

В.И. ЛЯШКОВ



**В.И. ЛЯШКОВ**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ**



**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

Электронно-  
Библиотечная  
СИСТЕМА  
znanium.com

**В.И. Ляшков**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

*Второе издание, исправленное и дополненное*

**Э**лектронно-  
**Б**иблиотечная  
**С**истема  
**znanium.com**

Соответствует  
Федеральному государственному  
образовательному стандарту  
3-го поколения

МОСКВА  
КУРС  
ИНФРА-М  
2015

УДК 621.1(075.8)  
ББК 31.3я73  
Л99

ФЗ  
№ 436-ФЗ

Издание не подлежит маркировке  
в соответствии с п. 1 ч. 2 ст. 1

Рецензенты:

*С.П. Рудобахта* — проф., д-р техн. наук, зав. кафедрой  
теплотехники (Московский государственный агротехнический  
университет);

*В.Ф. Симонов* — проф., д-р техн. наук

(Саратовский государственный технический университет)

**Ляшков В.И.**

Л99 Теоретические основы теплотехники: Учеб. пособие для вузов /  
В.И. Ляшков, 2-е изд., испр. и доп. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2015. —  
328 с.: ил.

ISBN 978-5-905554-85-8 (КУРС)

ISBN 978-5-16-010639-7 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-102649-6 (ИНФРА-М, online)

В учебном пособии лаконично и последовательно изложены теоретические основы теплотехники (основы термодинамики, теории тепло- и массообмена и теории горения), составляющие необходимый и достаточный минимум для того, чтобы в дальнейшем специалист мог самостоятельно углублять знания в тех или иных областях прикладной теплотехники. Учебный материал изложен отдельными, сравнительно небольшими подразделами, структурированность и последовательность которых продиктована внутренней логикой названных наук.

Для студентов, обучающихся по специальности «Энергообеспечение предприятий», а также для студентов других специальностей при изучении ими дисциплин теплотехнического профиля.

ISBN 978-5-905554-85-8 (КУРС)

ISBN 978-5-16-010639-7 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-102649-6 (ИНФРА-М, online)

УДК 621.1(075.8)

ББК 31.3я73

© Ляшков В.И.

© КУРС, 2015

Редактор *М.А. Рожкова*  
Технический редактор *Л.А. Маркова*  
Корректор *Г.Н. Петрова*  
Компьютерная верстка *О.М. Черновой*

Подписано в печать 28.11.2014.

Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Newton.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,5. Уч.-изд. л. 20.

Тираж 500 экз. Заказ №

ТК 333100—496993—281114

ООО Издательство «КУРС»

127273, Москва, ул. Олонская, д. 17А, офис 104.

Тел.: (499) 709-16-28.

E-mail: kursizdat@gmail.com

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»

127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1

Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29

E-mail: books@infra-m.ru <http://www.infra-m.ru>

В последнее десятилетие ощущается определенный дефицит учебной литературы по техническим дисциплинам, что легко объяснить значительным сокращением государственного учебного книгоиздания. Возможно, на полках библиотек хранится еще достаточно учебников по общей теплотехнике, изданных большими тиражами в 60—70-е годы XX в., но неумолимое время, выдвигая новые задачи и подходы и осваивая новые научные достижения, делает их малопригодными для того, чтобы безоговорочно рекомендовать современным студентам, выбравшим благородную жизненную стезю: получив специальность теплоэнергетика, отдать свои силы и знания решению важнейшей общегосударственной задачи — предотвратить энергетический кризис, полностью обеспечить нашу страну электричеством и теплом. Автор надеется, что существенно облегчит студентам освоение теоретических основ теплотехники — поистине безграничной науки, изучающей принципы работы, основы конструирования и особенности расчета всевозможных машин, аппаратов и устройств, использующих тепловую энергию.

Сегодня при организации учебного процесса важное значение приобретает возможность самостоятельной работы студентов. При этом лекционные курсы все более сокращаются, лекции чаще носят обзорный или проблемный характер. В такой ситуации бывает нелегко правильно отобрать и расположить учебный материал так, чтобы он отражал внутреннюю логику науки, чтобы изложение было целостным, последовательным и доступным для студентов, только начинающих знакомиться с этой наукой.

Учебное пособие отражает многолетний опыт работы автора со студентами второго — третьего курсов. Представляя собой последовательное и лаконичное изложение основ термодинамики, теплопередачи, теории массообмена, теории горения и др., оно разработано не для того, чтобы заменить популярные учебники: это скорее введение в большую и интересную область научных знаний, связанных с теплотехникой. Поэтому в пособие включен только тот учебный материал, усвоение которого необходимо для приобретения такого уровня теоретической подготовки, который

позволит в дальнейшем легко расширять знания при последующей самостоятельной работе с учебниками, монографиями, справочниками и т.п.

Содержание книги неоднократно обсуждалось автором с коллегами по кафедре и отдельными студентами, много полезных и ценных замечаний и предложений было внесено официальными рецензентами данного издания, а также рецензентами, назначенными учебно-методическим объединением в области энергетики и электротехники, — А.Б. Горяевым и В.Ю. Демьяненко. Автор выражает всем искреннюю признательность и сердечную благодарность за ряд ценных замечаний, учтенных при работе над книгой.

Сегодня практически любая область инженерной деятельности во многом связана с проблемами энергосбережения, разработкой, внедрением и эксплуатацией ресурсосберегающих технологий, с вопросами трансформации и передачи энергии. Учебная дисциплина «Теоретические основы теплотехники» призвана вооружить будущего специалиста знаниями общих законов и основанных на этом инженерных методик расчета процессов, возникающих при получении, трансформации и распространении в пространстве тепловой энергии. Структурно сюда входят три отдельные науки: термодинамика, теплопередача и основы теории горения.

*Термодинамика* изучает законы превращения различных видов энергии в теплоту (и наоборот — теплоты в другие виды энергии), а также особенности физических процессов, сопровождающих эти превращения. Как самостоятельная наука термодинамика начала складываться в начале XIX в., хотя многие принципиальные ее положения были открыты и сформулированы еще ранее в рамках общезначимой теории. Среди основоположников и ученых, внесших наибольший вклад в развитие термодинамики, — известные имена: М. В. Ломоносов, который в работе «Размышления о причинах тепла и холода» (1744) предложил единую теорию теплоты и строения вещества, сформулировав законы сохранения массы и энергии, Д. Джоуль, В. Томсон, Р. Клаузиус, С. Карно, Г. Гесс, Л. Больцман, В. Гиббс, М. П. Вукалович, А. А. Гухман, И.Р. Пригожин и др. [1]. За более чем 150-летнюю историю своего развития эта наука приобрела методологически безупречные формы и строгую аксиоматику, так что сегодня ее заслуженно называют классической термодинамикой.

Термодинамика не имеет собственного предмета изучения в отличие, например, от биологии, изучающей живые организмы, или геометрии, изучающей плоские фигуры. Это наука методологического плана, вооружающая специфическим методом исследования, основу которого составляет рассмотрение любых процессов материального мира сквозь призму установленных термодинамикой основных законов природы.

*Теплопередача*, а точнее теория тепло- и массообмена — это наука, которая изучает процессы распространения теплоты (или массы, поскольку выявлена явная аналогия таких процессов) в пространстве. Процессы распространения теплоты в пространстве при всем их многообразии и являются предметом изучения этой науки. Основные понятия и законы теории теплопереноса также сформулированы в рамках общезначимой теории на заре ее бурного развития. Например, основы аналитической теории теплопроводности заложены Ж. Фурье еще в 1822 г. В середине XIX в. сформулированы основы теории подобия, а в 1915 г. эта теория впервые применена В. Нуссельтом для исследования процессов теплообмена. Несколько раньше О. Рейнольдс использовал ее при изучении гидродинамических процессов, высказав идею об аналогии между отдельными тепловыми и гидродинамическими явлениями.

Как самостоятельная наука теплопередача сложилась в начале XX в. и особенно бурно стала развиваться в послевоенные годы. Решающий вклад внесен нашими соотечественниками, среди которых выделяют работы академиков В. М. Кирпичева, М. А. Михеева, С. С. Кутателадзе, Г. Н. Кружилина, профессора Г.А. Дрейцера и др.

Отвечая на новые запросы, выдвигаемые современной практикой, наука эта продолжает бурно развиваться, все в большей мере осваивая новые области приложения (атомная энергетика, космическая техника и др.), расширяя и уточняя свои подходы и методы решения возникающих проблем. И сегодня большой вклад в дальнейшее развитие этой науки вносят авторитетные ученые: академики А. И. Леонтьев, В. П. Скрипов, А. Г. Шашков, профессора Г. Н. Дульнев, С. П. Рудобашта и др., а также научная молодежь, посвящающая свои диссертационные работы решению отдельных актуальных теоретических и практических задач.

В *основах теории горения* рассматривается механизм химической реакции горения, раскрытый Нобелевским лауреатом академиком Н. Н. Семеновым и его последователями, а также физические особенности процессов горения в различных условиях сжигания наиболее распространенных видов топлива. Здесь же приведена методика технических расчетов горения.

Отметим еще одну важную особенность этих трех разделов науки: они ориентированы на конкретную инженерную практику и всегда доводят свои выводы и заключения до однозначных практических рекомендаций и расчетных методик.

Бурное развитие компьютерной техники и информационных технологий вооружает исследователей мощнейшим инструментарием, позволяющим сравнительно просто проводить численное моделирование изучаемых явлений. Именно такой подход к решению многих вопросов теплопередачи становится сегодня одним из основных, поскольку при этом заметно сокращаются трудовые и финансовые затраты на решение поставленной задачи.

Совершенно ясно, что без глубоких знаний по всем трем разделам данной учебной дисциплины невозможна успешная инженерная деятельность, поэтому изучению теоретических основ теплотехники придается все возрастающее значение, особенно для будущих специалистов, непосредственно связанных с теплоэнергетикой.



# 1. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

---

## 1.1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

### 1.1.1 Основные термины термодинамики

Окружающий мир материален, материя находится в непрерывном движении. Мету движения материи называют *энергией*. Наиболее распространенные формы движения материи — механическая и тепловая. В первом случае движение связано с перемещением в пространстве макрообъемов материи, во втором — с движением только на микроуровне (тепловое движение молекул). Изменения энергии в результате таких движений называют соответственно *механической работой* и *теплотой*.

Тело или группу макротел, энергетические свойства которых подлежат изучению, называют *термодинамической системой*. Все остальные тела, способные взаимодействовать с системой, составляют *окружающую среду*. Границу между системой и средой называют *контрольной поверхностью*. Если контрольная поверхность допускает обмен массой между системой и окружающей средой, систему называют *открытой*, если же такой обмен невозможен, систему называют *закрытой*. Закрытые системы проще и именно с них начинают изучение основ термодинамики.

Одну из аксиом термодинамики составляет ее *нулевое правило*: всякие изменения в системе возможны только в результате взаимодействия с окружающей средой, а любые случайные изменения в системе вызывают процесс, возвращающий ее в первоначальное состояние. Априорно принимая это положение, из объектов анализа исключают многие биологические системы, обладающие способностью самопроизвольных изменений, или отдельные химические реакции (см., например, материал в Интернете о колебательной реакции Белоусова — Жаботинского).

Аналогично Н.И. Лобачевскому критически анализируя названную аксиому и опираясь на современные научные теории и факты,

бельгийский профессор И.Р. Пригожин разработал стройную теорию, в соответствии с которой в результате внутренних флуктуаций система может перейти в новое состояние без внешних воздействий со стороны окружающей среды. Автор этой теории, открывшей новый этап в развитии термодинамики, в 1977 г. отмечен Нобелевской премией.

Состояния и свойства системы характеризуются рядом физических величин. При взаимодействии с окружающей средой некоторые из них изменяются, их называют *параметрами состояния* системы. Другие же величины практически не меняют своего численного значения, их называют *физическими константами*. Физические константы характеризуют свойства вещества, заполняющего систему, а параметры состояния — особенности состояния этого вещества. Примеры параметров:  $p$ ,  $T$ ,  $V$  (давление, температура, объем); примеры физических констант:  $c_p$ ,  $r$  (теплоемкость, теплота парообразования).

Систему называют *однородной*, если ее параметры не изменяются в пространстве, и *равновесной*, если они не изменяются по времени. Нулевое правило термодинамики иногда формулируют и так: при отсутствии внешних воздействий система рано или поздно приходит к однородному и равновесному состоянию.

Параметры состояния можно разделить на две группы. *Потенциалами*  $\tilde{p}$  называют такие параметры, разница которых в среде и системе является движущей силой взаимодействия. При  $\tilde{p}_{ni} = \tilde{p}_{vi}$  взаимодействие  $i$ -го рода невозможно. Взаимодействие в принципе возможно только при  $\tilde{p}_{ni} \neq \tilde{p}_{vi}$ . Примеры потенциалов:  $p$ ,  $T$ ,  $E$  (электрический потенциал). *Координатами*  $\tilde{x}$  называют такие параметры, изменение которых в системе свидетельствует о протекании взаимодействия. Если  $d\tilde{x}_i \neq 0$ , то взаимодействие совершается, при  $d\tilde{x}_i = 0$  взаимодействие не совершается даже при наличии необходимой разности потенциалов (из-за наличия частичной или полной изоляции системы). Примеры координат:  $V$ ,  $m$  (при химических взаимодействиях), число электрических зарядов, протекающих при электрических взаимодействиях, и др. Вдумчивый анализ позволяет обнаружить для любого типа взаимодействий и потенциал, и координату состояния.

По аналогии с математической теорией поля в термодинамике принято следующее правило знаков для потенциалов: разность  $\tilde{p}_{ni} - \tilde{p}_{vi}$  считается положительной (т.е.  $\tilde{p}_{ni} > \tilde{p}_{vi}$ ), если при этом возникает процесс взаимодействия с возрастанием соответствующей координаты состояния ( $d\tilde{x}_i > 0$ ).

Координату теплового состояния называют *энтропией*. Сложность этого параметра состоит в том, что он носит статистический характер и не обнаруживается непосредственным опытом или измерениями. Энтропия системы определяется вероятностью ее состояния. Под *вероятностью состояния* системы понимают число способов, которыми можно достичь данного состояния, начиная от некоторого первоначального. Поэтому вероятность состояния системы в числовой форме отражает меру хаотичности расположения составляющих ее элементов. Минимальной частицей макромира является молекула. Значит, вероятность состояния характеризует степень упорядоченности (или беспорядка) распределения молекул в объеме термодинамической системы. Л. Больцман показал, что величина энтропии пропорциональна вероятности состояния  $W$  и определяется формулой  $S = k \ln W$ , где  $k$  — постоянная Больцмана (одна из универсальных физических констант).

При подводе тепла к системе растет интенсивность теплового движения молекул, растет и степень хаотичности распределения их в пространстве. Значит, при этом численно возрастают и  $W$ , и  $S$ . При отводе тепла все происходит наоборот: энтропия  $S$  уменьшается.

Отметим, что изложенный подход при введении понятия об энтропии [2] сложился сравнительно недавно и в большинстве учебников и пособий это излагается несколько по-другому, на основе подхода, предложенного еще Р. Клаузиусом. В то же время в современных научных монографиях [3], [4] энтропия определяется как координата состояния и используется именно изложенный выше подход. Для более подробного изучения этого раздела термодинамики можно порекомендовать учебное пособие [5].

### 1.1.2. Первый закон термодинамики в общем виде

*Первый закон термодинамики* устанавливает количественные соотношения при переходе различных форм энергии друг в друга. Пусть некоторая термодинамическая система (рис. 1.1) обладает способностью совершать одновременно несколько видов взаимодействия с окружающей средой, например механическое, тепловое, химическое и др. В результате такого сложного взаимодействия из среды в систему (или наоборот) передаются потоки энергии разных видов  $\Delta E_1, \Delta E_j, \dots, \Delta E_n$ . Энергия системы, или внутренняя энергия, изменится на величину  $\Delta U$ . В соответствии с законом сохранения энергии (энергия не исчезает и не возникает вновь, ко-

личество ее всегда остается постоянным) сумма всех изменений энергии равна нулю. Поэтому

$$\Delta U + \sum_{i=0}^n \Delta E_i = 0. \quad (1.1)$$

К сожалению, формулу (1.1) нельзя использовать в инженерной практике, так как входящие в нее величины не поддаются измерениям. Действительно, величину  $U$  невозможно измерить, потому что известно лишь философское определение энергии и нет ее инженерного определения (определены лишь отдельные формы энергии). Величины  $\Delta E_i$  невозможно измерить потому, что не оговаривается однозначно окружающая среда (известна лишь одна ее граница — контрольная поверхность). Так что при попытке реализовать формулу (1.1) получаем ситуацию, знакомую из детской сказки: «Пойди туда, не знаю куда, измерь то, не знаю что».

Чтобы определиться, введем понятие о количестве воздействия данного рода  $\Delta \tilde{Q}_i$ , называя так количество энергии определенного вида, полученное (или отданное) системой при взаимодействии со средой. Согласно такому определению,  $\Delta \tilde{Q}_i = -\Delta E_i$ . Поскольку система описана однозначно, считается, что любые измерения в ней возможны, включая и те, которые позволяют определять величины  $\Delta \tilde{Q}_i$ . Теперь формула (1.1) принимает вид

$$dU + \sum_{i=1}^n (-\Delta \tilde{Q}_i) = 0, \text{ или } dU = \sum_{i=1}^n \Delta \tilde{Q}_i. \quad (1.2)$$

Обычно в термодинамике проводится анализ бесконечно малых взаимодействий, поэтому от конечных приращений  $\Delta U$  и  $\Delta \tilde{Q}_i$  перейдем к бесконечно малым  $dU$  и  $d\tilde{Q}_i$ . Тогда формулу (1.2) перепишем так:

$$dU = \sum_{i=1}^n d\tilde{Q}_i \quad (1.3)$$



Р и с. 1.1. Сложное взаимодействие между окружающей средой и термодинамической системой

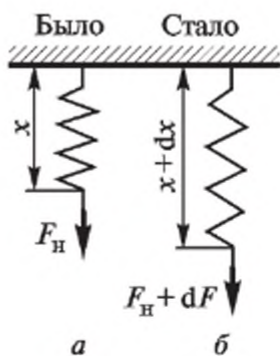
и сделаем заключение: изменение внутренней энергии определяется суммой количеств воздействий, совершенных при взаимодействии. На ряде простых примеров рассмотрим, как определяются количества воздействия  $d\tilde{Q}_i$  при различных видах взаимодействий.

Первый пример (рис. 1.2, а): пружина, нагруженная внешней силой  $F_H$ . Здесь потенциалом является сила  $F_H$ , а координатой — величина линейной координаты  $x$ . Если внешний потенциал  $F_H$  изменить на некоторую величину  $dF$ , произойдет механическое взаимодействие, при котором координата  $x$  изменится на величину  $dx$  (рис. 1.2, б). При таком взаимодействии количество воздействия — это механическая работа, совершаемая пружиной:

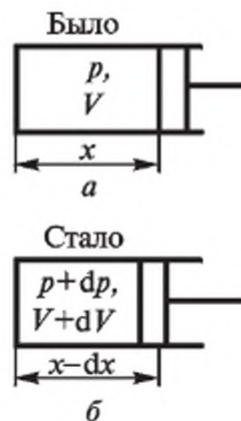
$$d\tilde{Q} = -dL_{\text{мех}} = -0,5(F_H + (F_H + dF))dx = 0,5(F_H + (F_H + dF))dx = \\ = F_H dx + 0,5dF dx.$$

Пренебрегая вторым слагаемым как величиной второго порядка малости, видим, что количество воздействия определяется произведением внутреннего потенциала  $F_H$  на изменение координаты состояния  $dx$ .

Рассмотрим теперь взаимодействие в деформационной системе, представляющей собой цилиндр с подвижным поршнем (рис. 1.3, а). Координатой состояния здесь является объем системы, а потенциалом, если учесть принятое ранее правило знаков для потенциалов, — давление, взятое с обратным знаком,  $\bar{p} = -p$ . Допустим, что



Р и с. 1.2. Механическое взаимодействие



Р и с. 1.3. Деформационная система

давление  $p_{\text{н}}$  увеличивается на  $dp$ . Тогда возникает взаимодействие между системой и средой, в результате которого поршень переместится на величину  $-dx$ , а давление в системе возрастет на  $dp$  и наступит новое равновесное состояние (рис. 1.3, б). Как и в предыдущем примере, количество воздействия при деформации системы — это механическая работа, совершаемая над системой при взаимодействии со средой:

$$d\tilde{Q} = dL_{\text{мех}} = 0,5(p_{\text{в}} + (p_{\text{в}} + dp))S(-dx) = -pdV - 0,5dpdV.$$

Объем  
Средняя сила    Путь

И опять в результате получено произведение внутреннего потенциала на изменение координаты (учитывая, что  $Sdx = dV$ , а  $dpdV = 0$ ).

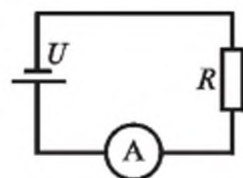
Рассмотрим еще один пример, анализируя электрическое взаимодействие в простейшей электрической цепи (рис. 1.4). Потенциалом здесь является напряжение  $U$  источника тока, а координатой — число электрических зарядов  $Q$ , протекающих в цепи. Количеством воздействия в данном случае является работа электрического тока  $\tilde{Q} = L_{\text{эл}} = Uit$ , где  $i$  — ток, равный по определению числу электрических зарядов, протекающих в единицу времени  $i = \Delta Q/\tau$ , и значит  $\tilde{Q} = U\Delta Q$ . Говоря о бесконечно малом процессе, из предыдущей формулы получим  $d\tilde{Q} = UdQ$ .

Обобщая результаты рассмотренных примеров, сделаем следующее заключение: количество воздействия данного рода определяется произведением внутреннего потенциала на приращение соответствующей координаты:

$$d\tilde{Q}_i = \tilde{p}_i d\tilde{x}_i.$$

Таким образом, первый закон термодинамики (формулу (1.3)) в развернутом виде можно записать так:

$$dU = \sum_{i=1}^n \tilde{p}_i d\tilde{x}_i. \quad (1.4)$$



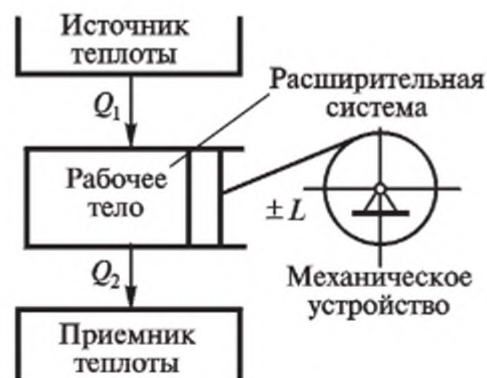
В абсолютном большинстве случаев величины потенциалов и координат достаточно легко измеряются на практике (исключая энтропию).

Р и с. 1.4. Простая электрическая цепь

### 1.1.3. Термомеханическая система

*Термомеханической* называют систему, в которой одновременно могут протекать тепловое и механическое взаимодействия. Эти системы находят самое широкое распространение на практике, являясь основой теплоэнергетических установок, холодильной техники, компримирующего оборудования и многих других технологических устройств. В общем случае такая система содержит источник теплоты, расположенный в окружающей среде, расширительный элемент (например, цилиндр с поршнем, турбину и т. п.), механическое устройство, приемник теплоты в окружающей среде (рис. 1.5). Вещество, заполняющее систему, называют рабочим телом. Обычно в качестве рабочего тела используются воздух, газовые смеси в идеальном состоянии, водяной пар, пары различных органических соединений и т.п. Обладая хорошей сжимаемостью и большим тепловым расширением, они являются термодинамически благоприятными по сравнению с другими жидкими или твердыми веществами.

Источник и приемник теплоты могут работать непрерывно или периодически, что позволяет с помощью термомеханической системы реализовать различные виды машин. Пусть, например, рабочее тело получает от источника  $Q_1$  теплоты, а отдает приемнику  $Q_2$ , несколько меньшее, чем  $Q_1$ . Тогда разница  $Q_1 - Q_2$  пойдет на нагрев рабочего тела. В результате теплового расширения рабочего тела давление в цилиндре будет возрастать, создавая силу, которая переместит поршень несколько вправо. При этом система совершит работу, которая с помощью механического устройства передается в окружающую среду. Таким образом, смоделирована работа теплового двигателя, с помощью которого теплота трансформируется в работу.



Р и с. 1.5. Термомеханическая система

Термомеханическая система позволяет реализовать и обратную трансформацию. Представьте, что источник и приемник теплоты первоначально были отключены ( $Q_1 = Q_2 = 0$ ). Если с помощью механического устройства подвести к системе работу, так чтобы поршень переместился влево, сжимая рабочее тело, то в результате взаимодействия внутренняя энергия и температура рабочего тела возрастут. Включим теперь приемник теплоты и позволим рабочему телу охлаждаться до первоначальной температуры. Тогда рабочее тело отдаст приемнику  $Q_2$  теплоты, а его внутренняя энергия получит прежнее значение. Таким образом, удалось преобразовать подведенную работу в теплоту.

Вывод: термомеханическая система позволяет трансформировать теплоту в работу, и наоборот.

Потенциалами такой системы являются давление, взятое с обратным знаком,  $-p$  и температура  $T$ , а координатами — соответственно объем  $V$  и энтропия  $S$ . Первый закон термодинамики (формула (1.4)) в этом случае можно записать так:

$$dU = TdS - pdV \quad (1.5)$$

или в сокращенной форме

$$dU = dQ - dL, \quad (1.6)$$

где  $dQ$  и  $dL$  — теплота и работа за элементарный процесс взаимодействия.

Формула позволяет легко понять известную из школьного курса физики формулировку, которая утверждает невозможность вечного двигателя. Действительно, чтобы двигатель работал вечно, внутренняя энергия его рабочего тела не должна изменяться (т.е. у вечного двигателя  $dU = 0$ ). Тогда видно, что не подводя тепла ( $dQ = 0$ ), не получим и работы ( $dL = 0 - 0 = 0$ ). Часть термодинамики, которая изучает процессы в термомеханических системах, называют *технической термодинамикой*, подчеркивая значение полученных в ней выводов и расчетных методик для очень многих технических устройств.

#### 1.1.4. Внутренняя энергия газа

Как сказано выше, энергию, заключенную в системе, называют внутренней и представляют ее как сумму всех видов энергии, которой обладают все частицы, заполняющие систему. Говоря о газах,



хотя в определенной мере это приемлемо и для жидкостей, и для твердых тел, отметим, что величина  $U$  определяется кинетической энергией молекул  $\mathcal{E}_k$  при их поступательном, вращательном и колебательном движениях, а также энергией межмолекулярного силового взаимодействия — потенциальной энергией молекул  $\mathcal{E}_n$ :

$$U = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_n.$$

Кинетическая энергия молекул зависит от средней скорости движения и массы молекул, пропорциональных соответственно макропараметрам  $T$  и  $\rho$  (температуре и плотности) газа. Величина  $\mathcal{E}_n$  зависит от среднего расстояния между молекулами и их массы; межмолекулярное расстояние при прочих равных условиях определяется давлением газа  $p$ . Поэтому можно записать

$$\mathcal{E}_k = f_1(T, \rho) \text{ и } \mathcal{E}_n = f_2(p, \rho),$$

и, следовательно,

$$U = f(p, \rho, T). \quad (1.7)$$

Внутренняя энергия — величина аддитивная, при делении системы на части она разбивается пропорционально массам частей. Таким же свойством обладают и другие термодинамические величины (за исключением потенциалов). Поэтому термодинамический анализ принято проводить на единицу массы системы, при этом вводят удельные величины:  $u = U/m$ ,  $q = Q/m$ ,  $l = L/m$ ,  $s = S/m$ ,  $v = V/m$ . Последнюю называют удельным объемом и рассматривают как один из параметров состояния системы. Отметим, что  $\rho = 1/v$ . С учетом этого формулу (1.7) перепишем в виде

$$U = f(p, v, T)$$

и еще раз подчеркнем, что величина внутренней энергии определяется только значениями параметров состояния и родом рабочего тела. Она не зависит от того, каким путем было достигнуто это состояние. При совершении элементарно малого процесса внутренняя энергия будет изменяться на величину  $du$  в зависимости от изменений параметров  $p$ ,  $v$  и  $T$ .

В термомеханической системе внутреннюю энергию можно обнаружить только в форме работы или теплоты. В первом случае следует теплоизолировать систему и дать ей возможность расширяться, поместив в среду с более низким давлением. Во втором случае нужно зафиксировать объем системы (тогда работа не смо-

жет совершаться) и дать ей возможность охлаждаться. Тогда система отдаст более холодной среде некоторое количество теплоты, равное изменению внутренней энергии. Приведенные рассуждения следуют из анализа формулы (1.6), т.е. из первого закона термодинамики.

Если совершить любой замкнутый процесс так, чтобы в итоге система, пройдя ряд промежуточных состояний, вернулась к первоначальному, то изменение внутренней энергии за такой процесс будет равно нулю, и интеграл от  $du$  будет равен нулю. Это доказывает, что  $du$  — полный дифференциал.

Рассмотрим теперь еще некоторые свойства внутренней энергии. Из первого закона термодинамики следует, что  $u = f(s, v)$ , ибо только в этом случае изменения  $s$  и  $v$  будут вызывать изменения  $u$ , как это показывает формула (1.5). В противном случае и  $ds$ , и  $dv$  равны нулю и вместо (1.5) получается  $du = 0$ , что означает, что внутренняя энергия остается постоянной при наличии тепловых и механических взаимодействий — явное противоречие с физической сутью явлений.

Запишем выражение полного дифференциала  $u$  как функции двух переменных

$$du = d_v u + d_s u = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v ds + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s dv \quad (1.8)$$

и сопоставим формулы (1.5) и (1.8), отметив, что левые их части одинаковы, значит, одинаковы и их правые части. Из этого следует, что

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v = T; \quad (1.9)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s = -p. \quad (1.10)$$

Итак, известно, что частная производная  $u$  по одному из параметров дает значение сходственного параметра (пару потенциал — координата называют сходственными или сопряженными параметрами). Продифференцируем формулы (1.9) и (1.10) и проведем простейшие преобразования, привлекая известные понятия о теплоемкостях и термических коэффициентах:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_v = \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v = \frac{T d_v T}{T d_v s} = T \frac{d_v T}{d_v q} = \frac{T}{c_v};$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial v^2}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = \frac{1}{-\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s} \frac{1}{v_0} = \frac{1}{\beta_s} \frac{1}{v_0},$$

где  $c_v$  — удельная теплоемкость газа в процессах при  $v = \text{const}$ ;  $v_0$  — удельный объем газа при нормальных условиях;  $\beta_s = -1/v_0(\partial v/\partial p)_s$  — коэффициент адиабатической сжимаемости. Выявилось еще одно свойство внутренней энергии: вторые частные производные этой функции определяют значения величин  $c_v$  и  $\beta_s$ .

Проведем теперь перекрестное дифференцирование формул (1.9) и (1.10), дифференцируя (1.9) по  $v$ , а (1.10) — по  $s$ :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s \partial v} = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial v \partial s} = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v.$$

Левые части полученных выражений различаются только порядком дифференцирования и, следовательно, одинаковы. Значит, равны между собой и правые их части. На основании этого получаем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v, \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_v = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_s.$$

Итак, получено одно из дифференциальных соотношений термодинамики, называемых соотношениями Максвелла, которое позволяет при термодинамическом анализе заменять производные энтропии на производные других параметров, легко измеряемых на практике.

### 1.1.5. Энтальпия, ее физический смысл

Величина внутренней энергии лишь приближенно характеризует работоспособность системы, ибо сюда не включается запас потенциальной или кинетической энергии, которыми может обладать рабочее тело на макроуровне. Представим для примера, что 10 кг газа в баллоне вместе с пассажирами самолета поднято и перемещается горизонтально со скоростью 100 м/с на высоте 1000 м. Как и любая масса в 10 кг, этот газ приобретает дополнительную потенциальную и кинетическую энергии, которые при определенных условиях могут быть трансформированы в механическую работу (эти

условия додумайте сами и ужаснитесь!). Значит, работоспособность системы зависит еще и от тех условий, в которых она находится в окружающей среде, от обстоятельств, предшествующих проводимому анализу.

Ту часть энергии рабочего тела, которой оно обладает на макроуровне и которую можно получить от системы в форме работы, называют *располагаемой работой*  $l_{\text{рас}}$ . Сумму внутренней энергии и располагаемой работы называют *энтальпией*:

$$h = u + l_{\text{рас}}$$

Чтобы шире раскрыть физический смысл энтальпии, определим ее величину для 1 кг газа с параметрами  $p$  и  $T$ , заключенного в теплоизолированной системе с подвижным поршнем, нагруженным внешней силой  $F$  (рис. 1.6). Отметим, что эта сила, уравновешиваемая давлением газа  $p$ , действующим на поршень с площадью  $S$ , в рассматриваемом случае обладает запасом потенциальной энергии  $\mathcal{E}_n = FH$  и этот запас может быть получен в форме механической работы. Действительно, если, открыв кран 3, соединить цилиндр 1 с другим таким же цилиндром 2, то поршень в последнем переместится вправо, совершая работу  $l_{\text{рас}}$ . Внутренняя энергия перетекающего газа остается неизменной, поскольку параметры газа не меняются.

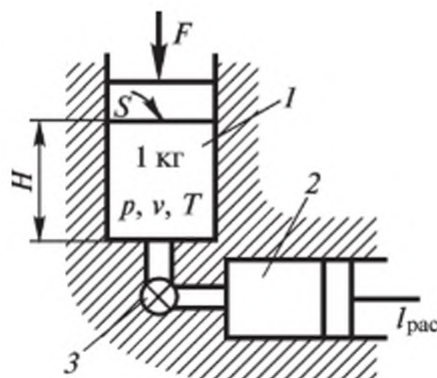
Величину располагаемой работы определим очень просто. Выразив силу  $F$  через давление  $p$  и площадь поршня  $S$  ( $F = pS$ ), получим  $l_{\text{рас}} = pSH$ . В итоге, учитывая, что произведение  $SH$  определяет удельный объем газа  $v$ , величину энтальпии газа определим из соотношения

$$h = u + pSH = u + pv, \quad (1.11)$$

в котором произведение  $pv$  в общем случае отражает запас располагаемой работы 1 кг газа.

Чтобы получить выражение первого закона термодинамики, записанного через энтальпию, в правой части уравнения (1.5) прибавим и отнимем величину  $vdp$  и проведем простейшие преобразования:

$$du = Tds - pdv + vdp - vdp.$$



Р и с. 1.6. Расширенная термодинамическая система

Отметив, что сумма  $pdv + vdp$  представляет собой дифференциал произведения  $d(pv)$ , запишем

$$du = Tds + vdp - d(pv), \text{ или } d(u + pv) = Tds + vdp.$$

Учитывая (1.11), окончательно получим

$$dh = Tds + vdp. \quad (1.12)$$

Формула (1.12) позволяет уяснить и более узкий физический смысл энтальпии. Обратим внимание: в процессах при  $p = \text{const}$   $dp = 0$  и второе слагаемое формулы (1.12) обращается в нуль. Тогда можно говорить, что энтальпия есть то количество теплоты, которое подводилось (или отводилось) в процессах при  $p = \text{const}$ . Именно поэтому многие годы в отечественной технической литературе для этой величины применяли термин «теплосодержание».

Из полученного уравнения видно, что  $h$  — это функция двух параметров состояния  $s$  и  $p$ :  $h = f(s, p)$ . Запишем полный дифференциал этой функции:

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p ds + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s dp$$

и сопоставим полученное выражение с формулой (1.12). Рассуждения, аналогичные приведенным при знакомстве с внутренней энергией, позволяют записать два равенства:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T; \quad (1.13)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s = v. \quad (1.14)$$

Здесь опять обнаруживаем, что частные производные этой функции состояния по одному из параметров дают значения сходственных параметров. Повторным дифференцированием можно было бы обнаружить и другое свойство, аналогичное выявленному ранее. Проведем перекрестное дифференцирование формул (1.13) и (1.14):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial s \partial p} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial p \partial s} = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p.$$

Отсюда после простейших преобразований вытекает еще одно дифференциальное соотношение термодинамики:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_s.$$

Функции состояния, характеризующие запас работоспособности системы и обладающие отмеченными выше свойствами (дифференцирование этих функций дает значение сходственных параметров, а повторное дифференцирование — значения теплоемкостей газа и термических коэффициентов), называют *характеристическими функциями*.

### 1.1.6. Другие характеристические функции. Эксергия

В реальных условиях невозможно превратить в работу (или тепло) весь запас внутренней энергии рабочего тела. Действительно, как показано выше, можно трансформировать часть внутренней энергии в тепло, и делать это можно до тех пор, пока температура рабочего тела не понизится до температуры окружающей среды  $T_{\text{ср}}$ . Дальнейшие тепловые взаимодействия со средой становятся невозможными, так как отсутствует разница потенциалов. Однако и в таком состоянии рабочее тело может еще отдать часть внутренней энергии в форме работы, если дать ему возможность расширяться изотермически до тех пор, пока давление  $p$  не уменьшится до  $p_{\text{ср}}$ . Количество этой работы легко определить, если проинтегрировать (с учетом  $T = \text{const}$ ) уравнение первого закона термодинамики (1.5):

$$\int_{u_0}^u du = \int_{s_0}^s T ds - \int_1^2 p dv,$$

где  $u_0$  и  $s_0$  — внутренняя энергия и энтропия такого условного состояния газа, при котором  $u$  и  $s$  можно принять равными нулю ( $u_0 = 0$  и  $s_0 = 0$ );  $u$  и  $s$  — текущие значения этих величин, соответствующие температуре  $T$ .

Учитывая, что  $\int_1^2 p dv = l_{\text{из}}$ , где  $l_{\text{из}}$  — работа изотермического расширения, после интегрирования получим

$$u|_0^u = Ts|_0^s - I_{из}, \text{ или } u = Ts - I_{из}.$$

Последнее выражение показывает, что при  $T = T_{cp}$  только часть  $u$  трансформируется в работу. Определенная часть внутренней энергии, равная величине  $Ts$ , неизбежно остается в системе и не может быть использована. Эту часть называют *связанной энергией*. Величину  $u - Ts$ , характеризующую запас работоспособности в процессах при  $T = T_{cp}$ , называют *свободной энергией* (или энергией Гельмгольца)

$$f = u - Ts. \quad (1.15)$$

Сумму свободной энергии и располагаемой работы называют *свободной энтальпией* (или энергией Гиббса)

$$z = u - Ts + pv = h - Ts. \quad (1.16)$$

Эти калорические характеристики являются функциями состояния и точнее, чем предыдущие, определяют запас работоспособности системы.

Чтобы выразить первый закон термодинамики через  $f$  и  $z$ , поступим так же, как и при анализе энтальпии, т.е. запишем формулу (1.5) и в правой ее части прибавим и отнимем одно и то же выражение так, чтобы получить значение полного дифференциала произведения двух величин. Математики такие действия называют *преобразованием Лежандра*:

$$du = Tds - pdv + sdT - sdT.$$

Поскольку  $Tds + sdT = d(Ts)$ , то  $du = d(Ts) - sdT - pdv$ , или  $d(u - Ts) = -sdT - pdv$ . С учетом определения (1.15) окончательно получим

$$df = -sdT - pdv. \quad (1.17)$$

Аналогичны преобразования для  $z$  на основе (1.12):

$$dh = Tds + vd + sdT - sdT,$$

или  $dh = d(Ts) - sdT + vdp$ , или  $d(h - Ts) = -sdT + vdp$  и окончательно

$$dz = -sdT + vdp. \quad (1.18)$$

Из (1.17) следует, что  $f = f(T, v)$ . Тогда полный дифференциал этой функции

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial f}{\partial v} \right)_T dv.$$

Сопоставив правые части этой формулы и формулы (1.17) и учитывая одинаковость их левых частей, получим

$$\left( \frac{\partial f}{\partial T} \right)_v = -s; \quad \left( \frac{\partial f}{\partial v} \right)_T = -p,$$

из чего видно, что  $f$  обладает одним из свойств характеристических функций. Дифференцирование полученных формул позволяет обнаружить и другое их свойство. Перекрестное дифференцирование дает третье соотношение Максвелла

$$\frac{\partial^2 f}{\partial T \partial v} = - \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial T} = - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v,$$

откуда

$$\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v.$$

Совершенно аналогичный анализ формулы (1.18) позволяет записать, что  $z = z(T, p)$ , и получить соотношения

$$\left( \frac{\partial z}{\partial T} \right)_p = -s \text{ и } \left( \frac{\partial z}{\partial p} \right)_T = v.$$

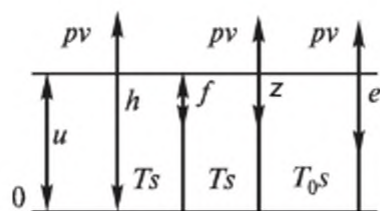
Повторное дифференцирование дает

$$\left( \frac{\partial^2 z}{\partial T^2} \right)_p = - \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_p = - \frac{d_p s}{d_p T} \frac{T}{T} = - \frac{1}{T} \frac{d_p q}{d_p T} = - \frac{c_p}{T};$$

$$\left( \frac{\partial^2 z}{\partial p^2} \right)_T = \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = \frac{v_0}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right) = -v_0 \beta_t,$$

где  $c_p$  — теплоемкость газа в процессах при  $p = \text{const}$ ;  $\beta_t$  — коэффициент изотермической сжимаемости. Значит,  $z$  обладает всеми свойствами характеристических функций.





Р и с. 1.7. Соотношения между характеристическими функциями

Перекрестное дифференцирование позволяет получить еще одно дифференциальное соотношение термодинамики:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p.$$

Самопроизвольно, без затрат энергии система может охладиться только до температуры  $T_0$  (обычно принимают  $T_0 = 277 \text{ К}$  — температура на дне глубоких водоемов, неизменная ни зимой, ни летом). Количество связанной энергии при этом будет минимальным.

Величину свободной энтальпии  $h - T_0s$  в такой ситуации называют *эксергией*:  $e = h - T_0s$ . Эксергия определяет максимальную работоспособность рабочего тела в реальных условиях, поскольку учитывает и запас располагаемой работы, и ту часть энергии, которую невозможно получить от газа (т.е. связанную энергию).

В заключение сопоставим характеристические функции по их величинам, отсчитанным от состояния, при котором их принимают равными нулю (рис. 1.7).

Важные связи в аналитической форме легко получить, если в формулы  $h = u + pv$ ;  $f = u - Ts$ ;  $z = h - Ts$ ;  $z = u + pv - Ts$  вместо параметров  $v, p, s$  подставить их значения, выраженные через производные соответствующих функций:

$$h = u + p\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_s; \quad f = u + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v; \quad z = h + T\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_p;$$

$$z = u + p\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T + T\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_p.$$

### 1.1.7. Равновесные и неравновесные процессы

Взаимодействие системы со средой, в результате которого изменяются термодинамические ( $p, v, T$ ) и калорические ( $s, u, h, f, z$ ) параметры рабочего тела, называют *термодинамическим процессом*.

