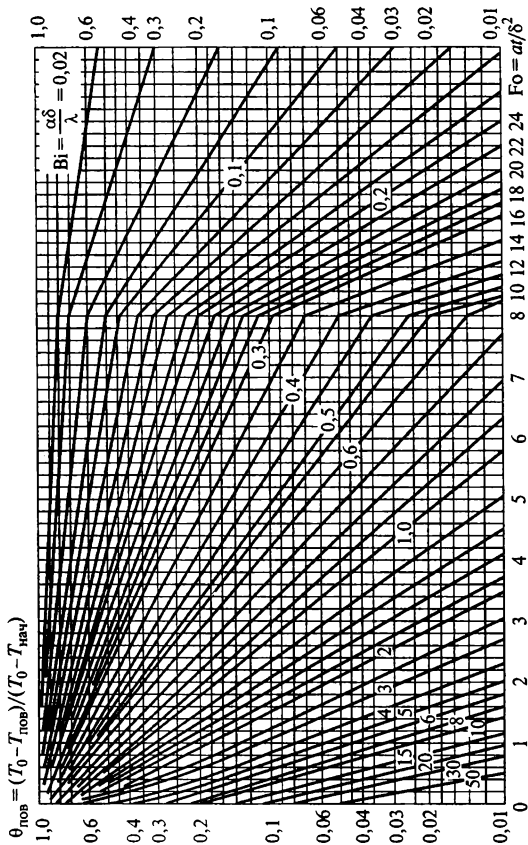
Приложение II. Физические параметры сухого воздуха при давлении 101,3 КПа

Температура, К	ρ , кг/м ³	$\lambda \times 10^2$, Вт/(м·К)	$\alpha \times 10^4$, м ² /с	$\nu \times 10^6$, м ² /с	Pr
273	1,293	2,44	0,188	13,28	0,707
323	1,093	2,83	0,258	17,95	0,698
373	0,946	3,22	0,337	23,13	0,688
423	0,846	3,58	0,425	28,99	0,684
473	0,746	3,93	0,514	34,85	0,680
523	0,674	4,27	0,610	40,61	0,677
573	0,615	4,61	0,715	48,33	0,674
623	0,566	4,90	0,819	55,46	0,676
673	0,524	5,22	0,930	63,09	0,678
773	0,456	5,75	1,155	79,38	0,687
873	0,404	6,23	1,384	96,89	0,699
973	0,362	6,71	1,635	115,4	0,706
1073	0,329	7,18	1,885	134,8	0,713
1173	0,301	7,64	2,163	155,1	0,717
1273	0,277	8,06	2,461	177,1	0,719
1373	0,257	8,50	2,762	199,3	0,722
1473	0,239	9,16	3,165	223,7	0,724
1573	0,225	9,61	3,415	248,1	0,726
1673	0,211	10,03	3,780	175,0	0,727

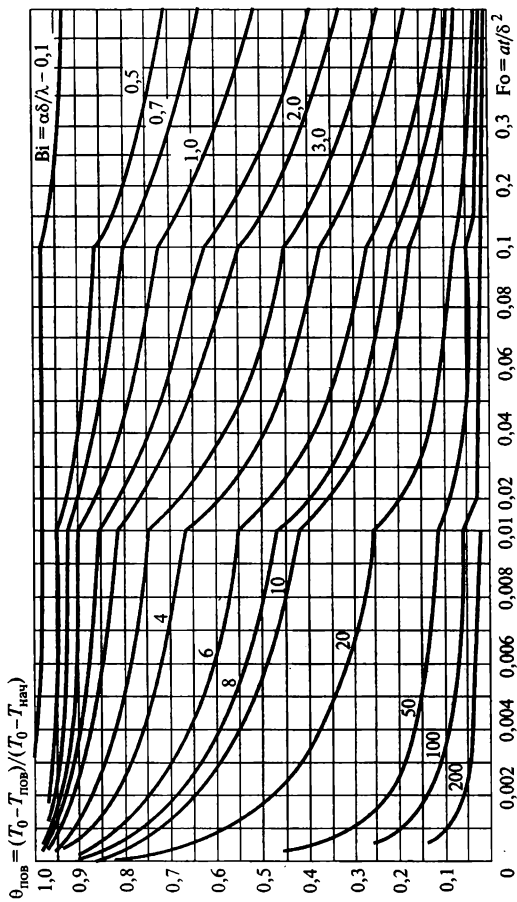
Приложение III. Физические параметры дымовых газов при давлении 101,3 КПа (13% CO₂, 11% H₂O, 76% N₂)