Если движущая сила процесса, определяемая разницей потенциалов  $\tilde{p}_н - \tilde{p}_в$ , очень мала (абстрактно рассуждая, ее принимают бесконечно малой), то процесс будет проходить вяло, медленно,

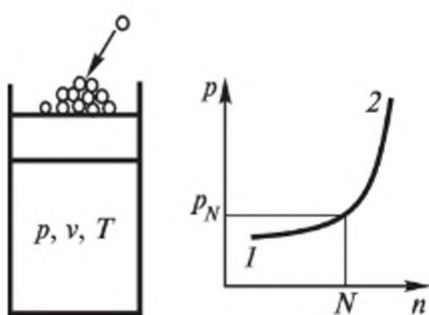
малоинерционно. В каждом конкретном состоянии в течение такого процесса система будет оставаться практически однородной и равновесной. Она как бы проходит последовательно ряд следующих друг за другом равновесных состояний, отличающихся бесконечно малыми изменениями параметров. Такие абстрактные, длящиеся бесконечно долго процессы принято называть *квазистатическими* или, чаще, *равновесными*, несмотря на противоречивость такого термина. Естественной особенностью равновесных процессов является то, что в них не проявляется внутреннее сопротивление системы, изменения в ней происходят без внутреннего трения, подведенную к системе энергию можно полностью получить в ее первоначальном качестве. Если изменить знак разницы потенциалов, то такой процесс пойдет в обратном направлении и рабочее тело будет проходить через все те же состояния, через которые оно проходило в прямом процессе и без остаточных изменений в окружающей среде. Поэтому равновесные процессы называют еще *обратимыми*, отмечая этим одно из важных их свойств. Практика показала, что равновесные процессы являются достаточно точными моделями почти всех реальных процессов.

Все реальные процессы протекают при некоторой конечной разности потенциалов  $\tilde{p}_H - \tilde{p}_B$ , соизмеримой с величинами действующих потенциалов. Естественно, что процессы при этом протекают бурно, быстро, интенсивно. Это вызывает нарушение однородности системы, возникновение внутренних взаимодействий между отдельными ее частями, что связано с преодолением внутреннего сопротивления в форме внутреннего трения, а при отсутствии механических перемещений — в других, специфических формах. В такой ситуации часть подводимой или внутренней энергии затрачивается (но не теряется!) на преодоление сопротивления. Эта часть энергии теряет свое качество и уже не может быть получена от рабочего тела в прежнем виде. В каждый конкретный момент времени при этом отсутствует равновесие между системой и средой, поэтому такие процессы называют *неравновесными*. Неравновесные процессы *необратимы* — при изменении знака  $\Delta\tilde{p}$  процесс идет в обратном направлении, но совершенно через другие состояния и стадии, при этом вновь проявляется действие внутреннего сопротивления.

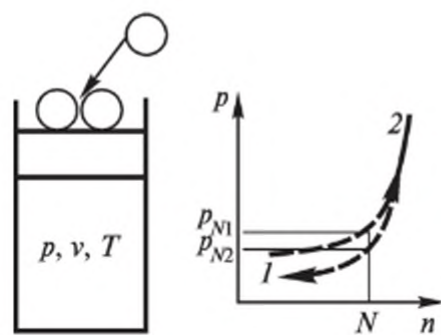
Чтобы наглядно представить протекание и особенности равновесных и неравновесных процессов, поместим в теплоизолированный цилиндр с подвижным поршнем 1 кг газа с параметрами  $p$  и  $T$ . В первом случае будем нагружать поршень малыми частицами — песчинками (рис. 1.8). Добавляя очередную песчинку, никаких из-

менений в системе практически не обнаруживаем, последующее состояние будет отличаться от предыдущего бесконечно мало. Однако нагрузив на поршень достаточное количество песчинок, увидим, что поршень переместился вниз, а температура и давление возросли и рабочее тело из состояния  $1$  перешло в состояние  $2$ . Если после этого снимать также по одной песчинке, поршень начнет перемещаться вверх, величины  $p$  и  $T$  будут уменьшаться. Когда число песчинок на поршне снова станет равно  $n$ , то  $p$  и  $T$  газа будут такими же, какими они были при этом же числе песчинок в прямом процессе, поскольку внутреннее трение в таких процессах отсутствует.

В другом случае тот же поршень будем нагружать достаточно большими камнями (рис. 1.9). Добавив очередной камень, заметим, что поршень резко переместился вниз. При этом вблизи поршня возникает зона уплотнения, давление в которой будет выше, чем в других местах. Такое нарушение однородности вызывает импульс давления, который начинает распространяться вниз, отражаться от дна цилиндра и направляться вверх, отражаться там и снова двигаться вниз. Возникшие колебания будут продолжаться до тех пор, пока за счет внутреннего трения полностью не сгладятся и не установится новое равновесие между системой и средой. В течение неравновесного процесса из-за неоднородности системы нельзя однозначно определить значения параметров газа, поэтому процесс  $1-2$  изображают лишь условно. Если изменить знак  $\Delta p$  (резко снимать камни), то процесс пойдет в обратном направлении, но будет протекать по другому пути, поскольку часть энергии, подведенной при нагружении поршня, трансформировалась в теплоту (работа трения всегда трансформируется в теплоту), а полная трансформация этой теплоты в работу при обратном процессе невозможна.



Р и с. 1.8. Равновесный обратимый процесс



Р и с. 1.9. Неравновесный необратимый процесс

### 1.1.8. Принцип возрастания энтропии. Второй закон термодинамики

Как отмечено выше, работа трения, сопровождающая неравновесные процессы, всегда трансформируется в теплоту и во время таких процессов в системе как бы возникает внутренний источник теплоты, что приводит к увеличению энтропии рабочего тела и при отсутствии внешнего теплоподвода. Возрастание энтропии при неравновесных процессах наблюдается и в тех случаях, когда механические взаимодействия, а значит и обычное трение, отсутствуют.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим процесс неравновесного теплообмена между двумя телами 1 и 2, помещенными в теплоизолированную систему (рис. 1.10). Пусть тело 1 имеет температуру  $T_1$ , а тело 2 — температуру  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Тогда между телами возникнет неравновесный теплообмен и первое тело отдаст, а второе получит некоторое количество теплоты  $dq$ . Энтропия первого тела уменьшится на величину  $ds_1$  ( $ds_1 < 0$ ), а энтропия второго увеличится на  $ds_2$  ( $ds_2 > 0$ ). Запишем выражения, определяющие величину  $dq$ , и сложим их правые и левые части:

$$\text{для первого тела } -dq = T_1 ds_1;$$

$$\text{для второго тела } dq = T_2 ds_2;$$

$$0 = T_1 ds_1 + T_2 ds_2,$$

откуда найдем

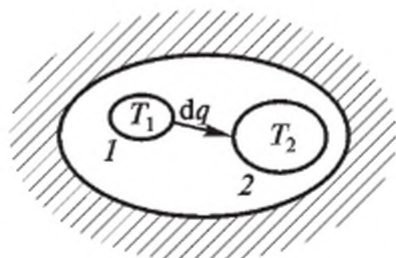
$$|ds_2| = (T_1/T_2)|ds_1|.$$

Поскольку  $T_1/T_2 > 1$ , получим  $|ds_2| > |ds_1|$ .

Изменение энтропии всей системы равно сумме энтропий, т. е.  $ds = ds_1 + ds_2$ .

Учитывая знаки  $ds_1$  и  $ds_2$  и предыдущее неравенство, можно заключить, что  $ds > 0$ .

Этот принцип, установленный М. Планком, согласно которому при любых неравновесных процессах энтропия изолированной системы возрастает, составляет одну из самых корректных формулировок *второго закона термодинамики*. В неравновесных процессах с теплообменом изменение энтропии неадекватно подведенному (или отведенному) теплу и  $Tds > dq$ , в то время как для равновесных процес-



Р и с. 1.10. Неравновесный теплообмен между телами

сов всегда  $Tds = dq$ . Приведенные неравенства часто называют аналитическими выражениями второго закона термодинамики.

Вполне естественно, что, отражая качественную сторону процессов трансформации энергии, этот закон имеет несколько формулировок, отличающихся более узкой или более широкой трактовкой. Можно сформулировать его и так: все реальные процессы сопровождаются преодолением внутреннего сопротивления системы и это приводит к деградации части энергии, связанной с ее переходом на более низкий потенциальный уровень, что сопровождается неизбежным ростом энтропии.

Еще более широко трактуется этот закон Л. Больцманом: природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным, вероятность обратных процессов ничтожна. Такая трактовка подчеркивает относительный характер второго закона термодинамики, позволяя преодолеть некоторые тупиковые заключения, например о тепловой смерти Вселенной, сделанные нашей наукой в процессе ее становления.

### 1.1.9. Уравнение состояния. Критерий устойчивости

Известно, что вещество может находиться в одном из четырех фазовых состояний: твердом, жидком, газообразном и плазменном, что определяется значениями параметров состояния. Но и в пределах одной фазы состояние и даже свойства вещества могут существенно отличаться, если различны параметры состояния.

Каждому состоянию соответствуют определенные значения характеристических функций, например  $u = f(p, v, T)$ . Ссылаясь на свойство этих функций, можно утверждать, что существует определенная однозначная связь между отдельными параметрами состояния. Действительно, ранее было показано, что  $T = (\partial u / \partial s)_v$ . Если подставить сюда вместо  $u$  ее значение, выраженное через параметры состояния, получим

$$T = \frac{\partial}{\partial s} f_1(p, v, T) = f_2(p, v, s).$$

Однозначную связь между потенциалами и координатами состояния называют *уравнениями состояния*:

$$\tilde{p}_i = f_i(\tilde{x}_i), \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Для термомеханической системы эти функциональные зависимости принимают вид  $T = f_3(v, s)$  и  $p = f_4(v, s)$ . Обычно энтропию  $s$ , поскольку она не измеряется на опыте, исключают из рассмотрения:  $s = f_5(T, v)$ ;  $p = f_6(v, T)$  и уравнение состояния в общем виде записывают так:

$$f(p, v, T) = 0.$$

Исследованием свойств газов и разработкой уравнений состояния занимается физика. В общем случае это весьма сложная и трудоемкая задача, о чем подробнее будет сказано ниже. Только для идеального газа (такие состояния газа, при которых можно пренебрегать силами взаимодействия между молекулами и объемом самих молекул) уравнение состояния, которое называют обычно *уравнением Клапейрона*, принимает простой вид:

$$pv = RT, \quad (1.19)$$

где  $R$  — газовая постоянная, своя для каждого конкретного газа,  $R = 8314/\mu$  Дж/(кмоль·К);  $\mu$  — молекулярная масса газа, кг/моль.

Термодинамика формулирует специальный критерий для оценки правильности получаемых уравнений состояния. Известно, что системы могут обладать свойством устойчивости или неустойчивости (рис. 1.11). Устойчивыми называют такие системы, случайное изменение состояния которых вызывает процесс, направленный на восстановление начального состояния.

Термодинамическая система обладает свойством устойчивости, ибо всегда стремится к однородному и равновесному состоянию (вспомним нулевое правило). Особое свойство устойчивых систем выявим на знакомом примере с пружиной, нагруженной внешней силой (см. рис. 1.2). Такая система устойчива. Если случайное воздействие будет  $dF_{\text{н}}$ , то координата изменится на  $dx$ , а при прекращении воздействия пружина вернется в исходное состояние. Если воздействие будет  $-dF_{\text{н}}$ , то и координата изменится на  $-dx$ . Обнаруживается, что в любом случае  $dF/dx > 0$ . На многих других примерах можно убедиться, что у устойчивых систем

$$d\tilde{p}_i/d\tilde{x}_i > 0.$$

Для термомеханической системы ( $\tilde{p} = -p$  и  $\tilde{x} = v$ ) получим следующие критерии:

$$(\partial p/\partial v)_S < 0 \text{ и } (\partial T/\partial S)_v > 0.$$



Рис. 1.11. Устойчивая и неустойчивая системы

Легко убедиться, что уравнение Клапейрона удовлетворяет этому соотношению. Из формулы  $pv = RT$  выразим  $p = RT/v$  и продифференцируем это выражение по  $v$ , все остальные параметры принимая за постоянные величины:

$$\frac{\partial p}{\partial v} = RT \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{v} \right) = -\frac{RT}{v^2}.$$

Значения  $R$ ,  $T$  и  $v$  не бывают отрицательными, значит  $\partial p/\partial v < 0$ .

### 1.1.10. Графический метод в термодинамике

Как и в других инженерных дисциплинах, в термодинамике очень широко используют различные графические представления и зависимости, что облегчает и упрощает понимание и решение многих важных для практики задач.

Уравнение  $f(p, v, T) = 0$  графически интерпретируется некоторой поверхностью в системе координат  $p, v, T$  (рис. 1.12). Ее называют термодинамической поверхностью данного вещества. Любая точка на этой поверхности соответствует некоторому состоянию (параметры  $p, v$  и  $T$  однозначно определены), а любая линия — процессу. Однако использовать трехмерную систему координат для графических отображений и построений очень не-

удобно, поэтому на практике чаще всего используют плоские системы координат  $p - v, T - s$  и  $p - t$ .

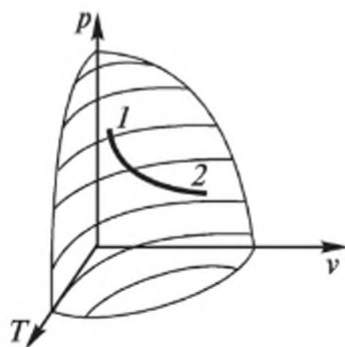
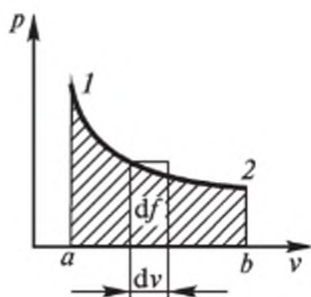
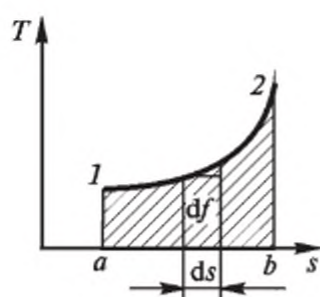


Рис. 1.12. Термодинамическая поверхность

Рассмотрим сначала диаграмму  $p - v$ . Здесь, как и прежде, любая точка соответствует некоторому состоянию (величины  $p$  и  $v$  определены, величину  $T$  следует рассчитать, используя уравнение состояния), а любая линия — некоторому термодинамическому процессу. При этом, если процесс идет слева направо, т.е. с увеличением объема системы, то это процесс расширения и



Р и с. 1.13. Диаграмма  $p-v$



Р и с. 1.14. Диаграмма  $T-s$

система совершает работу над средой ( $l > 0$ ). Если же процесс идет справа налево, т.е. сопровождается уменьшением объема, это процесс сжатия, и работа совершается над системой ( $l < 0$ ) (рис. 1.13).

С помощью диаграммы  $p-v$  легко определить не только характер процесса, но и количество работы  $l$ . Действительно, работа за элементарно малый процесс  $dl = p dv$  графически отражается выделенной на рис. 1.13 площадкой  $df$ .

Работа всего процесса определится так:

$$l = \int_1^2 p dv = \sum_{i=1}^n df_i = F_{a12b}.$$

Аналогичным свойством обладает и другая диаграмма с координатами  $T$  и  $s$  (рис. 1.14). Здесь если процесс идет слева направо ( $ds > 0$ ), это процесс с подводом теплоты к рабочему телу; если направление процесса противоположное, это процесс с отводом теплоты от системы.

Количество теплоты за процесс определим интегрированием:

$$q = \int_2^1 T ds.$$

Произведение  $T ds$  равно площадке  $df$  на рис. 1.14, а интеграл — сумме таких площадок, т.е., как и прежде, площади под кривой, изображающей процесс,  $q = F_{a12b}$ .

Диаграмму  $p-t$  обычно применяют для отображения фазовых состояний и переходов различных веществ.



### 1.1.11. Теплоемкости газов

Поскольку определить количество теплоты через энтропию  $s$  на практике невозможно, исторически сложилось так, что его определяют пропорционально изменению температуры за процесс:  $dq = cdT$ , где коэффициент пропорциональности  $c$  и называют *теплоемкостью*. Удельной теплоемкостью называют количество теплоты, которое необходимо подвести к единице количества вещества, чтобы нагреть ее на  $1^\circ\text{C}$ . Количество вещества можно выразить в килограммах, нормальных кубометрах ( $\text{н. м}^3$ ) или киломолях, поэтому различают массовую, объемную и мольную теплоемкости. Теплоемкость элементарно малого процесса называют *истинной*. Для некоторого конечного процесса определяется средняя за процесс удельная теплоемкость:

$$c_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{Q_{1-2}}{m(T_2 - T_1)}.$$

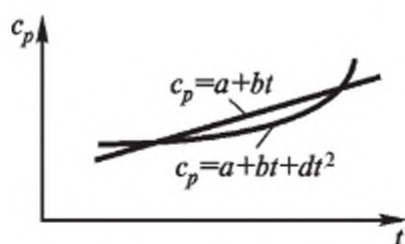
Для газов величины  $dq$  или  $Q$  зависят от особенностей протекающих процессов, а значит, и величины  $c$  и  $c_m$  для каждого из процессов будут своими. Наиболее простыми процессами являются процессы при  $v = \text{const}$  или  $p = \text{const}$ . Теплоемкости газов в таких процессах исследованы экспериментально и их называют соответственно изохорной  $c_v$  и изобарной  $c_p$  теплоемкостями. В первом приближении  $c_v$  и  $c_p$  — величины постоянные. Если говорить о более точных измерениях, то опыты показали, что величины теплоемкостей несколько увеличиваются с ростом температуры (рис. 1.15). Наибольшую точность обеспечивает квадратичная аппроксимационная формула  $c = a + bt + dt^2$ , но обычно ограничиваются линейной зависимостью  $c = a + bt$ .

Первый закон термодинамики, если учесть, что  $dq = cdT$ , можно записать теперь по другому:

$$du = cdT - pdv. \quad (1.20)$$

Отсюда видно, что  $u = f(T, v)$ . Запишем выражение полного дифференциала для этой функции двух переменных:

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv. \quad (1.21)$$



Р и с. 1.15. Зависимость теплоемкости от температуры

В процессах при  $v = \text{const}$  формулы (1.20) и (1.21) принимают вид

$$d_v u = c_v d_v T; \quad d_v u = (\partial u / \partial T)_v d_v T,$$

их сопоставление позволяет записать, что  $c_v = (\partial u / \partial T)_v$ .

Аналогичный анализ уравнения первого закона термодинамики, записанного через энтальпию, позволяет расширить физический смысл теплоемкости  $c_p$ , записав, что  $c_p = (\partial h / \partial T)_p$ .

Приравняем правые части формул (1.20) и (1.21) (с учетом полученного выше значения производной) и выразим величину  $c$ :

$$c = c_v + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + p \right] \frac{dv}{dT}. \quad (1.22)$$

Значение производной  $(\partial u / \partial v)_T$  найдем, записав первый закон термодинамики (формулу (1.5)) для процесса при  $T = \text{const}$  (при этом все дифференциалы станут частными):

$$d_T u = T d_T s - p d_T v,$$

откуда

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T - p.$$

Если в последней формуле производную  $(\partial s / \partial v)_T$  заменим по дифференциальному соотношению величиной  $(\partial p / \partial T)_v$ , получим

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p.$$

Подставим теперь это значение в формулу (1.22) и после простейших преобразований получим важную формулу, которая позволяет определить теплоемкость любого процесса через табличную теплоемкость  $c_v$ , характеристики газа (производная  $(\partial p / \partial T)_v$ ) и особенности процесса (производная  $dv/dT$ ):

$$c = c_v + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \frac{dv}{dT}. \quad (1.23)$$

Для процесса при  $p = \text{const}$ , например, эта формула примет вид

$$c_p = c_v + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p.$$

### 1.1.12. Уравнение Майера и другие свойства идеального газа

Выразив значения  $p$  и  $v$  из уравнения состояния идеального газа и дифференцируя эти выражения, найдем значения производных, входящих в предыдущую формулу:

$$p = \frac{RT}{v}; \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}; v = \frac{RT}{p}; \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}.$$

Подставляя в нее полученные значения, найдем

$$c_p = c_v + T(R/v)(R/p) = c_v + R.$$

Связь между  $c_p$  и  $c_v$  для идеального газа и называют *уравнением Майера*, отмечая этим большой вклад ученого в развитие термодинамики.

Покажем далее, что внутренняя энергия (как и другие характеристические функции) идеального газа зависит только от температуры. Ранее было показано, что

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p \text{ и } \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}.$$

Значит,  $(\partial u/\partial v)_T = T(R/v) - p = 0$ , т.е.  $u$  не зависит от  $v$ . Далее, записав

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial u \partial v}{\partial v \partial p}\right)_T = 0 \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = 0,$$

убеждаемся, что  $u$  не зависит и от  $p$ , поскольку  $(\partial v/\partial p)_T \neq \infty$ .

Таким образом, видим, что  $u = f(T)$ .

Формула (1.21) с учетом равенства нулю производной  $(\partial u/\partial T)_v$  для идеального газа дает простое соотношение:

$$du = c_v dT.$$

Показано, что  $c_v = (\partial u/\partial T)_v$ , а с учетом зависимости  $u = f(T)$  это дает  $c_v = f'(T)$ , т.е. удельная теплоемкость  $c_v$  идеального газа зависит тоже только от температуры и не зависит от других параметров.

Аналогичный анализ, проводимый с уравнением первого закона термодинамики, записанным через  $h$  (см. (1.12)), позволяет получить зависимости

$$h = f(T); c_p = f(T); dh = c_p dT.$$

### 1.1.13. Формулы для вычисления энтропии

Во многих случаях исключать энтропию  $s$  из рассмотрения нецелесообразно. Поэтому следует научиться рассчитывать изменение энтропии за процесс и энтропию любого состояния газа.

Запишем формулы для расчета  $dq$ :

$$dq = Tds, dq = cdT,$$

откуда найдем, приравнявая правые части,  $ds = cdT/T$ . Подставим сюда значение  $c$  по формуле (1.23):

$$ds = \left[ c_v + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \frac{dv}{dT} \right] \frac{dT}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv.$$

Чтобы найти изменение энтропии за некоторый процесс 1—2, следует проинтегрировать полученное выражение от начала до конца процесса:

$$s_2 - s_1 = \int_H^K c_v \frac{dT}{T} + \int_H^K \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv.$$

Чтобы выполнить такое интегрирование, в общем случае нужно знать зависимость  $c_v = f(T, v)$  и уметь определять значение частной производной  $(\partial u / \partial T)_v$  для данного газа. Обычно это весьма сложные зависимости и интеграл в квадратурах определить невозможно. Его находят, прибегая к численному интегрированию и привлекая сведения о теплоемкости и термических коэффициентах, полученные экспериментально.

Указанные трудности преодолеваются, когда речь идет об идеальном газе, так как в этом случае  $c_v = f(T)$  и  $(\partial p / \partial T)_v = R/v$ . Тогда

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v \frac{dT}{T} + \int_{v_1}^{v_2} R \frac{dv}{v} = c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (1.24)$$

Чаще всего за  $s_0 = 0$  принимают энтропию состояния, соответствующего нормальным физическим условиям:  $T_0 = 273 \text{ К}$ ,  $p_0 = 1,012 \cdot 10^5 \text{ Па}$ . Если теперь интегрирование проводить от состояния с параметрами  $T_0$ ,  $v_0$  и  $s_0$  до некоторого текущего состояния с параметрами  $T$ ,  $v$  и  $s$ , получим формулу для расчета условного абсолютного значения энтропии:

$$s = c_{vm} \left|_0^t \ln T \right|_{T_0} + R \ln v \left|_{v_0}^v = c_{vm} \left|_0^t \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{v}{v_0} \right.$$

Если в формуле (1.24) отношения  $T_2/T_1$  и  $v_2/v_1$  последовательно заменить величинами, найденными с помощью уравнения состояния

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{R} \frac{R}{p_1 v_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{v_2}{v_1}; \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{RT_2}{p_2} \frac{p_1}{RT_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1},$$

получим еще две формулы, справедливые для любых процессов с идеальным газом:

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_{vm} \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \frac{v_2}{v_1} \right) + R \ln \frac{v_2}{v_1} = c_{vm} \ln \frac{p_2}{p_1} + c_{vm} \ln \frac{v_2}{v_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = \\ &= c_{vm} \ln \frac{p_2}{p_1} + (c_{vm} + R) \ln \frac{v_2}{v_1} = c_{vm} \ln \frac{p_2}{p_1} + c_{pm} \ln \frac{v_2}{v_1}; \\ \Delta s &= c_{vm} \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \frac{T_2}{T_1} \right) = c_{vm} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{p_1}{p_2} + R \ln \frac{T_2}{T_1} = \\ &= (c_{vm} + R) \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = c_{pm} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \end{aligned}$$

## 1.2. ИДЕАЛЬНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ЦИКЛЫ

### 1.2.1. Политропные процессы

*Политропными* называют процессы, которые протекают в соответствии с уравнением  $pv^n = \text{const}$ , где  $n$  — показатель политропы ( $-\infty < n < \infty$ ), который определяется на основании сведений о па-

раметрах в начале и конце процесса, полученных непосредственными измерениями. Величина  $n$  в течение каждого конкретного процесса остается постоянной. Для идеального газа  $p = RT/v$  и  $v = RT/p$ . Подставив эти значения в предыдущую формулу, после простейших алгебраических преобразований получим еще две формы уравнения политропы:

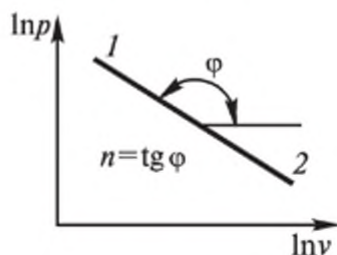
$$\frac{RT}{v} v^n = \text{const} \rightarrow T v^{n-1} = \text{const}; \quad p \left( \frac{RT}{p} \right)^n \rightarrow p^{1-n} T^n = \text{const}.$$

В логарифмической метаморфозе уравнение политропы  $p v^n = \text{const}$  представляет собой прямую линию. Действительно, после логарифмирования получим  $\ln p + n \ln v = \ln \text{const}$ , или, введя новые переменные  $X = \ln v$  и  $Y = \ln p$ , приходим к линейной зависимости  $Y + nX = \text{const}$ . На рис. 1.16 показано протекание политропного процесса в координатах  $\ln p$  и  $\ln v$ . Угловым коэффициентом этой прямой и выражает собой величину показателя политропы  $n$ . Уравнение политропы справедливо для любого состояния в течение процесса, включая точки начала и конца процесса. Поэтому можно записать  $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$ , откуда найдем формулу для расчета  $n$ :

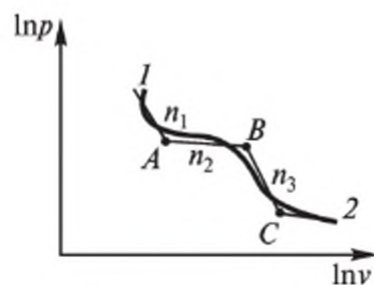
$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^n; \quad \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right) = n \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right) \rightarrow n = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}}.$$

Аналогичным образом можно получить формулы для расчета  $n$  и из двух других уравнений политропы.

Особую важность и значимость политропные процессы имеют потому, что с их помощью можно описать и рассчитать любой сколь угодно сложный термодинамический процесс, заменяя его рядом последовательных политропных процессов. На рис. 1.17 в



Р и с. 1.16. Политропа в логарифмических координатах



Р и с. 1.17. Сложный термодинамический процесс

логарифмических координатах изображен сложный термодинамический процесс, который представлен некоторой кривой линией. Любую кривую можно аппроксимировать некоторой ломаной, состоящей из отрезков прямых, но каждый такой отрезок изображает один из политропных процессов со своим показателем политропы. Научившись рассчитывать характеристики политропного процесса, получим инструментарий для расчета сложных процессов. Для данного примера можно записать

$$l_{1-2} = l_{1-A} + l_{A-B} + l_{B-C} + l_{C-2}.$$

Получим теперь формулу для расчета работы за процесс, интегрируя выражение для элементарной работы:

$$l_{1-2} = \int_1^2 dl = \int_1^2 p dv.$$

Чтобы проинтегрировать это выражение, заменим параметр  $p$ , выразив его через  $v$  из уравнения политропы  $p = \text{const}/v^n$ , где величину константы (обозначим ее через  $C$ ) можно определить через параметры начала и конца процесса:  $p_1 v_1^n = C'$  или  $p_2 v_2^n = C''$ . Подстановка значения  $p$  в подынтегральное выражение приводит к простому степенному интегралу. Выполним интегрирование и простейшие преобразования, учитывая, что  $C' = C''$ :

$$\begin{aligned} l_{1-2} &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{C'}{v^n} dv = C' \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} dv = C' \frac{1}{-n+1} v^{-n+1} \Big|_{v_1}^{v_2} = \\ &= \frac{1}{-n+1} (C'' v_2^{-n+1} - C' v_1^{-n+1}) = \frac{1}{-n+1} (p_2 v_2^n v_2^{-n+1} - p_1 v_1^n v_1^{-n+1}) = \\ &= \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \end{aligned}$$

Заменив произведения  $p_1 v_1$  и  $p_2 v_2$  выражениями  $RT_1$  и  $RT_2$  соответственно, получим еще одну простую формулу:

$$l_{1-2} = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2).$$

Теплоту за процесс определяем, интегрируя выражение для элементарно малого количества тепла, записанное через теплоемкость:

$$q_{1-2} = \int_1^2 c_{\text{пол}} dT,$$

где  $c_{\text{пол}}$  — теплоемкость исследуемого политропного процесса. Чтобы найти эту величину, запишем формулу (1.23) из 1.1.11 для политропного процесса, учитывая, что при этом производная  $dv/dT$  станет частной:

$$c_{\text{пол}} = c_v + T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_{\text{пол}}. \quad (1.25)$$

Частная производная  $(\partial p/\partial T)_v$  для идеального газа найдена ранее, она равна  $R/v$ . Чтобы найти частную производную  $(\partial v/\partial T)_{\text{пол}}$ , прологарифмируем, а затем продифференцируем уравнение политропы, связывающее параметры  $v$  и  $T$ :

$$Tv^{n-1} = \text{const}; \quad \ln T + (n-1)\ln v = \ln \text{const} \rightarrow \frac{d_{\text{пол}} T}{T} + (n-1) \frac{d_{\text{пол}} v}{v} = 0,$$

откуда найдем

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_{\text{пол}} = -\frac{v}{T} \frac{1}{n-1}$$

и, подставив эти выражения в формулу (1.25), получим

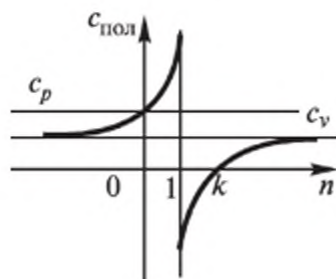
$$c_{\text{пол}} = c_v + T \frac{R}{v} \left( -\frac{v}{T} \cdot \frac{1}{n-1} \right) = c_v - \frac{R}{n-1} = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} = c_v \frac{n-k}{n-1}, \quad (1.26)$$

где  $k = c_p/c_v$  — показатель адиабаты данного газа.

Из (1.26) видно, что в каждом конкретном процессе (значение  $n$  имеет некоторую конкретную величину) величина  $c_{\text{пол}}$  зависит только от свойств газа и в течение процесса остается постоянной. Политропный процесс — это процесс, в котором теплоемкость постоянна, и часто это его свойство и кладется в основу его определения. На рис. 1.18 приведена зависимость величины  $c_{\text{пол}}$  от показателя политропы  $n$ , построенная на основании формулы (1.26). Отметим, что при  $n = 0$   $c_{\text{пол}} = c_p$ , при  $n = \infty$   $c_{\text{пол}} = c_v$ , а при  $n = 1$  функция имеет разрыв и величина  $c_{\text{пол}}$  стремится к  $\pm \infty$ .

Теперь нетрудно проинтегрировать выражение  $c_{\text{пол}} dT$ , чтобы получить формулу для расчета теплоты за процесс:





Р и с. 1.18. Зависимость теплоемкости политропного процесса от показателя политропы  $n$

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_{\text{пол}} dT = c_{\text{пол}} (T_2 - T_1) = c_{vm} \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1).$$

Для расчета изменений внутренней энергии, энтальпии и энтропии за процесс используем полученные ранее формулы, справедливые для любых процессов с идеальным газом:

$$\Delta u = c_{vm}(T_2 - T_1); \Delta h = c_{pm}(T_2 - T_1); \Delta s = c_{vm} \ln \frac{p_2}{p_1} + c_{pm} \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

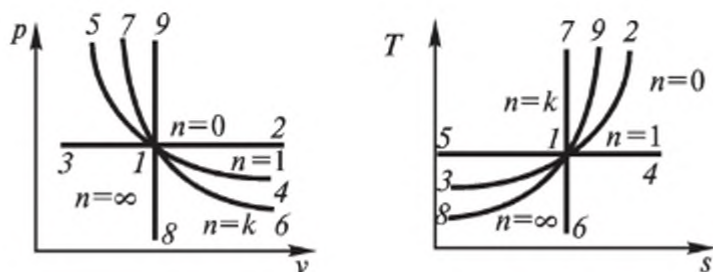
### 1.2.2. Анализ политропных процессов

Покажем сначала, что все простые процессы, изучаемые в курсе физики (изобарный, изохорный, изотермический и адиабатический), являются частными случаями политропного процесса. Действительно, при  $n = 0$  из формулы  $pv^n = \text{const}$  получим  $pv^0 = \text{const}$  или  $p = \text{const}$ , т.е. уравнение изобарного процесса. При  $n = 1$  получим  $pv = \text{const}$  или  $RT = \text{const}$ , откуда следует, что  $T = \text{const}$ . Если значению  $n$  придать величину  $k$ , то получим уравнение адиабаты  $pv^k = \text{const}$ . При  $n = \pm \infty$  получим уравнение изохоры, если представим предварительно формулу  $pv^n = \text{const}$  в виде  $p^{1/n}v = \text{const}_1$ ,  $p^0v = \text{const}_1$ ,  $v = \text{const}_1$ .

Указанная особенность всех частных процессов позволяет рекомендовать для расчета  $l$ ,  $q$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta s$  формулы, полученные в предыдущем параграфе. Исключение составляет изотермический процесс, для которого формулы для  $l$  и  $q$  дают неопределенность. Учитывая, что при  $T = \text{const}$   $\Delta u_T = 0$  и  $\Delta s_T = R \ln(v_2/v_1)$ , найдем  $l_T = q_T = T\Delta s_T$ .

Изобразим все частные термодинамические процессы на диаграммах  $p-v$  и  $T-s$  (рис. 1.19).

Графически уравнение  $pv^n = \text{const}$  в координатах  $p-v$  в общем случае может быть представлено в виде неравнобокой гиперболы, проходящей тем круче, чем больше значение  $n$ . В частных случаях эта гипербола может вырождаться в прямую линию. Изобара



Р и с. 1.19. Политропные процессы на диаграммах  $p-v$  и  $T-s$

( $n = 0$ ) на диаграмме  $p-v$  изображается отрезком горизонтальной прямой. При этом возможны процессы с увеличением объема (процесс  $1-2$ ) или с его уменьшением (процесс  $1-3$ ). Чтобы понять, как изобразится изобара в координатах  $T-s$ , найдем вид функции  $T = f(s)$ , воспользовавшись одной из формул для расчета энтропии:

$$s = c_{pm} \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0}.$$

Для изобары при  $p = p_0$  получим  $s = c_{pm} \ln \frac{T}{T_0}$ , или  $\frac{s}{c_{pm}} = \ln \frac{T}{T_0}$ , и

после потенцирования найдем  $\exp(s/c_{pm}) = T/T_0$ , откуда  $T = T_0 \exp(s/c_{pm})$ .

Последняя формула свидетельствует, что изобара в координатах  $T-s$  представляет собой отрезок экспоненты. В процессе  $1-2$  увеличивается объем газа, значит, растет и температура (это следует из отношения  $T_1/v_1 = T_2/v_2$ , которое легко получается из формулы  $Tv^n = \text{const}$  при  $n = 0$  и которое называют *законом Гей-Люссака*). В процессе  $1-3$  температура, наоборот, уменьшается.

Изотермический процесс в координатах  $p-v$  изобразится равнобокой гиперболой (процессы  $1-4$  и  $1-5$ ), а на диаграмме  $T-s$  — отрезком горизонтальной прямой. В процессе  $1-4$   $l > 0$ . Поскольку при этом внутренняя энергия газа не меняется ( $\Delta u = c_{vm} \Delta T = 0$ ), то из первого закона термодинамики следует, что  $d_T q = d_T l$ , т.е. в процессе  $1-4$   $q > 0$ , и значит, это процесс с увеличением энтропии, идущий слева направо. Процесс  $1-5$  идет в противоположном направлении.

В адиабатных процессах, идущих без теплообмена с окружающей средой, энтропия газа не меняется, и на координатах  $T-s$  этот процесс изображается отрезком вертикальной прямой. На диаграмме  $p-v$  этот процесс изображается неравнобокой гиперболой, проходящей несколько круче, чем изотерма ( $n = 1$ ). Из первого закона термодинамики для этого процесса получим соотношение  $\Delta u = -l$ .

В процессе  $1-6$   $l > 0$ , значит,  $\Delta u < 0$  и температура газа уменьшается. Процесс сжатия  $1-7$ , наоборот, протекает с увеличением  $T$ .

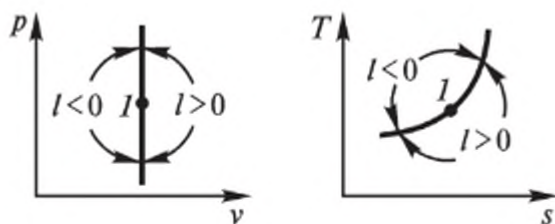
На диаграмме  $p-v$  изохора представляет собой отрезок вертикали. Можно доказать, что на диаграмме  $T-s$  она представляет собой также отрезок экспоненты, проходящей несколько круче, чем изобара. В процессе  $1-8$  давление газа уменьшается. Из соотношения  $p_1/T_1 = p_2/T_2$ , которое вытекает из объединенного закона газовых состояний  $pv/T = \text{const}$ , следует, что в этом процессе уменьшается и температура. Процесс  $1-9$  идет, наоборот, с подводом теплоты и увеличением температуры.

В результате проведенных построений диаграммы  $p-v$  и  $T-s$  разбиты на отдельные зоны, что позволяет достаточно просто изображать процессы с некоторыми промежуточными значениями  $n$ . Например, процесс расширения с показателем политропы  $n = 0,5$  на обеих диаграммах будет проходить в зоне между процессами  $1-2$  и  $1-4$ .

Сопоставление расположения кривых на обеих диаграммах позволяет сделать ряд заключений:

1) все множество политропных процессов можно разделить на две группы — правее и ниже начальной изохоры (изохоры, проведенной через точку  $I$  начала процесса) проходят процессы с совершением работы, левее и выше — процессы, в которых работа подводится к рабочему телу. Это называют обычно *правилом изохоры* и графически отображают так, как показано на рис. 1.20. В подтверждение названного правила заметим, что процессы  $1-2$ ,  $1-4$ ,  $1-6$  (см. рис. 1.19) идут с совершением работы, что определяется свойством диаграммы  $p-v$ . Все указанные процессы в координатах  $T-s$  проходят действительно правее и ниже начальной изохоры  $8-1-9$ ;

2) с точки зрения изменения давления газа все политропные процессы можно разбить на две группы: те из них, которые протекают левее и выше начальной изобары, сопровождаются повышением давления, а процессы, проходящие правее и ниже, сопровождаются уменьшением давления газа, что составляет *правило изобары*;



Р и с. 1.20. Правило изохоры

3) можно выделить две другие группы политропных процессов — правее и выше начальной адиабаты протекают процессы с подводом теплоты, а левее и ниже — с отводом теплоты от рабочего тела, в чем и состоит *правило адиабаты*. Действительно, процессы  $1-9$ ,  $1-2$ ,  $1-4$ , как следует из свойств диаграммы  $T-s$ , протекают с подводом теплоты. Все они действительно проходят правее и выше начальной адиабаты  $7-1-6$ ;

4) *правило изотермы* звучит так: все процессы делятся на две группы, из них те, которые проходят правее и выше начальной изотермы, сопровождаются повышением температуры, если же они идут левее и ниже, то температура газа уменьшается.

Каждое из этих правил можно представить графически. Первые два из них наделяют диаграмму  $T-s$  свойствами координат  $p-v$ , позволяя по изображению процесса на диаграмме делать заключения о характере процесса (расширение или сжатие) и изменении давления в процессе. Правила изотермы и адиабаты наделяют диаграмму  $p-v$  свойствами тепловой, позволяя только по изображению процесса на ней ответить на вопросы об изменении температуры и направлении теплообмена.

В заключение отметим, что в политропных процессах в зависимости от величины  $n$  может существенно изменяться картина перераспределения видов энергии при их трансформации. В отдельных случаях ( $1 < n < k$ ) количество получаемой работы может оказаться даже большим, чем количество подведенной теплоты, так как часть работы получается за счет уменьшения внутренней энергии. Теплоемкость  $c_{\text{пол}}$  при этом отрицательна.

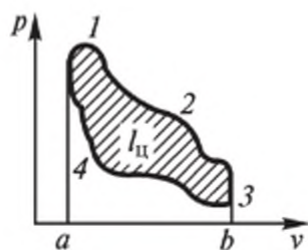
### 1.2.3. Общие понятия о циклах

Получать неограниченное количество механической работы в одиночном процессе невозможно, поскольку это связано с расширением рабочего тела и выравниванием потенциалов в среде и системе. Поэтому на практике работу получают отдельными порциями при совершении замкнутых круговых процессов или циклов. *Термодинамический цикл* — это ряд последовательных термодинамических процессов, в результате которых система приходит к первоначальному состоянию. Цикл можно повторять неограниченное число раз, и каждый раз получать порцию работы или другой нужный эффект.

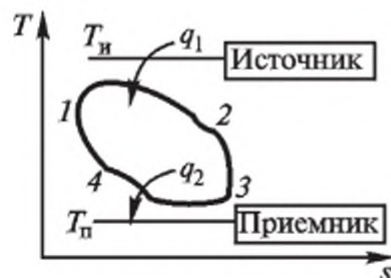
Циклы, у которых на диаграмме  $p-v$  процессы расширения проходят выше, чем процессы сжатия, называют *тепловыми*. Они составляют основу тепловых двигателей. Здесь за счет подводимой извне теплоты система совершает работу над средой (рис. 1.21). Работа за цикл  $l_{ц}$  определяется разницей между работой  $l_p$  в процессах расширения и работой  $l_c$  в процессах сжатия:  $l_{ц} = l_p - l_c = F_{a123b} - F_{b341a} = F_{ц}$ . За цикл  $\Delta u_{ц} = u_2 - u_1 = 0$  и из первого закона термодинамики следует, что  $l_{ц} = q_{ц}$ . В тепловых циклах  $l_{ц} > 0$  и  $q_{ц} > 0$ . На диаграмме  $T-s$  этот цикл (в общем виде) показан на рис. 1.22. Отметим: чтобы реализовать подвод теплоты к рабочему телу, необходим источник теплоты с температурой выше, чем температура в процессах подвода. Цикл невозможен без процессов с отводом теплоты, и для их реализации в среде должен находиться приемник теплоты с температурой ниже, чем температура рабочего тела в процессах отвода. Таким образом, при совершении тепловых циклов система получает из окружающей среды теплоту  $q_1$ , часть ее трансформирует в работу и отдает среде, а другую часть  $q_2$  полученной теплоты отдает приемнику тепла, также находящемуся в окружающей среде. Осуществление цикла приводит к перераспределению видов энергии во внешней среде. Отметим формальный признак тепловых циклов: на обеих диаграммах они идут по часовой стрелке. Эффективность тепловых циклов оценивают величиной термического КПД, который представляет собой отношение полезного эффекта к затратам на ее достижение:

$$\eta_t = \frac{l_{ц}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Если процессы расширения проходят ниже, чем процессы сжатия, имеем другой цикл. Его называют *холодильным*. У таких циклов  $l_{ц} = l_p - l_c = F_{ц} < 0$ , т.е. для реализации холодильного цикла к системе необходимо подводить механическую работу. При этом,



Р и с. 1.21. Тепловой цикл на диаграмме  $p-v$



Р и с. 1.22. Диаграмма  $T-s$  теплового цикла

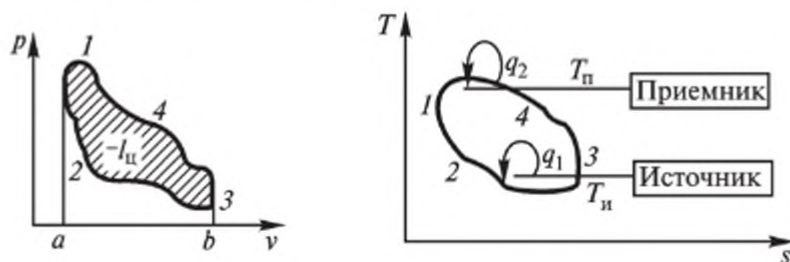
естественно,  $q_{ц} < 0$ , т.е. за цикл теплоты отводится больше, чем подводится к рабочему телу. Подвод теплоты здесь проводится при более низкой температуре, поэтому температура источника теплоты также невысока. Отвод теплоты, наоборот, осуществляется при более высоких температурах, поэтому температура приемника теплоты всегда выше температуры источника. Таким образом, осуществление холодильного цикла позволяет за счет подводимой извне работы переносить теплоту с нижнего температурного уровня на верхний, т.е. совершать процесс, противоположный естественному направлению (от горячего к холодному) переноса теплоты. Холодильные циклы идут против часовой стрелки, на их основе работают два типа машин разного назначения. Диаграммы  $p-v$  и  $T-s$  такого цикла приведены на рис. 1.23.

Если источник теплоты мал, а приемник достаточно велик, то реализация цикла приведет к захлаживанию источника. Так работают холодильные машины. Эффективность холодильных машин оценивают величиной холодильного коэффициента  $\varepsilon$ , который определяют как отношение полезного эффекта  $q_1$  к затратам  $l_{ц}$ :

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|l_{ц}|} = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|}.$$

Отметим, что в отличие от  $\eta_p$ , который всегда меньше 1, что будет доказано ниже, величина  $\varepsilon$  всегда больше 1 и чем она больше, тем совершеннее холодильная машина. Если же источник теплоты неограничен, а приемник теплоты невелик, то осуществление цикла приведет к нагреванию приемника. Так работает машина, которую называют тепловым насосом. Ее эффективность оценивается теплонасосным коэффициентом  $K = q_2/|l_{ц}| = q_2/|(q_1 - q_2)|$ .

Укажем на сравнительно простую конвертируемость холодильной машины в тепловой насос, для чего достаточно поменять местами источник и приемник теплоты.



Р и с. 1.23. Диаграммы  $p-v$  и  $T-s$  холодильного цикла

### 1.2.4. Цикл и теорема Карно

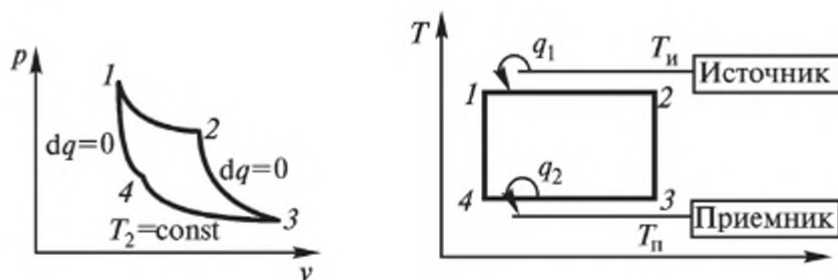
*Цикл Карно* — это теоретически наиболее эффективный термодинамический цикл. Естественно, он должен состоять из самых эффективных с точки зрения получения работы процессов. Самым экономичным в этом плане является адиабатический процесс — в нем работу получают за счет внутренней энергии, не подводя никакой теплоты извне. Однако из одних адиабат цикл создать невозможно, поскольку необходимы процессы с подводом и отводом теплоты. Из процессов с теплообменом самым привлекательным является изотермический процесс, в нем вся подводимая теплота трансформируется в работу (если газ идеальный).

Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Подвод и отвод теплоты здесь осуществляется изотермически, а адиабаты служат для того, чтобы замкнуть цикл. Из рис. 1.24 видно, что это единственный цикл, который можно осуществить обратимым способом, подбирая  $T_{II}$  и  $T_{I}$  так, чтобы они отличались соответственно от  $T_1$  и  $T_2$  на бесконечно малые величины.

Осуществить физически цикл Карно очень трудно, практически невозможно, поскольку это требует так соразмерить темпы подвода теплоты и расширения системы, чтобы увеличение температуры, вызванное подводом теплоты, компенсировалось бы ее уменьшением при расширении. Те же затруднения с изотермическим отводом теплоты. Кроме того, дважды за цикл систему необходимо теплоизолировать и дважды снимать эту изоляцию.

Если цикл Карно направить против часовой стрелки, то получим наиболее эффективный холодильный цикл. Его называют *обратным* циклом Карно.

Если процессы расширения и сжатия протекают политропно с одинаковыми показателями политроп:  $n_{сж} = n_{рас}$  (рис 1.25), то в силу равенства выделенных площадок общая площадь, а значит, и КПД цикла не изменятся. Такие циклы принято называть *обобщенными* циклами Карно, которые можно реализовать в технических устройствах.



Р и с. 1.24. Диаграммы цикла Карно

Найдем теперь КПД цикла Карно

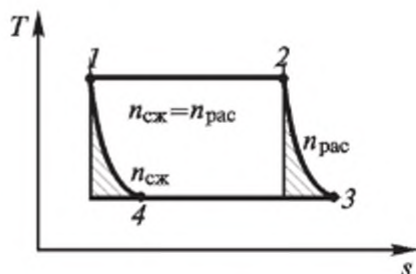
$$\eta_{ik} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \Delta s_{3-4}}{T_1 \Delta s_{1-2}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

и подчеркнем, что КПД цикла Карно зависит только от температуры и не зависит от рода рабочего тела. Этот вывод, который непосредственно следует из полученной формулы, составляет первую часть *теоремы Карно*. Во второй части этой теоремы утверждается, что КПД цикла Карно является наибольшим для любых циклов, протекающих в заданном температурном интервале  $T_{и}, \dots, T_{п}$ . Чтобы убедиться в этом, сопоставим на диаграмме  $T-s$  некоторый произвольный цикл и цикл Карно, осуществляемый в тех же пределах изменения температуры и энтропии (рис. 1.26). Заметим, что  $q_{1k} > q_1$  на величину заштрихованной влево площади  $F_{A1B2C}$ , а  $q_{2k} < q_2$  на величину площадок, заштрихованных в противоположном направлении,  $F_{A4D3C}$ . С учетом этого сопоставление формул для КПД

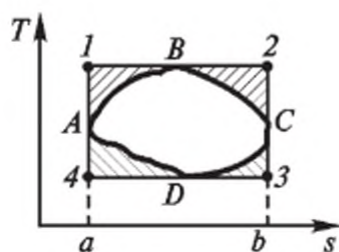
$$\eta_{ik} = 1 - \frac{q_{2k}}{q_{1k}} \quad \text{и} \quad \eta_l = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

позволяет сделать заключение о том, что  $\eta_{ik} > \eta_l$ . Отношение площади реального цикла к площади цикла Карно на диаграмме  $T-s$  называют *коэффициентом заполнения цикла* и по его величине судят о степени совершенства реального цикла.

Проведенные сопоставления позволяют дать еще одну формулировку второго закона термодинамики: термический КПД любого реального цикла не может достигать единицы. Обычно это называют невозможностью осуществления вечного двигателя второго рода. Действительно, даже у цикла Карно термический КПД  $< 1$ ,



Р и с. 1.25. Обобщенный цикл Карно



Р и с. 1.26. Сопоставление циклов



поскольку величина  $T_2$  не может быть равна нулю, а величина  $T_1$  — бесконечно большой. По теореме Карно  $\eta_{ik} > \eta_i$ , значит, для любого цикла, даже не учитывая потерь работоспособности от необратимости,  $\eta_i < 1$ .

### 1.2.5. Потери работоспособности. Коэффициент качества теплоты

Практически все предыдущие рассуждения, выводы и расчетные формулы относились только к равновесным процессам и не учитывали потерь работоспособности и деградации энергии из-за необратимости реальных процессов.

Максимальная работа, которую может совершить система при обратимых процессах, как показано ранее, определяется уменьшением эксергии рабочего тела

$$dl_{\max} = -de = -d(h - T_0s).$$

Интегрирование этого выражения для процесса, в котором параметры рабочего тела изменяются от  $p_1, v_1, T_1$  (состояние 1) до  $p_2, v_2, T_2$  (состояние 2), дает

$$l_{\max} = (h_1 - h_2) + T_0(s_2 - s_1) = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2).$$

Из формулы видно, что  $l_{\max}$  определяется только состояниями рабочего тела и не зависит от характера тех процессов, с которыми система перейдет из состояния 1 в состояние 2.

Ранее доказано, что при необратимых процессах изменение энтропии включает в себя дополнительно положительную величину  $\Delta s_{\text{н}}$ , которая возникает в результате преодоления внутреннего сопротивления системы. Значит, наибольшая полезная работа, которую может отдать система при совершении необратимого процесса, переходя из состояния 1 в состояние 2, будет

$$l = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2 + \Delta s_{\text{н}}),$$

где  $(s_1 - s_2 + \Delta s_{\text{н}})$  — полное изменение энтропии в необратимом процессе. Потеря работоспособности в результате необратимости определится разностью  $\Delta l = l_{\max} - l$ . Подставив значения  $l_{\max}$  и  $l$ , получим

$$\Delta l = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2) - (h_1 - h_2) + T_0(s_1 - s_2 + \Delta s_{\text{н}}) = T_0\Delta s_{\text{н}}.$$

Задача определения  $\Delta s_{\text{н}}$  решается отдельно для каждого конкретного процесса в зависимости от его особенностей. Величина  $\Delta s_{\text{н}}$  тем больше, чем выше степень необратимости процесса, определяемая величиной разности потенциалов.

Для необратимых процессов расширения или сжатия без внешнего теплообмена величину  $\Delta s_{\text{нм}}$  определяют через работу трения  $l_{\text{тр}}$ , которая практически вся трансформируется в теплоту трения  $q_{\text{тр}}$ , достаточно просто измеряемую опытным путем:

$$\Delta s_{\text{нм}} = q_{\text{тр}}/T_{\text{ср}},$$

где  $T_{\text{ср}}$  — средняя температура за процесс.

В процессах теплообмена без механических взаимодействий величину  $\Delta s_{\text{нт}}$  определим, рассуждая следующим образом. Максимальную работу теплоты  $q$ , передаваемой при температуре  $T_1$ , можно получить, если совершить цикл Карно в температурном интервале от  $T_1$  до  $T_0$ . Величина этой работы

$$l_{\text{max1}} = q\eta_{\text{тк}} = q(1 - T_0/T_1). \quad (1.27)$$

Аналогично найдем максимальную работу того же количества теплоты при температуре  $T_2$ :

$$l_{\text{max2}} = q\eta_{\text{тк}} = q(1 - T_0/T_2). \quad (1.28)$$

Потери работоспособности в результате совершения неравновесного процесса, в котором температура изменилась от  $T_1$  до  $T_2$ , составит

$$\Delta l = l_{\text{max1}} - l_{\text{max2}} = q(1 - T_0/T_1 - 1 + T_0/T_2) = q(T_0/T_2 - T_0/T_1).$$

С другой стороны,  $\Delta l = T_0\Delta s_{\text{нт}}$ . Приравняв правые части приведенных формул, получим

$$\Delta s_{\text{нт}} = q(1/T_2 - 1/T_1),$$

откуда видно, что величина  $\Delta s_{\text{нт}}$  тем больше, чем больше отличаются друг от друга значения  $T_1$  и  $T_2$ . При совершении сложных процессов, сопровождающихся и изменениями объема, и теплообменом, величину  $\Delta s_{\text{н}}$  находят суммированием:

$$\Delta s_{\text{н}} = \Delta s_{\text{нм}} + \Delta s_{\text{нт}}.$$

Обращая внимание на формулы (1.27) и (1.28), можно сделать вывод о том, что ценность теплоты зависит только от температуры, при которой она подводится или отводится, и чем ближе эта температура к температуре  $T_0$ , тем меньшую долю теплоты можно преобразовать в работу. При  $T = T_0$  тепловая энергия совсем не обладает запасом работоспособности, т.е. полностью деградирует.

Величину  $(1 - T_0/T)$ , которая показывает, какая доля теплоты при температуре  $T$  может быть трансформирована в работу в реальных условиях, называют *коэффициентом качества теплоты*. Анализ, в котором учитывается качество теплоты и потери работоспособности, называют *эксергетическим анализом*. Результаты такого анализа всегда являются более точными и информативными, чем при обычном энергетическом анализе. Для примера определим эксергетический коэффициент эффективности холодильных машин:

$$\varepsilon_{ex} = \frac{q_1}{|l_{ц}|} \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right) = \varepsilon \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right).$$

Поскольку  $T_1$  и  $T_0$  различаются незначительно, то  $\text{abs}(1 - T_0/T_1) \ll 1$  и поэтому всегда  $\varepsilon_{ex} < 1$ . Если не учитывать качества теплоты, получим трудно воспринимаемый результат  $\varepsilon > 1$ .

## 1.3. ТЕРМОДИНАМИКА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

### 1.3.1. Реальные газы

С точки зрения молекулярно-кинетической теории, твердая, жидкая и газообразные фазы вещества различаются в основном плотностью компоновки молекул и расстояниями между ними. Чем ближе молекулы друг к другу, тем плотнее вещество.

К реальным газам относят любые конкретные газы (кислород, водород и т.д.) или их смеси, которые находятся в таких состояниях, когда расстояния между молекулами сравнительно малы и поэтому заметно проявляются силы межмолекулярного взаимодействия, объем самих молекул соизмерим с объемом пространства, занимаемым этим газом.

Непрерывность газообразных и жидких состояний вещества опытным путем впервые была обнаружена Т. Эндрюсом (1869), который сжимал изотермически углекислый газ при разных его тем-

пературах. Было установлено, что при достаточно высоких температурах  $T$ , больших некоторой  $T_{кр}$ , сжижение газа вообще невозможно (рис. 1.27, изотерма  $T_1$ ) и чем выше  $T$ , тем точнее состояния газа описываются уравнением Клапейрона — Менделеева. При  $T < T_{кр}$  в процессе изотермического сжатия сначала растут давление и плотность газа, но при достижении некоторого давления (его называют давлением насыщения  $p_n$ ) рост давления прекращается, возникают центры конденсации, в которых выделяется жидкость. Возникает двухфазная смесь, по мере сжатия которой доля жидкости растет до тех пор, пока не завершится полная конденсация газа (изотермы  $T_2$  и  $T_3$  на рис. 1.27). Интенсивность этих процессов уменьшается с уменьшением температуры  $T$ , но сами они протекают идентично.

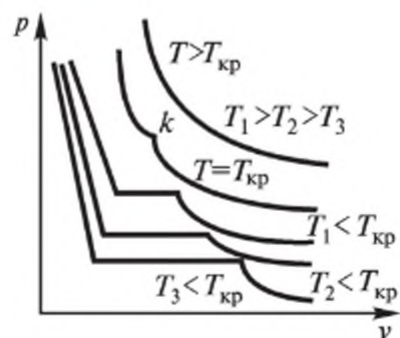
Основную проблему составляет определение уравнения состояния реальных газов, ибо наличие такого уравнения позволяет определять значения различных частных производных, необходимые при расчете теплоемкостей, энтропии, энтальпии и других термодинамических характеристик. В общем случае такое уравнение должно описывать состояния вещества в любой его фазе, однако обычно удовлетворяются описанием жидкого и газообразного состояний.

Простейшим и исторически одним из первых таких уравнений является уравнение Ван-дер-Ваальса (1873), полученное автором аналитически на основании молекулярно-кинетической теории:

$$(p + a/v^2)(v - b) = RT,$$

где  $a/v^2$  — добавочное давление, возникающее из-за силового взаимодействия между молекулами;  $a$  и  $b$  — некоторые константы, определяемые экспериментально для каждого конкретного газа, причем величина  $b$  характеризует суммарный объем самих молекул. Относительно параметра  $v$  это уравнение является полным кубическим уравнением и в зависимости от величины параметров  $p$  и  $T$  может давать различные решения. Графически эти решения можно интерпретировать сеткой изотерм на диаграмме  $p-v$ , которые удовлетворительно соответствуют Эндриусовским изотермам в области газа и жидкости.

Уравнение Ван-дер-Ваальса лишь в первом приближении описывает состояния реального газа и неприменимо для



Р и с. 1.27. Диаграмма Эндриуса

практических расчетов из-за недостаточной точности получаемых результатов. Поэтому физиками для этой цели были предложены все более сложные уравнения, отличающиеся разной степенью универсальности и числом экспериментально определяемых констант. В начале прошлого века была, наконец, понята бесперспективность этого направления и предложено (а затем и стандартизировано) уравнение состояния в виде

$$pv = zRT, \quad (1.29)$$

где  $z$  называют общим коэффициентом сжимаемости, показывающим, насколько состояния реального газа отличаются от состояний идеального газа при тех же условиях.

Величина  $z$  зависит от особенностей состояния газа и задается обычно для каждого конкретного газа в виде функции  $z = f(p, T)$ . Характер этой зависимости определяют опытным путем, исследуя сжимаемость газа в простых процессах. Для технических расчетов используют обычно специальные таблицы, приводимые в справочной литературе [11] и позволяющие определить значение  $z$  по заданным величинам  $p$  и  $T$ . Для этой же цели используют обобщенную графическую зависимость в безразмерных координатах, отражающую суть термодинамического подобия. Для наиболее распространенных рабочих тел (воздух и его компоненты, вода и водяной пар и др.) требуются более точные расчеты. В этом случае величину  $z$  описывают полиномом с вириальными коэффициентами:

$$z = 1 + A_1/v + A_2/v^2 + A_3/v^3 + \dots,$$

где величины  $A_1, A_2, A_3, \dots$  сами являются полиномами:

$$A_1 = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + \dots; \quad A_2 = b_0 + b_1T + b_2T^2 + b_3T^3 + \dots$$

Значения коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, b_2, \dots$  рассчитывают на основании экспериментальных сведений о сжимаемости газа или жидкости в простых процессах. Степени полиномов получаются достаточно высокими (6...14), поэтому и обработку опытных данных, и расчеты по уравнению (1.29) ведут с помощью ЭВМ, для чего разработаны специальные программы.

При ручных расчетах уравнение (1.29) невозможно точно реализовать, учитывая сложность расчета величины  $z$ . Для многих задач это можно сделать только методом последовательных приближений, принимая в качестве первого приближения  $z = 1$ . Поэтому на практике широко используют другие формы представления за-

висимости (1.29) — в виде специальных таблиц состояний или особых диаграмм, с которыми познакомимся при более подробном изучении свойств воды и водяного пара и процессов с ними.

### 1.3.2. Термические коэффициенты и связь между ними

Во многих случаях проводить широкие исследования и составлять уравнение состояния для отдельных веществ нет необходимости, поскольку на практике с этими веществами реализуются только один или два частных термодинамических процесса. Поэтому опытным путем определяют только значения так называемых термических коэффициентов, содержащих значения соответствующих частных производных:

$$\text{коэффициент теплового расширения } \alpha = \frac{1}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p ;$$

$$\text{коэффициент изотермического сжатия } \beta_t = -\frac{1}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T ;$$

$$\text{коэффициент адиабатической сжимаемости } \beta_s = -\frac{1}{v_0} \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_s ;$$

$$\text{коэффициент давления } \gamma = \frac{1}{p_0} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v .$$

Например, чтобы определить изменение объема газа или жидкости при изобарном нагревании от  $T_1$  до  $T_2$ , достаточно, проинтегрировав формулу для  $\alpha$ , рассчитать  $v_2 - v_1 = \alpha v_0 (T_2 - T_1)$ .

Таким образом, система термических коэффициентов адекватно заменяет уравнение состояния при расчетах частных процессов.

Между термическими коэффициентами существует однозначная связь, которую нетрудно установить. Из уравнения состояния  $f(p, v, T)$  следует, что  $p = f(v, T)$ . Полный дифференциал этой функции

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T dv + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dT. \quad (1.30)$$

Для процесса при  $p = \text{const}$  величина  $dp = 0$ , тогда формула (1.30) примет вид

$$0 = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T d_p v + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v d_p T \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = 0,$$

откуда после простейших преобразований получим уравнение состояния в дифференциальной форме

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = -1.$$

Значения производных выразим через величины термических коэффициентов

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{1}{\beta_t v_0}, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \alpha v_0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = \frac{1}{\gamma p_0}$$

и подставим в предыдущую формулу:

$$-\frac{1}{\beta_t v_0} \alpha v_0 \frac{1}{\gamma p_0} = -1.$$

После сокращения подобных членов получим искомую связь:

$$\gamma = \frac{\alpha}{\beta_t} \frac{1}{p_0}.$$

Можно доказать, что величины  $\beta_t$  и  $\beta_S$  связаны зависимостью

$$\beta_t = k\beta_S.$$

Таким образом, для полного описания свойств рабочего тела при совершении им простых термодинамических процессов достаточно определить опытным путем только два термических коэффициента и значение величины  $k$ .

### 1.3.3. Состояния и свойства воды и водяного пара

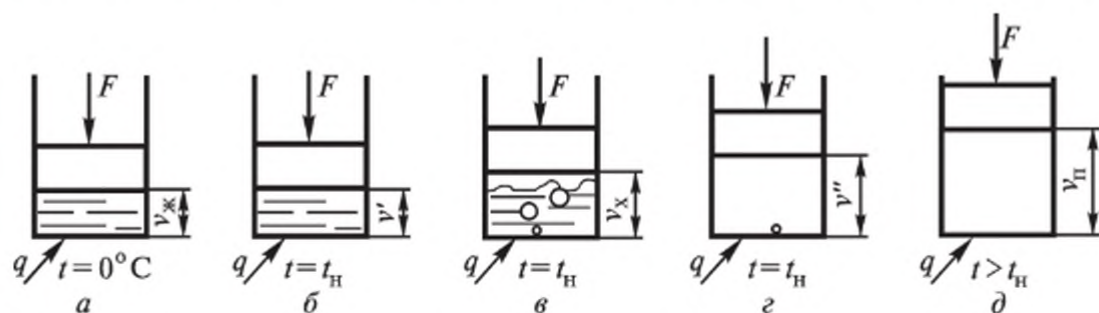
Воду и водяной пар очень широко используют в качестве рабочего тела в современных энергетических и технологических промышленных установках.

Переход жидкости в пар называют *парообразованием*, обратный переход (пара в жидкость) — *конденсацией*. Парообразование с от-

крытой поверхности называют *испарением*. В неограниченном пространстве в результате испарения вся жидкость может превратиться в пар. Если же парообразование происходит в закрытом сосуде, то вылетающие из жидкости молекулы постепенно заполняют пространство над ней, при этом некоторая часть из них в результате хаотического движения вновь возвращается в жидкость. С течением времени число молекул над жидкостью увеличивается и в конце концов наступает состояние динамического равновесия: сколько молекул вылетает из жидкости в паровое пространство, столько же молекул возвращается назад в жидкость. В таком состоянии пар имеет наибольшую при данной температуре плотность и его называют насыщенным. При изменении температуры равновесие сначала нарушается, но постепенно снова восстанавливается, только уже при других давлении и плотности пара. Если к жидкости интенсивно подводится теплота, то парообразование происходит не только с поверхности, но и внутри жидкости и сопровождается выделением пузырьков пара. Это называют *кипением*. Над поверхностью кипящей жидкости находится насыщенный пар. Говорят, что и жидкость, и пар в этом случае находятся в состоянии насыщения.

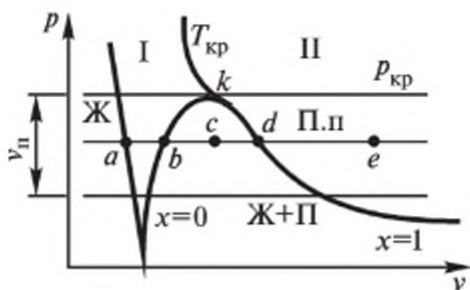
С особенностями различных состояний воды и пара удобно познакомиться, проследив процесс изобарного нагревания 1 кг воды при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$  сначала до кипения, затем до полного превращения в пар с последующим перегревом пара. На рис. 1.28 показаны последовательно (слева направо) пять специфических состояний, представляющих наибольший интерес.

Рисунок 1.28, *a* отражает состояние воды при  $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и некотором зафиксированном давлении  $p$ . Удельный объем воды в таком состоянии обозначим  $v_{\text{ж}}$ . Изобразим это состояние на диаграмме  $p-v$  точкой *a* (рис. 1.29). При подводе теплоты  $q$  температура и объем воды будут увеличиваться. Увеличение  $v_{\text{ж}}$  определяется степенью нагрева и величиной коэффициента теплового рас-



Р и с. 1.28. Нагрев воды, парообразование и перегрев пара





Р и с. 1.29. Диаграмма  $p-v$  воды и пара

ширения  $\Delta v = \alpha v_0(T - T_0)$ , где  $v_0$  — удельный объем воды при нормальных условиях ( $t = 0$  °С,  $p_0 = 1,01310$  Па). По мере нагрева воды точка  $a$  на диаграмме  $p-v$  будет смещаться вправо. На рис. 1.28,  $b$  зафиксировано состояние, когда температура воды достигла температуры насыщения и начинается процесс кипения. Все параметры такого состояния принято отмечать штрихом:  $v'$ ,  $h'$ ,  $s'$ .

На диаграмме  $p-v$  состояние насыщения обозначено точкой  $b$ .

Если продолжить подвод теплоты, в результате кипения часть воды превратится в пар и под поршнем окажутся в равновесном состоянии вода и пар. При кипении подводимая теплота частично расходуется на дисгрегацию молекул и повышение их энергии (скрытая теплота парообразования), а другая часть трансформируется в работу расширения пара. В промышленных условиях при кипении воды всегда получается механическая смесь воды и насыщенного пара, которую называют влажным паром.

Двухфазное состояние показано на рис. 1.28,  $в$ . На диаграмме это состояние отражено точкой  $c$ . По мере выкипания жидкости объем паровой фазы возрастает и точка  $c$  смещается вправо. Влажный пар может содержать много воды и мало пара или наоборот. Для однозначного описания этого состояния дополнительно используют параметр, называемый степенью сухости, представляющий собой массовую долю насыщенного пара в смеси:

$$x = m_{\text{п}} / (m_{\text{п}} + m_{\text{в}}),$$

где  $m_{\text{п}}$  и  $m_{\text{в}}$  — масса пара и воды. Ясно, что величина  $x$  может меняться в пределах 0...1. Значение  $x = 0$  соответствует воде в момент насыщения.

На рис. 1.28,  $г$  показано состояние, когда выкипает последняя капля воды и цилиндр заполнен насыщенным паром. Пар при температуре  $t_{\text{п}}$ , не содержащий в себе влаги, называют сухим насыщенным. Параметры такого пара отмечают двумя штрихами:  $v''$ ,  $h''$ ,  $s''$ . На диаграмме это состояние отражено точкой  $d$ . Степень сухости сухого насыщенного пара  $x = 1$ .

Если и дальше подводить теплоту, то температура и объем пара будут увеличиваться. Такой пар, температура которого больше, чем температура насыщения при заданном давлении, называют пере-

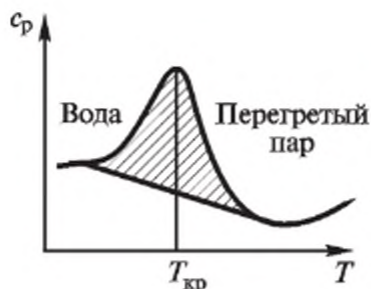
гретым. На рис. 1.28,  $d$  показано состояние перегретого пара. На диаграмме  $p-v$  ему соответствует точка  $e$ . По мере подвода теплоты увеличиваются степень перегрева  $\Delta t = t - t_{\text{н}}$  и объем пара, и точка  $e$  перемещается вправо.

Если повторить описанный опыт при более высоком давлении, то в результате сжимаемости жидкости и пара точки  $a$ ,  $b$  и  $d$  сместятся влево. Смещение точки  $b$  определяется двумя факторами: из-за сжимаемости воды она сместилась бы влево, но одновременно из-за повышения давления возрастает и температура насыщения, а значит, увеличивается тепловое расширение жидкости. В результате суммарный эффект сводится к смещению точки  $b$  вправо. Если повторять опыт при более низком давлении, то эффекты поменяют знак.

Соединив точки  $a$ ,  $b$  и  $d$  однофазных состояний, на диаграмме  $p-v$  (см. рис. 1.29) получим пограничные кривые, разделяющие отдельные зоны фазовых состояний. Левее линии точки  $a$  находится область равновесного существования воды и льда. Между линиями точек  $a$  и  $b$  находится область состояний жидкости. Область между верхней и нижней пограничными кривыми (так называют линии точек  $b$  и  $d$ ) соответствует состояниям влажного пара, а область правее линии  $x = 1$  — состояниям перегретого пара.

Опыты подтверждают, что при некотором достаточно высоком давлении (его называют критическим) свойства воды и пара становятся одинаковыми, исчезают физические различия между жидким и газообразным состояниями вещества. Такое состояние называют критическим состоянием вещества (точка  $k$  на рис. 1.29). Если через точку  $k$  проведем критическую изобару и критическую изотерму, то на диаграмме выделятся еще две области: сверхкритических состояний воды (область I) и сверхкритических состояний перегретого пара (область II). Переход от жидкости к перегретому пару при  $p > p_{\text{кр}}$  сопровождается скачкообразным изменением свойств вещества без образования двухфазных смесей. При этом, когда  $T$  достигает величины  $T_{\text{кр}}$ , возникает критическое состояние, а при дальнейшем нагреве — перегретый пар сверхкритических параметров. Такие переходы называют *фазовыми переходами второго рода*. Приобретая все большее практическое значение, эти переходы во многом еще ждут своих внимательных исследователей.

Установлено в частности (рис. 1.30), что при фазовых переходах второго рода по мере приближения температуры воды к критическому значению заметно возрастает ее теплоемкость. Вода как бы аккумулирует энергию, необходимую для отрыва молекул друг от



Р и с. 1.30. Изменение теплоемкости воды и пара при фазовом переходе второго рода

друга и перехода их в газообразное состояние. При достижении  $T_{кр}$  возникает критическое состояние, а при дальнейшем нагреве образуется перегретый пар, теплоемкость которого по мере роста температуры достаточно быстро уменьшается до обычных значений. Заштрихованная на графике  $c_p = f(T)$  площадка в определенном масштабе отражает то количество теплоты, которое необходимо подвести, чтобы вода превратилась в пар. Численно эта величина достаточно близка теплоте парообразования  $r$ .

### 1.3.4 Определение параметров воды и пара

Состояние воды и пара описывают стандартным уравнением состояния реальных газов  $pv = zRT$ , но для повышения точности все состояния разделены на ряд областей и для каждой такой области, используя опытные данные о сжимаемости, находят свои полиномы с вириальными коэффициентами. Как уже отмечалось, использовать такое уравнение для практических расчетов неудобно из-за большой сложности (даже при наличии ЭВМ), поэтому на его основе составлены специальные таблицы [12], в которых наряду с данными о соотношениях между параметрами  $p$ ,  $v$  и  $T$  приведены значения энтальпии  $h$  и энтропии  $s$  для этих состояний. Для расчета этих величин используют экспериментальные сведения о теплоемкостях воды и пара, теплоте парообразования  $r$ .

Количество теплоты, которое необходимо подвести к 1 кг жидкости, чтобы нагреть ее до температуры  $t$ , называют *теплотой жидкости*. Из-за малой сжимаемости воды теплота жидкости практически равна ее энтальпии:

$$q_{ж} = h = c_{pm ж} \Big|_0^t t.$$

Состоянию насыщения соответствует наибольшая теплота жидкости

$$q_{ж} = h = c_{pm ж} \Big|_0^{t_{н}} t_{н}.$$

Энтальпия сухого насыщенного пара превышает энтальпию  $h'$  на величину теплоты парообразования  $r$ , т. е.  $h'' = h' + r$ .

Энтальпию перегретого пара находят с помощью численного интегрирования по формуле

$$h = h'' + \int_{t_n}^t c_p dt.$$

Энтропию воды и перегретого пара рассчитывают, также прибегая к численному вычислению интегралов:

$$s = \int_{T_0}^T c_p \frac{dT}{T} - \int_{p_0}^p \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp,$$

где значение частной производной находят с помощью уравнения состояния  $pv = zRT$ . Изменение энтропии за процесс парообразования  $\Delta s = r/T_n$ , значит, величины  $s'$  и  $s''$  связаны между собой соотношением  $s'' = s' + r/T_n$ .

Параметры влажного пара рассчитывают, используя свойство аддитивности. Например,  $h_x = h_b + h_n = (1-x)h' + xh''$ . Аналогично  $v_x = (1-x)v' + xv''$ ,  $s_x = (1-x)s' + xs''$ . Величины  $v'$ ,  $v''$ ,  $h'$ ,  $h''$ ,  $s'$  и  $s''$  приводят в таблицах насыщенных состояний (таблицах насыщения), которые строят или по аргументу  $p_n$  или по аргументу  $t_n$  (табл. 1.1).

Таблица 1.1. Параметры воды и пара на линии насыщения (по давлениям)

$p_n$ , МПа	$t_n$ , °С	$v' \cdot 10^3$ , м <sup>3</sup> /кг	$v''$ , м <sup>3</sup> /кг	$h'$ , кДж/кг	$r$ , кДж/кг	$h''$ , кДж/кг	$s'$ , кДж/(кг·К)	$s''$ , кДж/(кг·К)
0,10	99,6	104	1,696	417,5	2674	2257	1,3026	7,3579
0,12	105	104	1,430	439,3	2683	2243	1,3610	7,3972
0,16	113	105	1,092	475,4	2696	2220	1,4550	7,2017

Параметры воды и перегретого пара приводят в таблицах с двумя аргументами —  $p$  и  $t$ . В соответствие этим величинам приводятся значения  $v$ ,  $t$  и  $s$ . Таблица 1.2 иллюстрирует фрагмент такой таблицы.

Таблица 1.2. Параметры перегретого пара

$p$ , МПа		$t$ , °С			
		220	240	260	280
0,6	$v$	0,3688	0,3855	0,4019	0,4181
	$h$	2891	2933	2975	3017
	$s$	7,051	7,135	7,215	7,292

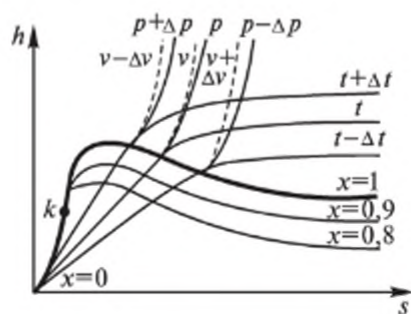
$p$ , МПа		$t$ , °С			
		220	240	260	280
0,8	$v$	0,2739	0,2867	0,2993	0,3118
	$h$	2883	2926	2969	3011
	$s$	6,905	6,9091	7,073	7,151
1,0	$v$	0,2169	0,2274	0,2377	0,2478
	$h$	2874	2918	2962	3005
	$s$	6,788	6,877	6,961	7,040

### 1.3.5. Диаграмма $h-s$ воды и пара

В целях упрощения решения многих практических задач в 1904 г. немецким теплофизиком Р. Молье была предложена специальная диаграмма, на которой в координатах  $h-s$  графически отображаются сведения, приводимые в таблицах состояний. Упрощенный вид такой диаграммы приведен на рис. 1.31. Если в координатах  $h-s$  по значениям  $h'$  и  $s'$ ,  $h''$  и  $s''$ , взятым из таблицы насыщения, нанести соответствующие точки и объединить их плавными кривыми, получим две линии, которые называют соответственно верхней (при  $x = 1$ ) и нижней (при  $x = 0$ ) пограничными кривыми. Как и на диаграмме  $p-v$ , область, заключенная между этими кривыми, — это область влажного пара. Область, лежащая выше линии  $x = 1$ , соответствует перегретому пару. Область воды стягивается практически в линию  $x = 0$ , поскольку вода практически несжимаема.

Если в таблице перегретого пара выбрать некоторую температуру  $t$  и для нее по значениям  $h$  и  $s$  при разных  $p$  нанести на диаграмму соответствующие точки, то, соединив их, получим изображение изотермы. Совершенно аналогично можно построить и другие изотермы, получив в результате сетку изотерм. На рис. 1.31 ради упрощения приведены лишь три изотермы: при температурах  $t$ ,  $t + \Delta t$  и  $t - \Delta t$ .

Если выбрать некоторое давление  $p$  и по табличным значениям  $h$  и  $s$  при разных  $t$  нанести соответствующие точки и соединить их, получим изображение изобары. Изображая изо-



Р и с. 1.31. Диаграмма  $h-s$  воды и пара

бары для различных значений  $p$ , получим на диаграмме  $h-s$  другую сетку — сетку изобар (на рис. 1.31 их только три). Таким же способом получают и сетку изохор, хотя это и требует более кропотливой работы с таблицей состояний.

Эти изолинии строят и в области влажного пара, для чего сначала рассчитывают величины  $h_x$  и  $s_x$  при фиксированном давлении  $p_n$  или температуре  $t_n$  и различных значениях  $x$ . Поскольку величины  $p_n$  и  $t_n$  однозначно связаны между собой, то изобары и изотермы в области влажного пара совпадают. В этой области наносится еще одна сетка — сетка линий равной сухости  $x$ .

Чтобы выявить характер основных кривых, из первого закона термодинамики  $dh = Tds + vdp$  выразим значение производной  $dh/ds$  и проанализируем ее величину:

$$dh/ds = T + vdp/ds. \quad (1.31)$$

В процессах при  $p = \text{const}$  производная  $dp/ds$  равна нулю и тогда угловой коэффициент, выражаемый производной  $(\partial h/\partial s)_p$ , будет

$$(\partial h/\partial s)_p = T. \quad (1.32)$$

Таким образом, в области перегретого пара изобара — это кривая, имеющая выпуклость вправо, ибо только тогда по мере роста  $T$  будет расти и величина производной  $(\partial h/\partial s)_p$ . В области влажного пара  $T = T_n$  и угловой коэффициент изобары (или изотермы) есть постоянная величина  $(\partial h/\partial s)_p = T_n$ . Это говорит о том, что в области влажного пара изотермы-изобары представляют собой прямые линии, которые проходят тем круче, чем больше  $T_n$  (или  $p_n$ ). При  $T = T_{кр}$  значение производной  $(\partial h/\partial s)_p$  не равно нулю, а равно  $T_{кр}$ . Значит, на диаграмме  $h-s$  точка  $k$  не лежит на максимуме.

В процессах при  $v = \text{const}$  формула (1.31) принимает вид

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v = T + v\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v.$$

Заменим здесь частную производную  $(\partial p/\partial s)_v$  с помощью дифференциального соотношения производной  $(\partial T/\partial v)_s$ , тогда

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v = T - v\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s.$$

Адиабатное расширение любого газа всегда сопровождается уменьшением внутренней энергии и температуры, т.е. всегда  $(\partial T/\partial v)_s < 0$ . Значит,  $(\partial h/\partial s)_v > T$  или, учитывая (1.32),

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v > \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p$$

Как видим, изохора на диаграмме  $h-s$  всегда проходит круче, чем изобара, что облегчает распознавание этих изолиний на диаграмме.

Наличие сеток и надписей на изолиниях позволяет достаточно просто по любым двум заданным параметрам определить точку на диаграмме (как точку пересечения соответствующих изолиний), а следовательно, найти остальные параметры этого состояния. Применение достаточно подробных и крупномасштабных диаграмм гарантирует высокую точность определения параметров. Как правило, нижняя часть, соответствующая очень влажному пару, на таких диаграммах не приводится.

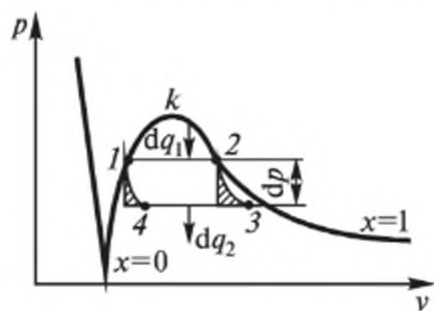
### 1.3.6. Уравнение Клапейрона — Клаузиуса

Уравнение Клапейрона—Клаузиуса устанавливает связь между температурой и теплотой фазового перехода. Получим его для перехода жидкость — пар. Для этого рассмотрим элементарно малый цикл Карно, в котором подвод и отвод теплоты осуществляются в результате кипения воды и конденсации насыщенного пара. На рис. 1.32 приведено изображение такого цикла на диаграмме  $p-v$  воды и пара. В процессе 1—2 подводится теплота  $q_1 = r$ . С достаточной точностью можно определить работу за цикл:

$$l_{\text{ц}} = F_{\text{ц}} = dp_{\text{н}}(v'' - v')$$

(при этом считаем, что заштрихованные фигуры равны; это очень близко к действительности, когда речь идет об очень малой величине разницы давлений  $dp_{\text{н}}$ ). Величину термического КПД можно рассчитать, как для любого цикла, по формуле

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{dp_{\text{н}}(v'' - v')}{r}$$



Р и с. 1.32. Элементарно малый цикл Карно

С другой стороны, эту же величину рассчитаем, как для цикла Карно, через температуры подвода и отвода теплоты,

заменяя для элементарно малого цикла разницу  $T_2 - T_1$  элементарно малой величиной  $dT_H$ :

$$\eta_r = 1 - T_2/T_1 = (T_1 - T_2)/T_1 = dT_H/T_H.$$

Приравняв правые части полученных формул для  $\eta_r$ , найдем

$$\frac{dT_H}{T_H} = \frac{dp_H (v'' - v')}{r}, \text{ или } r = T_H (v'' - v') \frac{dp_H}{dT_H}.$$

Уравнение Клапейрона — Клаузиуса в аналогичном виде можно получить и для других фазовых переходов (плавление, сублимация). Обычно оно служит для проверки достоверности, «увязки» полученных опытных данных. При высоких давлениях с помощью этого уравнения рассчитывают величину  $v''$ , поскольку опытное ее определение в этом случае затруднительно.