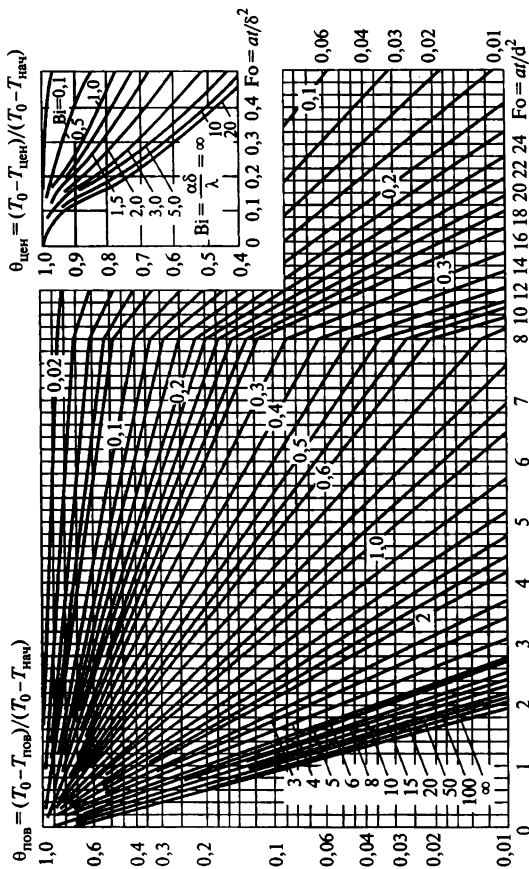
Температура, К	c_p , кДж/(м ³ ·К)	$\lambda \times 10^2$, Вт/(м·К)	$\alpha \times 10^4$, м ² /с	ρ , кг/м ³	$\nu \times 10^6$, м ² /с	Pr
273	1,359	2,28	0,619	1,295	12,20	0,72
373	1,370	3,02	0,308	0,950	21,54	0,69
473	1,381	4,02	0,489	0,748	32,80	0,67
573	1,397	4,85	0,698	0,617	45,81	0,65
673	1,415	5,71	0,941	0,525	60,38	0,64
773	1,431	6,56	1,210	0,457	76,30	0,63
873	1,448	7,44	1,51	0,405	93,61	0,62
973	1,460	8,29	1,84	0,363	112,1	0,61
1073	1,472	0,16	2,20	0,329	131,8	0,60
1173	1,485	10,00	2,58	0,301	152,5	0,59
1273	1,498	10,09	3,014	0,275	174,3	0,58
1373	1,511	11,75	3,46	0,257	197,1	0,57
1473	1,523	12,62	3,92	0,240	221,0	0,56
1573	1,535	13,50	4,45	0,225	245,1	0,55
1673	1,548	14,42	5,01	0,212	270,5	0,54
1773	1,560	15,26	5,56	0,199	295,2	0,53

Приложение IV. Температура поверхности бесконечной пластины с толщиной 2δ в регулярном режиме при граничных условиях III рода

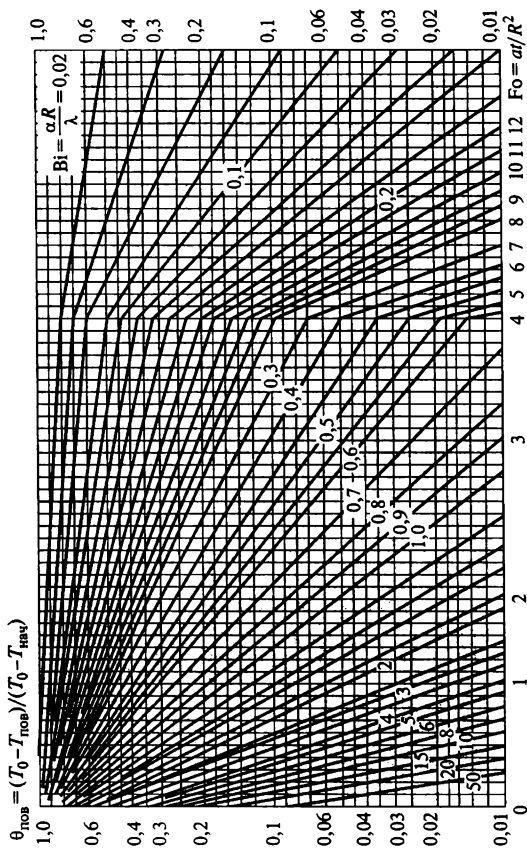


Приложение V. Температура поверхности бесконечной пластины с толщиной 2δ при малых значениях Fo