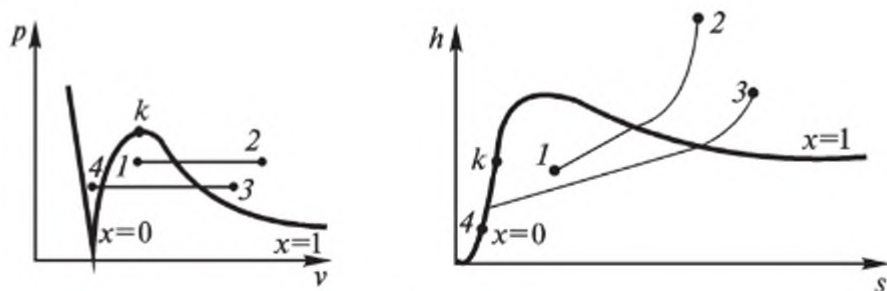
### 1.3.7. Расчет процессов с водой и паром

Прежде чем рассчитывать характеристики таких процессов, необходимо с помощью таблиц или диаграммы  $h-s$  определить агрегатные состояния и все числовые значения параметров начала и конца процесса.

Если в начале или в конце процесса пар влажный, следует определить, если это не задано, величину  $x_1$  или  $x_2$ .

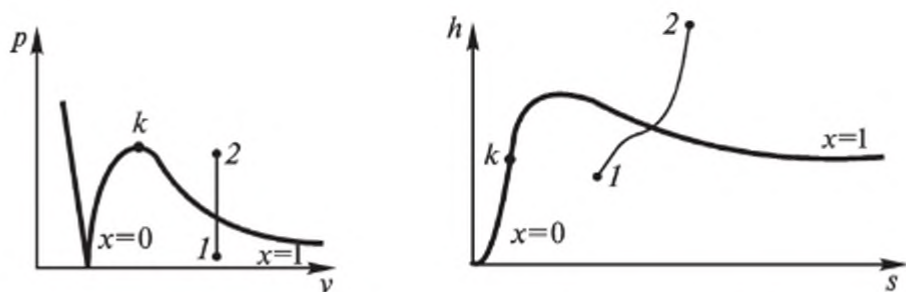
На рис. 1.33 приведено изображение различных изобарных процессов на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$ . Работу за процесс находим интегрированием:

$$l_p = \int_1^2 p dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1).$$



Р и с. 1.33. Изобарные процессы на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$





Р и с. 1.34. Изохорный процесс на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$

Количество теплоты за процесс равно разнице энтальпий:  $q_p = h_2 - h_1$ . Чтобы определить изменение внутренней энергии  $\Delta u$  за процесс, запишем сначала соотношение  $u = h - pv$ , которое непосредственно следует из определения энтальпии  $h = u + pv$ . Тогда

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - p_2 v_2) - (h_1 - p_1 v_1) = (h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

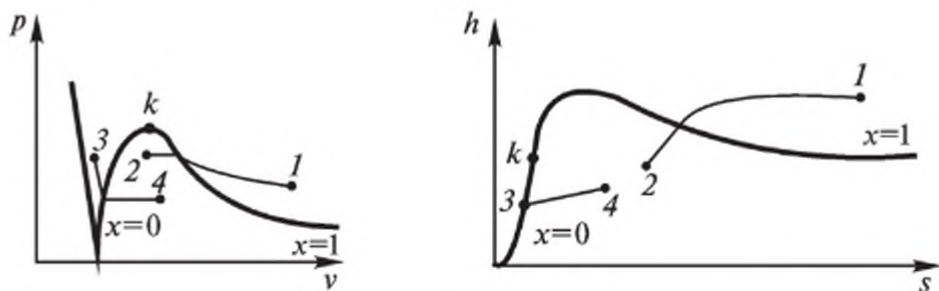
Подчеркнем, что полученная формула справедлива для любого процесса с водой и паром.

На рис. 1.34 приведено изображение изохорного процесса на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$ . В таком процессе работа  $l_v$  не совершается. В соответствии с первым законом термодинамики будем иметь  $q_v = \Delta u$ , где величину  $\Delta u$  можно рассчитать по приведенной выше формуле.

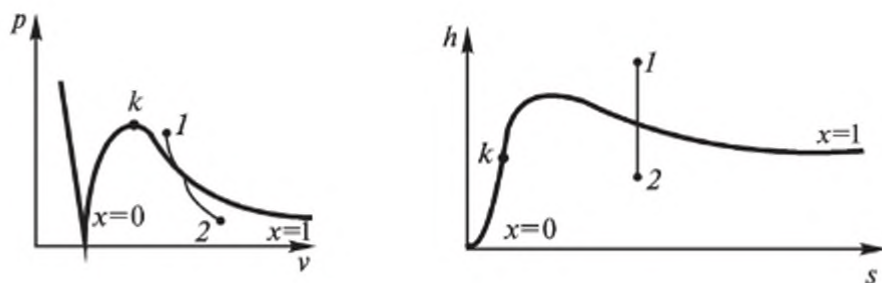
На рис. 1.35 изображены типичные изотермические процессы, где количество теплоты за процесс определяют интегрированием известного выражения для  $q$ :

$$q_T = \int_1^2 T ds = T_{1,2} (s_2 - s_1).$$

Величину  $\Delta u$  рассчитывают по приведенной ранее формуле, а работу за процесс находят, используя уравнение первого закона термодинамики:



Р и с. 1.35. Изотермические процессы на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$



Р и с. 1.36. Адиабатный процесс на диаграммах  $p-v$  и  $h-s$

$$l_T = q_T - \Delta u.$$

Адиабатный процесс изображен на рис. 1.36. В таком процессе внешний теплообмен отсутствует, т.е.  $q = 0$ , поэтому работу за процесс находят по формуле  $l_s = -\Delta u$ , которая вытекает из первого закона термодинамики с учетом особенностей этого процесса. В первом приближении адиабатный процесс с водяным паром можно рассчитывать так же, как рассчитывают его для идеального газа. Значение показателя адиабаты в этом случае для перегретого пара принимают равным 1,31, а для влажного пара (при  $x > 0,8$ ) — 1,13.

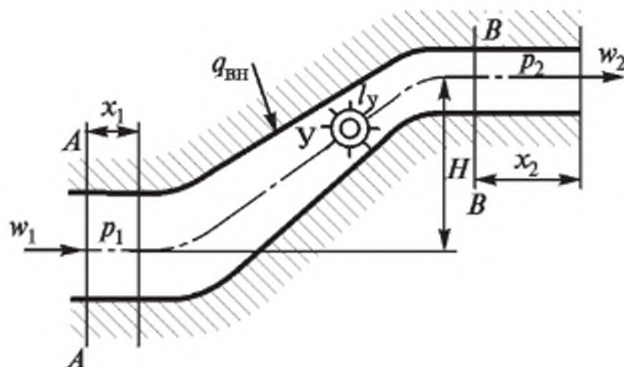
## 1.4. ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗОВОГО ПОТОКА

### 1.4.1. Первый закон термодинамики для потока газа

Во многих технических устройствах преобразования энергии осуществляются в движущемся газе при течении его в открытой системе. Полученные ранее основные выводы и заключения справедливы и для таких случаев, но специальное рассмотрение с учетом всех особенностей явления позволяет установить взаимосвязь между параметрами газа, характеристиками процесса и скоростью течения газа.

Рассмотрим течение газа в канале произвольной формы (рис. 1.37), внутри которого имеется некое механическое устройство  $У$ , способное совершать работу (турбина,  $l_y > 0$ ) или подводить (компрессор,  $l_y < 0$ ) механическую энергию к газу. Будем рассматривать установившиеся режимы течения, при которых массовый расход  $M$  в любом сечении канала одинаков и не меняется со временем:

$$M = w_i F_i \rho_i = w_i F_i / v_i = \text{const.}$$



Р и с. 1.37. Течение газа в канале

где  $w_i$ ,  $v_i$ ,  $F_i$  — скорость, удельный объем газа, площадь сечения канала в любом конкретном месте. Сечениями  $A-A$  и  $B-B$  выделим мысленно 1 кг газа, как бы превращая открытую систему в некоторую закрытую, перемещающуюся в пространстве по направлению движения газа и изменяющую при этом свое состояние из-за изменения объема системы и в результате внешнего теплообмена.

Пусть за время  $\Delta t$  выделенный объем газа переместится так, что сечения  $A-A$  и  $B-B$  переместятся на  $x_1$  и  $x_2$  соответственно, а центр масс газа переместится на величину  $\Delta H$ . Для выделенного газа, как и для любой термодинамической системы, можно записать известное выражение первого закона термодинамики:

$$du = dq - dl. \quad (1.33)$$

Здесь  $dq$  и  $dl$  — сложные суммарные эффекты, содержащие ряд составляющих. Теплота  $dq$  складывается из внешнего теплообмена и выделения теплоты в результате преодоления внутреннего трения:

$$dq = dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}}.$$

Работа  $dl$  складывается из работы, затрачиваемой на перемещение (проталкивание) выделенного объема вдоль по каналу, на изменение (в данном примере — увеличение) потенциальной и кинетической энергии газа, на преодоление внутреннего трения и совершение (будем рассматривать этот случай) механической работы на механическом устройстве  $dl_y$ :

$$dl = dl_{\text{прот}} + dl_{\text{п}} + dl_{\text{к}} + dl_{\text{тр}} + dl_y.$$

Величину  $dl_{\text{прот}}$  определим как сумму работ, совершаемых при перемещении сечений  $A-A$  и  $B-B$ , учитывая при этом принятое правило: считать работу положительной тогда, когда направление

действия силы и направление перемещения совпадают, и отрицательной, когда они противоположны (как для сечения  $A-A$ ):

$$l_{\text{прот}} = l_{AA} + l_{BB} = -p_1 F_1 x_1 + p_2 F_2 x_2 = p_2 v_2 - p_1 v_1 = pv \Big|_1^2.$$

Следовательно, для элементарно малого процесса можно записать, что  $dl_{\text{прот}} = d(pv)$ , поскольку интегрирование такого выражения приводит к предыдущей формуле.

Составляющие  $dl_k$  и  $dl_n$  определяются величинами изменений соответствующих видов энергии:

$$dl_k = dE_k = d(mw^2/2) = d(1 \cdot w^2/2) = wdw;$$

$$dl_n = dE_n = d(mgH) = d(1 \cdot gH) = gdH.$$

Подставим теперь в формулу (1.33) значения полученных выше составляющих  $dq$  и  $dl$ :

$$du = dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}} - d(pv) - gdH - wdw - dl_{\text{тр}} - dl_y.$$

Поскольку работа трения практически полностью трансформируется в теплоту ( $dq_{\text{тр}} \approx dl_{\text{тр}}$ ), то слагаемые  $dq_{\text{тр}}$  и  $dl_{\text{тр}}$  взаимно уничтожаются, и после переноса величины  $d(pv)$  в левую часть можно записать

$$du + d(pv) = dq_{\text{вн}} - gdH - wdw - dl_y,$$

или

$$d(u + pv) = dq_{\text{вн}} - gdH - wdw - dl_y$$

и окончательно, учитывая, что  $u + pv = h$ ,

$$dh = dq_{\text{вн}} - wdw - gdH - dl_y.$$

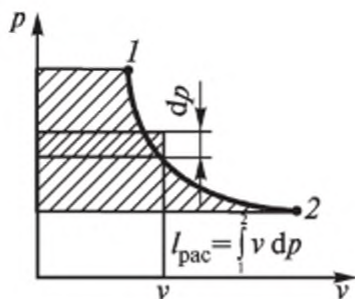
Таким образом, получено выражение первого закона термодинамики в тепловой форме, широко используемое для анализа течений.

Величину  $dh$  можно определить и по-другому:

$$dh = Tds + vdp,$$

где  $Tds = dq = dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}}$ . Тогда полученное выше уравнение первого закона для потока газа можно записать в следующей форме:

$$dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}} + vdp = dq_{\text{вн}} - wdw - gdH - dl_y$$



Р и с. 1.38. Располагаемая работа

или, заменив  $dq_{тр}$  на  $dl_{тр}$ ,

$$vdp = -wdw - gdH - dl_{тр} - dl_y.$$

Получено выражение первого закона термодинамики для потока газа в механической форме, которое часто называют *уравнением Бернулли*.

Для горизонтальных каналов ( $dH = 0$ ) при отсутствии трения ( $dl_{тр} = 0$ ) и механических устройств ( $dl_y = 0$ ) получим

$$vdp = -wdw,$$

откуда интегрированием найдем известную формулу Бернулли для несжимаемой жидкости (при  $v = \text{const}$ ):

$$v(p_2 - p_1) = w^2/2.$$

Величину  $\int_1^2 vdp$  называют *располагаемой работой потока*, по-

скольку именно такое количество механической работы можно получить на выходе из канала, если направить поток в соответствующее техническое устройство (турбину), где энергия потока трансформируется в работу на валу машины. На диаграмме  $p-v$  располагаемая работа определяется площадью, расположенной слева от кривой, изображающей процесс истечения (рис. 1.38).

#### 1.4.2. Анализ адиабатных течений

В абсолютном большинстве практических случаев количество теплоты, которое получает (или отдает) 1 кг газа при протекании через канал в результате внешнего теплообмена, несоизмеримо меньше энтальпии газа. Поэтому величиной  $dq_{вн}$  почти всегда можно пренебрегать. Как правило, пренебрегают и изменением потенциальной энергии из-за относительной малости этой величины. Во многих случаях, когда канал имеет простую геометрическую форму, хорошо обработанные, гладкие поверхности, можно пренебрегать и работой трения. В этом случае формулы первого закона термодинамики значительно упрощаются:

$$dh = -wdw \text{ и } vdp = -wdw. \quad (1.34)$$

Из (1.34) видно, что с разгоном потока ( $dw > 0$ ) давление газа в нем уменьшается ( $dp < 0$ ), уменьшается его энтальпия ( $dh < 0$ ), и поскольку для идеального газа  $dh = c_p dT$ , уменьшается и его температура. С учетом критерия устойчивости ( $(\partial p / \partial v)_s < 0$ ) запишем, что при этом  $dv > 0$ . При торможении газа ( $dw < 0$ ) все эффекты меняют знак:

$$dp > 0, \quad dT > 0, \quad dv < 0.$$

Процессы течения в координатах  $h-s$  изображают отрезками адиабат (рис. 1.39). Разгон газа сопровождается уменьшением энтальпии, следовательно, это процесс, направленный по вертикали вниз; процесс торможения, наоборот, направлен снизу вверх, поскольку энтальпия газа растет.

При наличии трения энергия потока расходуется и на разгон газа, и на преодоление трения. Формулы первого закона для этого случая:

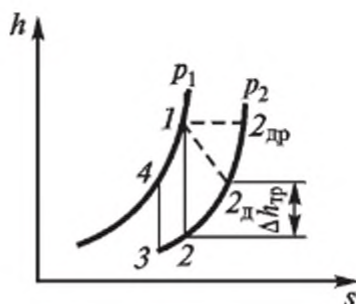
$$dh = -wdw - dl_{\text{тр}} \quad \text{и} \quad vdp = -wdw - dl_{\text{тр}}.$$

Понятно, что из-за трения действительная скорость газа  $w_d$  будет меньше, чем теоретическая  $w_t$  (без учета трения). Величину  $\varphi = w_d/w_t$  называют *коэффициентом скорости*. Она характеризует степень качества канала, уровень потерь на трение в нем.

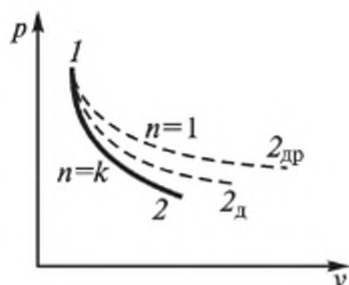
Ссылаясь на предыдущие формулы, величины  $dh$  и  $dp$  можно представить двумя слагаемыми:

$$dh = dh_{\text{движ}} + dh_{\text{тр}} \quad \text{и} \quad dp = (-wdw - dl_{\text{тр}})/v = dp_{\text{обр}} + dp_{\text{необр}}$$

и говорить, что располагаемый теплоперепад  $\Delta h_p = h_1 - h_2$  расходуется частично на разгон газа, частично — на преодоление трения, причем  $\Delta h_{\text{тр}} = \Delta q_{\text{тр}}$ . Величину  $\Delta h_d = \Delta h_p - \Delta h_{\text{тр}}$  называют *действительным теплоперепадом*  $\Delta h_d = h_1 - h_{2д}$ . Аналогично заключаем, что располагаемый перепад давлений  $dp$  включает перепад обратимого процесса и перепад, необходимый для преодоления трения  $dp_{\text{необр}}$ . При наличии трения за счет  $dq_{\text{тр}}$  увеличивается энтропия газа, поэтому процесс такого течения, если его изобразить условно, будет отклоняться вправо от вертикали (см. процесс  $1-2_d$ ). Отклонение будет тем больше, чем больше  $q_{\text{тр}}$ . В предельном случае, когда канал имеет очень большое гидравлическое сопротивление, весь располагаемый теплоперепад расходуется на преодоление трения и разгона газа не происходит. В этом случае говорят о дросселировании (процесс  $1-2_{др}$ ).



Р и с. 1.39. Процессы течения на диаграмме  $h-s$



Р и с. 1.40. Процессы течения на диаграмме  $p-v$

На диаграмме  $p-v$  изобразим сначала предельные случаи течения (рис. 1.40). Поток без трения изобразится как обычная адиабата. Для идеального газа при дросселировании можем записать:

$$dh = c_p dT = 0,$$

откуда следует  $dT = 0$  и  $T = \text{const}$ . Значит, другой предельный случай — дросселирование — изобразится в виде изотермы. Все промежуточные процессы с трением будут лежать между этими кривыми и их можно принимать за политропные процессы с  $1 < n < k$ .

Приравняв левые части упрощенных уравнений первого закона термодинамики для потока (формулы (1.34)), поскольку равны их правые части, можем записать:  $v dp = dh$ . Если проинтегрировать эту формулу, учитывая, что

$$\int_1^2 v dp = -l_{\text{рас}} \quad \text{и} \quad \int_1^2 dh = h_2 - h_1,$$

получим

$$-l_{\text{рас}} = h_2 - h_1 \quad \text{или} \quad l_{\text{прот}} < 0.$$

При течении без трения  $s_1 = s_2$ , тогда изменение эксергии газа при течении в канале определится такой же разницей энтальпий:

$$\Delta e = e_2 - e_1 = (h_2 - T_0 s_2) - (h_1 - T_0 s_1) = h_2 - h_1.$$

Сопоставление двух предыдущих формул позволяет записать следующее важное соотношение, справедливое для обратимых процессов течения:  $l_{\text{рас}} = l_{\text{ад}} - l_{\text{прот}}$ . Оно означает, что в процессах адиабатного расширения без трения (при разгоне потока) вся распола-

гаемая работа получается за счет уменьшения эксергии. В процессах торможения без трения (при работе осевых компрессоров, например) вся затрачиваемая на разгон газа техническая работа идет на увеличение эксергии.

При наличии трения потери работоспособности от необратимости определяют, как и в общем случае, по формуле  $\Delta l = T_0 \Delta s_{\text{ит}}$ , где для потока газа  $\Delta s_{\text{ит}} = s_2 - s_1$ . Тогда общие потери эксергии при течении с трением будут определяться суммой

$$\Delta e = \Delta l = \Delta l_{\text{обр}} + \Delta l_{\text{необр}} = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1).$$

Чтобы облегчить и упростить эксергический анализ процессов и аппаратов, пользуются специальной диаграммой  $e-h$ , на которой, как и на диаграмме  $h-s$ , нанесены сетки изобар, изотерм, изохор и линий равной сухости. Такие диаграммы для отдельных индивидуальных веществ приведены в специальной технической литературе, например в [9].

### 1.4.3. Скорость истечения и расход газа

Проинтегрируем правую и левую части известного уравнения  $dh = -w dw$ . Тогда получим

$$\int_{h_1}^{h_2} dh = - \int_{w_1}^{w_2} w dw,$$

откуда найдем

$$h \Big|_{h_1}^{h_2} = - \frac{w^2}{2} \Big|_{w_1}^{w_2}; \quad h_2 - h_1 = - \frac{w_2^2}{2} + \frac{w_1^2}{2};$$

$$w_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + w_1^2}.$$

Полученная формула для  $w_2$  особенно удобна для расчетов скорости истечения пара, когда величины  $h_1$  и  $h_2$  определяются с помощью диаграммы  $h-s$ . Как правило, в большинстве технических устройств первоначальная скорость  $w_1$  настолько мала, что ею можно пренебрегать. Для идеального газа эту формулу можно записать еще и так:

$$w_2 = \sqrt{2c_p(T_1 - T_2)}.$$



Чтобы определить зависимость скорости от параметров  $p$  и  $v$  газа, проинтегрируем другое уравнение первого закона термодинамики для газового потока  $vdp = -w dw$ :

$$\int_1^2 v dp = - \int_{w_1}^{w_2} w dw = -\frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2). \quad (1.35)$$

Подынтегральное выражение первого интеграла заменим, воспользовавшись уравнением адиабаты  $pv^k = \text{const}$ . Прологарифмируем, а затем продифференцируем это уравнение, определив тем самым связь между соответствующими частными дифференциалами

$$\ln p + k \ln v = \ln \text{const}; \quad \frac{d_s p}{p} + k \frac{d_s v}{v} = 0,$$

откуда

$$v d_s p = -k p d_s v,$$

значит, для адиабатного процесса

$$\int_1^2 v dp = -k \int_1^2 p dv \quad \text{или} \quad l_{\text{рас}} = k l_{\text{ад}}.$$

Мы обнаружили, что располагаемая работа  $l_{\text{рас}}$  в  $k$  раз больше работы адиабатного расширения  $l_{\text{ад}}$ . Разница между этими работами равна работе проталкивания, взятой с обратным знаком. Действительно,

$$l_{\text{рас}} - l_{\text{ад}} = l_{\text{ад}}(k - 1),$$

где величину  $l_{\text{ад}}$  рассчитываем по формуле работы политропного процесса при  $n = k$ :

$$l_{\text{ад}} = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (1.36)$$

Тогда

$$l_{\text{рас}} - l_{\text{ад}} = \frac{k-1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) = -l_{\text{прот}},$$

значит,  $l_{\text{рас}} = l_{\text{ад}} - l_{\text{прот}}$ , а  $l_{\text{прот}} < 0$ , поскольку на проталкивание газа работа всегда затрачивается.

Вернемся к формуле (1.35), переписав ее так:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = - \int_1^2 v dp = k \int_1^2 p dv = k l_{ад}.$$

Подставим теперь значение  $l_{ад}$  по формуле (1.36):

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2),$$

откуда найдем

$$w_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) + w_1^2}.$$

Обычно полученную формулу преобразуют следующим образом:

$$w_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}\right) + w_1^2} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right) \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{k}}\right] + w_1^2}$$

и окончательно

$$w_2 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] + w_1^2}.$$

Отметим, что перепад давлений  $p_2 - p_1$  теоретически может меняться от нуля до бесконечности. При этом отношение давлений  $p_2/p_1$  меняется в гораздо более узких пределах:  $0 < p_2/p_1 < 1$ , и наибольшему перепаду соответствует  $p_2/p_1 = 0$ . Тогда из полученной формулы видно, что теоретическая максимальная скорость истечения (при бесконечно большом перепаде давлений) имеет конечное значение

$$w_{2\max} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1}.$$

Массовый расход газа определим по уравнению неразрывности, записав его для выходного сечения канала:  $M = F_2 w_2 / v_2$ . Из уравнения адиабаты  $p v^k = \text{const}$  следует, что  $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$ , откуда  $v_2 = v_1 (p_1/p_2)^{1/k}$ .

Подставим теперь в формулу для  $M$  выражения параметров  $w_2$  и  $v_2$  и проведем несложные преобразования:

$$M = F_2 \frac{1}{v_1} \left[ \frac{p_2}{p_1} \right]^{1/k} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} =$$

$$= F_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{2/k} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}.$$

На рис. 1.41 полученные выше зависимости  $w_2$  и  $M$  от величины отношения  $p_2/p_1$  представлены графически, откуда видно, что заметное повышение скорости  $w_2$  имеет место только при  $0,7 < p_2/p_1 < 1$ . Дальнейшее увеличение перепада давлений (это приводит к уменьшению отношения  $p_2/p_1$ ) все меньше увеличивает  $w_2$ . Ниже будет показано, что левые части кривых представляют чисто теоретические зависимости, которые не могут быть получены на практике.

Весь предыдущий анализ проведен без учета трения. При наличии трения, как было показано в предыдущем параграфе, на разгон потока расходуется только действительный теплоперепад  $h_d = h_1 - h_{2д}$ . Проинтегрируем выражение первого закона термодинамики для потока газа в этих пределах:

$$\int_0^{w_{2д}} w dw = - \int_1^{h_{2д}} dh.$$

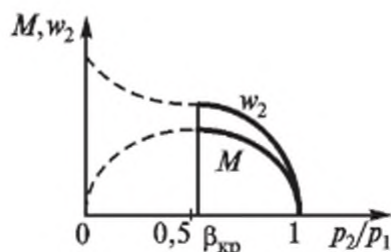
После интегрирования получим

$$w_{2д} = \sqrt{2(h_1 - h_{2д})} = \sqrt{2\Delta h_d}.$$

Затраты энергии на трение зависят от величины коэффициента скорости  $\varphi$ :

$$\Delta h_{тр} = \Delta h_p - \Delta h_d = \left( 1 - \frac{\Delta h_d}{\Delta h_p} \right) \Delta h_p =$$

$$= \left( 1 - \frac{w_{2д}^2}{w_{2т}^2} \right) \Delta h_p = (1 - \varphi^2) \Delta h_p.$$



Р и с. 1.41. Зависимости  $w_2$  и  $M$  от отношения  $p_2/p_1$

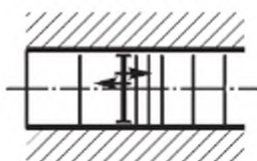
#### 1.4.4. Скорость распространения колебаний давления в газе

Перенос энергии в пространстве возможен не только за счет передвижения массы газа, но и в результате колебаний давления, вызванных колебаниями микрообъемов газа относительно некоторых неподвижных (или движущихся) центров. Пусть, например, внутри равномерного канала (рис. 1.42) расположена жесткая мембрана, совершающая колебательные движения. При резком перемещении ее вправо около мембраны возникает зона уплотнения с повышенным давлением. Сжатый газ будет расширяться, сжимая при этом слои газа, расположенные правее (влево не дает мембрана). В результате вправо от мембраны будет распространяться волна давления. Влево от мембраны при этом пойдет волна разрежения. При постоянных колебаниях мембраны в канале возникнут волновые колебания давления, которые будут переносить вдоль по каналу энергию  $\mathcal{E}$ . В дальнейшем ограничимся рассмотрением только плоских волн, у которых  $\mathcal{E}/F = \text{const}$ . Именно такие волны характерны для газовых каналов.

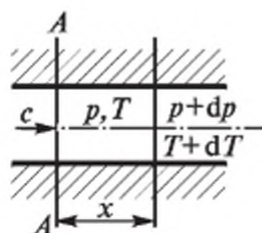
Скорость  $c$  распространения импульса давления вдоль канала найдем, анализируя процесс распространения волны за время  $d\tau$ , гораздо меньшее периода колебаний. В канале с плоской волной (рис. 1.43) выделим мысленно сечение  $A-A$ . За время  $d\tau$  оно как бы переместится с газом на расстояние  $x$ . При этом давление и температура получают соответствующие приращения  $dp$  и  $dT$ , а через выделенное сечение пройдет  $dm$  кг газа:

$$dm = d(c d\tau F \rho) = c F \rho d(d\tau) + c F d\tau d\rho.$$

Величина  $d(d\tau)$  — бесконечно малая второго порядка малости, поэтому первым слагаемым приведенной формулы можно пренебрегать.



Р и с. 1.42. Образование колебаний давления



Р и с. 1.43. Канал с плоской волной

Воспользуемся теперь известной теоремой механики о равенстве количества движения импульсу силы, записав ее для этих  $dm$  кг:

$$dmc = Fdpdt, \text{ или } (cFdt dp)c = Fdpdt.$$

Отсюда найдем

$$c^2 = dp/d\rho.$$

Из формулы видно, что скорость импульса давления зависит как от свойств и состояния газа  $d\rho$ , так и от формы и частоты импульсов  $d\rho$ .

Наиболее простые условия возникают, когда колебания газа малы,  $\Delta\rho \ll \rho$ . Такие колебания в термодинамике называют звуковыми. Они распространяются практически без внутреннего трения, поэтому процесс распространения звуковых колебаний можно считать изоэнтальпическим. Тогда скорость распространения таких колебаний — скорость звука  $a$  в газе — определится частной производной  $a^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$ .

Значение этой производной легко найдем, воспользовавшись уравнением адиабаты  $p\nu^k = \text{const}$  и заменив в нем  $\nu$  на  $1/\rho$ :  $p\rho^{-k} = \text{const}$ . Последовательное логарифмирование и дифференцирование этой формулы позволяет получить

$$\ln p - k \ln \rho = \ln \text{const} \text{ и } dp/p = k d\rho/\rho.$$

Отсюда  $(\partial p / \partial \rho)_s = kp/\rho = kp\nu$  и значит

$$a = \sqrt{kp\nu} = \sqrt{kRT}.$$

Из формулы видно, что скорость звука в газе зависит от вида и состояния газа, но не зависит от частоты колебаний.

Естественно, что колебания давления могут возникать и в движущемся по каналу газе. При этом если волновые колебания распространяются по направлению движения газа, то их скорость равна сумме скоростей  $w + a$  (или  $w + c$ ). Если же колебания давления возникают в устье канала и распространяются в направлении, противоположном движению потока, то распространяться они будут со скоростью  $w - a$ , и чем выше скорость потока, тем больше импульс давления будет сноситься назад и тем с меньшей скоростью он будет распространяться вверх по потоку.

Сложная ситуация возникает, когда скорость потока возрастает до скорости звука. При этом всякая информация о дальнейшем уменьшении давления  $p_2$  не может проникнуть в канал, а значит, и как-то повлиять на скорость газа. Такой поток называют слепым, а течение — критическим. Соответственно отмечают и параметры газа  $p_{кр}$ ,  $v_{кр}$ ,  $T_{кр}$ ,  $h_{кр}$ ,  $s_{кр}$  (не путать с параметрами критического состояния вещества!).

В заключение сформулируем вывод: за счет перепада давлений в равномерных каналах газ можно разогнать только до скорости звука, добиться сверхкритических скоростей невозможно.

### 1.4.5. Связь между скоростью импульса и скоростью звука

При больших амплитудах колебаний давления (а следовательно, и микрообъемов газа) в результате трения выделяется теплота, что приводит к изменению параметров газа, а значит, и скорости распространения импульсов.

Чтобы установить связь между  $c$  и  $a$ , на основании уравнения состояния запишем  $p = f(s, v) = f(s, \rho)$ .

Полный дифференциал такой функции

$$dp = (\partial p / \partial s)_\rho ds + (\partial p / \partial \rho)_s d\rho. \quad (1.37)$$

Производную  $(\partial p / \partial s)_\rho$  заменим, воспользовавшись одним из дифференциальных соотношений, а также используем следующие формулы:

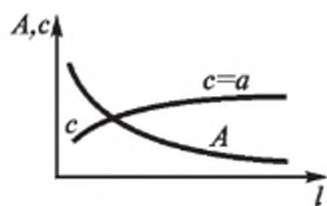
$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho = \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s; \quad ds = \frac{dq_{тр}}{T}; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = a^2; \quad \frac{dp}{d\rho} = c^2.$$

Производную  $(\partial T / \partial v)_s$  найдем, записав уравнение адиабаты в другой форме:  $Tv^{k-1} = \text{const}$  и последовательно логарифмируя и дифференцируя эту формулу:

$$\ln T + (k-1)\ln v = \ln \text{const}; \quad d_s T / T + (k-1)d_s v / v = 0.$$

Отсюда получим

$$\frac{d_s T}{d_s v} = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -(k-1)\frac{T}{v}.$$



Р и с. 1.44. Изменение  $A$  и  $c$  вдоль канала

Если теперь подставить приведенные выше выражения в формулу (1.37), она примет вид

$$c^2 = a^2 + (k-1) \frac{dq_{\text{тр}}}{v dp}.$$

Количество теплоты, выделяющееся за счет трения, всегда невелико, и это не приводит к сколько-нибудь заметному изменению температуры газа. Поэтому процесс распространения колебаний давления можно считать одновременно и изотермическим. В этом случае для идеального газа первый закон термодинамики примет вид

$$0 = dq_{\text{тр}} - p dv,$$

откуда следует (поскольку  $dq_{\text{тр}} > 0$ ), что при течении газа с трением  $dv > 0$ . Но  $dv = d(1/\rho) = -d\rho/\rho^2$ , и значит, при этом  $d\rho < 0$ . Отмечая, что все остальные члены полученной выше формулы для  $c^2$ , а также величина  $k-1$  положительны, приходим к заключению, что  $c^2 < a^2$  и  $c < a$ . При этом уменьшение  $c$  тем больше, чем больше  $dq_{\text{тр}}$ , и это полностью соответствует физическим представлениям о влиянии трения на скорость распространения импульсов.

При движении импульсов вдоль канала амплитуда колебаний  $A$  под влиянием трения постепенно уменьшается (рис. 1.44), значит уменьшается и величина  $dq_{\text{тр}}$ . Следовательно, вдоль по каналу в направлении движения газа скорость импульсов  $c$  постепенно увеличивается и достигает значения  $a$ , когда амплитуда колебаний становится очень малой и колебания становятся звуковыми. На рис. 1.44 показан качественный характер изменения величин  $A$  и  $c$  вдоль достаточно длинного канала при движении в нем импульсов давления.

#### 1.4.6. Связь между скоростью газа и скоростью звука

При изменении скорости газа изменяются параметры его состояния, а значит, изменяется и скорость звука  $a$ . Непосредственную связь между  $w$  и  $a$  можно установить только для идеального газа, учитывая, что в этом случае  $dh = c_p dT$ . Запишем с учетом этого формулу первого закона термодинамики для потока и проинтегрируем ее правую и левую части:

$$c_p dT = -w dw; \int_{T_H}^T c_p dT = - \int_0^w w dw; c_{pm} (T - T_H) = - \frac{w^2}{2},$$

откуда

$$T + \frac{w^2}{2c_{pm}} = T_H. \quad (1.38)$$

Умножим обе части полученной формулы на величину  $kR$  и учтем, что  $kRT = a^2$  и  $kRT_H = a_H^2$ , где  $a_H$  — скорость звука в неподвижном газе.

При неизменных параметрах неподвижного газа величина  $a_H$  остается постоянной. Тогда формула (1.38) примет вид

$$a^2 + \frac{kR}{2c_{pm}} w^2 = a_H^2.$$

Преобразуем множитель при  $w^2/2$  следующим образом:

$$\frac{kR}{c_{pm}} = \frac{k(c_{pm} - c_{vm})}{c_{pm}} = k \frac{c_{pm}}{c_{pm}} - k \frac{c_{vm}}{c_{pm}} = k - 1.$$

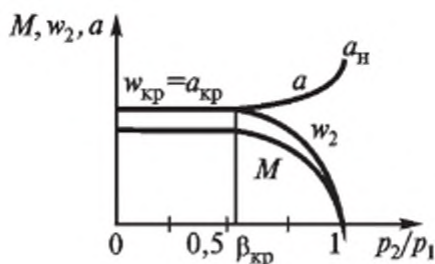
В результате предыдущая формула примет вид

$$a^2 + \frac{k-1}{2} w^2 = a_H^2. \quad (1.39)$$

Полученные формулы представляют собой количественные зависимости между параметрами  $T$  и  $a$  и скоростью течения газа  $w$  в потоке. Температуру  $T_H$  называют еще температурой полного торможения газа (при  $w = 0$   $T = T_H$ ). Из формулы (1.38) следует, что при уменьшении скорости газа на величину  $\Delta w = w_1 - w_2$  (неполное торможение) температура газа увеличится на  $\Delta T = (w_1^2 - w_2^2)/2c_{pm}$ .

Теперь понятно, почему датчики для измерения температуры движущегося газа делают обтекаемой формы. Такая форма существенно уменьшает торможение газа этим датчиком, и дополнительная погрешность  $\Delta T$  от уменьшения скорости на  $\Delta w$  получается минимальной. Формула (1.39) показывает, что с разгоном потока величина  $a$  уменьшается (и наоборот — при торможении растет). Это наглядно представлено на рис. 1.45.





Р и с. 1.45. Изменения  $w_2$ ,  $M$  и  $a$  при изменении отношения давлений  $p_2/p_1$

По мере увеличения перепада давлений (уменьшения отношения  $p_1/p_2$  при постоянстве  $p_1$ ) растет скорость потока  $w$ , а скорость звука  $a$  при этом уменьшается. При некотором значении отношения  $p_2/p_1 = \beta_{кр}$  эти величины становятся равными друг другу:  $w_{кр} = a_{кр}$ . Поток становится слепым, наступает кризис течения и никаких изменений  $w$ ,  $M$  и  $a$  при дальнейшем уменьшении  $p_2/p_1$  не происходит.

Формула (1.39) позволяет определить критические параметры потока. Запишем ее для этого случая, учитывая, что  $w_{кр} = a_{кр}$ :

$$a_{кр}^2 + \frac{k-1}{2} a_{кр}^2 = a_n^2,$$

откуда

$$a_{кр}^2 \left(1 + \frac{k-1}{2}\right) = a_n^2, \text{ или } \left(\frac{a_{кр}}{a_n}\right)^2 = \frac{2}{k+1}.$$

Для идеального двухатомного газа  $k = 1,41$ , тогда  $a_{кр} = 0,915 a_n$ .

Заменим в полученной формуле значения  $a_{кр}$  и  $a_n$  соответствующими выражениями

$$\left(\frac{\sqrt{kRT_{кр}}}{\sqrt{kRT_n}}\right)^2 = \frac{2}{k+1}, \text{ или } \frac{T_{кр}}{T_n} = \frac{2}{k+1}.$$

При  $k = 1,41$  по полученной формуле найдем  $T_{кр} = 0,834 T_n$ .

Воспользуемся связью между параметрами для адиабаты в следующей форме:  $p_1/p_2 = (T_1/T_2)^{k/(k-1)}$ . Для нашего случая получим

$$\frac{p_{кр}}{p_n} = \left(\frac{T_{кр}}{T_n}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \text{ или } \frac{p_{кр}}{p_n} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

При  $k = 1,41$  получим  $p_{кр} = 0,528 p_n$  или  $\beta_{кр} = 0,528$ . При течении водяного пара показатель адиабаты  $k = 1,31$  для перегретого и  $k = 1,13$  для влажного пара. В среднем принимают  $k = 1,29$ , и тогда  $\beta_{кр} = p_{кр}/p_n = 0,546$ .

### 1.4.7. Влияние формы канала на скорость газа

Выше рассматривалось в основном влияние перепада давлений  $\Delta p = p_1 - p_2$  на скорость потока и параметры газа в нем при течении в каналах с постоянным проходным сечением. Выявим теперь, как будет влиять изменение сечения вдоль по каналу на эти же характеристики при неизменном перепаде давлений  $p_1 - p_2$ . Ради упрощения влиянием трения будем пренебрегать, поэтому любые получаемые ниже зависимости будут относиться к изоэнтропным процессам.

Как уже отмечалось, для любого сечения канала при установившемся режиме течения справедливо уравнение неразрывности

$$M = wF\rho = \text{const.}$$

Приведем это уравнение к дифференциальной форме, логарифмируя, а затем дифференцируя его:

$$\begin{aligned} \ln w + \ln F + \ln \rho &= \ln \text{const}, \\ \text{или } dw/w + dF/F + d\rho/\rho &= 0. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Уравнение первого закона термодинамики для потока газа  $w dp = -w dw$  перепишем в виде

$$w^2 dw/w + dp/\rho = 0. \quad (1.41)$$

Умножим теперь обе части формулы (1.40) на  $a^2 = (dp/d\rho)_s = d_s p/d_s \rho$ . Получим

$$a^2 \frac{dw}{w} + a^2 \frac{dF}{F} + \frac{d\rho}{\rho} \frac{d_s p}{d_s \rho} = 0$$

и вычтем из полученного результата почленно формулу (1.41):

$$\frac{dw}{w} (a^2 - w^2) + a^2 \frac{dF}{F} = 0.$$

Отсюда

$$\frac{dw}{w} = - \frac{\frac{dF}{F}}{1 - \frac{w^2}{a^2}} = - \frac{\frac{dF}{F}}{1 - \text{Ma}^2}, \quad (1.42)$$

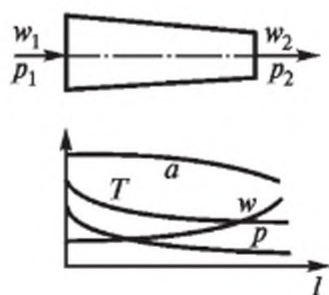
где  $Ma = w/a$  называют числом Маха — Маевского. Полученная формула позволяет проанализировать влияние формы канала на изменение скорости газа.

Равномерно суживающийся канал называют конфузуром или суживающимся соплом (рис. 1.46). У такого канала  $dF/F < 0$ , тогда при дозвуковых течениях ( $w < a$ ,  $Ma < 1$ ,  $(1 - Ma^2) > 0$ ) на основании формулы (1.42) получим  $dw/w > 0$ . Это означает, что поток разгоняется, при этом  $dT < 0$ ,  $dp < 0$ , что и показано графически на том же рисунке.

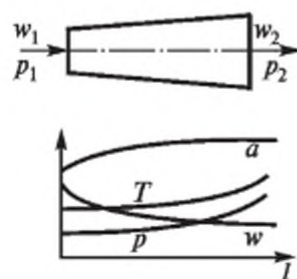
Если начальная скорость газа  $w$  превышает скорость звука  $a$ , то течение в сопле будет сверхзвуковым. При этом  $w > a$  и  $(1 - Ma^2) < 0$ . Тогда все выявленные эффекты меняют свой знак на противоположный ( $dw < 0$ ,  $dp > 0$ ,  $dT > 0$ ,  $da > 0$ ). Изменение характера течения при переходе через скорость звука называют *принципом обращения воздействия*.

Равномерно расширяющийся канал называют диффузором (рис. 1.47). У диффузора  $dF/F > 0$ . Тогда при дозвуковом режиме, когда  $(1 - Ma^2) > 0$ , из формулы (1.42) получим  $dw/w < 0$ , т.е. в таком канале при дозвуковом режиме происходит торможение газа. При этом давление газа возрастает ( $dp > 0$ ), увеличиваются температура и скорость звука, уменьшается удельный объем газа. При сверхзвуковых режимах, когда  $w > a$  и  $(1 - Ma^2) < 0$ , все эффекты изменяют знак, и в диффузоре будет происходить разгон потока. Значит, в диффузоре при дозвуковых режимах располагаемая работа трансформируется в эксергию газа, при этом увеличиваются значения параметров состояния  $p$  и  $T$ . При сверхзвуковых режимах эта работа затрачивается на разгон газа и его эксергия, параметры  $p$  и  $T$  уменьшаются.

Из формулы (1.42) следует, что при  $w = a$  величина  $dw/w$  стремится к бесконечности, и это не имеет физического смысла. Физи-



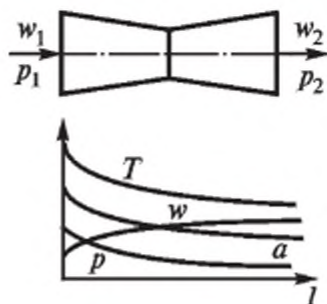
Р и с. 1.46. Дозвуковое течение газа в суживающемся сопле



Р и с. 1.47. Дозвуковое течение газа в диффузоре

чески допустимый результат тогда возможен только при  $dF/F = 0$ , поскольку формула (1.42) дает при этом неопределенность.

Последовательное соединение конфузора и диффузора называют соплом Лавалю в честь шведского инженера, предложившего в 1881 г. такую конструкцию (рис. 1.48). В минимальном сечении такого сопла  $dF/F = 0$ , и если перепад давлений  $p_1 - p_2$  больше критического ( $p_2/p_1 < \beta_{кр}$ ), то в критическом сечении скорость  $w$  достигает скорости звука  $a$ . Тогда диффузорная часть сопла работает при сверхкритических режимах и разгон потока продолжается. Соответствующим образом изменяются параметры газа. Сопло Лавалю — это практически единственное техническое устройство, позволяющее разогнать поток пара или газа до сверхзвуковых скоростей. Оно широко используется в современных паровых и газовых турбинах. Еще раз подчеркнем: сопло Лавалю дает эффект только при  $p_2/p_1 < \beta_{кр}$ . В противном случае диффузорная часть будет не разгонять, а тормозить поток. Подробная методика расчета сопла Лавалю и особенности режимов его работы приведены в [6—8].



Р и с. 1.48. Течение газа в сопле Лавалю

### 1.4.8. Дифференциальный и интегральный дроссель-эффекты

Как было отмечено ранее, при дросселировании  $dh = 0$  и  $dw = 0$ . Из формулы первого закона термодинамики

$$vdp = -w dw - dl_{тр}.$$

Учитывая, что  $dl_{тр} > 0$ , приходим к заключению, что при дросселировании  $d_h p < 0$ . На основании критерия устойчивости  $(\partial p / \partial v) < 0$ , значит, при дросселировании  $d_h v > 0$ . Изменение температуры газа при дросселировании зависит от свойств и состояния газа. О величине этого изменения судят по значениям дифференциального дроссель-эффекта  $\alpha_d$ . Так называют частную производную  $(\partial T / \partial p)$ :  $\alpha_d = (\partial T / \partial p)_h$ .

Если учитывать знак величины  $d_h p$ , то понятно, что при положительной величине  $\alpha_d$  температура газа уменьшается ( $d_h T < 0$ ), если же  $\alpha_d < 0$ , то  $d_h T > 0$ , т.е. температура газа растет. Изменение температуры газа при дросселировании объясняется двумя эффек-

тами. При прохождении через дроссельное сечение газ, теряя энергию на преодоление трения, подвергается практически адиабатному расширению сразу же за этим дросселирующим сечением, поскольку там он попадает в среду с гораздо более низким давлением. От этого температура газа уменьшается. С другой стороны, в процессе преодоления дросселирующего сечения работа трения трансформируется в теплоту и она нагревает газ. Суммарный эффект, как отмечалось выше, может приводить или к охлаждению, или к нагреванию газа. Возможна и полная компенсация обоих эффектов, когда температура газа остается неизменной и  $\alpha_d = 0$ .

Изменение температуры в процессе дросселирования газа от давления  $p_1$  до давления  $p_2$  называют *интегральным дроссель-эффектом*:

$$\Delta T = \int_{p_2}^{p_1} \alpha_d dp = \alpha_d(p_1 - p_2).$$

Чтобы определить зависимость  $\alpha_d$  от состояния и свойств газа, запишем первый закон термодинамики в форме  $dh = cdT + vdp$ , откуда видно, что  $h$  является функцией двух переменных:  $h = f(T, p)$ . Полный дифференциал этой функции

$$dh = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp.$$

В процессах дросселирования  $dh = 0$  и из приведенной формулы, если учесть, что  $(\partial h / \partial T)_p = c_p$ , получим

$$\alpha_d = \frac{d_h T}{d_h p} = - \frac{\left( \frac{\partial h}{\partial p} \right)_T}{c_p}. \quad (1.43)$$

Значение производной  $(\partial h / \partial p)_T$  найдем, записав формулу первого закона термодинамики через энтропию:

$$dh = Tds + vdp.$$

В процессах при  $T = \text{const}$  все дифференциалы  $T$  станут частными, и из этой формулы находим

$$\frac{d_T h}{d_T p} = T \frac{d_T s}{d_T p} + v = T \left( \frac{\partial s}{\partial p} \right)_T + v.$$

Воспользуемся теперь одним из дифференциальных соотношений термодинамики и заменим производную  $(\partial s/\partial p)_T$  производной  $(\partial v/\partial T)_p$ . С учетом приведенных выше соотношений формула (1.43) примет вид

$$\alpha_d = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p}.$$

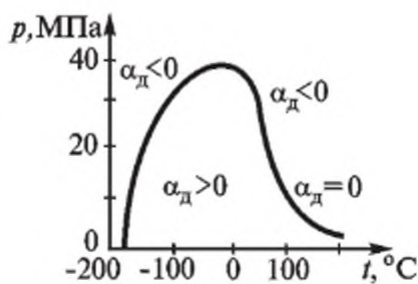
Из формулы видно, что величина  $\alpha_d$  действительно зависит от состояния  $(T, v)$  и свойств газа  $(\partial v/\partial T)_p$  и  $c_p$ . В зависимости от соотношения величин, составляющих числитель, величина  $\alpha_d$  может принимать положительные или отрицательные значения, а при  $v = (\partial v/\partial T)_p T$  получим  $\alpha_d = 0$ . Состояния, при которых  $\alpha_d$ , меняя знак, принимает значение  $\alpha_d = 0$ , называют *точкой инверсии*. На диаграмме  $p-t$  такие точки дают линию инверсии (на рис. 1.49 приведена кривая инверсии для азота).

Отметим, что при дросселировании идеального газа изменения температуры не происходит. Записав  $pv = RT$ , найдем  $v = RT/p$  и  $(\partial v/\partial T)_p = R/p$ . Тогда

$$\alpha_d = (RT/p - v)/c_p = (v - v)/c_p = 0,$$

поэтому кривую инверсии называют еще линией идеальных газовых состояний.

При дросселировании водяного пара интегральный дроссель-эффект легко определить с помощью диаграммы  $h-s$ . Для этого по известным параметрам  $p_1$  и  $T_1$  находят точку на диаграмме. Далее проводят горизонталь (при дросселировании  $h = \text{const}$ ) до пересечения с изобарой, соответствующей давлению  $p_2$ , определяя тем самым положение точки  $2_{др}$ , что позволяет найти и температуру  $T_2$ . В результате дросселирования эксергия пара уменьшается.



Р и с. 1.49. Кривая инверсии азота

## 1.5. СМЕСИ И СМЕШИВАНИЕ ГАЗОВ

### 1.5.1. Газовые смеси

В качестве рабочего тела во многих случаях используют не чистые газы, а их механические смеси, такие, как воздух, продукты сгорания и др. В таких смесях химические реакции между составляющими смесь газами отсутствуют, а каждый газ ведет себя так, как будто он один занимает весь объем сосуда: молекулы его рассеиваются равномерно в пространстве и создают свое, называемое *парциальным*, давление  $p_i$  на стенки сосуда. Если смесь находится в равновесном состоянии, температура всех газов одинакова и равна температуре смеси  $T_{см}$ . Масса смеси равна сумме масс компонентов; давление смеси по *закону Дальтона* равно сумме парциальных давлений:

$$m_{см} = \sum_{i=1}^n m_i; \quad p_{см} = \sum_{i=1}^n p_i,$$

где  $n$  — число компонент, составляющих смесь.

Свойства смеси зависят от ее состава, который можно задавать различными способами. Наиболее простой и удобный — задание массового состава, т.е. для каждого газа задается его массовая доля в смеси:

$$g_i = m_i / \sum_{i=1}^n m_i; \quad \sum_{i=1}^n g_i = 1.$$

*Мольной долей* называют отношение числа киломолей данного газа к числу киломолей всей смеси:

$$y_i = Z_i / \sum_{i=1}^n Z_i,$$

где  $Z_i = m_i / \mu_i$ ,  $\mu_i$  — молекулярная масса  $i$ -й компоненты.

Величину  $\mu_{см} = \sum_{i=1}^n m_i / \sum_{i=1}^n Z_i$  называют *кажущейся молекулярной массой* смеси. Часто состав смеси задают объемными долями

$r_i = V_i / \sum_{i=1}^n V_i$ , где  $V_i$  — парциальный объем  $i$ -й компоненты, т. е. такой объем, который занимал бы данный газ, если бы его давление было не  $p_i$ , а  $p_{\text{см}}$  (при той же температуре  $T_{\text{см}}$ ),  $\sum_{i=1}^n V_i = V_{\text{см}}$ .

Для действительного состояния связь между параметрами определяется уравнением  $p_i V_{\text{см}} = m_i R_i T_{\text{см}}$ , а для условного —  $p_{\text{см}} V_i = m_i R_i T_{\text{см}}$ . Из равенства правых частей этих уравнений следует  $p_i V_{\text{см}} = p_{\text{см}} V_i$ , откуда находим две важные формулы:

$$V_i = v_{\text{см}} p_i / p_{\text{см}} \quad \text{и} \quad p_i = p_{\text{см}} V_i / V_{\text{см}} = p_{\text{см}} r_i$$

Важно знать соотношения между величинами  $g_i$ ,  $y_i$  и  $r_i$ . Чтобы найти эти соотношения, проведем следующие простые преобразования, не требующие дополнительных пояснений:

$$y_i = \frac{Z_i}{Z_{\text{см}}} = \frac{Z_i \cdot 22,4}{Z_{\text{см}} \cdot 22,4} = \frac{V_{i \text{ н у}}}{V_{\text{см н у}}} = \frac{m_i R_i T_0 p_0}{p_0 m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_0} = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} \frac{R_i}{R_{\text{см}}} = g_i \frac{R_i}{R_{\text{см}}}$$

Здесь 22,4 — объем 1 кмоль любого газа при нормальных условиях, м<sup>3</sup> (по закону Авогадро именно таким объемом обладает большинство газов, хотя бывают и небольшие отклонения). Объемная доля

$$r_i = \frac{V_i}{V_{\text{см}}} = \frac{m_i R_i T_{\text{см}} p_{\text{см}}}{p_{\text{см}} m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}} = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} \frac{R_i}{R_{\text{см}}} = g_i \frac{R_i}{R_{\text{см}}}$$

Поскольку правые части полученных формул одинаковы, можно сделать заключение, что мольные доли равны объемным:  $y_i = r_i$ . Еще одно соотношение получим так:

$$y_i = \frac{Z_i}{Z_{\text{см}}} = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i} = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i} = g_i \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i}$$

Заменив  $y_i$  на  $r_i$ , запишем его по-другому:  $r_i \mu_i = g_i \mu_{\text{см}}$  и просуммируем полученные формулы для всех  $n$  компонент смеси. В результате будем иметь

$$\sum_{i=1}^n r_i \mu_i = \mu_{\text{см}} \sum_{i=1}^n g_i \quad \text{или} \quad \mu_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n r_i \mu_i, \quad \text{поскольку} \quad \sum_{i=1}^n g_i = 1.$$



На основании свойства аддитивности для расчета теплоемкостей смеси можно записать следующие формулы:

$$c_{p\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i c_{pi} \quad \text{и} \quad c_{v\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi}.$$

Величину газовой постоянной находят аналогично:

$$R_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n g_i R_i$$

или же, как и для любого газа, через универсальную газовую постоянную по формуле  $R_{\text{см}} = 8314/\mu_{\text{см}}$ .

### 1.5.2. Смешивание газов

Во многих технических устройствах происходит смешивание разных газов, находящихся при различных давлениях и температурах. Рассмотрим подробнее два наиболее типичных способа смешивания.

1. Смешивание газов путем объединения отдельных объемов. Пусть имеется  $n$  разных газов, находящихся в отдельных сосудах объемами  $V_1, V_2, \dots$  (рис. 1.50). Параметры каждого газа  $p_1, p_2, \dots$  и  $T_1, T_2, \dots$ . Для получения смеси эти объемы объединяют или удалением перегородок, или с помощью коротких трубопроводов достаточно большого сечения. В результате перетекания и диффузии газов через некоторый промежуток времени получается однородная смесь, массу и объем которой можно определить простым суммированием:

$$m_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n m_i; \quad V_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n V_i,$$

где  $m_i = (p_i V_i)/(R_i T_i)$  — масса  $i$ -й компоненты;  $R_i$  — ее газовая постоянная.

При смешивании не совершается внешней работы и не происходит внешнего теплообмена ( $dl = 0, dq = 0$ ), а значит, не изменяется и внутренняя энергия каждого газа ( $du = 0$ ). Поэтому внутренняя энергия смеси будет складываться из внутренней энергии ее компонент, т. е.

$p_1,$	$p_2,$	$p_3,$
$V_1,$	$V_2,$	$V_3,$
$T_1$	$T_2$	$T_3$

Р и с. 1.50. Газы до начала смешивания

$$U_{\text{см}} = \sum_{i=1}^n U_i. \quad (1.44)$$

Здесь  $U_{\text{см}} = m_{\text{см}} c_{v \text{ см}} (T_{\text{см}} - T_0)$  и  $U_i = m_i c_{vi} (T_i - T_0)$ , а  $c_{v \text{ см}} = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi}$ ;

$g_i = m_i / m_{\text{см}}$ ;  $c_{vi}$  — средняя теплоемкость  $i$ -й компоненты в процессах при  $v = \text{const}$ . Подставим приведенные выражения в формулу (1.44). Получим

$$m_{\text{см}} c_{v \text{ см}} T_{\text{см}} (T_{\text{см}} - T_0) = \sum_{i=1}^n m_i c_{vi} (T_i - T_0)$$

и проведем следующие преобразования: разделим обе части на  $m_{\text{см}}$  (при этом в правой части получим  $m_i / m_{\text{см}} = g_i$ ), раскроем скобки и вынесем за знак суммы постоянную величину  $T_0$ :

$$c_{v \text{ см}} T_{\text{см}} - c_{v \text{ см}} T_0 = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi} T_i - T_0 \sum_{i=1}^n g_i c_{vi}.$$

Если учесть, что  $c_{v \text{ см}} = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi}$ , то после приведения подобных

членов формула примет вид  $T_{\text{см}} \sum_{i=1}^n g_i c_{vi} = \sum_{i=1}^n g_i c_{vi} T_i$ , откуда

$$T_{\text{см}} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i c_{vi} T_i}{\sum_{i=1}^n g_i c_{vi}}.$$

Давление смеси найдем из уравнения состояния идеального газа:

$$p_{\text{см}} = m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}} / V_{\text{см}}.$$

Перемешивание газов происходит во многом благодаря диффузии. При этом каждый газ расширяется не совершая внешней работы, теряя часть своей работоспособности. Смешение газов — процесс необратимый, поэтому особый интерес представляет энтропийный анализ, позволяющий найти изменение энтропии от необратимости. Представим мысленно, что образование смеси протекает в два этапа. На первом этапе перегородки между компо-

нентами становятся эластичными и хорошо теплопроводными. Тогда в результате деформаций и теплообмена, протекающих обратимым способом, выравниваются температуры и давления компонент (они станут  $p_{см}$  и  $T_{см}$ ) и изменяются объемы газов. Энтропия такого состояния будет

$$s_{обр} = \sum_{i=1}^n g_i \left( c_{pi} \ln \frac{T_{см}}{T_0} - R_i \ln \frac{p_{см}}{p_0} \right).$$

На втором этапе перегородки убираются. Тогда в результате диффузии произойдет распространение каждого газа по всему объему, и каждая компонента будет иметь параметры  $T_{см}$  и  $p_i = r_i p_{см}$ , где  $r_i$  — объемная доля компоненты. При этом энтропию смеси можно определить как сумму энтропий компонент:

$$\begin{aligned} s_{см} &= \sum_{i=1}^n g_i \left( c_{pi} \ln \frac{T_{см}}{T_0} - R_i \ln \frac{r_i p_{см}}{p_0} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n g_i \left( c_{pi} \ln \frac{T_{см}}{T_0} - R_i \ln \frac{p_{см}}{p_0} \right) + \sum_{i=1}^n R_i g_i \ln \frac{1}{r_i}. \end{aligned}$$

Сопоставив полученные формулы, найдем увеличение энтропии от необратимости:

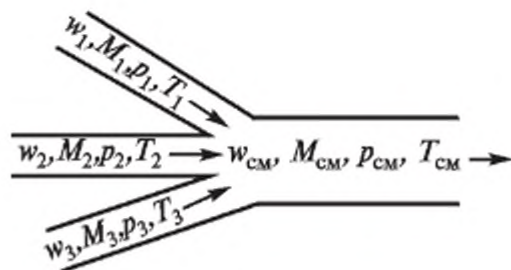
$$\Delta s_{необр} = s_{см} - s_{обр} = \sum_{i=1}^n R_i g_i \ln \frac{1}{r_i},$$

что позволяет легко найти потери работоспособности (эксергии)

$$\Delta l = \Delta e = T_0 \Delta s_{необр}.$$

Если же, например, потребуется разделить смесь на отдельные составляющие, то для этого как минимум потребуется затратить работу  $\Delta l$ .

2. Смешивание газовых потоков — это способ непрерывного получения смесей. Несколько газовых потоков направляют в один выходной канал (рис. 1.51). Пусть через  $i$ -й канал поступает  $M_i$  газа, кг/с, с параметрами  $p_i$  и  $T_i$ . Тогда объемный расход этого потока будет  $G_i = M_i R_i T_i / p_i$ , а скорость  $w_i = G_i / F_i$ . При смешивании потоков скорости газов бывают невысоки и мало различаются меж-



Р и с. 1.51. Смешивание газовых потоков

ду собой. Поэтому разницей скоростей газов можно пренебрегать и считать, что давления  $p_i$  газов практически одинаковы и равны  $p_{см}$ .

При постоянстве давления и отсутствии внешнего теплообмена будет иметь место следующий баланс энтальпий:

$$M_{см} h_{см} = \sum_{i=1}^n M_i h_i.$$

Поскольку для идеального газа  $h = c_{pm}(T - T_0)$ , приведенную формулу можно записать и так:

$$M_{см} c_{pсм} (T_{см} - T_0) = \sum_{i=1}^n M_i c_{pi} (T_i - T_0),$$

где  $M_{см} = \sum_{i=1}^n M_i$ ;  $c_{pi}$  — средняя изобарная теплоемкость  $i$ -й компоненты.

Проводя преобразования, аналогичные предыдущим, получим

$$T_{см} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i c_{pi} T_i}{\sum_{i=1}^n g_i c_{pi}}.$$

Теперь можно найти объемный расход смеси и ее скорость в выходном канале сечением  $F_{вых}$ .

### 1.5.3. Влажный воздух и процессы с ним

Смесь сухого воздуха с водяным паром называют влажным воздухом. При давлениях, близких к атмосферному, и невысоких температурах (до 100...200 °С) влажный воздух отличается от обычных газовых смесей тем, что при изменениях температуры доля пара

может изменяться: происходит или частичная конденсация пара, или дополнительное насыщение паром в результате испарения внешней влаги. Чтобы выявить особенности состояний влажного воздуха, мысленно проведем следующий опыт. В некоторый закрытый объем с сухим воздухом поместим небольшое количество воды (рис. 1.52). В результате ее испарения образуется смесь, которую называют влажным воздухом. Если добавить еще небольшое количество воды, то после испарения концентрация и парциальное давление пара увеличатся. Однако такое будет наблюдаться только до тех пор, пока не наступит динамическое равновесие между паром и жидкостью, т.е. пока пар в смеси не станет насыщенным с давлением  $p_n$ .

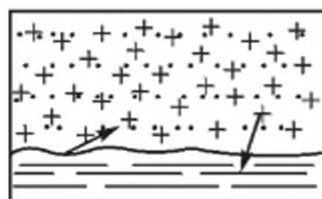
Смесь насыщенного пара с сухим воздухом называют насыщенным влажным воздухом, он содержит максимально возможное при заданных условиях количество пара. В таком воздухе испарение не наблюдается, а малейшее его охлаждение приводит к образованию конденсата в форме росы. Поэтому температуру насыщенного влажного воздуха называют *температурой точки росы*  $t_p$ . Понятно, что в ненасыщенном влажном воздухе пар находится в перегретом состоянии, поскольку в нем  $p_n < p_n$ .

С достаточной для практики точностью обе компоненты влажного воздуха принимают за идеальный газ. Как для любой газовой смеси, в этом случае давление смеси определяется суммой парциальных давлений:  $p_{см} = p_{св} + p_n$ .

Как правило, имеем дело с атмосферным влажным воздухом, тогда  $p_{см}$  равно барометрическому давлению  $B$ , т.е.  $p_{св} + p_n = B$ .

Массу пара, содержащегося в  $1 \text{ м}^3$  влажного воздуха, называют *абсолютной влажностью*. Абсолютная влажность равна плотности пара, находящегося во влажном воздухе. Максимальная абсолютная влажность насыщенного влажного воздуха  $\rho'' = 1/v''$ .

*Относительной влажностью* называют отношение абсолютной влажности к максимально возможной при тех же условиях:  $\varphi = \rho_n/\rho''$ . Применяв уравнение состояния идеального газа для паровой компоненты, можно записать



Р и с. 1.52. Образование влажного воздуха

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho''} = \frac{v''}{v_n} = \frac{R_n T p_n}{p_n R_n T} = \frac{p_n}{p_n}$$

Часто полученное соотношение принимают за определение  $\varphi$ . Обычно величину  $\varphi$  выражают не в долях, а в процентах. Относительная влажность насыщенного воздуха рав-

на 100 %. Величину  $\varphi$  измеряют с помощью психрометров или гигрометров.

Массу влажного воздуха, находящегося в некотором объеме  $V$ , определяют суммой масс сухого воздуха и пара  $m_{\text{вв}} = m_{\text{св}} + m_{\text{п}}$ . После деления этой формулы на величину  $V$  получим

$$\rho_{\text{вв}} = \rho_{\text{св}} + \rho_{\text{п}}. \quad (1.45)$$

Используя уравнение состояния для сухого воздуха и приведенные выше соотношения, найдем

$$\rho_{\text{св}} = \frac{1}{v_{\text{св}}} = \frac{p_{\text{св}}}{R_{\text{в}} T} = \frac{B - p_{\text{п}}}{R_{\text{в}} T} = \frac{B - \varphi p_{\text{п}}}{R_{\text{в}} T}.$$

Далее найдем величину  $\rho_{\text{п}}$ , выразив ее через  $\rho''$ :  $\rho_{\text{п}} = \varphi \rho''$ . Аналогично предыдущему получим  $\rho_{\text{п}} = \varphi \frac{1}{v''} = \varphi \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}} T}$ .

Подставим найденные величины в формулу (1.45) и приведем простые преобразования:

$$\rho_{\text{вв}} = \frac{B}{R_{\text{в}} T} - \frac{\varphi p_{\text{п}}}{R_{\text{в}} T} + \frac{\varphi p_{\text{п}}}{R_{\text{п}} T} = \frac{B}{R_{\text{в}} T} - \frac{\varphi p_{\text{п}}}{T} \left( \frac{1}{R_{\text{в}}} - \frac{1}{R_{\text{п}}} \right). \quad (1.46)$$

Отметим теперь, что  $R_{\text{в}} < R_{\text{п}}$ , значит  $(1/R_{\text{в}} - 1/R_{\text{п}}) > 0$ . Величина  $B/(R_{\text{в}} T)$  равна плотности сухого воздуха при барометрическом давлении. Тогда из (1.46) следует вывод: плотность влажного воздуха меньше, чем плотность сухого воздуха при том же (обычно барометрическом) давлении. Правда, разница плотностей невелика, поэтому в технических расчетах обычно принимают  $\rho_{\text{вв}} = \rho_{\text{св}}$ , хотя при необходимости более точные расчеты можно выполнять с использованием формулы (1.46).

В практических расчетах широко используют параметр влажного воздуха, называемый *влажностью*  $d$ . По определению, влажность — это количество влаги или пара, кг(г), приходящееся на каждый килограмм сухого воздуха:

$$d = m_{\text{п}} / m_{\text{св}}.$$

Для объема  $V$  величины  $m_{\text{п}} = V\rho_{\text{п}}$ ,  $m_{\text{св}} = V\rho_{\text{св}}$ . Тогда

$$d = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{св}}} = \frac{V\rho_{\text{п}}}{V\rho_{\text{св}}} = \frac{R_{\text{св}} T p_{\text{п}}}{p_{\text{св}} R_{\text{п}} T} = \frac{R_{\text{св}}}{R_{\text{п}}} \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{св}}} = \frac{R_{\text{св}}}{R_{\text{п}}} \frac{\varphi p_{\text{п}}}{B - \varphi p_{\text{п}}}.$$

Отношение  $R_{св}/R_{п} = 0,622$ , поэтому окончательно имеем

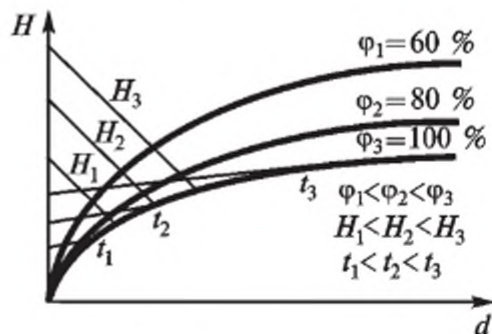
$$d = 0,622 \frac{\varphi p_{н}}{B - \varphi p_{н}}$$

Важным параметром влажного воздуха является его энтальпия, которая складывается из энтальпии сухого воздуха и энтальпии пара, содержащихся в смеси:

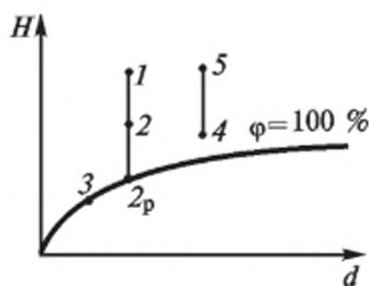
$$H = H_{св} + H_{п} = c_{p\text{св}}t + d(h' + r + c_{p\text{п}}(t - t_{н})).$$

Аналитические связи между  $t$ ,  $\varphi$ ,  $d$  и  $H$  достаточно сложные и часто неалгебраические. Поэтому решение многих задач затруднительно, требует итеративных методов. Чтобы упростить и облегчить расчеты, используют специальную диаграмму  $H-d$ , построенную для давления  $B = 745$  мм рт. ст. на основании таблиц насыщения и приведенных выше формул. Эта диаграмма построена в косоугольной сетке координат (рис. 1.53). На ней нанесены сетка линий  $\varphi = \text{const}$ , сетка изотерм  $t = \text{const}$  и линии  $H = \text{const}$ , направленные под углом  $45^\circ$  к вертикали. Наличие этих сеток позволяет по любым двум заданным параметрам из перечня  $t$ ,  $\varphi$ ,  $d$  и  $H$  найти точку на диаграмме, а значит, и другие два неизвестных параметра.

Рассмотрим, как изображаются некоторые наиболее распространенные процессы на диаграмме  $H-d$ . При охлаждении ненасыщенного влажного воздуха в закрытом объеме (при этом величина  $d$  остается постоянной) относительная влажность его увеличивается, а энтальпия уменьшается (процесс 1—2 на рис. 1.54). Если продолжить охлаждение, то величина  $\varphi$  будет возрастать и достигнет значения  $\varphi = 100\%$ , т.е. воздух станет насыщенным с температурой точки росы  $t_p$ . Дальнейшее охлаждение приведет к уменьшению



Р и с. 1.53. Диаграмма  $H-d$  влажного воздуха



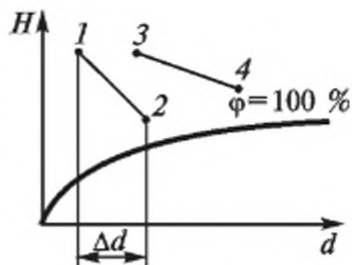
Р и с. 1.54. Процессы охлаждения и нагревания влажного воздуха

влажносодержания в результате выделения влаги. Эти процессы показаны линией 2—2<sub>p</sub>—3. При нагревании влажного воздуха относительная влажность уменьшается (процесс 4—5).

Если в закрытый объем с влажным воздухом поместить влажный материал, то влага из материала будет испаряться и увеличивать влагосодержание влажного воздуха. При отсутствии внешнего теплообмена такой процесс сушки протекает при  $H = \text{const}$  (рис. 1.55).

На диаграмме  $H-d$  процесс в адиабатической сушилке изображен линией 1—2. Количество извлеченной при сушке влаги определяется величиной  $\Delta d$ , которую находят непосредственно по диаграмме.

Если процесс сушки сопровождается подводом теплоты извне, то энтальпия воздуха в конце процесса будет больше первоначальной энтальпии на величину подведенной теплоты:  $H_k = H_n + q$ . Теперь процесс пойдет несколько положе, с увеличением энтальпии. Процесс сушки в реальной сушилке (с подогревом воздуха) показан на рис. 1.55 линией 3—4.



Р и с. 1.55. Процесс сушки на диаграмме  $H-d$

#### 1.5.4. Смешивание потоков пара или потоков влажного воздуха

Во многих технических устройствах, например в пароструйных аппаратах, смесительных подогревателях пара и др., осуществляется адиабатное (без внешнего теплообмена) смешивание потоков водяного пара, в результате которого параметры пара исходных потоков претерпевают изменения.

Итак, пусть два (для простоты рассуждений) потока пара с массовыми расходами  $M_1$  и  $M_2$  и параметрами пара  $p_1, v_1, t_1, h_1, s_1$  и  $p_2, v_2, t_2, h_2, s_2$  смешиваются в камере и покидают ее с параметрами  $p_{см}, v_{см}, t_{см}, h_{см}, s_{см}$ . Требуется определить параметры смеси.

Ясно, что массовый расход выходного потока составит  $M_{см} = M_1 + M_2$ , а массовые доли  $g_1$  и  $g_2$  пара соответствующих потоков

$$g_1 = \frac{M_1}{M_1 + M_2} \text{ и } g_2 = \frac{M_2}{M_1 + M_2}.$$



Поставленную задачу достаточно просто решить с помощью диаграммы  $h-s$  воды и пара (рис. 1.56). По заданным параметрам  $p_1, t_1$  и  $p_2, t_2$  на диаграмме найдем точки 1 и 2. Если процесс смешивания происходит обратимым способом, то удельная энтропия смеси  $s_{см}$ , как величина аддитивная, будет определяться суммой  $s_{см} = g_1 s_1 + g_2 s_2$ , отражающей условие обратимости.

Параметры образующейся смеси найдем, соединив точки 1 и 2 и определив положение точки 3 по отношению отрезков  $l_{13}$  и  $l_{32}$ , длина которых определяется соотношением  $\frac{l_{13}}{l_{32}} = \frac{g_2}{g_1}$ . Докажем, что

такая пропорция удовлетворяет и условию обратимости, и уравнению теплового баланса  $h_{см} = g_1 h_1 + g_2 h_2$ .

Из подобия треугольников  $1a3$  и  $3b2$  следует простое соотношение

$$\frac{l_{3a}}{l_{13}} = \frac{l_{2b}}{l_{32}} \quad \text{или} \quad \frac{l_{13}}{l_{32}} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{l_{3a}}{l_{2b}} = \frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_3},$$

откуда получим  $h_3 g_1 - h_1 g_1 = h_2 g_2 - h_3 g_2$ . Далее найдем  $h_3 (g_1 + g_2) = h_1 g_1 + h_2 g_2$ . Но  $g_1 + g_2 = 1$ , значит,  $h_3 = h_{см} = h_1 g_1 + h_2 g_2$ .

Аналогично, анализируя соотношения между отрезками  $l_{1a}$  и  $l_{3b}$ , можно убедиться, что соблюдается и условие обратимости.

В действительности же процесс смешивания — процесс необратимый и в соответствии со вторым законом термодинамики энтропия смеси больше энтропии обоих потоков до смешивания:

$$s_{см} = g_1 s_1 + g_2 s_2 + \Delta s_{необр}.$$

Обычно давления пара на входах и выходе из камеры смешивания очень близки, и их можно считать одинаковыми, т.е. точки 1, 2 и  $3_n$  лежат на одной изобаре. Тогда величина  $\Delta s_{необр}$  и положение рабочей точки, определяющей параметры смеси пара при адиабатном неизоэнтропном смешивании, определяется сравнительно легко (рис. 1.57). Для этого

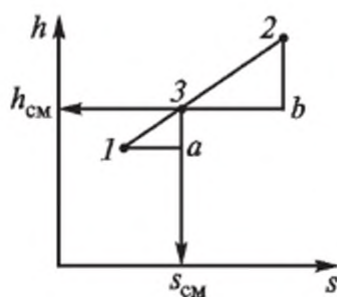


Рис. 1.56. Процесс смешивания потоков пара на диаграмме  $h-s$

из точки 3 проведем горизонталь до пересечения с изобарой, соответствующей давлению в потоках  $p = p_1 = p_2 = p_{см}$ . Если же в процессе такого смешивания происходит подвод или отвод теплоты, то и энтальпия, и энтропия смеси будут дополнительно изме-

няться. Поскольку теплообмен здесь осуществляется при  $p = \text{const}$ , величина энтальпии изменится на количество теплоты, участвовавшей в теплообмене,  $\Delta h = q$ .

На рис. 1.58 показано, как определится рабочая точка на диаграмме  $h-s$  в этом случае. Сначала находим точку  $3_{\text{н}}$ , а затем вверх (или вниз) до пересечения с изобарой (точки  $3_{\text{нп}}$  или  $3_{\text{но}}$ ) откладываем величину подведенной или отведенной теплоты.

Приведенный метод позволяет определить параметры состояния смеси и при смешивании нескольких потоков пара. При этом сначала определяется состояние пара при смешивании двух потоков, потом аналогично при смешивании полученной смеси с третьим потоком и т.д.

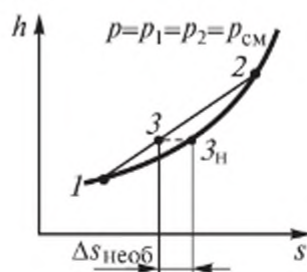
Изложенный подход позволяет аналогично решить задачу о смешивании потоков влажного воздуха, легко определив температуру, влагосодержание, относительную влажность и энтальпию смеси.

Массовые доли каждого из компонентов смеси определяются по величинам массовых расходов  $M_1$  и  $M_2$  первого и второго потоков. Влагосодержание  $d$  и энтальпия  $h$  — параметры аддитивные, поэтому можно записать

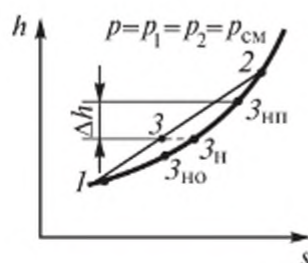
$$d_{\text{см}} = g_1 d_1 + g_2 d_2 \quad \text{и} \quad h_{\text{см}} = g_1 h_1 + g_2 h_2 = g_1 h_1 + (1 - g_1) h_2,$$

поскольку  $g_1 + g_2 = 1$ .

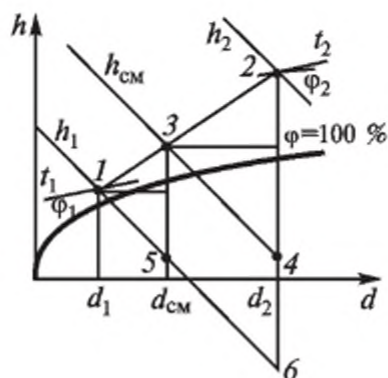
Величины  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  легко определить по известной диаграмме  $h-d$  по заданным значениям температур  $t_1$  и  $t_2$  и относительных влажностей  $\phi_1$  и  $\phi_2$ . На рис. 1.59 кроме точек 1, 2 и 3, отображающих параметры каждого из потоков и образующейся смеси, нанесены точки 4, 5 и 6, необходимые для дальнейших рассуждений. Определив положение точек 1 и 2 на диаграмме  $h-d$  и рассчитав по приведенным формулам значения  $h_{\text{см}}$  и  $d_{\text{см}}$ , легко опре-



Р и с. 1.57. Необратимое смешивание двух потоков пара



Р и с. 1.58. Смешивание при наличии теплообмена



Р и с. 1.59. Процесс смешивания потоков влажного воздуха на диаграмме  $h-d$

делим положение точки 3 как точки пересечения соответствующих изолиний, и по диаграмме найдем  $t_{см}$  и  $\varphi_{см}$ .

Параметры смеси можно определить и не прибегая к расчетам. Для этого через точки 1 и 2 проведем прямую и положение точки 3 найдем, используя полученное ранее соотношение

$$\frac{l_{13}}{l_{32}} = \frac{g_2}{g_1}, \quad \frac{l_{13}}{h_{см} - h_1} = \frac{l_{32}}{h_2 - h_{см}},$$

и проведем простейшие преобразования, подставив значение  $h_{см}$ :

$$\frac{l_{13}}{l_{32}} = \frac{(g_1 h_1 + (1 - g_1) h_2) - h_1}{h_2 - (g_1 h_1 + (1 - g_1) h_2)} = \frac{(h_2 - h_1) - g_1 (h_2 - h_1)}{g_1 (h_2 - h_1)} = \frac{1 - g_1}{g_1} = \frac{g_2}{g_1}.$$

Осталось доказать, что при таком делении отрезка 1—2 величина  $d_{см}$  также определится правильно. Для этого запишем отношения сторон выделенных треугольников к их высотам, учитывая, что эти высоты определяются разностями влагосодержаний  $d$ :

$$\frac{l_{13}}{d_{см} - d_1} = \frac{l_{32}}{d_2 - d_{см}}, \quad \text{или} \quad \frac{g_2}{d_{см} - d_1} = \frac{g_1}{d_2 - d_{см}}.$$

Отсюда найдем  $g_2 d_2 - g_2 d_{см} = g_1 d_{см} - g_1 d_1$ . Преобразуем далее, учитывая, что  $g_1 + g_2 = 1$ :  $d_{см}(g_1 + g_2) = g_1 d_1 + g_2 d_2$ ;  $d_{см} = g_1 d_1 + g_2 d_2$ .

Последняя формула полностью соответствует свойству аддитивности.

## 1.6. ОСНОВЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

### 1.6.1. Химический потенциал

Пусть система заполнена смесью или раствором из нескольких веществ, между которыми возможны химические взаимодействия. Тогда она приобретает дополнительную, химическую, степень свободы, и если в ней происходит химическое взаимодействие между компонентами, это обязательно приводит к изменению массы ис-

ходных реагентов (она уменьшается) и массы результатов реакции (она увеличивается). Таким образом, масса  $m_i$  компоненты (или величины, ей пропорциональные: число киломолей, объемные или массовые концентрации) является координатой химического взаимодействия. Потенциал такого взаимодействия для  $i$ -й компоненты обозначим через  $\mu_i$ . Величину эту можно определить.

Первый закон термодинамики для  $i$ -й компоненты химически реагирующей смеси в соответствии с формулой (1.4) можно записать так:

$$dU_i = TdS_i - p_i dV + \mu_i dm_i, \quad (1.47)$$

где  $U_i$ ,  $S_i$ ,  $V$  — внутренняя энергия, энтропия и объем  $m_i$  кг  $i$ -й компоненты;  $p_i$  — парциальное давление компоненты. Применяя преобразования Лежандра аналогично тому, как делалось это при анализе термомеханической системы, приведенную формулу можно трансформировать и представить в виде

$$dH_i = TdS_i + Vdp_i + \mu_i dm_i; \quad (1.48)$$

$$dF_i = -S_i dT + p_i dV + \mu_i dm_i; \quad (1.49)$$

$$dZ_i = -S_i dT + Vdp_i + \mu_i dm_i. \quad (1.50)$$

Из приведенных формул видно, что в рассматриваемых системах возможны частные термодинамические процессы при постоянстве не только одного, но и двух параметров состояния (из перечня  $p_i$ ,  $V$ ,  $T$  и  $S_i$ ). Приведенные формулы позволяют достаточно легко найти величину химического потенциала  $i$ -й компоненты для таких частных процессов. Так, если процесс протекает одновременно изохорно и адиабатно (теплоизолированный реактор постоянного объема), то дифференциалы  $dS_i$  и  $dV$  равны нулю и формула (1.47) дает

$$\mu_i = \left( \frac{\partial U_i}{\partial m_i} \right)_{S,V}.$$

В процессах при  $S = \text{const}$  и  $p = \text{const}$ , учитывая, что  $dS$  и  $dp$  равны нулю, из формулы (1.48) получим

$$\mu_i = \left( \frac{\partial H_i}{\partial m_i} \right)_{S,p}.$$

В процессах при  $V = \text{const}$  и  $T = \text{const}$  из формулы (1.49) найдем

$$\mu_i = \left( \frac{\partial F_i}{\partial m_i} \right)_{V,T}.$$

В технике наиболее экономичными являются непрерывные производства, поэтому наибольшее распространение находят химические реакторы непрерывного действия. В реакционную камеру такого реактора непрерывно подаются потоки исходных реагентов. По мере перемещения их вдоль камеры протекают химические реакции, и на выходе из реактора получается поток целевого продукта. В таких реакторах процессы протекают при  $p = \text{const}$  и  $T = \text{const}$ , причем для обеспечения постоянства температуры в реакционной камере устанавливают змеевики или рубашки, через которые с помощью специальных теплоносителей осуществляют отвод (или подвод) теплоты, выделяемой (или поглощаемой) во время реакции. Для таких процессов  $dp = 0$  и  $dT = 0$  и из формулы (1.50) следует

$$\mu_i = \left( \frac{\partial Z_i}{\partial m_i} \right)_{p,T}.$$

Отсюда  $dZ_i = \mu_i dm_i$ , и если проинтегрировать это выражение, то  $Z_i = \mu_i m_i$ . Значит,  $\mu_i = Z_i/m_i = z_i$ , т.е. в изобарно-изотермических процессах химическим потенциалом выступает удельная свободная энтальпия вещества.