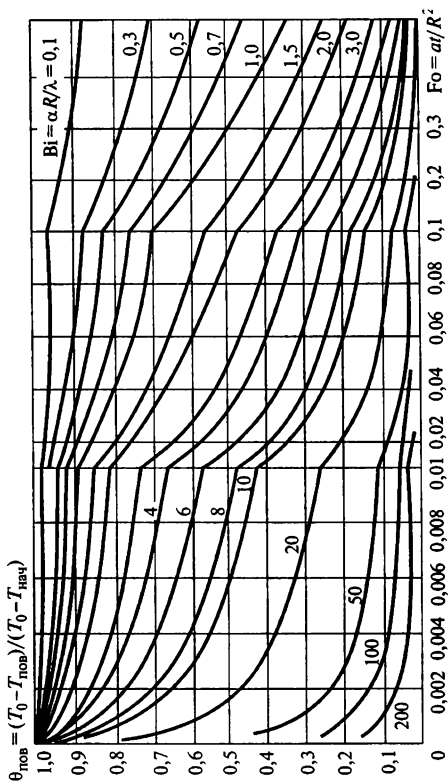




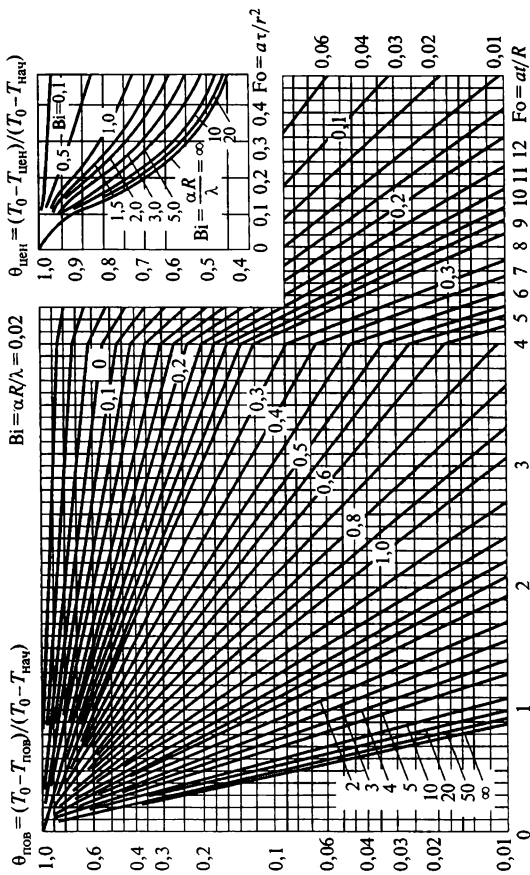
Приложение VII. Температура поверхности бесконечного цилиндра с радиусом R в регулярном режиме при граничных условиях III рода



Приложение VIII. Температура поверхности бесконечного цилиндра с радиусом R при малых значениях Fo



Приложение IX. Температура центра (оси) бесконечного цилиндра с радиусом R



Приложение X. Теплофизические характеристики основных групп марок сталей

Характеристика	Группа марок	Температура, °C											
		100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
Средняя удельная теплоемкость от 0 до T, °C, Дж/(кг·К)	Углеродистые	486	506	524	540	562	591	620	695	695	692	687	683
	Низколегированные	486	503	520	536	549	591	645	695	686	675	670	670
	Электротехнические (0,06–0,09 % C; 0,1–0,35 % Mn; 2,5–3,0 Si)	494	507	533	536	558	616	628	654	666	—	—	—
Жаропрочные: хромистые (11–13 % Cr) хромоникелевые (15–22 % Cr; 8–15 % Ni)		469	486	506	532	561	598	636	683	—	—	—	—
		504	511	524	536	545	554	561	570	574	582	591	595
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)	Углеродистые: малоуглеродистые (0,05–0,2 % C)	55,6	52,6	48,6	45,0	40,8	37,1	34,2	30,2	27,4	27,8	28,5	29,8
	среднеуглеродистые (0,2–0,6 % C)	49,4	48,2	45,6	42,5	39,1	35,8	32,5	26,2	26,1	26,9	28,1	29,6
	высокоуглеродистые (0,6–1,3 % C)	46,6	44,0	40,9	37,8	35,0	32,4	28,2	24,1	25,3	26,5	27,9	29,5
Низколегированные: хромистые (0,7–1,1 % Cr)		44,8	42,3	39,4	36,4	—	32,6	—	26,8	—	—	—	—

Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)	марганцовистые (1,2-1,8 % Mn)	41,6	40,1	38,9	37,3	34,4	31,0	26,4	-	-	-	-	
	хромокремнистые (1,3-1,6% Cr; 1,0-1,6% Si)	-	38,8	-	36,0	33,5	32,6	-	26,8	-	-	-	
	кремнемарганцовистые (1,1-1,4 % Si; 1,1-1,4 % Mn)	41,6	41,6	39,5	39,0	36,3	34,9	33,8	32,6	-	-	-	
	хромомолибденовые (0,8-1,3 % Cr; 0,15-0,55% Mo)	43,9	41,9	41,4	39,5	36,5	32,4	29,8	29,1	23,5	-	-	
	хромованадиевые	52,5	48,8	-	45,4	41,9	-	-	-	-	-	-	
	электротехнические	24,9	27,2	29,3	31,1	30,6	28,1	27,3	27,7	26,4	-	-	
	Жаропрочные:												
	хромистые (11-13 % Cr)	27,6	28,8	29,3	28,8	28,5	28,0	-	-	-	-	-	-
	хромоникелевые (15-22 % Cr; 8-15 % Ni)	16,3	17,2	18,4	20,1	21,7	23,8,	25,6	26,7	26,7	28,0	28,8	29,7

Приложение XII. Степень черноты различных веществ

Наименование вещества	$T, ^\circ\text{C}$	ϵ
Динасовый кирпич	1100	0,8
Шамотный кирпич	1230	0,6
Магнезитовый кирпич	1500	0,4
Алюминий окисленный	600	0,19
Железо окисленное	500	0,8
Латунь прокатанная	20	0,06
Медь окисленная	600	0,55
Стальное литье полированное	1000	0,55
Чугунное литье	1000	0,95

Приложение XIII. Значение теплового потока, излучаемого абсолютно черным телом, Вт/м²

$t, ^\circ\text{C}$	$C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4$
180	2 400	310	6 585	440	14 731	570	28 786
185	2 508	315	6 814	445	15 148	575	29 475
190	2 619	320	7 049	450	15 575	580	30 177
195	2 734	325	7 289	455	16 010	585	30 890
200	2 853	330	7 536	460	16 455	590	31 617
205	2 975	335	7 789	465	16 908	595	32 356
210	3 102	340	8 048	470	17 371	600	33 108
215	3 233	345	8 315	475	17 843	605	33 873
220	3 366	350	8 586	480	18 326	610	34 651
225	3 505	355	8 866	485	18 817	615	35 443
230	3 649	360	9 151	490	19 380	620	36 248
235	3 795	365	9 444	495	19 830	625	37 066
240	3 947	370	9 744	500	20 331	630	37 899
245	4 104	375	10 050	505	20 833	635	38 745
250	4 265	380	10 364	510	21 425	640	39 606
255	4 430	385	10 685	515	21 978	645	40 480
260	4 600	390	11 014	520	22 541	650	41 370
265	4 775	395	11 350	525	23 615	655	42 283
270	4 956	400	11 693	530	23 699	660	43 192
275	5 140	405	12 045	535	24 295	665	44 125
280	5 331	410	12 404	540	24 902	670	45 074
285	5 556	415	12 771	545	25 520	675	46 037
290	5 727	420	13 146	550	26 150	680	47 016
295	5 933	425	13 530	555	26 791	685	48 011
300	6 145	430	13 922	560	28 109	690	49 021
305	6 362	435	14 322	565	28 109	695	50 047