### 1.6.2. Тепловой эффект химических реакций

При термодинамическом анализе многокомпонентных гомогенных систем с химически реагирующими компонентами понятие о внутренней энергии системы приобретает более широкий смысл, чем при рассмотрении чисто физических процессов. Теперь сюда включена и химическая энергия межмолекулярных связей, способная трансформироваться в теплоту, работу, электрическую или другие виды энергии.

В соответствии с формулой (1.3) первый закон термодинамики для таких систем принимает вид

$$dU = dQ - dL + d\bar{Q}_{\text{хим}}. \quad (1.51)$$

Все составляющие этого уравнения являются суммарными эффектами, учитывающими вклад каждой компоненты (всего их  $n$ ):

$$dU = \sum_{i=1}^n dU_i; \quad dQ = \sum_{i=1}^n dQ_i; \quad dL = \sum_{i=1}^n dL_i; \quad d\bar{Q}_{\text{хим}} = \sum_{i=1}^n \bar{\mu}_i m_i.$$

В формуле (1.51) величина  $dQ$  — количество теплоты, выделившееся и отведенное (или подведенное и поглощенное) при химической реакции;  $dL$  — механическая работа при изменении объема системы;  $d\bar{Q}_{\text{хим}}$  — количество химического воздействия, которое обычно называют полезной немеханической работой химической реакции (например, работа электрического тока в цепи гальванического элемента), которая не сопровождается изменениями объема.

Обозначив  $\int_1^2 d\bar{Q}_{\text{хим}}$  через  $L_{\text{п}}$ , запишем формулу (1.51) в интегральном виде, а не для элементарно малого процесса:

$$\Delta U = Q - L + L_{\text{п}}.$$

Из формулы видно, что выделение теплоты, совершение механической и полезной немеханической работы происходит в результате уменьшения внутренней энергии системы.

Если реакция протекает при  $T = \text{const}$  (как это достигается, показано в предыдущем параграфе), да еще и таким образом, что никакой полезной немеханической работы не производится ( $L_{\text{п}}$ ), то теплота, выделяющаяся за время реакции, будет наибольшей, поскольку при этом немеханическая работа в силу необратимости процессов также трансформируется в теплоту:

$$\Delta U = Q_{\text{max}} - L. \quad (1.52)$$

Величина  $Q_{\text{max}}$  определяет тепловой эффект химической реакции. В изохорно-изотермических реакциях  $dV = 0$ ,  $L = 0$ , тогда

$$Q_{\text{max}} = \Delta U.$$

Тепловым эффектом изохорно-изотермической реакции называют убыль внутренней энергии химически реагирующей системы:

$$Q_v = -\Delta U = U_1 - U_2.$$

Тепловой эффект изобарно-изотермических реакций найдем также с помощью формулы (1.52), учитывая, что при этом, поскольку  $p = \text{const}$ ,  $L = p(V_2 - V_1)$ ,

$$U_1 - U_2 = Q_{\text{max}} - p(V_2 - V_1).$$

Перепишем эту формулу так:

$$(U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) = Q_{\text{max}},$$

откуда, если учесть, что  $U_2 + pV_2 = H_2$  и  $U_1 + pV_1 = H_1$ , получим  $Q_{\text{max}} = \Delta H$ .

Тепловым эффектом изобарно-изотермических реакций называют убыль энтальпии  $H$  реагирующей системы:

$$Q_p = -\Delta H = H_1 - H_2.$$

И внутренняя энергия, и энтальпия являются однозначными функциями состояния, поэтому и величины  $Q_v$  и  $Q_p$  зависят только от начального и конечного состояний системы. Тогда понятен и закон Гесса: тепловой эффект реакции ( $Q_v$  или  $Q_p$ ) зависит только от начального и конечного состояний реагирующей системы и не зависит от пути, по которому протекала химическая реакция.

Из закона Гесса вытекают три важных для практики следствия:

1) тепловой эффект образования вещества равен, но противоположен по знаку тепловому эффекту разложения;

2) если из двух разных состояний достигается одно и то же конечное третье состояние, то разница тепловых эффектов этих реакций равна тепловому эффекту перехода из первого состояния во второе;

3) если из одного и того же начального состояния достигается два других разных состояния, то разница тепловых эффектов этих двух реакций равна тепловому эффекту перехода из одного конечного состояния в другое.

На рис. 1.60 приведенные заключения представлены графически.

На практике широко используют определенные опытным путем (калориметрированием) теплоты сгорания многих соединений. Эти теплоты, как и теплоты образования, приведены в специальных справочниках [13]. Если известны теплоты сгорания реагентов и теплоты сгорания продуктов реакции, то в соответствии со вторым следствием тепловой эффект реакции определяется разностью

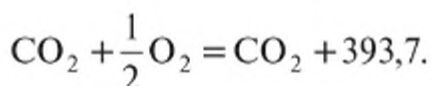
$$Q_p = \sum_{i=1}^n Q_{i \text{ cr}} - \sum_{j=1}^m Q_{j \text{ cr}},$$



Р и с. 1.60. Графическое отображение следствий из закона Гесса

где  $m$  и  $n$  — соответственно число исходных реагентов и продуктов реакции;  $Q_{i\text{сг}}$  и  $Q_{j\text{сг}}$  — соответствующие теплоты сгорания, которые необходимо рассчитывать с учетом стехиометрических соотношений между элементами, участвующими в реакции.

Следствия из закона Гесса позволяют вычислять тепловые эффекты таких реакций, для которых непосредственное измерение затруднительно. Например, при сжигании топлива протекает одновременно две реакции: окисление углерода  $\text{C} + \frac{1}{2}\text{O}_2 = \text{CO}$  и образование диоксида углерода  $\text{CO}_2$ . Разделить эти реакции практически невозможно, поскольку образовавшаяся окись  $\text{CO}$  тут же вступает в связь с кислородом, окисляясь также до  $\text{CO}_2$ . Однако достаточно просто измеряются теплоты полного сгорания  $\text{C}$  и  $\text{CO}$ , кДж/моль:



В соответствии со вторым следствием для реакции получения  $\text{CO}$ , кДж/моль, найдем  $Q_{\text{CO}} = 393,7 - 283,3 = 110,4$ .

### 1.6.3. Условия равновесия сложных систем

Если любая система оказывается в неравновесном состоянии, в ней обязательно возникают самопроизвольные необратимые процессы, направленные на восстановление устойчивого равновесного состояния (это одна из формулировок нулевого правила термодинамики). Энтропия и характеристические функции могут служить теми величинами, которые указывают направление самопроизвольных процессов и определяют условия устойчивого равновесия.



Пусть имеется изолированная от любых внешних воздействий сложная система, в которой в результате первоначальной неравновесности протекают некоторые необратимые процессы. При наличии изоляции общий объем  $V$  и внутренняя энергия  $U$  системы в течение таких процессов остаются постоянными. Из-за необратимости процессов энтропия  $S$  системы будет возрастать ( $dS > 0$  в соответствии со вторым законом термодинамики), и это будет продолжаться до тех пор, пока не сделаются равными потенциалы, пока процессы не прекратятся и система не придет в состояние равновесия. В этом устойчивом состоянии величина энтропии будет, таким образом, наибольшей:  $S = S_{\max}$ . Если припомнить математику, то условие максимума  $S$  можно записать так:

$$(\partial S)_{u,v} = 0 \quad \text{и} \quad (\partial^2 S)_{u,v} < 0.$$

При отсутствии полезной немеханической работы выражение первого закона термодинамики для сложной системы, содержащей химически реагирующие компоненты, примет знакомый вид:

$$dU = TdS - pdV.$$

При совершении необратимых процессов величина  $dS$  будет больше, чем в обратимых процессах, поэтому для необратимых процессов предыдущая формула примет вид неравенства

$$dU < TdS - pdV,$$

о котором говорят, что оно объединяет первый и второй законы при анализе необратимых процессов.

В процессах при сопряжении по  $S$  и  $V$  (т.е. при  $S = \text{const}$  и  $V = \text{const}$ ) это неравенство дает  $dU < 0$  и означает, что при названных ограничениях в течение самопроизвольных необратимых процессов величина  $U$  уменьшается, и при окончании их и достижении равновесного состояния  $U = U_{\min}$ . Условия минимума  $U$  следующие:

$$(\partial U)_{s,v} = 0; \quad (\partial^2 U)_{s,v} > 0.$$

Как уже упоминалось, чаще всего используют системы, обеспечивающие постоянство параметров  $p$  и  $T$ . Для изобарно-изотермических процессов объединенная формула, которую легко получить с помощью преобразований Лежандра, записывается так:

$$dZ < SdT + Vdp,$$

и из нее видно, что величина  $Z$  при неравновесных взаимодействиях уменьшается, а при достижении равновесного состояния она принимает минимальное значение  $Z = Z_{\min}$ . Условия равновесия в этом случае:

$$(\partial Z)_{p,T} = 0; (\partial^2 Z)_{p,T} > 0.$$

Сделаем общий вывод: развитие самопроизвольных процессов в сложной системе идет в направлении уменьшения соответствующей характеристической функции, а условием равновесия является достижение ею минимального значения.

#### 1.6.4. Фазовое равновесие, фазовая диаграмма $p$ – $T$

Процессы перераспределения масс с изменением характеристических функций системы возможны и в однокомпонентных системах (заполненных одним веществом), если вещество это присутствует в различных фазовых состояниях (твердом, жидком или газообразном). При этом каждая фаза вещества имеет свой собственный химический потенциал, и значит, возникает разность потенциалов, способная вызвать фазовые превращения. Например, известно, что энтальпии насыщенного пара и воды на линии насыщения различаются на величину  $r$ . Значит, на столько же различаются значения свободных энтальпий  $z'$  и  $z''$  и значения химических потенциалов при изобарно-изотермических условиях:  $\mu'' = \mu' + r$ . Понимая это, можно распространить большинство рассуждений и выводов предыдущих параграфов на анализ многофазных систем, предварительно припомнив некоторые понятия и определения.

Переход вещества из твердого состояния в жидкость называют *плавлением*, а обратный переход — *затвердеванием*. Переход из жидкой фазы в газообразную — это *парообразование*, а из газообразной в жидкую — *конденсация*. При низких температурах возможен и непосредственный переход из твердого состояния сразу в пар, минуя жидкую фазу. Такой фазовый переход называют *сублимацией* или *возгонкой*, обратный переход (от пара в твердое тело) — *десублимацией*.

Равновесное состояние фаз, при котором массы каждой фазы остаются неизменными, называют *фазовым равновесием*. Любые фазовые состояния, включая и равновесные, удобно отображать на диаграмме  $p$ – $T$  (рис. 1.61). При фазовом равновесии эти параметры связаны однозначно, и если объединить их плавными кривыми, получим линии двухфазных состояний. Так, на диаграмме воды



Р и с. 1.61. Фазовая диаграмма воды

$p$ – $T$  линия  $AB$  отображает равновесные состояния смеси «вода + лед», линия  $AD$  — состояния «вода + пар», а линия  $AC$  — равновесные состояния смеси «лед + пар».

Таким образом, вся диаграмма разбита на три области: слева от линии  $CAV$  находится область твердой фазы (льда), а справа от линии  $CAD$  — область газообразной фазы (перегретого пара). Область, заключенная между кривыми  $AB$  и  $CD$ , отражает состояния жидкой фазы (воды).

Кривая  $AD$  представляет собой графическое отображение известной зависимости давления от температуры на линии насыщения:  $p_n = f(T_n)$ . Эта кривая заканчивается в критической точке  $K$ . Расположение и вид пограничных кривых зависят от природы каждого вещества и определяются опытным путем. Как следует из опытов и наглядно отображено на диаграмме, при некоторых параметрах  $p_{тр}$  и  $T_{тр}$  возникает одновременное равновесное существование всех трех фаз. Поэтому точку  $A$  называют тройной точкой. У каждого вещества параметры тройной точки свои: для воды, например,  $p_{тр} = 0,00061$  МПа,  $T_{тр} = 273,16$  К ( $t_{тр} = 0,01$  °С).

На рис. 1.61 приведена линия  $abcd$ , отображающая процесс изобарного подвода теплоты. На участке  $ab$  идет нагрев льда до температуры плавления. В точке  $b$  происходит плавление льда с поглощением теплоты плавления  $q_{пл}$ , при этом давление и температура двухфазной системы не изменяют до полного превращения льда в воду. Далее (участок  $cd$ ) происходит нагрев воды до температуры насыщения, а при параметрах в точке  $c$  ( $p = p_n$ ;  $T = T_n$ ) начинается парообразование с выделением насыщенного пара и поглощением теплоты парообразования  $r$ . Только после полного выкипания жидкости происходит дальнейший разогрев и образование перегретого пара. Аналогично описанным фазовым превращениям сублимация также сопровождается поглощением определенного количества те-

плоты — теплоты сублимации  $q_c$ . При обратных переходах (конденсации, затвердевании, десублимации) происходит выделение такого же количества теплоты  $q_{пл}$ ,  $r$ ,  $q_c$ .

Отметим, что вода — вещество аномальное, и с увеличением давления  $p_{пл}$  температура плавления  $T_{пл}$  у нее уменьшается (кривая  $AB$  сдвигается влево), в то время как у большинства простых чистых веществ с ростом  $p_{пл}$  увеличивается и  $T_{пл}$  и кривая плавления как бы продолжает кривую сублимации  $AC$  и отклоняется вправо.

Величина химического потенциала  $\mu$  каждой фазы зависит от температуры. На рис. 1.62 показано изменение свободной энтальпии  $z$  (а значит, и химического потенциала  $\mu$ ) в зависимости от температуры  $T$  для жидкой и твердой фаз. Характер изменения кривых понятен, если вспомнить, что

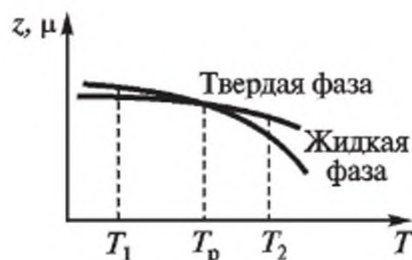
$$z = h - Ts = c_{pm}(T - 273) - Ts.$$

Из формулы видно, что с увеличением  $T$  величина  $z$ , а значит и  $\mu$ , уменьшается.

Из рисунка видно, что при  $T = T_1$  потенциал жидкой фазы больше, чем потенциал твердой, и это может вызвать процесс, направленный в сторону уменьшения характеристической функции системы, т.е. к переходу жидкости в твердое тело. При этом будет выделяться теплота  $q_{пл}$ , и если обеспечить съем этой теплоты при  $T = \text{const}$ , то вся жидкость затвердеет. При  $T = T_2$  разность химических потенциалов меняет знак, и в соответствии с принципом минимизации характеристических функций начнется процесс плавления твердой фазы. Если изотермически подводить  $q_{пл}$ , то вся твердая фаза превратится в жидкость. Если такой теплоподвод ограничить, то расплавится только часть твердой фазы. При температуре  $T = T_p$  потенциалы обеих фаз одинаковы и фазовые превращения невозможны. Именно при этой температуре и наступает фазовое равновесие.

С учетом предыдущих выводов можно сформулировать условия равновесия многофазной системы: равенство химических потенциалов фаз, минимальное значение характеристической функции системы и максимальное значение ее энтропии.

Фазовые переходы возможны и в многокомпонентных системах, когда одна или несколько компонент присутствуют



Р и с. 1.62. Зависимость величин  $z$  и  $\mu$  от температуры

в нескольких фазах. Анализ таких систем позволил Д. Гиббсу сформулировать следующее правило: при наличии фазовых переходов число независимых переменных  $\Pi$ , которые можно изменять произвольно, зависит от числа компонент  $K$  и числа фаз  $\Phi$  следующим образом:

$$\Pi = K - \Phi + 2.$$

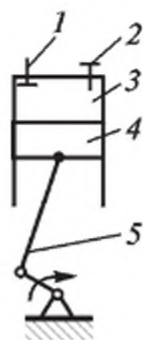
Для переходов в однокомпонентных системах ( $K = 1$ ) при наличии двух фаз ( $\Phi = 2$ ) получаем  $\Pi = 1$ , т. е. только один из параметров  $p$ ,  $v$  или  $T$  для каждой фазы можно задавать произвольно, два других при этом однозначно определяются значением заданного. При наличии всех трех фаз ( $\Phi = 3$ ) получаем  $\Pi = 0$ , т. е. ни один из параметров нельзя задавать произвольно, поскольку все они связаны однозначно и имеют единственные значения, соответствующие параметрам тройной точки.

## 1.7. ЦИКЛЫ РЕАЛЬНЫХ МАШИН И УСТАНОВОК

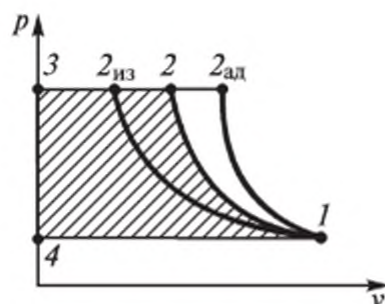
### 1.7.1. Циклы идеальных компрессоров

Устройства, предназначенные для сжатия газов, называют *компрессорами*. Компрессоры бывают поршневыми и осевыми (винтовые, ротационные, турбокомпрессоры и др.). В этих различных по конструкции машинах осуществляются идентичные по сути процессы, поэтому знакомство с принципом их работы и особенностями протекающих в них процессов удобно начинать с поршневых компрессоров.

Одноступенчатый компрессор представляет собой цилиндр 3 с поршнем 4, перемещаемым с помощью кривошипно-шатунного механизма 5 (рис. 1.63). В крышке цилиндра установлены автоматические впускной 1 и выпускной 2 клапаны. При движении поршня от верхней мертвой точки вниз в цилиндре возникает разрежение, открывается впускной клапан и происходит всасывание очередной порции газа с давлением  $p_1$  в цилиндр. Как только направление движения поршня меняется на противоположное, впускной клапан закрывается и начинается сжатие газа. Когда давление газа в цилиндре достигнет определенной величины  $p_2$ , открывается выпускной клапан и сжатый газ выталкивается потребителю.



Р и с. 1.63. Схема поршневого компрессора



Р и с. 1.64. Индикаторная диаграмма компрессора

На рис. 1.64 приведена индикаторная диаграмма идеального компрессора, способного (в отличие от реального случая) вытолкнуть весь сжатый в цилиндре газ. Здесь линия  $1-2$  изображает процесс сжатия газа в цилиндре, линия  $2-3$  — выталкивание сжатого газа, а линия  $4-1$  — всасывание газа в цилиндр. Отметим, что во время всасывания и выталкивания состояния газа не меняются (параметры  $p$  и  $T$  газа остаются неизменными), меняется лишь масса газа в цилиндре, т.е. происходит перемещение газа без изменения его внутренней энергии. Работа на компремирование 1 кг газа  $l_k$  определяется заштрихованной площадью индикаторной диаграммы. Количество работы зависит от характера процесса сжатия. Как видно из рисунка, при адиабатном сжатии (линия  $1-2_{ад}$ ) площадь диаграммы (а значит, и работа  $l_k$ ) наибольшая. При изотермическом сжатии (линия  $1-2_{из}$ ), наоборот, работа компрессора минимальна. Такое сжатие энергетически наиболее выгодно. Поэтому цилиндр компрессора всегда интенсивно охлаждают или потоком воздуха, или устраивая охлаждающую водяную рубашку. Однако добиться изотермичности сжатия не удастся, и в реальных компрессорах сжатие происходит по политропе с показателем  $n$ , причем  $1 < n < k$  ( $k$  — показатель адиабаты).

Величину  $l_k$  определим как сумму соответствующих работ:

$$l_k = l_{1-2} + l_{2-3} + l_{4-1},$$

где составляющие рассчитывают по известным формулам:

$$l_{1-2} = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2);$$

$$l_{2-3} = p_2 (v_3 - v_2) = p_2 (0 - v_2) = -p_2 v_2;$$

$$l_{4-1} = p_1(v_1 - v_4) = p_1(v_1 - 0) = p_1 v_1.$$

Тогда в результате суммирования получим

$$\begin{aligned} l_k &= \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) - p_2 v_2 + p_1 v_1 = \\ &= \left( \frac{1}{n-1} + 1 \right) (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{n}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \end{aligned}$$

Как видим, работа на привод компрессора в  $n$  раз больше работы сжатия. Обычно полученную формулу трансформируют к виду

$$\begin{aligned} l_k &= \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left( 1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} \right) = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \left( \frac{v_2}{v_1} \right) \right] = \\ &= \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{-1}{n}} \right] = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right], \end{aligned}$$

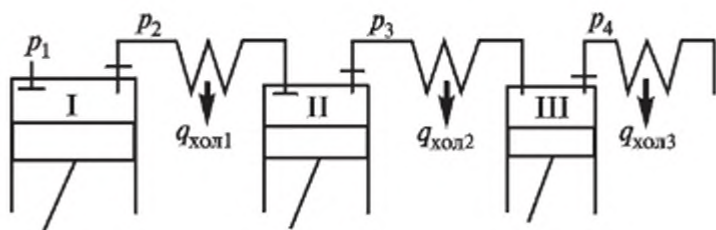
из чего ясно, что при  $n > 1,0$  и  $p_2/p_1 > 1,0$   $l_k$  всегда отрицательна. Абсолютное значение этой работы называют работой на привод компрессора  $l_{пр}$ , причем  $l_{пр} = -l_k$ .

Одной из основных характеристик компрессора является степень повышения давления  $\lambda = p_2/p_1$ . Обычно  $2 \leq \lambda \leq 6$ . При  $\lambda \leq 1,1$  применяют вентиляторы и воздуходувки, а при  $\lambda \geq 6$  возникают проблемы с обеспечением прочности деталей компрессора, кроме того, повышенные температуры в конце сжатия приводят к закоксуванию смазки и ускоренному износу.

Если массовая производительность компрессора  $M$ , кг/с, то теоретическая мощность на привод компрессора

$$N_{пр} = M l_{пр}.$$

Для получения высокого давления применяют многоступенчатое сжатие, направляя сжатый в первой ступени газ во второй цилиндр (вторую ступень), третью ступень и т. д. (рис. 1.65). Обычно газ, сжатый в очередной ступени, направляется сначала в промежуточный охладитель, где его охлаждают до первоначальной температуры, и только после этого он засасывается в цилиндр следующей ступени.



Р и с. 1.65. Схема многоступенчатого компрессора

Гидравлическое сопротивление охладителя делается по возможности минимальным, поэтому процесс охлаждения газа в нем можно считать изобарным. На рис. 1.66 приведена индикаторная диаграмма многоступенчатого идеального компрессора. Отметим, что благодаря промежуточному охлаждению температура в точках начала процессов сжатия в каждой ступени одинакова (точки 1, 3, 5). Обычно одинаковыми принимаются и величины  $\lambda$  в каждой ступени, поскольку это и есть оптимальное соотношение. При этом число ступеней  $Z$  рассчитывают, используя формулу

$$\lambda = \sqrt[Z]{\frac{p_{\text{ВЫХ}}}{p_{\text{ВХ}}}}$$

и задавая последовательно значения  $Z = 2, 3, 4 \dots$  до тех пор, пока значение  $\beta$  впервые не станет меньше 6,0 для поршневых машин и 1,2...1,4 — для турбокомпрессоров.

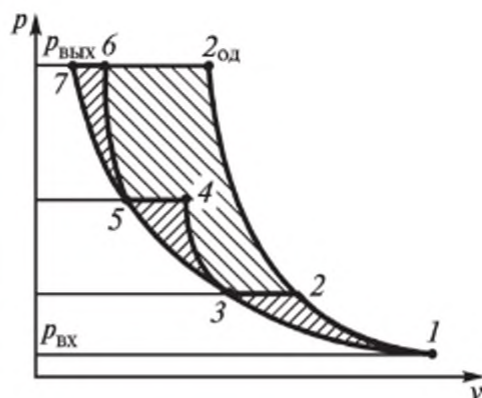
Если бы процессы сжатия в каждой из ступеней протекали изотермически (процессы 1—3, 3—5, 5—7), то работа на привод  $l_{\text{пр}}$  была бы минимальной. Действительные процессы сжатия протекают по политропам, и работа на привод несколько больше, чем  $l_{\text{из}}$  (на величину площадей заштрихованных влево фигур). Однако эта работа намного меньше той, которая потребовалась бы для такого же сжатия газа в одном цилиндре (процесс 1—2<sub>од</sub>, если предположить, что такое технически осуществимо). Выигрыш определяется величиной площади фигуры, заштрихованной на рисунке вправо.

На рис. 1.67 приведена диаграмма  $T-s$  процессов сжатия и охлаждения в многоступенчатом компрессоре.

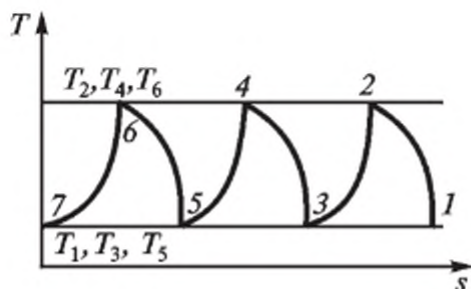
Для оценки степени совершенства компрессоров используют изотермический КПД

$$\eta_{\text{из}} = \frac{l_{\text{из}}}{l_{\text{пр}}},$$





Р и с. 1.66. Индикаторная диаграмма многоступенчатого компрессора



Р и с. 1.67. Диаграмма процессов в многоступенчатом компрессоре

где  $l_{из}$  — работа на привод компрессора при изотермическом сжатии в цилиндре;  $l_{пр}$  — то же, при политропном сжатии. Понятно, что всегда  $\eta_{из} < 1$ , и чем выше эта характеристика, тем эффективней компрессор.

Расчет количества теплоты, отведенной в цилиндре и холодильнике, проводят по известным формулам:

$$q_{цил} = c_{vm} \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1); \quad q_{хол} = c_{pm} (T_3 - T_2),$$

а работу на привод многоступенчатого компрессора находят умножением работы на привод одной ступени  $l_{пр1}$  на число ступеней  $Z$ :

$$l_{пр} = l_{пр1} Z.$$

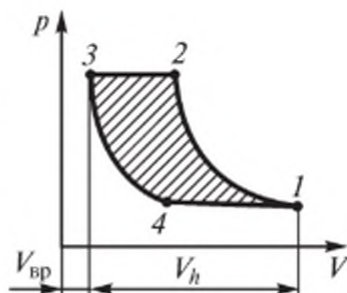
### 1.7.2. Цикл реального компрессора

Полностью вытолкнуть весь газ после сжатия его в цилиндре в действительности не удастся, поскольку всегда имеется вредный, или мертвый, объем (например, в клапанной коробке), в котором остается некоторая часть сжатого газа. При ходе поршня к нижней мертвой точке закрывается выпускной клапан и происходит сначала расширение остаточного газа до давления  $p$ , несколько меньшего  $p_1$ , и только потом начинается всасывание очередной порции газа.

На рис. 1.68 приведена индикаторная диаграмма реального компрессора. Здесь  $1-2$  — сжатие газа в цилиндре,  $3-2$  — выталкивание,  $3-4$  — обратное расширение и  $4-1$  — всасывание. В отличие

от идеальной машины здесь за цикл всасывается гораздо меньший объем газа. При этом в начале всасывания в цилиндре находится остаточный газ, температура  $T_4$  которого определяется величиной показателя политропы обратного расширения  $n_2$ , которая, как правило, всегда меньше величины показателя политропы сжатия  $n_1$ :

$$T_4 = T_3 \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n_2}{n_2-1}}.$$



Р и с. 1.68. Индикаторная диаграмма реального компрессора

Температура в начале сжатия определится теперь как температура после смешивания массы остаточного газа  $m_{\text{ост}}$  с температурой  $T_4$  и массы засасываемого газа  $m_{\text{вс}}$  с температурой  $T_{\text{вс}}$ .

Основными характеристиками цикла являются:

степень повышения давления  $\lambda = p_2/p_1$ ;

относительная величина мертвого пространства  $\alpha = V_{\text{вп}}/V_h$ ;

изменение температуры в процессе выталкивания  $\Delta T_{2-3}$ ;

объемный КПД компрессора  $\eta_{\text{об}} = (V_1 - V_4)/V_h$ ;

изотермический КПД  $\eta_{\text{из}} = l_{\text{из}}/l_{\text{пр}}$ .

Расчет цикла ведут методом последовательных приближений, при этом последовательно реализуются следующие формулы, позволяющие рассчитать параметры всех характерных точек:

$$V_1 = V_h(1 + \alpha); \quad m_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1},$$

где  $T_1$  в первом приближении принимают равной  $T_{\text{вс}}$ . Далее находят

$$p_2 = p_1 \lambda; \quad V_2 = V_1 \lambda^{-1/n_1}; \quad m_2 = m_1; \quad T_3 = T_2 + \Delta T_{2-3}; \quad p_3 = p_2;$$

$$V_3 = \alpha V_h; \quad m_3 = \frac{p_3 V_3}{RT_3}; \quad V_4 = V_3 \lambda^{1/n_2}; \quad m_4 = m_3; \quad T_4 = \frac{p_4 V_4}{m_4 R}.$$

Теперь можно рассчитать температуру  $t_1$  во втором приближении, считая, что средние теплоемкости газа одинаковы:

$$t_1 = \frac{m_4 t_4 + m_{\text{вс}} t_{\text{вс}}}{m_4 + m_{\text{вс}}},$$

где

$$m_{\text{вс}} = \frac{p_1(V_1 - V_4)}{RT_{\text{вс}}}.$$

Далее повторяют все предыдущие расчеты и итерации прекращают, когда последующее значение  $t_1$  станет практически совпадать с предыдущим. Процесс итераций быстро сходится, и после двух-трех приближений переходят к расчету характеристик каждого из процессов (работы  $l_{1-2}$ ,  $l_{2-3}$ ,  $l_{3-4}$ ,  $l_{4-1}$  и количества теплоты  $q_{1-2}$ ,  $q_{2-3}$ ,  $q_{3-4}$ ,  $q_{4-1}$ ) и цикла в целом:  $l_{\text{пр}}$ ,  $\eta_{\text{из}}$ ,  $\eta_{\text{об}}$  и т. п.

### 1.7.3. Циклы поршневых двигателей внутреннего сгорания

Тепловые двигатели предназначены для преобразования теплоты в работу. Необходимую для этого теплоту получают при сжигании различных топлив. Если это сжигание производят вне машины (в специальном котлоагрегате, например), то говорят о двигателях с внешним сгоранием. В двигателях внутреннего сгорания (ДВС) сжигание топлива производят непосредственно в рабочем пространстве машины, например в цилиндре поршневого двигателя.

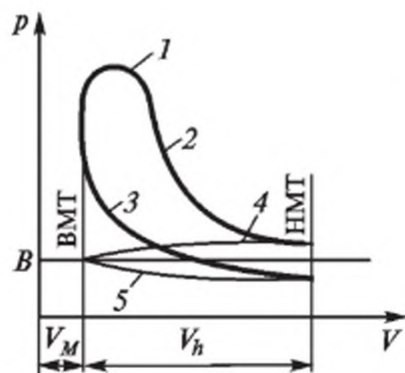
Схематично устройство поршневого ДВС показано на рис. 1.69. В рабочем цилиндре 4 с поршнем 5 происходит трансформация теплоты в работу, и поступательное движение поршня превращается во вращательное с помощью кривошипно-шатунного механизма 6. В крышке цилиндра расположена камера сгорания и впускной 1 и выпускной 3 клапаны с принудительным приводом. Там же находится свеча зажигания (или топливоподающая форсунка) 2.

Рабочий процесс такого двигателя совершается так: при ходе поршня от верхней мертвой точки (ВМТ) к нижней (НМТ) открывается всасывающий клапан и в рабочий цилиндр засасывается или подготовленная горючая смесь (в карбюраторных двигателях), или воздух (в дизельных машинах). При перемене направления движения поршня всасывающий клапан закрывают и происходит сжатие рабочего тела. Когда поршень достигнет ВМТ (точнее — немного раньше этого момента) горючую смесь поджигают с помощью сильного электрического разряда или впрыскивают под очень высоким давлением мелко распыленное дизельное топливо, которое быстро испаряется и самовоспламеняется, поскольку

ку к концу сжатия температура воздуха заметно возрастает. При закрытых клапанах происходит сгорание попавшего в цилиндр топлива, температура и давление продуктов сгорания значительно повышаются, и когда поршень начинает двигаться к НМТ, происходит расширение продуктов сгорания. Процессы сгорания и расширения составляют рабочий ход поршня, когда совершается полезная работа. Когда поршень приходит к НМТ, открывают выпускной клапан и продукты сгорания получают возможность выхода в атмосферу. При движении поршня к ВМТ происходит выталкивание дымовых газов, которое заканчивается, когда при подходе к ВМТ закрывают выпускной клапан, затем вновь открывают впускной клапан, и все повторяется сначала. Так работают четырехтактные двигатели, получившие наибольшее распространение.

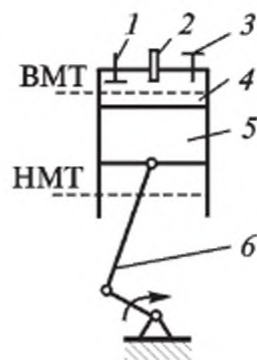
У двухтактных машин все процессы совершаются за два хода поршня (один оборот коленчатого вала). Здесь процессы выталкивания и всасывания заменяются принудительной продувкой цилиндра, занимающей некоторую часть хода поршня (и вниз, и вверх). Другая (большая) часть хода используется для процессов расширения и сжатия рабочего тела.

На рис. 1.70 приведена индикаторная диаграмма современного четырехтактного ДВС, на которой показаны все четыре такта. Отметим, что в течение каждого цикла исходное рабочее тело превращается в дымовые газы и затем они вы-



Р и с. 1.70. Индикаторная диаграмма четырехтактного поршневого ДВС:

1 — сгорание; 2 — рабочий ход;  
3 — сжатие; 4 — выталкивание; 5 —  
всасывание



Р и с. 1.69. Схема поршневого ДВС

брасываются из машины, т.е. индикаторная диаграмма не является идеальным термодинамическим круговым процессом, который и называют термодинамическим циклом. Однако изучение идеальных циклов дает возможность оценивать степень их совершенства, перенося полученные выводы на реальные машины.

Чтобы идеализировать реальный цикл, полагают, что:

рабочее тело в цикле — это идеальный газ с постоянными свойствами;

цикл замкнут (учитывая, что работы в процессах выталкивания и всасывания практически одинаковы и лишь противо-

положны по знаку, эти процессы заменяют обратимым изохорным процессом отвода теплоты, что делает цикл замкнутым);

необратимый процесс сгорания, связанный с химическими изменениями состава газа, заменяется обратимым процессом подвода равного количества теплоты извне.

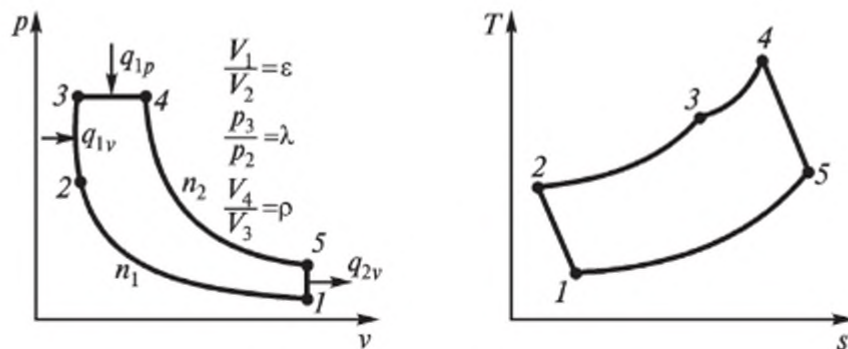
Принятые допущения, казалось бы, весьма далекие от реальной действительности, позволяют тем не менее получить расчетные результаты, совпадающие с результатами экспериментальных измерений основных характеристик цикла.

На рис. 1.71 приведены диаграммы  $p-v$  и  $T-s$  идеализированного цикла дизельного ДВС со смешанным подводом теплоты, когда часть ее подводится при  $v = \text{const}$  (мгновенное сгорание первых порций топлива), а другая часть — при  $p = \text{const}$ , так как последующие порции впрыснутого топлива сгорают по мере их нагревания, разложения и испарения.

Обычно цикл ДВС задается параметрами начальной точки 1 ( $p_1, T_1$ ), значениями таких характеристик, как степень сжатия  $\varepsilon = v_1/v_2$ , степень повышения давления  $\lambda = p_3/p_2$ , степень предварительного расширения  $\rho = v_4/v_3$ , и показателями политроп сжатия  $n_1$  и расширения  $n_2$ . Как правило,  $1 < n_1 < n_2 < k$ , и значения показателей политроп зависят от интенсивности теплообмена между рабочим телом и стенками цилиндра, которые приходится специально охлаждать, чтобы уменьшить теплонапряженность деталей цилиндропоршневой группы.

Параметры рабочего тела в характерных точках цикла определяют по формулам:

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R}; \quad p_2 = \varepsilon^{n_1} p_1; \quad v_2 = v_1/\varepsilon; \quad T_2 = \frac{p_2 v_2}{R}; \quad p_3 = \lambda p_2; \quad v_3 = v_2;$$



Р и с. 1.71. Диаграммы четырехтактного поршневого ДВС со смешанным подводом теплоты

$$T_3 = \lambda T_2; \quad p_4 = p_3; \quad v_4 = \rho v_3; \quad T_4 = \rho T_3;$$

$$p_5 = p_4 \left( \frac{v_4}{v_5} \right)^{n_2} = p_3 \left( \frac{\rho v_2}{v_1} \right)^{n_2} = \lambda p_2 \left( \frac{\rho v_1}{v_1 \varepsilon} \right)^{n_2} = \lambda \varepsilon^{n_1} p_1 \left( \frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{n_2};$$

$$v_5 = v_1; \quad T_5 = \frac{p_5 v_5}{R}.$$

После расчета этих параметров по известным формулам рассчитывают характеристики процессов. Для политропного процесса 1—2:

$$l_{1-2} = \frac{R}{n_1 - 1} (T_1 - T_2); \quad q_{1-2} = c_{vm} \Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1} (T_2 - T_1);$$

$$\Delta u_{1-2} = c_{vm} \Big|_{t_1}^{t_2} (T_2 - T_1);$$

$$\Delta h_{1-2} = c_{pm} \Big|_{t_1}^{t_2} (T_2 - T_1); \quad \Delta s_{1-2} = c_{vm} \Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Процессы 2—3 и 3—4 — соответственно изохорный и изобарный, и для них

$$l_{2-3} = 0; \quad q_{2-3} = c_{vm} \Big|_{t_2}^{t_3} (T_3 - T_2); \quad \Delta u_{2-3} = q_{2-3}; \quad \Delta h_{2-3} = c_{pm} \Big|_{t_2}^{t_3} (T_3 - T_2);$$

$$\Delta s_{2-3} = c_{vm} \Big|_{t_2}^{t_3} \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad l_{3-4} = p_3 (v_4 - v_3); \quad q_{3-4} = c_{pm} \Big|_{t_3}^{t_4} (T_4 - T_3);$$

$$\Delta u_{3-4} = c_{vm} \Big|_{t_3}^{t_4} (T_4 - T_3); \quad \Delta h_{3-4} = q_{3-4}; \quad \Delta s_{3-4} = c_{pm} \Big|_{t_3}^{t_4} \ln \frac{T_4}{T_3}.$$

Процесс 4—5 также политропный, и его рассчитывают, как и процесс 1—2, но при температурах  $T_4$  и  $T_5$  и с показателем  $n_2$ . Процесс 5—1 рассчитывают аналогично процессу 2—3, но здесь фигурируют температуры  $T_5$  и  $T_1$  и средняя теплоемкость  $c_{vm} \Big|_{t_1}^{t_5}$ .

В итоге находим термический КПД идеализированного цикла:

$$\eta_t = \frac{\sum_{i=1}^5 l_i}{q_{2-3} + q_{3-4} + q_{4-5}}. \quad (1.53)$$

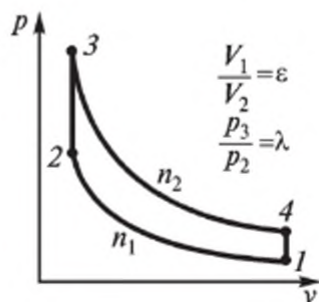
Если же полагать, что процессы сжатия и расширения протекают адиабатно (идеальный цикл, обеспечивающий наибольшую термодинамическую эффективность), то несложные преобразования формулы (1.53) позволяют получить следующее выражение для термического КПД идеального цикла:

$$\eta_{\text{ид}} = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} ((\lambda - 1) + k\lambda(\rho - 1))}. \quad (1.54)$$

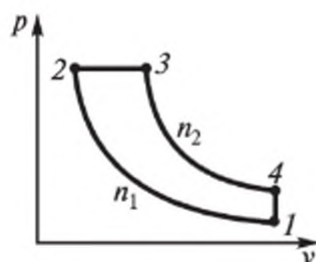
В карбюраторных двигателях в рабочий цилиндр всасывается уже хорошо подготовленная рабочая смесь паров бензина с воздухом. При принудительном поджигании она практически вся быстро сгорает, так что процесс подвода теплоты осуществляется изохорно и изобарная его часть отсутствует. На рис. 1.72 показана диаграмма  $p-v$  такого цикла. Нетрудно понять, что это частный случай предыдущего цикла при  $\rho = 1$ .

В другом случае — в дизельных ДВС с впрыскиванием тяжелого топлива (мазута) — практически отсутствует первоначальная фаза быстрого сгорания, процесс сгорания затягивается и происходит уже во время движения поршня к НМТ. При этом заметного повышения давления не происходит и теплота подводится практически при  $p = \text{const}$ . Диаграмма  $p-v$  такого двигателя приведена на рис. 1.73. Она также представляется как частный случай общего цикла, но при  $\lambda = 1$ .

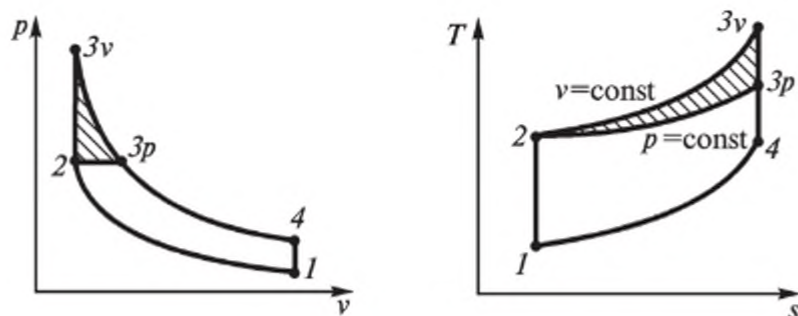
Анализируя формулу (1.54), приходим к заключению, что термический КПД цикла увеличивается с увеличением степени сжатия  $\varepsilon$ . Поэтому двигатель конструируют так, чтобы он работал по возможности с наибольшей степенью сжатия. У карбюраторных машин верхний предел  $\varepsilon$  ограничен значениями 6...9, поскольку при большем  $\varepsilon$  температура горючей смеси в конце сжатия повы-



Р и с. 1.72. Диаграмма  $p-v$  карбюраторного двигателя



Р и с. 1.73. Диаграмма  $p-v$  дизельного двигателя

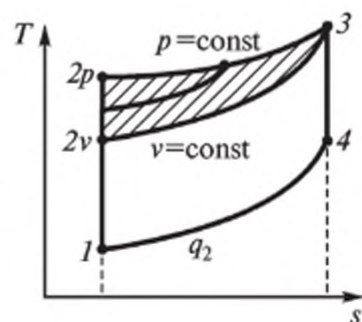


Р и с. 1.74. Сопоставление эффективности ДВС с подводом теплоты при  $v = \text{const}$  и  $p = \text{const}$  и одинаковых степенях сжатия

шается настолько, что происходит ее самовоспламенение, что недопустимо. Дизельные двигатели, наоборот, работают при самовоспламенении топлива и поэтому значение  $\varepsilon$  здесь бывает не менее 12. Верхний предел ограничивается только механической и тепловой напряженностью деталей и у современных машин лежит в пределах 16...24, а у форсированных двигателей специального назначения — еще выше.