$t, ^\circ\text{C}$	$C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4$	$t, ^\circ\text{C}$	$C_0\left(\frac{T}{100}\right)^4$
700	51 089	900	107 910	1100	202 600	1300	349 000
705	52 150	905	109 760	1105	205 500	1305	353 400
710	53 200	910	111 640	1110	208 500	1310	357 900
715	54 320	915	113 540	1115	211 600	1315	362 600
720	55 420	920	115 500	1120	214 600	1320	367 100
725	56 540	925	117 410	1125	217 700	1325	371 700
730	57 690	930	119 380	1130	220 900	1330	376 400
735	58 850	935	121 380	1135	224 000	1335	381 100
740	60 020	940	123 400	1140	227 200	1340	385 800
745	61 220	945	125 450	1145	230 400	1345	390 600
750	62 430	950	127 520	1150	233 700	1350	395 500
755	63 660	955	129 620	1155	237 000	1355	400 400
760	64 910	960	131 740	1160	240 400	1360	405 300
765	66 170	965	133 890	1165	243 700	1365	410 300
770	67 450	970	136 070	1170	247 100	1370	415 400
775	68 760	975	138 270	1175	250 600	1375	420 400
780	70 080	980	140 500	1180	254 100	1380	425 600
785	71 420	985	142 760	1185	257 600	1385	430 700
790	72 780	990	145 040	1190	261 100	1390	436 000
795	74 160	995	147 350	1195	264 700	1395	441 200
800	75 560	1000	149 690	1200	268 300	1400	446 500
805	76 980	1005	152 050	1205	272 000	1405	451 900
810	78 410	1010	154 450	1210	275 700	1410	457 300
815	79 870	1015	156 870	1215	279 400	1415	462 800
820	81 350	1020	159 320	1220	283 200	1420	468 300
825	82 850	1025	161 800	1225	287 000	1425	473 800
830	84 370	1030	164 310	1230	290 900	1430	479 400
835	85 330	1035	166 870	1235	294 600	1435	485 100
840	86 900	1040	169 410	1240	298 700	1440	490 800
845	89 050	1045	172 000	1245	302 700	1445	496 600
850	90 650	1050	174 600	1250	306 700	1450	502 400
855	92 280	1055	177 300	1255	310 700	1455	508 200
860	93 930	1060	180 000	1260	314 800	1460	514 100
865	95 590	1065	182 700	1265	318 900	1465	520 100
870	97 290	1070	185 400	1270	323 100	1470	526 100
875	99 000	1075	188 200	1275	327 300	1475	532 200
880	100 740	1080	191 000	1280	331 600	1480	538 300
885	102 500	1085	193 900	1285	335 800	1485	544 400
890	104 280	1090	261 100	1290	340 200	1490	550 700
895	106 080	1095	199 600	1295	344 600	1495	556 900

Приложение XIV. Физические характеристики воздуха и продуктов сгорания среднего состава (при давлении 0,101 МПа)

Температура, °С	Средняя теплоемкость c , кДж/(кг·К)		Коэффициент теплопроводности $\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)		Коэффициент кинематической вязкости $\nu \cdot 10^6$, м ² /с	
	воздуха	продуктов сгорания	воздуха	продуктов сгорания	воздуха	продуктов сгорания
0	1,318	1,359	2,47	2,28	13,3	12,2
100	1,324	1,370	3,21	3,13	23,2	21,5
200	1,332	1,381	3,93	3,93	34,9	32,8
300	1,342	1,397	4,61	4,84	48,3	45,8
400	1,354	1,415	5,22	5,70	63,1	60,4
500	1,366	1,431	5,76	6,56	79,2	76,3
600	1,382	1,448	6,22	7,42	96,8	93,61
700	1,396	1,460	6,71	8,28	115,1	112,1
800	1,410	1,472	7,18	9,16	134,7	131,8
900	1,424	1,485	7,64	10,01	155,2	152,5
1000	1,437	1,498	8,08	11,12	176,7	174,3
1100	1,449	1,511	8,51	11,75	199,2	197,1
1200	1,460	1,523	8,93	12,62	222,7	221,00
1300	1,472	1,535	9,52	13,50	248,9	246,5
1400	1,483	1,548	9,99	14,42	273,0	272,0

Учебное пособие для вузов

Кривандин Владимир Алексеевич
Арутюнов Владимир Александрович
Белоусов Виталий Витальевич
Крупенников Сергей Алексеевич
Сборщиков Глеб Семенович
Кобахидзе Вахтанг Валерианович
Егоров Алексей Варнавьевич
Филимонов Юлий Петрович

**ТЕПЛОТЕХНИКА
МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО
ПРОИЗВОДСТВА**

Том I

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Редактор издательства *И.Е. Оратовская*
Корректоры *Л.М. Зинченко, Н.А. Ростовская*
Технический редактор *А.Н. Степанова*
Оригинал-макет и оформление *А.И. Гавриченко*

ИБ № 48

ЛР № 020777 от 13.05.98

Подписано в печать 06.11.2001. Формат бумаги 60×90 1/16

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.

Печ. л. 38. Усл.-печ. л. 38. Уч.-изд. л. 52,2. Тираж 2000 экз.

• Изд. № 188/048-а Заказ 5042

•МИСИС• 119991, ГСП, Москва, В-49, Ленинский пр-т, 4

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в «ППП «Типография «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6