Представляет интерес сравнение эффективности идеальных циклов при одинаковых степенях сжатия (полагая, что такое возможно). У таких двигателей процессы сжатия  $1-2$  должны совпадать и, если отводить одинаковые количества теплоты, то будут совпадать и процессы  $4-1$ . Такое сопоставление приведено на рис. 1.74. Заметим, что на диаграмме  $T-s$  изохора проходит всегда круче изобары, значит, в карбюраторном двигателе будет подводиться больше теплоты и совершаться больше работы на величину заштрихованной площади. Отсюда вывод: изохорное сжигание эффективнее изобарного.

Однако в действительности названные двигатели работают при разных степенях сжатия, и практический интерес представляет сравнение их эффективности при одинаковых максимальных температурах сгорания, поскольку именно они и определяют в основном температурную напряженность машины. В этом случае на диаграмме  $T-s$  должны совпадать точки 3. На рис. 1.75 показано такое сопоставление при одинаковых количествах отводимой за цикл теплоты. Из рисунка понятно, что в этом случае эффективность дизельной машины выше. Эффек-



Р и с. 1.75. Сопоставление эффективности ДВС при одинаковых максимальных температурах



тивность двигателя со смешанным подводом теплоты занимает промежуточное положение, и чем большая доля теплоты подводится при  $p = \text{const}$ , тем она ближе к наибольшей.

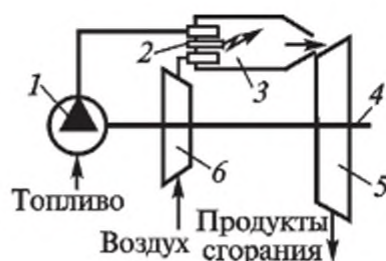
Конечно же, наиболее ценные результаты дает сопоставление циклов при одинаковых максимальных температурах и одинаковых расходах топлива (одинаковых количествах подводимой за цикл теплоты). Однако сделать это с помощью диаграммы  $T-s$  практически невозможно, ибо пришлось бы так подбирать количество отводимой теплоты, чтобы площади каждого из сравниваемых циклов были одинаковы. Однако такой анализ может быть легко проведен численным способом на компьютере [14].

#### 1.7.4. Циклы газотурбинных установок

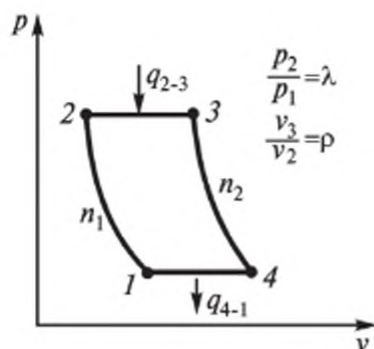
Газотурбинные установки (ГТУ) также относят к двигателям внутреннего сгорания. Упрощенная схема проточной ГТУ приведена на рис. 1.76. Здесь жидкое топливо впрыскивается, распыляется и сгорает в специальной камере сгорания 3, откуда продукты сгорания через сопловой аппарат направляются на лопатки турбины 5. На одной оси 4 с турбиной устанавливают турбокомпрессор 6, подающий воздух в камеру сгорания, и топливный насос 1, обеспечивающий необходимые давление и расход топлива. Жидкое топливо впрыскивается и распыляется через форсунку, воздух направляют в камеру сгорания через специальное сопло. Образующаяся в результате разложения и испарения топлива горючая смесь поджигается с помощью специальной электрической свечи 2.

При непрерывной работе всех агрегатов в камере сгорания обеспечивается сжигание топлива при  $p = \text{const}$ ; такие установки называют проточными. Отдав в турбине большую часть своей энергии, продукты сгорания выбрасываются в атмосферу, унося с собой теплоту  $q_2$ . Так что и здесь в действительности нет замкнутого цикла. Идеализируя картину, отвод теплоты заменяют равновесным изобарным процессом, замыкая тем самым цикл.

Диаграмма  $p-v$  такого цикла показана на рис. 1.77. Как и у обычных компрессоров, процесс сжатия 1—2 протекает по политропе с показателем  $n_1$ , лежащем в интервале  $1 \dots k$ , но ближе к единице. Далее следует процесс сгорания 2—3, в результате которого подводится теплота и объем рабочего тела существенно увеличивается. Процесс расширения в турбине тоже политропный с показателем  $n_2$ ,  $1 < n_2 < k$ , но ближе к  $k$ . Замыкает цикл процесс отвода теплоты 4—1.



Р и с. 1.76. Схема проточной ГТУ



Р и с. 1.77. Диаграмма  $p-v$  проточной ГТУ

Основными характеристиками цикла, определяющими его эффективность, кроме показателей политроп  $n_1$  и  $n_2$ , являются степень повышения давления в компрессоре  $\lambda = p_2/p_1$  и степень предварительного расширения газа в камере сгорания  $\rho = v_3/v_2$ . Обычно известны также давление и температура газа на входе в компрессор  $p_1$  и  $T_1$ .

Параметры газа в узловых точках цикла находят по формулам, связывающим их в политропном и изобарном процессах:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1}; \quad p_2 = \lambda p_1; \quad T_2 = T_1 \lambda^{(n_1-1)/n_1}; \quad v_2 = \frac{RT_2}{p_2}; \quad p_3 = p_2; \quad v_3 = \rho v_2;$$

$$T_3 = \rho T_2; \quad p_4 = p_1; \quad T_4 = T_3 \lambda^{-(n_2-1)/n_2}; \quad v_4 = \frac{RT_4}{p_4}.$$

Работу и количество теплоты в каждом из процессов рассчитывают по известным формулам:

$$l_{1-2} = \frac{1}{n_1-1} RT_1 (1 - \lambda^{(n_1-1)/n_1}); \quad q_{1-2} = c_{vm} \Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1} (T_2 - T_1);$$

$$l_{2-3} = p_2 (v_3 - v_2);$$

$$q_{2-3} = c_{pm} \Big|_{t_2}^{t_3} (T_3 - T_2); \quad l_{3-4} = \frac{1}{n_2-1} RT_3 (1 - \beta^{-(n_2-1)/n_2});$$

$$q_{3-4} = c_{vm} \Big|_{t_3}^{t_4} \frac{n_2 - k}{n_2 - 1} (T_4 - T_3); \quad l_{4-1} = p_1 (v_1 - v_4); \quad q_{4-1} = c_{pm} \Big|_{t_1}^{t_4} (T_1 - T_4).$$

Теперь найдем термический КПД цикла:

$$\eta_t = \frac{\sum_{i=1}^4 l_i}{q_{2-3} + q_{3-4}}.$$

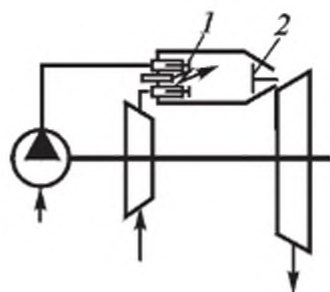
Если же полагать, что процессы сжатия в компрессоре и расширения в турбине протекают адиабатно, то после несложных замен и преобразований для термического КПД получим формулу

$$\eta_{t \text{ид}} = 1 - \frac{1}{\lambda^{(k-1)/k}}. \quad (1.55)$$

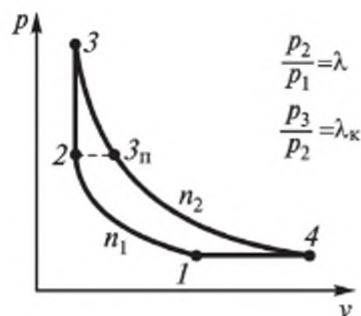
Из (1.55) видно, что эффективность цикла повышается с увеличением  $\lambda$ , однако в реальных установках эта величина не превышает значений 4...6, поскольку при еще больших значениях, как это видно из приведенных выше формул, максимальная температура цикла  $T_3$  повышается до 1100...1200 °С, и это составляет практический предел жаропрочности лопаток турбины.

Понимание того, что изохорное сгорание всегда эффективнее, чем изобарное, привело к созданию импульсных газотурбинных установок, в которых удается организовать сгорание топлива при  $v = \text{const}$ . Схема такой ГТУ приведена на рис 1.78. Достигается это благодаря наличию специальных клапанов 1 и 2. Цикл организован следующим образом. Клапаном 2 закрывается выход газа на турбину, после чего при открытых еще клапанах 1 в камеру сгорания через сопло и форсунку подаются определенные порции сжатого в компрессоре воздуха и распыленного топлива. Далее клапаны 1 тоже закрываются, с помощью электрической свечи поджигается горючая смесь и происходит сгорание. Когда сгорание заканчивается и давление в камере сгорания заметно увеличивается, открывают клапан 2, и продукты сгорания попадают на лопатки турбины. Как только импульс давления срабатывает, клапан 2 снова закрывают, и цикл повторяется.

На рис. 1.79 приведена диаграмма  $p-v$  импульсной ГТУ. Если сопоставить (аналогично тому, как это сделано при анализе циклов поршневых ДВС) эффективность рассмотренных установок, легко убедиться, что импульсная ГТУ обеспечивает большую эффективность.



Р и с. 1.78. Схема импульсной ГТУ



Р и с. 1.79. Диаграмма  $p-v$  импульсной ГТУ

Основным параметром таких установок, кроме степени повышения давления в компрессоре  $\lambda$ , является степень повышения давления в камере сгорания  $\lambda_k = p_3/p_2$ . Давление и температуру в точке 3 находят по-другому:

$$p_3 = \lambda_k p_2 \quad \text{и} \quad T_3 = \lambda_k T_2.$$

Термический КПД идеального цикла (при адиабатных процессах  $1-2$  и  $3-4$ ) рассчитаем подробно, учитывая, что при этом  $T_2 = T_1 \lambda^{(k-1)/k}$  и

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{(k-1)/k} = \lambda_k T_2 \left( \frac{p_1}{\lambda p_2} \right)^{(k-1)/k} = \\ &= \lambda_k T_2 \lambda^{(k-1)/k} \left( \frac{\lambda^{-1}}{\lambda} \right)^{(k-1)/k} = T_1 \lambda_k^{1-(k-1)/k} = T_1 \lambda_k^{1/k}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \eta_{\text{ид}} &= 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{-q_{4-1}}{q_{2-3}} = 1 - \frac{c_{pm} (T_4 - T_1)}{c_{vm} (T_3 - T_2)} = \\ &= 1 - k \frac{T_1 (T_4/T_1 - 1)}{T_2 (T_3/T_2 - 1)} = 1 - \frac{k (\lambda_k^{1/k} - 1)}{\lambda^{(k-1)/k} (\lambda_k - 1)}. \end{aligned}$$

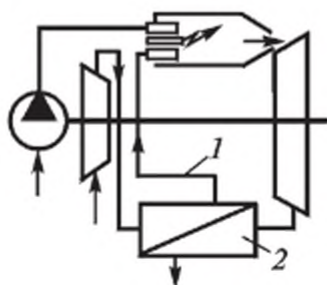
Несмотря на термодинамическое преимущество (большой  $\eta_{\text{ид}}$ ), импульсные ГТУ не получили широкого распространения из-за усложнения конструкции камеры сгорания, усиленного износа клапанов, ухудшения работы турбины и др.

Одним из направлений повышения эффективности газотурбинных установок стала регенерация отводимой теплоты. Суть дела здесь такова: отработавшие в турбине продукты сгорания выбрасываются в атмосферу еще при сравнительно высокой температуре и их энергетический запас еще достаточно высок. Чтобы эффективно его использовать, на выходе из турбины устанавливают специальный теплообменник 2 (рис. 1.80), с помощью которого часть тепла отработавших газов передается воздуху, направляемому по трубам 1 через этот теплообменник в камеру сгорания. В результате при неизменном расходе топлива в камере сгорания устанавливаются более высокие температуры и давления. Происходит как бы перенос части теплоты отработавших газов в камеру сгорания, что наглядно показано на диаграмме  $p-v$  регенеративного цикла (рис. 1.81).

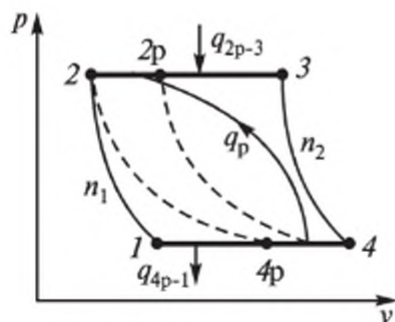
Процессы отдачи теплоты от продуктов сгорания (процесс  $4-4_p$ ) и нагрева воздуха в теплообменнике ( $2-2_p$ ) можно считать протекающими при  $p = \text{const}$ , если не учитывать гидравлическое сопротивление потокам теплоносителей. Количество передаваемой в теплообменнике теплоты зависит от многих факторов, но в основном определяется величиной поверхности теплообмена, и поскольку сделать ее очень большой невозможно, невозможно и регенерировать всю теплоту отработавших газов.

Отношение действительно регенерированного количества теплоты  $q_p$  к тому количеству теплоты, которое получил бы сжатый воздух, если бы дымовые газы смогли охладиться до температуры сжатого в компрессоре воздуха ( $T_{4p} = T_2$ ), называют *степенью регенерации*:

$$\sigma = c_{pm} \left|_{t_2}^{t_{2p}} (T_{2p} - T_2) / c_{pm} \left|_{t_{4p}}^{t_4} (T_4 - T_{4p}) \right.$$



Р и с. 1.80. Схема проточной ГТУ с регенерацией теплоты



Р и с. 1.81. Диаграмма  $p-v$  проточной ГТУ с регенерацией теплоты

При  $\sigma = 1$  говорят о полной регенерации теплоты, при отсутствии регенерации  $\sigma = 0$ . Величину термического КПД для идеально-го (с адиабатными процессами сжатия и расширения) регенеративного цикла рассчитывают по формуле

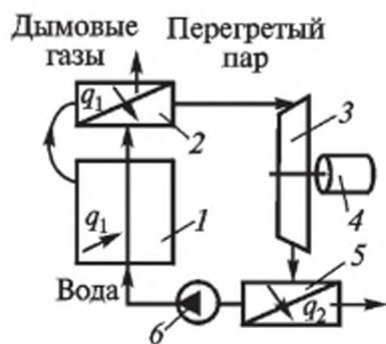
$$\eta_t = \frac{(\rho - 1)(\lambda^{(k-1)/k} - 1)}{(\rho - 1)\lambda^{(k-1)/k} - \sigma(\rho - \lambda^{(k-1)/k})},$$

которая при  $\sigma = 0$  вырождается в приведенную ранее формулу (1.55).

### 1.7.5. Циклы паросиловых установок

Паросиловые установки занимают ведущее место в общей энергетике страны и относятся к двигателям внешнего сгорания. Сжигание топлива здесь организовано в специальных паровых котлах, расположенных отдельно. Продукты сгорания являются лишь промежуточным теплоносителем (в отличие от ДВС и ГТУ), а рабочим телом служат обычно вода и водяной пар.

На рис. 1.82 приведена схема паросиловой установки, работающей по циклу Ренкина с перегревом пара. Установка включает в себя паровой котел 1, где в результате сжигания топлива выделяется большое количество теплоты, которое передается находящейся здесь воде и расходуется на ее нагрев и превращение в водяной пар. Далее насыщенный пар направляется в трубки специального теплообменника (пароперегреватель 2), где получает дополнительную теплоту от дымовых газов, протекающих в межтрубном пространстве, и перегревается. Перегретый пар при высоком давлении и температуре направляется в паровую турбину 3, где расширяется, совершая механическую работу, которая идет на привод электрогенератора 4. Давление и температура пара при этом понижаются, и отработавший пар попадает в другой теплообменник — конденсатор 5, где, отдавая теплоту охлаждающей воде, полностью конденсируется, а затем насосом 6 образовавшийся конденсат снова закачивается в паровой котел, и цикл повторяется. Отметим, что в течение цикла рабочее тело дважды меняет свое агрегатное состояние, причем процессы кипения



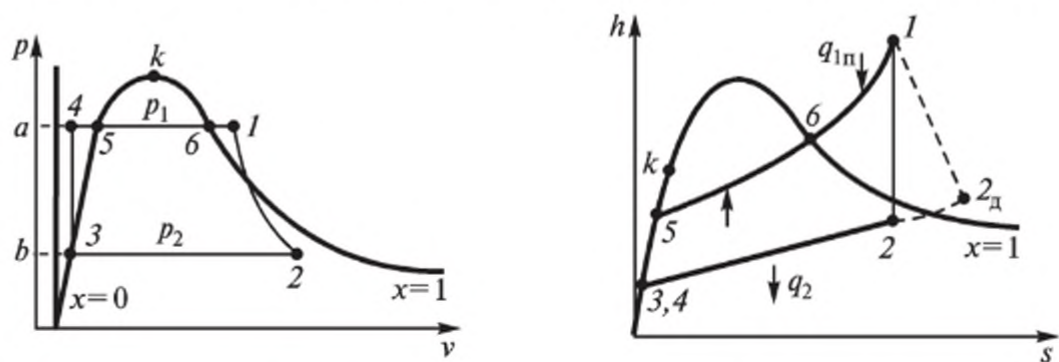
Р и с. 1.82. Схема паросиловой установки, работающей по циклу Ренкина

и конденсации протекают при постоянстве давлений в паровом котле и конденсаторе.

На рис. 1.83 на фоне пограничных кривых приведены диаграммы описанного цикла, наглядно иллюстрирующие все особенности протекающих процессов. Цикл обычно начинают с процесса расширения пара в турбине. Если пренебрегать необратимыми потерями, то процесс  $1-2$  — это процесс адиабатного расширения, изображенный на диаграмме  $h-s$  отрезком вертикали. В процессе расширения давление и температура пара уменьшаются до  $T_2 = T_{н2}$  и  $p_2$ , как правило, пар становится влажным со степенью сухости  $x \approx 0,95$ .

Процесс  $2-3$  — это конденсация отработавшего пара; как видно из схемы установки, он протекает при постоянстве давления  $p_2$  в конденсаторе. Температура при этом остается неизменной и равной  $T_{н2}$ . При работе насоса давление конденсата увеличивается до  $p_3 = p_1$ , а температура  $T$ , удельный объем  $v$  и энтальпия  $h$  практически не изменяются ( $v_4 = v_3$ ,  $h_4 = h_3$ ), поскольку воду можно считать несжимаемой жидкостью. Под высоким давлением вода попадает в паровой котел и сначала нагревается там до температуры насыщения  $T_{н1}$  при давлении  $p_{н1}$  (процесс  $4-5$ ), а затем выкипает (процесс  $5-6$ ). Оба эти процесса проходят при  $p = \text{const}$  и сопровождаются увеличением энтальпии. Энтальпия пара еще более увеличивается в процессе его изобарного перегрева  $6-1$  в пароперегревателе. Завершая описание процессов, отметим, что на рис. 1.83 левые части обеих диаграмм приведены в утрированно растянутом по абсциссе масштабе. Если изобразить процессы в одинаковом масштабе, то и линии  $3-4$  и  $4-5$  практически сольются с осью ординат.

Исходными параметрами цикла обычно являются значения  $p_1$ ,  $T_1$  и  $p_2$ . Это позволяет с помощью таблиц или диаграммы  $h-s$  определить все ( $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $h$  и  $s$ ) параметры характерных точек цикла и



Р и с. 1.83. Диаграммы цикла Ренкина с перегревом пара

рассчитать основные его характеристики: количество подводимой  $q_1$  и отводимой  $q_2$  за цикл теплоты, термический КПД цикла  $\eta_r$ , удельный расход пара  $d_0$ , удельный расход теплоты  $q$  и др.

Количество подводимой и отводимой теплоты представляет собой разницу энтальпий соответствующих процессов:

$$q_1 = q_{4-5} + q_{5-6} + q_{6-1} = (h_5 - h_4) + (h_6 - h_5) + (h_1 - h_6) = h_1 - h_4;$$

$$q_2 = q_{2-3} = h_2 - h_3.$$

Теперь найдем

$$\eta_r = \frac{l_{ц}}{q_1} = \frac{q_{ц}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(h_1 - h_4) - (h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}.$$

Из формулы (и особенно из диаграммы на рис. 1.83) видно, что эффективность цикла Ренкина увеличивается с увеличением температуры  $T_1$  и давления  $p_1$  в начальной точке (при этом увеличивается  $h_1$ ) и при уменьшении давления  $p_2$  в конденсаторе (при этом уменьшаются  $h_2$  и  $h_3$ ).

Удельным расходом пара  $d_0$  называют количество пара, кг, необходимого для получения 1 кВт · ч энергии:

$$d_0 = 3600/l_{ц} = 3600/(h_1 - h_2).$$

Удельный расход теплоты — это количество теплоты, кДж, необходимое для получения 1 кВт · ч работы:

$$q = 3600/\eta_r.$$

Заметим, что в действительности процесс расширения пара в турбине сопровождается потерями на трение и не является изэнтропным. В соответствии со вторым законом термодинамики он сопровождается увеличением энтропии  $s$ , и это увеличение тем больше, чем больше потери на внутреннее трение. На диаграмме  $h-s$  (см. рис. 1.83) этот необратимый процесс показан условно линией  $1-2_{д}$ . Полезная работа при этом определится разницей энтальпий  $h_1 - h_{2д}$ , а отношение этой действительной работы к теоретической, равной  $h_1 - h_2$ , называют внутренним относительным КПД:

$$\eta_{iо} = \frac{h_1 - h_{2д}}{h_1 - h_2}.$$

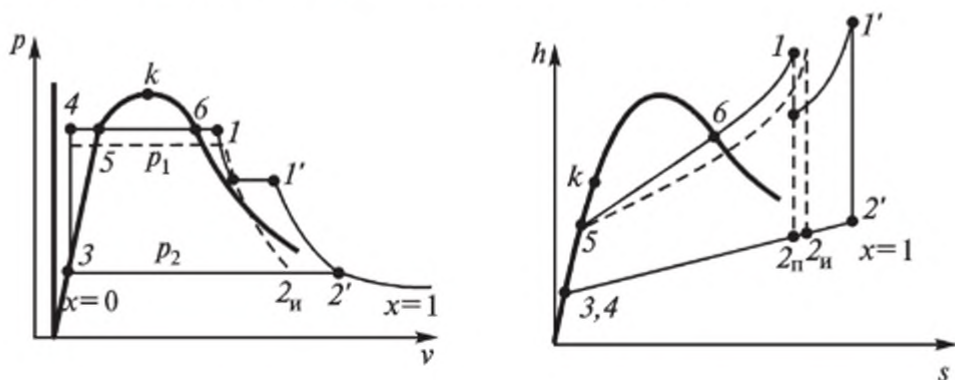


Этот коэффициент характеризует степень совершенства действительного процесса расширения в турбине по сравнению с идеальным.

### 1.7.6. Повышение эффективности теплосиловых циклов

Чтобы повысить эффективность паросилового цикла, предложен ряд мер для его модернизации [15]. Так, увеличение давления  $p_1$  с целью увеличения термического КПД приводит к увеличению влажности отработавшего пара (рис. 1.84, точки  $2_{и}$  и  $2_{п}$ ), что отрицательно сказывается на работе паровой турбины и весьма нежелательно. Чтобы избежать этого, организуют цикл с промежуточным перегревом пара. Для этого пар, отработавший в первой ступени турбины, направляют не во вторую ее ступень, а в еще один пароперегреватель, установленный на хвостовом тракте продуктов сгорания. Здесь его снова перегревают примерно до той же температуры  $T_1$  и только потом направляют во вторую ступень (второй цилиндр) турбины на расширение. Как правило, турбины имеют несколько цилиндров, и такой промежуточный перегрев может осуществляться перед каждым из них. Как видно из рис. 1.84, применение промежуточного перегрева увеличивает площадь цикла, а значит, и его термический КПД.

В 1.7.4 было показано, что эффективным способом повышения термического КПД цикла является регенерация отводимой теплоты. В паросиловых установках с этой целью часть пара, отработавшего в первой ступени турбины, забирают и направляют в специальный теплообменник (его называют подогревателем конденсата), где этот пар отдает часть своей теплоты и подогревает конденсат из конденсатора перед поступлением его в котел.



Р и с. 1.84. Диаграммы цикла с вторичным перегревом пара

Схема теплосиловой установки с регенерацией теплоты и диаграмма  $h-s$  ее термодинамического цикла приведены на рис. 1.85. В подогреватель 1 направляется часть пара, обозначаемая через  $\alpha$ . Тогда через остальные ступени турбины и конденсатор 3 пройдет оставшаяся часть, равная  $1 - \alpha$ . Отбор пара производится при достаточно высоких еще параметрах  $p_{2от}$ ,  $t_{2от}$  и  $h_{2от}$ , и это позволяет так подогреть подаваемый насосом 2 конденсат, что энтальпия его увеличивается до величины  $h_{4от}$ . Обычно количество отбираемого пара определяют из условия, что за счет его теплоты конденсат нагреется до той же температуры, с какой конденсируется этот пар ( $t_{4от} = t_n$ ,  $h_{4от} = h''$  при  $p = p_{2от}$ ). Записав уравнение теплового баланса (теплота, отданная паром, равна теплоте, полученной конденсатом)

$$\alpha(h_{2от} - h_{3от}) = (1 - \alpha)(h_{4от} - h_3), \quad (1.56)$$

после простейших преобразований найдем

$$\alpha = \frac{h_{4от} - h_3}{h_{2от} - h_3}.$$

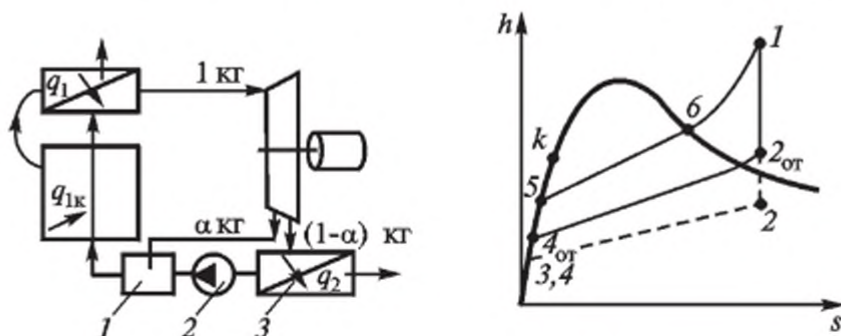
Таким образом из каждого килограмма пара  $\alpha$  кг совершает цикл  $1-2_{от}-4_{от}-5-6-1$  и удельная работа этой части (если считать расширение в турбине изоэнтропным) составит

$$l_{от} = \alpha(h_1 - h_{2от}).$$

Другая часть совершает цикл  $1-2-3-4-5-6-1$ , и ее удельная работа

$$l_{ост} = (1 - \alpha)(h_1 - h_2).$$

Теплота, подведенная за цикл, определится разницей энтальпий:



Р и с. 1.85. Схема паросиловой установки с регенерацией отводимой теплоты и диаграмма  $h-s$  цикла

$$q_1 = h_1 - h_{4\text{от}},$$

так что термический КПД цикла

$$\begin{aligned} \eta_{\text{тп}} &= \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{l_{\text{от}} + l_{\text{ост}}}{q_1} = \frac{\alpha(h_1 - h_{2\text{от}}) + (1-\alpha)(h_1 - h_2)}{h_1 - h_{3\text{от}}} = \\ &= \frac{\alpha h_1 - \alpha h_{2\text{от}} + h_1 - h_2 - \alpha h_1 + \alpha h_2}{h_1 - h_{4\text{от}}} = \frac{(h_1 - h_2) - \alpha(h_{2\text{от}} - h_2)}{h_1 - h_{4\text{от}}}. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Из уравнения (1.56) найдем

$$h_{4\text{от}} = h_3 - \alpha(h_{2\text{от}} - h_3),$$

тогда предыдущую формулу перепишем так:

$$\eta_{\text{тп}} = \frac{(h_1 - h_2) - \alpha(h_{2\text{от}} - h_2)}{(h_1 - h_3) - \alpha(h_{2\text{от}} - h_3)}.$$

Для цикла без регенерации, как показано выше,

$$\eta_{\text{т}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}.$$

Сопоставив приведенные формулы, отметим, что и числитель, и знаменатель в (1.57) уменьшаются по сравнению с последней формулой. Но поскольку  $h_2 > h_3$ , то и

$$\alpha(h_{2\text{от}} - h_3) > \alpha(h_{2\text{от}} - h_2),$$

а значит, знаменатель формулы (1.57) уменьшается больше, чем числитель. Из этого следует, что  $\eta_{\text{тп}} > \eta_{\text{т}}$ .

Обычно осуществляют несколько отборов пара, устанавливая несколько подогревателей конденсата. Термический КПД при этом увеличивается. Однако по мере увеличения температуры конденсата  $t_{4\text{от}}$  КПД может достигнуть максимума, а затем начать уменьшаться. Поэтому термодинамическим анализом цикла обычно устанавливаются оптимальные доли  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  отбираемого пара, при которых обеспечивается наивысший термический КПД.

Еще большую эффективность обеспечивают теплофикационные установки, в которых отводимая при конденсации отработавшего пара теплота используется для производственных нужд и отопления. Чтобы температура охлаждающей воды, выходящей из



фикацию. При этом отработавший в первой ступени турбины пар (или его часть) отбирается и направляется в теплофикационный конденсатор 2 (рис. 1.87), где, конденсируясь, нагревает технологический теплоноситель (специально подготовленную воду) до температуры, нужной потребителю. Образовавшийся конденсат вторым насосом 1 закачивается в котел. Для изменения доли пара, идущей на теплофикационные нужды, служит регулировочный вентиль 3.

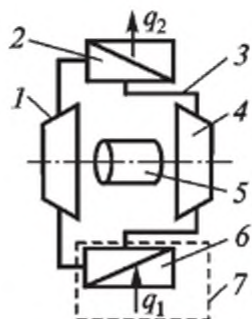
### 1.7.7. Цикл воздушной холодильной машины

Для получения холода в быту и промышленности используют холодильные установки, реализующие холодильный цикл. Простейшей из них является холодильная машина, в качестве рабочего тела которой используется воздух (или другие идеальные газы). Основными агрегатами такой холодильной установки (рис. 1.88) являются сидящие на одном валу с электродвигателем 5 компрессор 1, детандер (расширительная машина) 4 и два теплообменника 2 и 6, один из которых расположен в охлаждаемом помещении 7 и забирает из него теплоту  $q_1$ , а другой — его называют холодильником — в окружающей среде, куда он и отдает теплоту  $q_2$ . Все агрегаты соединены трубами 3 и образуют герметичную систему, в которой циркулирует рабочее тело.

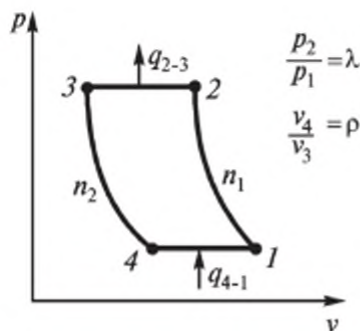
Процессы в холодильнике и рефрижераторе (так называют теплообменник, забирающий теплоту из охлаждаемого помещения) идут практически при  $p = \text{const}$ , процессы в компрессоре и детандере — политропные, с показателями  $n_1$  и  $n_2$ , лежащими в пределах  $1 \dots k$ .

На рис. 1.89 показана диаграмма  $p-v$  цикла, наглядно демонстрирующая последовательность происходящих в холодильной машине термодинамических процессов. Здесь 1—2 — сжатие воздуха в компрессоре (применяют как турбокомпрессоры, так и поршневые машины); 2—3 — отвод теплоты в холодильнике; 3—4 — расширение в детандере (они тоже могут быть как поршневыми, так и турбодетандерами, совершаемая здесь работа расширения частично компенсирует работу на привод компрессора); процесс 4—1 — это подвод теплоты в рефрижераторе, нахолаживание охлаждаемого помещения.

Основными характеристиками воздушной холодильной машины наряду с параметрами первой точки  $p_1$  и  $T_1$ , показателями по-



Р и с. 1.88. Схема воздушной холодильной машины



Р и с. 1.89. Диаграмма цикла воздушной холодильной машины

литроп  $n_1$  и  $n_2$  являются еще и степень повышения давления в компрессоре  $\lambda = p_2/p_1$ , и степень расширения газа в детандере  $\rho = v_4/v_3$ , а также температура газа на выходе из холодильника  $T_3$ . Расчет параметров характерных точек цикла не представляет затруднений:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1}; \quad p_2 = \lambda p_1; \quad T_2 = T_1 \lambda^{(n_1-1)/n_1}; \quad v_2 = \frac{RT_2}{p_2}; \quad p_3 = p_2; \quad v_3 = \frac{RT_3}{p_3};$$

$$p_4 = p_1; \quad v_4 = \rho v_3; \quad T_4 = \frac{p_4 v_4}{R},$$

при этом значение показателя политропы  $n_2$  рассчитывают по формуле  $n_2 = \ln \lambda / \ln \rho$ .

По известным формулам для политропных и изобарных процессов рассчитывают количество теплоты и работу за каждый процесс и далее величину холодильного коэффициента:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|l_u|} = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|} = \frac{q_1}{|q_2 - q_1|} = \frac{q_{3-4} + q_{4-1}}{|(q_{1-2} + q_{2-3}) - (q_{3-4} + q_{4-1})|}.$$

Для идеализированного цикла ( $n_1 = n_2 = k$ )  $q_{1-2}$  и  $q_{3-4}$  равны нулю, и, считая воздух идеальным газом с постоянной теплоемкостью, найдем

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|} = \frac{1}{q_2 - q_1} = \frac{1}{\frac{q_2}{q_1} - 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{c_{pm}(T_2 - T_3)}{c_{pm}(T_1 - T_4)} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2(1 - T_3/T_2)}{T_1(1 - T_4/T_1)} - 1}. \quad (1.58)$$

Для процессов 1–2 и 3–4 (см. рис. 1.89) можно записать

$$\frac{T_2}{T_1} = \lambda^{(k-1)/k} \quad \text{и} \quad \frac{T_3}{T_4} = \lambda^{(k-1)/k},$$

откуда следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}, \quad \text{или} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}.$$

Возвращаясь к формуле (1.58), после сокращения получим

$$\varepsilon = \frac{1}{T_2/T_1 - 1}, \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{1}{T_3/T_4 - 1},$$

откуда следует вывод: эффективность воздушной холодильной машины тем выше, чем ближе процессы в компрессоре и детандере к изотермическим (при  $T_2 = T_1$   $\varepsilon \rightarrow \infty$ ).

Количество теплоты, забираемой из охлаждаемого помещения за цикл 1 кг воздуха, называют *удельной хладопроизводительностью*, численно она равна величине  $q_1$ . Если в машине циркулирует  $m$  кг воздуха и она совершает  $z$  циклов в секунду, то полная хладопроизводительность, Дж/с, составит

$$Q = q_1 m z.$$

Мощность, кВт, необходимая для работы воздушной холодильной машины, находят с учетом величины  $\varepsilon$ :

$$N = Q / (1000 \cdot \varepsilon).$$

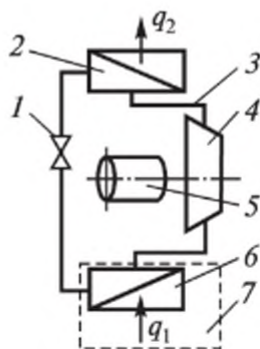
### 1.7.8. Цикл парокomppressorной холодильной машины

В парокomppressorных холодильных установках в качестве рабочего тела используют хладагенты, имеющие при сравнительно невысоких давлениях достаточно низкую температуру кипения и значительный положительный дроссель-эффект. В основном это

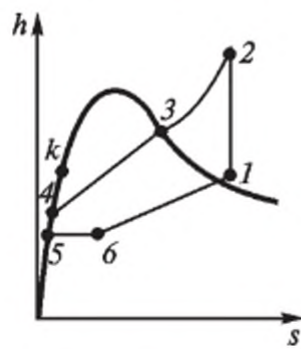
фторхлорпроизводные углеводородов (фреоны, хладоны), аммиак, уголекислота, хлористый метил. Принципиальная схема такой установки приведена на рис. 1.90.

Работа холодильной машины осуществляется следующим образом. В компрессоре 4, приводимом в действие электродвигателем 5, насыщенный или перегретый пар хладоносителя сжимается от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ . Процесс сжатия близок к адиабатному, поэтому температура пара в результате сжатия увеличивается с  $t_1$  до  $t_2$ , превышающей температуру окружающей среды. Сжатый и нагретый пар по трубке 3 направляется в специальный теплообменник (конденсатор) 2, где при  $p = \text{const}$  от него отводится теплота в окружающую среду. При этом пар сначала охлаждается до температуры насыщения  $t_n$  при давлении  $p_2$ , затем конденсируется и переохлаждается до температуры  $t_5 < t_n$ . Далее жидкость направляется в дроссельное устройство 1 (отрезок капиллярной трубки, дроссельный вентиль или дроссельная шайба), проходя через которое жидкость дросселируется до давления  $p_1$ . При дросселировании происходит частичное испарение хладагента, температура его резко понижается до  $t_6$  и образовавшийся очень влажный пар ( $x \approx 0,2$ ) направляется в другой теплообменник 6, расположенный в охлаждаемом помещении 7. Здесь при  $p = \text{const}$  происходит выкипание оставшейся жидкости (потому-то этот теплообменник называют испарителем), причем теплота, необходимая для испарения, забирается из охлаждаемого помещения. Образовавшийся насыщенный (или даже немного перегретый) пар при давлении  $p_1$  и температуре  $t_1$  засасывается в цилиндр компрессора, снова сжимается, и описанный цикл повторяется.

На рис. 1.91 приведена диаграмма  $h-s$  цикла. Здесь 1—2 — процесс сжатия пара в компрессоре; 2—3 — охлаждение перегретого



Р и с. 1.90. Схема парокompрессорной холодильной машины



Р и с. 1.91. Диаграмма цикла парокompрессорной холодильной машины



пара до температуры насыщения; 3—4 — конденсация пара; 4—5 — переохлаждение жидкости до  $t_5 < t_{\text{н}}$ ; 5—6 — дросселирование рабочего тела (при этом, как доказано ранее,  $h_6 = h_5$ ); 6—1 — испарение оставшейся жидкости в испарителе. При всасывании пара в цилиндр компрессора его параметры ( $p, t, h, s$ ) практически не меняются, и этот процесс отображается точкой 1.

Поскольку процессы подвода и отвода теплоты идут при  $p = \text{const}$ , количества подведенной  $q_1$  и отведенной  $q_2$  теплоты определяются соответствующими разностями энтальпий:

$$q_1 = h_1 - h_6; \quad q_2 = h_2 - h_5 = h_2 - h_6.$$

Работа за цикл, как известно,

$$l_{\text{ц}} = q_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = (h_1 - h_6) - (h_2 - h_6) = h_1 - h_2,$$

тогда холодильный коэффициент

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_5}{h_1 - h_2}.$$

Практика показала, что холодильный коэффициент  $\varepsilon$  и удельная хладопроизводительность  $q_1$  парокомпрессорных холодильных машин значительно выше, чем у воздушных холодильных машин.

На установках большой мощности и хладопроизводительности обычно устраивается водяное охлаждение конденсатора, а вырабатываемый холод передается в охлаждаемое помещение с помощью специальных теплоносителей (водные растворы  $\text{NaCl}$ ,  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$ ), называемых рассолами.

### 1.7.9. Абсорбционная холодильная установка

Рабочим телом в абсорбционных холодильных машинах служит бинарная смесь хладагента (обычно аммиак или вода) и абсорбента, способного растворять хладагент и поглощать его пары из бинарной паровой смеси (для аммиака абсорбентом является вода, для воды — бромистый литий). Подчеркнем, что температуры кипения хладагента  $t_{\text{нх}}$  и абсорбента  $t_{\text{на}}$  должны быть существенно разными и  $t_{\text{нх}} \ll t_{\text{на}}$ .

Чтобы понять принцип работы абсорбционного холодильника, рассмотрим сначала некоторые термодинамические свойства бинарных смесей. На рис. 1.92 приведена фазовая диаграмма бинар-

ной смеси при некотором фиксированном давлении  $p$ . На ней линия  $AaB$  отражает зависимость температуры кипения смеси от массовой концентрации хладагента  $C_x$ . При  $C_x = 0$  (точка  $A$ ) это температура кипения абсорбента  $t_{на}$ , при  $C_x = 1$  (точка  $B$ ) — температура кипения чистого хладагента  $t_{их}$ , при  $0 < C_x < 1$  температура кипения смеси  $t_{нсм}$  имеет некоторое промежуточное значение. Область, лежащая ниже линии  $AaB$ , отражает состояния бинарной жидкой смеси.

Понятно, что при нагреве до температуры насыщения (например, до температуры точки  $a$ ) жидкая смесь начинает кипеть, но интенсивность парообразования каждой из составляющих этой смеси неодинакова, и та из них (в данном случае хладагент), температура кипения которой ниже, выкипает интенсивней. В результате при равновесном состоянии жидкость — пар концентрация хладагента в паровой фазе  $C_{п}$  будет намного большей, чем концентрация его  $C_{ж}$  в жидкой смеси (точка  $b$ ). Состояния сухого насыщенного пара смеси отражены линией  $AbB$ . Если сухой насыщенный пар нагревать далее, образуется перегретый пар с определенной концентрацией компонент. Область такого пара расположена выше линии  $AbB$ . В процессе кипения в закрытой системе концентрация хладагента уменьшается, так что процесс идет от точки  $a$  к точке  $I$  с повышением температуры насыщения.

Установив, что при парообразовании концентрация хладагента в паровой фазе больше, чем в жидкой смеси, посмотрим, что происходит при конденсации насыщенного пара бинарной смеси. Если насыщенный пар с достаточно высокой концентрацией хладагента (точка  $b$ ) соприкасается с жидкостью, концентрация хладагента в которой гораздо меньше, чем у пара (например, в точке  $I$ ), то он, имея более низкую температуру насыщения по отношению к жидкости, является переохлажденным и поэтому будет конденсироваться, а точнее — поглощаться или абсорбироваться жидкостью. Естественно, что концентрация хладагента в жидкой смеси будет постепенно увеличиваться за счет избытка его в абсорбируемом паре, и процесс пойдет по линии  $I - a$ . Отметим, что для выпаривания раствора необходимо подводить теплоту, а при обратном процессе — адсорбции хладагента — выделяется теплота парообразования.



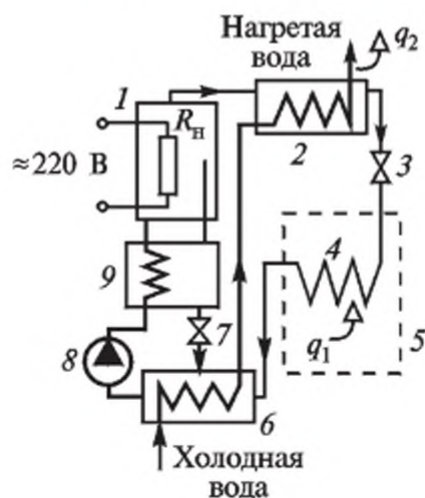
Р и с. 1.92. Фазовая диаграмма бинарной смеси

На рис. 1.93 приведена структурная схема абсорбционной водоаммиачной установки, позволяющая прокомментировать работу и термодинамический цикл абсорбционного холодильника.

В парогенераторе 1 с помощью электронагревателя  $R_H$  концентрированный водоаммиачный раствор нагревается до температуры  $\approx 80^\circ\text{C}$ , при этом раствор закипает и происходит выделение паров воды и аммиака. Концентрация паров аммиака в получающейся паровой смеси будет очень большая, во много раз больше, чем в растворе. Концентрация водяного пара — наоборот, будет минимальна:  $C_a = 1 - C_x$ . Из парогенератора бинарная паровая смесь направляется в конденсатор 2, который охлаждается, например проточной водой. В результате пар конденсируется и получается жидкая бинарная смесь с очень высокой концентрацией аммиака. И хотя при конденсации давление рабочего тела заметно уменьшается, все же оно остается достаточно высоким, практически равным давлению насыщения аммиака при температуре в конденсаторе (для аммиака, например, при  $t_k = 20^\circ\text{C}$   $p_n = 0,8572$  МПа). Далее жидкость направляется в дроссельное устройство 3, где происходит ее дросселирование и значительное захлаживание благодаря большому положительному дроссель-эффекту аммиака.

Из дроссельного устройства захлаженная парожидкостная смесь направляется в испаритель 4, расположенный в охлаждаемом помещении 5. Здесь за счет теплоты, забираемой из охлаждаемого помещения, происходит испарение жидкости, а образовавшийся пар с высокой концентрацией хладагента по трубам направляется в абсорбер 6. Сюда же после предварительного охлаждения и дросселирования в дроссельном вентиле 7 направляется и слабый водоаммиачный раствор, полученный в результате выпаривания в парогенераторе. При дросселировании в вентиле он также несколько захлаживается.

Таким образом, в абсорбере при сравнительно низкой температуре оказываются жидкая смесь со слабой концентрацией аммиака и пар с очень высокой его концентрацией. В результате здесь происходит поглощение (абсорбция) хладагента и рост его концентрации в жидкой смеси, которая к тому же нагревается за счет теплоты конденсации. Из абсорбера концентрированная



Р и с. 1.93. Схема абсорбционной водоаммиачной холодильной установки

смесь циркуляционным насосом  $\delta$  направляется снова в парогенератор  $I$ , и цикл повторяется.

Теплоту, которую несет с собой слабый раствор, выходящий из парогенератора, утилизируют в теплообменнике  $9$  для дополнительного нагревания концентрированного раствора, полученного в абсорбере. Наличие такого теплообменника обеспечивает лучшую циркуляцию смеси по системе за счет свободной конвекции. Следует учитывать еще и то, что плотность концентрированного раствора всегда больше плотности раствора малоконцентрированного, тем более плотности пара. Поэтому, располагая аппараты соответствующим образом по высоте, можно создать установку, в которой циркуляция жидкости будет осуществляться только за счет естественной конвекции при отсутствии циркуляционного насоса и любых движущихся деталей.

Существуют и более сложные, и более простые схемы, обеспечивающие или большую производительность, или большую экономичность абсорбционной холодильной установки.

### **1.7.10. Термотрансформаторы**

Окружающий нас мир наполнен океанами энергии. Проблема только в том, что это энергия низкопотенциальная, использовать которую для получения теплоты или работы (следовательно и электроэнергии) невозможно. Повышением качества, облагораживанием энергии называют повышение ее потенциала путем повышения температуры или давления рабочего тела.

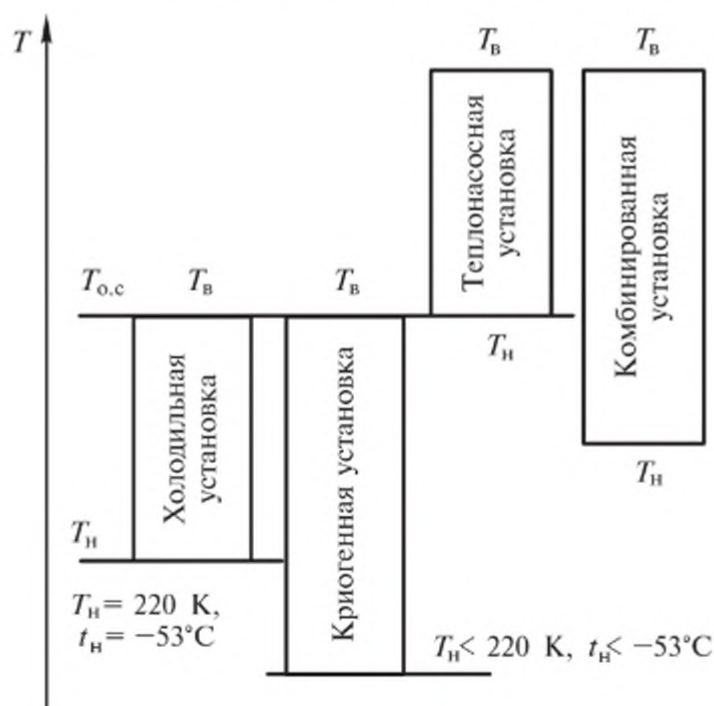
*Термотрансформаторами* принято называть такие машины и агрегаты, в которых осуществляется перенос теплоты с нижнего температурного уровня на верхний при реализации холодильного цикла. В соответствии со вторым законом термодинамики самопроизвольно такой процесс происходить не может. Самопроизвольно теплота передается только от тела более горячего к телу более холодному. Расплачиваться за такое нарушение естественного направления теплообмена приходится затратой подводимой извне энергии в форме работы (у холодильных машин с компрессором) или теплоты (у абсорбционных машин), или кинетической энергией потока в некоторых других видах холодильных устройств.

Термотрансформаторы подразделяются обычно в зависимости от температурных уровней теплоприемника  $T_B$  и теплоотдатчика  $T_H$  по отношению к температуре окружающей среды  $T_{o,c}$ , принимаемой в большинстве случаев равной  $20\text{ }^\circ\text{C}$  ( $293\text{ K}$ ).

В том случае, когда температура теплоотдатчика ниже температуры окружающей среды  $T_H < T_{o.c.}$ , а теплоприемника — равна этой температуре  $T_B = T_{o.c.}$ , установка называется рефрижератором или *холодильной машиной*. Задача рефрижератора заключается в выработке холода, т. е. отводе в окружающую среду теплоты от объектов, температура  $T_H$  которых ниже температуры окружающей среды. В зависимости от уровня  $T_H$  рефрижераторы делятся на две подгруппы: при  $T_H \geq 120$  К соответствующие системы называются холодильными, при  $T_H < 120$  К — криогенными.

При  $T_H \geq T_{o.c.}$  и  $T_B > T_{o.c.}$  соответствующий трансформатор теплоты называется *тепловым насосом*. При  $T_H < T_{o.c.}$  и  $T_B > T_{o.c.}$  трансформатор теплоты осуществляет обе функции — и рефрижератора, и теплового насоса; тогда такую машину называют *комбинированной*. Наглядно приведенная классификация теплотрансформаторов представлена на рис. 1.94.

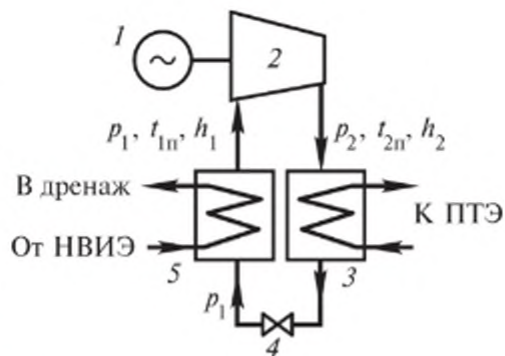
Тепловой насос тоже работает по холодильному циклу, но в отличие от холодильной машины, имеет ограниченный объем приемника теплоты при неограниченном объеме источника. Эта вторая особенность теплонасосной установки благоприятствует малоэнергетическому получению теплоты (как правило, без сжигания топлива) с низким температурным потенциалом из окружающей среды.



Р и с. 1.94. Температурные зоны термотрансформаторов различного назначения

Ранее (параграф 1.2.3) рассматривались основы теории холодильных циклов. Теперь обратим внимание на прикладную сторону применения этих машин.

Упрощенная схема, отражающая все основные устройства и агрегаты теплового насоса, приведена на рис. 1.95. Если за источник теплоты принимать некий нетрадиционный возобновляемый источник энергии (НВИЭ) со сравнительно низким температурным уровнем, то с помощью теплового насоса можно забрать теплоту от этого источника, повысить ее качество (увеличив температуру) и отдать эту тепловую энергию потребителю. Поясним работу теплонасосной установки по приведенной схеме.



Р и с. 1.95. Схема теплового насоса

В качестве рабочего тела, циркулирующего в замкнутом контуре, используется низкокипящая жидкость, например хладон или аммиак. С помощью электродвигателя 1 рабочее тело в газообразной фазе адиабатически (или политропно) сжимается в компрессоре 2, в результате чего его давление и температура заметно увеличиваются. Сжатый и нагретый пар направляется из компрессора в теплообменник — конденсатор 3, где отдает часть своей теплоты, нагревая циркулирующий в теплосети теплоноситель, который направляется к потребителю тепловой энергии (ПТЭ). Температура теплоносителя на входе и выходе из конденсатора должна оставаться ниже температуры насыщения рабочего тела при давлении  $p_2$ , чтобы обеспечивался самопроизвольный теплообмен между нагретым паром и более холодным теплоносителем. При этом перегретый пар будет охлаждаться до температуры насыщения, а затем конденсироваться.

Образовавшийся конденсат под высоким давлением направляется в дроссельное устройство 4, где дросселируется до давления  $p_1$ . Применяемые в качестве рабочих тел вещества обладают большим положительным дифференциальным дроссель-эффектом, они существенно захлаживаются при дросселировании. Захлаженная жидкость направляется в другой теплообменник 5, работающий как парогенератор. Здесь, получая теплоту от НВИЭ, жидкость подогрывается до температуры насыщения и далее полностью испаряется. Образовавшийся пар с параметрами  $p_1$ ,  $t_1$  и  $h_1$  засасывается в компрессор, сжимается и цикл повторяется.

Количество теплоты, получаемой от НВИЭ за единицу времени, определяется теплоемкостью  $c_p$ , массовым расходом  $M$  и изменением температуры холодного теплоносителя:

$$Q_1 = Mc_p(t_1' - t_1''),$$

где  $t_1'$  и  $t_1''$  — температуры первичного теплоносителя на входе и выходе из парогенератора. Понятно, что для интенсивного кипения жидкости ее давление  $p_1$  должно быть таким, чтобы температура насыщения рабочего тела была намного ниже, чем температуры  $t_1'$  и  $t_1''$ . Количество образовавшегося пара (кг/с) будет

$$D = \frac{Q_1}{h_{п1} - h_{ж}},$$

где  $h_{п1}$  и  $h_{ж}$  — энтальпии пара на выходе из парогенератора и жидкости на его входе. На такой расход и подбирается компрессор установки.

Работа компрессора — работа цикла, определяется разницей подведенной и отведенной за цикл теплоты:

$$L_k = L_{и} = Q_{и} = Q_1 - Q_2 = D(h_{п1} - h_{ж}) - D(h_{п2} - h_{ж}) = D(h_{п1} - h_{п2}),$$

где  $h_{п2}$  — энтальпия перегретого пара на выходе из компрессора. Теплота, отдаваемая потребителю (без учета теплопотерь по дороге), определится разницей энтальпий рабочего тела на входе и выходе конденсатора

$$Q_2 = D(h_{п2} - h_{ж}).$$

Если температуры  $t_2'$  и  $t_2''$  сетевого теплоносителя заданы, то легко рассчитать его расход  $M_{с.т.}$ :

$$M_{с.т.} = \frac{Q_2}{c_{p2}(t_2' - t_2'')}.$$

Таким образом, количество теплоты, отдаваемой тепловым насосом при более высокой температуре, будет

$$Q_2 = Q_1 + L_k.$$

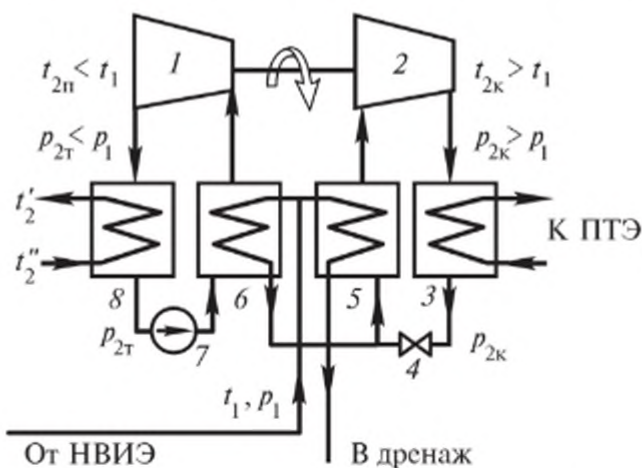
Коэффициент эффективности (теплонасосный КПД, отопительный КПД) теплового насоса всегда больше единицы и показы-

вает, сколько теплоты получает потребитель на единицу затраченной работы:

$$\eta_{от} = Q_2/L_k > 1,0.$$

В сфере теплоснабжения тепловые насосы позволяют добиваться существенных экономических выгод. Так, если  $\eta_{от} = 4,5$  (среднестатистическое значение для современных тепловых насосов в сфере теплоснабжения), то это означает, что на получение теплоты, отдаваемой потребителю, теоретически тратится в 4,5 раза меньше электрической энергии, чем пошло бы ее при электронагреве этого теплоносителя. Подробный эксергетический анализ цикла теплового насоса показывает, что этот положительный эффект достигается за счет значительного уменьшения качества потребляемой для привода компрессора энергии. Будем считать, что эксергетический КПД электроэнергии равен 99,9 %, т.е. практически вся она трансформируется в работу  $L_{ц}$ . Теплота  $Q_2$ , отдаваемая потребителю при сравнительно невысоких температурах (в среднем 70...80 °С), и та ее составляющая, которая возникла за счет трансформации  $L_{ц}$ , имеет очень низкий коэффициент качества и никак не может быть использована для получения, например, снова работы и далее — электроэнергии. Поэтому некоторые изобретения, в которых предлагается именно таким образом использовать тепловые насосы, не могут дать эффективного теплового двигателя, как объявляется их авторами.

Отказаться от внешнего источника работы для привода компрессора можно в специальном повышающем термотрансформаторе, схема которого приведена на рис. 1.96. Здесь реализуется простая идея: низкопотенциальная теплота от НВИЭ используется не



Р и с. 1.96. Схема повышающего термотрансформатора



только как источник теплоты для теплового насоса, но и, благодаря применению низкокипящих жидкостей, для работы специального турбокомпрессора, сжимающего газ в тепловом насосе. В термотрансформаторе одновременно реализуются прямой тепловой (левая часть схемы) и обратный холодильный (правая часть) циклы.

Исходный низкопотенциальный теплоноситель с температурой  $t_1$  и давлением  $p_1$  направляется частично в парогенератор 5 теплового насоса, а частично — в другой парогенератор 6, где отдает большую часть своей теплоты на разогрев и испарение, например хладона. Высокое давление этого рабочего тела создается насосом 7, закачивающим жидкость из конденсатора 8. С достаточно высокой температурой и давлением пар поступает в турбину 1, где адиабатически расширяясь, совершает механическую работу. Компрессор 2 теплового насоса установлен на одной оси с этой турбиной и ее работа затрачивается на сжатие в нем газа до более высоких параметров. Отработанный пар из турбины 1 поступает в конденсатор 8, где отдает свою теплоту охлаждающему теплоносителю (например, воде). При этом температура охлаждающего теплоносителя должна быть обязательно меньше, чем температура насыщения рабочего тела теплового цикла при давлении  $p_{2г}$ .

В правой части схемы совершается уже рассмотренный цикл теплового насоса: сжатый и нагретый в компрессоре пар направляется в конденсатор 3, где конденсируясь отдает большую часть своей теплоты сетевому теплоносителю. Образовавшаяся при этом жидкость попадает в дроссельное устройство 4, проходя которое уменьшает давление и значительно захлаживается. В испарителе 5 она, получая теплоту от низкопотенциального источника, нагревается до кипения и выкипает. Образовавшийся пар всасывается компрессором и сжимается, после чего цикл повторяется.

На оси турбины может быть установлен электрогенератор, обеспечивающий электроэнергией привод питательного насоса 7 или даже еще большую мощность для электроснабжения потребителей. Конечно при этом приходится заметно увеличивать подачу теплоты от низкопотенциального источника, увеличивая, например, массовый расход соответствующего теплоносителя.

Таким образом, термотрансформатор может работать полностью автономно, обеспечивая нормальное качество теплоснабжения и даже электроснабжения при наличии соответствующего низкопотенциального источника теплоты (например, артезианская вода с  $t > 10$  °С или термальные воды при  $t = 20...40$  °С при достаточно большом дебите).

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Какие проблемы изучает термодинамика?
2. Что называют термодинамической системой?
3. Что разделяет термодинамическую систему с окружающей средой?
4. В чем состоит нулевое правило термодинамики?
5. Какие физические величины называют физическими константами, а какие — параметрами состояния системы?
6. Какие параметры называют координатами состояния?
7. Какие параметры называют потенциалами?
8. Сформулируйте правило знаков для потенциалов.
9. Что называют энтропией системы?
10. На какие особенности термодинамических процессов указывает изменение энтропии системы?
11. В чем суть закона сохранения энергии?
12. Что называют внутренней энергией газа?
13. Что такое количество воздействия данного рода?
14. Как рассчитывают количество воздействия данного рода?
15. Как записывают первый закон термодинамики в общем виде (при наличии нескольких одновременных взаимодействий)?
16. Какие системы называют термомеханическими?
17. Как записывают первый закон термодинамики для термомеханической системы?
18. Докажите невозможность вечного двигателя первого рода.
19. Какие процессы называют равновесными, обратимыми?
20. Какие процессы называют неравновесными, необратимыми?
21. Назовите основную особенность неравновесных процессов.
22. В чем суть второго закона термодинамики?
23. Что называют идеальным газом?
24. Запишите уравнение состояния идеального газа.
25. Какие процессы называют изохорными, изобарными, изотермическими, адиабатными?
26. Что называют удельной теплоемкостью? Какие теплоемкости широко используют в практических расчетах?
27. Какова связь между теплоемкостями  $c_v$  и  $c_p$  для идеального газа (уравнение Майера)?
28. Что представляет собой энтальпия рабочего тела?
29. Что представляют собой свободная энергия и свободная энтальпия рабочего тела?
30. Что представляет собой величина эксергии рабочего тела?
31. Какие процессы называют политропными?
32. Как рассчитать работу за политропный процесс?
33. Как рассчитать количество теплоты за политропный процесс?
34. Как рассчитать  $\Delta u$ ,  $\Delta h$  за политропный процесс?
35. Как рассчитать  $\Delta s$  за политропный процесс?
36. В чем состоит правило изохоры?
37. В чем состоит правило изобары?
38. В чем состоит правило изотермы?
39. В чем состоит правило адиабаты?
40. Что называют термодинамическим циклом?

41. Какие циклы называют тепловыми?
42. Какие циклы называют холодильными?
43. Как организуется цикл холодильной установки?
44. Как организуется цикл теплового насоса?
45. Что называют термическим КПД теплового цикла?
46. Что называют холодильным коэффициентом холодильной машины?
47. Какой цикл называют циклом Карно?
48. Как рассчитать термический КПД цикла Карно?
49. Какой цикл является наиболее эффективным с точки зрения термодинамики?
50. Является ли цикл Карно самым экономически эффективным?
51. Сформулируйте второй закон термодинамики применительно к теории циклов.
52. Какой вид имеет уравнение состояния реальных газов?
53. Почему непосредственно уравнение состояния реальных газов редко используют для технических расчетов?
54. Какой пар называют насыщенным?
55. Какой пар называют влажным?
56. Какой пар называют сухим насыщенным?
57. Какой пар называют перегретым?
58. Что такое степень перегрева перегретого пара?
59. Как устроены таблицы насыщения воды и пара?
60. Как устроены таблицы состояний воды и перегретого пара?
61. Какой вид имеет диаграмма  $p-v$  воды и пара?
62. Какой вид имеет диаграмма  $h-s$  воды и пара?
63. Как на диаграмме  $h-s$  изобразится процесс изобарного нагревания воды от  $0^\circ\text{C}$  до состояния перегретого пара?
64. Как на диаграмме  $h-s$  изобразится процесс изотермического сжатия перегретого пара до состояния полного сжижения?
65. Как на диаграмме  $h-s$  изобразится процесс адиабатного расширения перегретого пара до состояния влажного пара?
66. Как на диаграмме  $h-s$  изобразится процесс изохорного нагревания влажного пара до состояния перегретого пара?
67. Как с помощью диаграммы  $h-s$  определить параметры  $h$ ,  $s$  и  $v$ , если заданы величины  $p$  и  $t$ ?
68. Как с помощью диаграммы  $h-s$  определить давление  $p$ , если заданы величины  $t$  и  $s$ ?
69. Как рассчитать теплоту и работу в изобарном процессе с паром?
70. Как рассчитать количество теплоты в изохорном процессе с водяным паром?
71. Как рассчитать работу изотермического расширения водяного пара, количество подведенной при этом теплоты?
72. Запишите первый закон термодинамики для потока газа (в механической форме).
73. Как записать первый закон термодинамики для потока газа (в тепловой форме)?
74. Как изменяется температура газа при увеличении скорости течения потока?
75. Как изменяется давление газа при увеличении скорости течения потока?

76. Как изображается процесс истечения на диаграмме  $h-s$ ?
77. Как рассчитать скорость газа на выходе из канала, если известны параметры газа на входе и выходе из него?
78. Какие колебания в термодинамике называют звуковыми?
79. От чего зависит скорость звука в газе?
80. Какие потоки называют «слепыми»?
81. Как скорость звука зависит от скорости потока?
82. Какие течения называют критическими?
83. Чему равна критическая скорость истечения?
84. Как изменяется скорость истечения при увеличении перепада давлений на входе и выходе из канала?
85. Можно ли за счет увеличения перепада давлений разогнать газ до сверхзвуковых скоростей?
86. Как форма канала влияет на скорость газа при постоянстве перепада давлений?
87. Как изменяется скорость газа в диффузоре при дозвуковом режиме течения на входе в канал?
88. Как изменяется скорость газа в диффузоре при сверхзвуковом режиме течения на входе в канал?
89. Как изменяется скорость газа в конфузоре при дозвуковом режиме течения на входе в канал?
90. Что называют соплом Лавала?
91. При каких условиях сопло Лавала обеспечивает ожидаемый эффект (разгоняет газ до сверхзвуковых скоростей)?
92. Что называют дросселированием?
93. Что называют дроссель-эффектом?
94. Каким образом задают качественный состав газовых смесей?
95. Что называют парциальным давлением газа в смеси? парциальным объемом?
96. Как рассчитывают теплоемкость газовой смеси?
97. Как изменяется энтропия при адиабатном смешении газов?
98. Что называют влажным воздухом?
99. Что характеризует относительная влажность влажного воздуха?
100. Что называют влагосодержанием влажного воздуха?
101. Как проходят изотермы на диаграмме  $H-d$  влажного воздуха?
102. Как проходят линии  $\varphi = \text{const}$  на диаграмме  $H-d$ ?
103. Как определить влагосодержание влажного воздуха, если известны его температура и относительная влажность?
104. Как с помощью диаграммы  $H-d$  определить температуру точки росы влажного воздуха?
105. Как с помощью диаграммы  $H-d$  определить, сколько влаги удалено при сушке материала, если известны параметры  $t_1$ ,  $\varphi_1$  и  $t_2$ ,  $\varphi_2$  влажного воздуха на входе и выходе из сушилки?
106. Сформулируйте условие обратимости при смешивании двух потоков пара.
107. Как определить энтропию смеси двух потоков пара при необратимых процессах смешивания без внешнего теплообмена?
108. Изобразите на диаграмме  $h-s$  схему определения параметров смеси, образованной в результате необратимого смешивания потоков пара при одновременном изобарном отводе теплоты.

109. Запишите балансовые уравнения по влажосодержанию и энтальпии для процесса смешивания двух потоков влажного воздуха.
110. Как определить величину химического потенциала компоненты в многокомпонентной реагирующей смеси?
111. Каково условие равновесия в многокомпонентной системе?
112. Как изменяется внутренняя энергия многокомпонентной системы по мере ее перехода от неравновесного состояния к равновесному?
113. Сформулируйте закон Гесса.
114. Какие следствия вытекают из закона Гесса?
115. Как определить теплоту реакции, если известны теплоты сгорания исходных реагентов и продуктов реакции?
116. Сформулируйте условия равновесия для изобарно-изотермической системы.
117. Назовите фазовые состояния вещества.
118. Что называют фазовым равновесием?
119. Изобразите фазовую диаграмму воды  $p-T$  и покажите на ней область перегретого пара.
120. Сформулируйте правило фаз Гиббса.
121. Как работает идеальный компрессор?
122. Что характеризует величина степени повышения давления  $\beta$ ?
123. Как рассчитывают степень повышения давления в многоступенчатых компрессорах?
124. Изобразите индикаторную диаграмму реального компрессора и прокомментируйте каждый из процессов.
125. Как определяют количество всасываемого за цикл газа?
126. Расскажите, как устроен поршневой ДВС, изобразите его индикаторную диаграмму.
127. В чем состоит идеализация реального цикла ДВС?
128. Изобразите и прокомментируйте диаграмму  $T-s$  цикла ДВС.
129. Какова основная особенность карбюраторного ДВС?
130. Чем отличается цикл Дизеля от других циклов?
131. Какой из циклов будет более эффективным при одинаковых степенях сжатия — дизельного или карбюраторного двигателя?
132. Какой из циклов — дизельного или карбюраторного двигателя — будет более эффективным при одинаковых максимальных температурах?
133. Какой из циклов — дизельного или карбюраторного двигателя — будет более эффективным при одинаковых  $q_1$ ?
134. Расскажите об устройстве проточной газотурбинной установки.
135. Изобразите диаграмму  $T-s$  проточной ГТУ и прокомментируйте каждый из процессов, составляющих цикл.
136. Как работает импульсная ГТУ?
137. Изобразите диаграмму  $p-v$  импульсной ГТУ и прокомментируйте каждый из процессов, составляющих цикл.
138. Какая ГТУ — импульсная или проточная — эффективнее?
139. Как устроена и работает ГТУ с регенерацией теплоты?
140. Изобразите схему паросиловой установки, работающей по циклу Ренкина с перегревом пара.
141. Изобразите цикл Ренкина на диаграммах  $p-v$  и  $T-s$ .
142. Как рассчитать термический КПД цикла Ренкина?
143. Что называют удельным расходом пара?

144. Расскажите о циклах с вторичным перегревом пара.
145. Как реализуется регенерация теплоты в паросиловых циклах? Для чего это делается?
146. Изобразите диаграмму  $h-s$  теплофикационного цикла, расскажите о преимуществах этого цикла.
147. Изобразите схему воздушной холодильной машины и ее цикл на диаграмме  $p-v$  или  $T-s$ .
148. Как устроена и работает парокompрессорная холодильная установка?
149. На диаграмме  $h-s$  изобразите цикл парокompрессорной холодильной машины. Прокомментируйте каждый из процессов.
150. Что является рабочим телом в абсорбционной холодильной машине?
151. Какими специфическими свойствами должны отличаться компоненты бинарной смеси, чтобы такую смесь применять в абсорбционных холодильниках?
152. Почему интенсивность парообразования компонент бинарной смеси при одинаковой температуре неодинакова?
153. Как различаются концентрации хладагента в жидкой и газообразной фазах при одинаковой их температуре?
154. На схеме абсорбционной холодильной установки укажите агрегат, где концентрация хладагента наибольшая.
155. На схеме абсорбционной холодильной установки укажите агрегат, где концентрация хладагента наименьшая.
156. Какие машины принято называть термотрансформаторами?
157. Является ли Ваш домашний холодильник термотрансформатором?
158. Перечислите основные агрегаты теплового насоса, работающего с низкокипящим рабочим телом.
159. В какой сфере потребления теплоты тепловые насосы могут обеспечивать существенную экономическую выгоду?
160. Что выгоднее всего использовать в качестве источника теплоты для работы теплового насоса или повышающего термотрансформатора?

## 2. ТЕОРИЯ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

---

### 2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

#### 2.1.1. Классификация процессов теплообмена

Различают три элементарных (простейших, необъяснимых другими механизмами) формы теплообмена: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение. Всевозможные сочетания только этих трех элементарных механизмов и создают все разнообразие конкретных процессов теплообмена, встречающихся на практике.

*Теплопроводность* — это перенос теплоты в результате непосредственного соприкосновения между молекулами вещества при их тепловом движении. При этом энергия «горячих» частиц передается соседним частицам, в результате чего и происходит распространение тепловой энергии в пространстве. В чистом виде теплопроводность характерна для твердых тел. В газах и жидкостях такой перенос теплоты тоже имеет место, но там он обычно сопровождается и другими формами теплообмена.

*Конвекцией* называют перенос теплоты в пространстве при перемещении и перемешивании макрообъемов вещества. Конвекция характерна для жидкостей и газов, где перемещение макрообъемов легко осуществляется с помощью специальных устройств — мешалок, насосов, вентиляторов и т.п. Когда движение макрообъемов происходит под действием внешних сил, конвекцию называют вынужденной. Если же такое движение возникает только под влиянием гравитации, конвекцию называют естественной или свободной. Естественная конвекция возникает тогда, когда нагретые слои жидкости или газа оказываются расположенными ниже более холодных слоев. Тогда из-за разницы плотностей нагретых и холодных объемов возникают подъемные силы, вызывающие перемещение макрообъемов.

*Тепловое излучение* — это перенос теплоты электромагнитными волнами определенной длины (инфракрасный спектр). Диапазон

частот теплового излучения лежит между видимым излучением и радиоволнами. Тепловое излучение свойственно всем телам и во многом определяется температурой и свойствами поверхностного слоя тела. Теплота излучается при любой температуре ( $T > 0$  К).

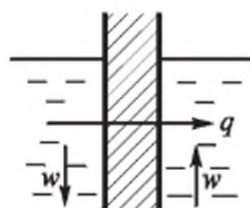
Одновременное совокупное действие всех трех элементарных форм теплопереноса называют *сложным теплообменом*. Если не поступаться принципами, то практически всегда можно обнаружить все три формы и говорить о сложном теплообмене. Однако очень часто в общем тепловом балансе роль той или иной составляющей невелика, и тогда процессам дают особые, специальные названия. При невысоких температурах обычно пренебрегают влиянием теплового излучения, а в некоторых других случаях — и свободной конвекцией.

Передачу теплоты от поверхности твердого тела в жидкую или газообразную среду называют *теплоотдачей*. Так же называют и процесс противоположной направленности, когда теплота отдается от теплоносителя в стенку. Процесс теплоотдачи проиллюстрирован на рис. 2.1. Теплоотдача — явление сложное. В тонком слое, непосредственно соприкасающемся с поверхностью тела, теплота передается теплопроводностью. В слоях, достаточно удаленных от поверхности, происходит конвективный теплообмен. Интенсивность теплоотдачи зависит от многих факторов, и в основном от свойств и особенностей течения теплоносителя.

Перенос теплоты от одной жидкой или газообразной среды в другую такую же среду через разделяющую их твердую стенку называют *теплопередачей* (рис. 2.2). Понятно, что теплопередача — еще более сложный процесс. Он включает две теплоотдачи (с обеих сторон стенки) и теплопроводность через стенку. Эти процессы настолько широко встречаются в природе и технике, что всю науку, изучающую особенности и закономерности процессов теплообмена, стали называть теплопередачей.



Р и с. 2.1. Теплоотдача



Р и с. 2.2. Теплопередача



## 2.1.2. Основные термины теории теплообмена

Любые процессы теплообмена всегда сопровождаются изменением температуры в пространстве и во времени. Совокупность всех мгновенных значений температур для каждой точки исследуемого пространства называют *температурным полем*. В общем случае температурное поле описывают зависимостью  $t = f(x, y, z, \tau)$ , где функция  $f$  отражает связь между температурой  $t$ , пространственными координатами  $x, y, z$  и временем  $\tau$ .

В технике очень часто встречаются установившиеся режимы работы машин или оборудования, когда нагрузки, расходы, напоры и т. п. продолжительное время остаются постоянными. При установившихся режимах температуры в отдельных точках пространства не меняются во времени. Такое температурное поле называют стационарным:  $t = f(x, y, z)$ ,  $\partial t / \partial \tau = 0$ .

Если же температура  $t$  изменяется с течением времени, то температурное поле принято называть нестационарным. Такие поля характерны для машин и агрегатов циклического действия, а стационарные поля — для оборудования с непрерывным производственным процессом.

В зависимости от формы тела и направления теплообмена температурные поля могут быть плоскими или одномерными:  $t = f(x, y)$ ;  $t = f(x)$ .

В любом температурном поле есть точки с одинаковой температурой. Если мысленно объединить их между собой, получим изотермическую поверхность. Сечение такой поверхности плоскостью дает линию, которую называют изотермой. Разным температурам соответствуют разные изотермы. Вдоль изотерм температура не изменяется, а значит, и теплообмен не происходит. Температура различается только по направлениям, пересекающим изотермы. Разницу температур между двумя точками пространства, лежащими на разных изотермах, называют *температурным напором*  $\Delta t = t_r - t_x$ . Здесь  $t_r$  и  $t_x$  — температуры в горячей и холодной точках. Величина  $\Delta t$  определяется расстоянием между точками и интенсивностью теплообмена в выбранном направлении.

Рассмотрим небольшой участок температурного поля, выделив изотермы с температурами  $t$ ,  $t + \Delta t$  и  $t - \Delta t$  (рис. 2.3). Из рисунка видно, что интенсивность изменения температуры в пространстве по различным направлениям различна. Вдоль изотермы  $t$  температура вообще не изменяется, интенсивность изменения температуры в направлении оси  $X$  определяется отношением  $\Delta t / \Delta x$ , а в направ-

лении оси  $Y$  — отношением  $\Delta t/\Delta y$ . Естественно, что максимальная интенсивность изменения температуры в пространстве (а значит, и максимальный теплообмен) будет по направлению, перпендикулярному к изотерме, и определится отношением  $\Delta t/\Delta n$ . Предел отношения  $\Delta t/\Delta n$  при  $\Delta n \rightarrow 0$  принято называть *температурным градиентом*:

$$\text{grad } t = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta t}{\Delta n} \right) = \frac{\partial t}{\partial n}.$$

Величина температурного градиента характеризует максимальную интенсивность изменения температуры в пространстве в окрестностях заданной точки. Это величина векторная, вектор направлен в сторону увеличения температуры. По линиям градиентов, но в противоположном направлении, проходят и линии тока теплоты.

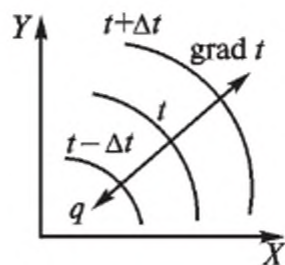
Таким образом, изучение температурного поля и его характеристик дает нам качественную картину явления, позволяя выделить наиболее теплонапряженные зоны, сопоставить интенсивность процессов в разных точках тела и в разных направлениях. Позже будет показано, что знание температурного поля позволяет рассчитать и количественные характеристики, определяющие интенсивность теплообмена, о которых следует поговорить дополнительно.

Количество теплоты, которое передается через некоторую поверхность за единицу времени, называют *тепловым потоком*  $Q = Q^*/\tau$ , где  $Q^*$  — общее количество теплоты, переданное через поверхность за время  $\tau$ .

Тепловой поток, отнесенный к единице поверхности, называют *удельным тепловым потоком* или *плотностью теплового потока*  $q = Q/F$ . Величина  $q$ , показывающая, сколько теплоты передается через единицу поверхности за единицу времени, является наиболее информативной характеристикой интенсивности процессов теплообмена.

### 2.1.3. Основные законы теплообмена

Непосредственный жизненный опыт и точные физические измерения показывают, что количество передаваемой в пространстве теплоты прямо пропорционально продолжительности процесса, поверхности теплообмена и, как правило, температурному напору:



Р и с. 2.3. Участок температурного поля

$$Q^* = A\Delta\tau F\Delta t, \quad (2.1)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от вида и характера процесса, размеров и свойств тел, многих режимных факторов. В случае теплоотдачи коэффициент пропорциональности называют коэффициентом теплоотдачи  $a$ , а формулу (2.1) после деления на  $\Delta\tau$  и  $F$  записывают в виде закона Ньютона — Рихмана:

$$q = \alpha\Delta t,$$

где  $\Delta t = t_c - t_{ж}$  (или  $\Delta t = t_{ж} - t_c$ , если температура теплоносителя больше, чем температура стенки  $t_c$ ), а величина  $\alpha$  представляет собой количество теплоты, которое передается теплоотдачей с единицы поверхности тела за единицу времени при разности температур между поверхностью и теплоносителем в  $1^\circ\text{C}$ . Величина  $\alpha$  зависит от многих факторов и часто определяется по результатам экспериментальных исследований процессов теплоотдачи.

При теплопередаче формулу (2.1) записывают в виде основного уравнения теплопередачи:

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}),$$

где  $k$  — коэффициент теплопередачи;  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$  — соответственно температуры горячего и холодного теплоносителей вдалеке от стенки. Для многих простых задач величину  $k$  нетрудно рассчитать, если известны величины  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , толщина и теплопроводность стенки.

Для процессов теплопроводности указать однозначно величину  $\Delta t$ , как это было в предыдущих случаях, невозможно. Поэтому в формулу (2.1) введем сначала относительный температурный напор  $\Delta t/\Delta n$  и величину  $A\Delta n$  будем рассматривать как некий коэффициент пропорциональности, который называют коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . Этот коэффициент показывает, сколько теплоты будет передано теплопроводностью через единицу поверхности за единицу времени при разнице температур в один градус, приходящейся на каждый метр пути теплового потока. Величина  $\lambda$  зависит только от свойств вещества и является его физической константой, характеризующей способность тела проводить теплоту. Если перейти к бесконечно малым приращениям и величину  $\Delta t/\Delta n$  заменить

соответствующей производной, то после деления на  $\Delta t$  и  $F$  из формулы (2.1) получим известное выражение закона Фурье для теплопроводности:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \text{ или } q = -\lambda \operatorname{grad} t.$$

Знак минус отражает здесь разную направленность векторов  $q$  и  $\operatorname{grad} t$ . В дальнейшем направления этих векторов будем считать определенными и не отмечать в приводимых формулах.

Исключение из закономерности (2.1) составляет тепловое излучение, где в соответствии с законом Стефана — Больцмана количество излучаемой энергии пропорционально не температурному напору, а абсолютной температуре излучающей поверхности в четвертой степени (в идеальном случае, для абсолютно черного тела):

$$Q = \sigma_s \Delta t F T^4, \text{ или } q = \sigma_s T^4.$$

Здесь  $\sigma_s$  — постоянная Стефана — Больцмана — одна из универсальных физических констант.

Если приведенные формулы представить в виде

$$q = \Delta t / (1/\alpha); \quad q = \Delta t / (1/k); \quad q = \Delta t / (\Delta n / \lambda)$$

и сопоставить с записью известного закона Ома для электрических цепей:  $i = U/R$ , то легко обнаруживается явная аналогия в математическом описании тепловых и электрических явлений. Действительно, величина  $q$  во всех случаях выступает как аналог значению тока  $i$  в цепи, температурный напор  $\Delta t$  — как аналог разнице электрических потенциалов  $\Delta U$ , а выражения  $1/\alpha$ ,  $1/k$ ,  $\Delta n/\lambda$  по своей сути аналогичны электрическому сопротивлению  $R$ . Именно поэтому перечисленные выражения называют термическими сопротивлениями теплоотдачи, теплопередачи и теплопроводности соответственно. Отмеченная аналогия позволяет во многих случаях исследовать сложные тепловые явления на сравнительно простых электрических аналогах [16]. Особое значение этот подход к решению практических задач имел в докомпьютерную эру, когда численные решения из-за большой их трудоемкости использовались очень редко.

## 2.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

### 2.2.1. Способность тел проводить теплоту

Теплопроводность тел зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов, а численно она определяется величиной коэффициента теплопроводности  $\lambda$ . Наибольшей теплопроводностью обладают серебро, медь, золото, алюминий ( $\lambda = 410, 395, 300$  и  $210$  Вт/(м · К) соответственно). Следует подчеркнуть, что на величину коэффициента теплопроводности металлов существенное влияние оказывает наличие даже очень небольших примесей других веществ. Например, при наличии в меди даже следов мышьяка ее теплопроводность уменьшается до  $142$  Вт/(м · К). Опыты показывают, что с увеличением температуры металлов  $\lambda$  незначительно уменьшается.

Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей лежит в диапазоне  $0,08...0,7$  Вт/(м · К). С увеличением температуры у большинства жидкостей  $\lambda$  уменьшается. Исключение составляют вода и глицерин.

Газы имеют очень малую теплопроводность ( $\lambda = 0,005...0,4$  Вт/(м · К)), которая с увеличением температуры заметно увеличивается. Изменение давления мало влияет на величину  $\lambda$ . Некоторое влияние обнаруживается только при очень значительном увеличении давления или в очень разреженных газах.

Неметаллические твердые тела могут иметь различную теплопроводность ( $\lambda = 0,02...4$  Вт/(м · К)). Среди них особый интерес представляют строительные и теплоизоляционные материалы, большинство которых имеют капиллярно-пористую структуру, что усложняет механизм процессов, включая и радиационно-конвективный теплообмен в порах. Поэтому при оценке теплопроводности таких материалов необходимо учитывать его плотность, влажность и пористость. С увеличением пористости, уменьшением плотности и влажности коэффициент теплопроводности таких материалов уменьшается. При увеличении температуры таких материалов коэффициент теплопроводности их заметно увеличивается. Материалы с  $\lambda < 0,25$  Вт/(м · К) часто применяют в качестве теплоизоляторов.

Значения коэффициентов теплопроводности обычно определяют опытным путем на специальных экспериментальных установках [17]. Полученные результаты обобщены и приведены в справочной

литературе [18]. Можно использовать и аналитические методы расчета величины  $\lambda$  [19], но они не всегда гарантируют достоверность получаемых результатов.

Анализ опытных данных для множества веществ показывает, что в большинстве случаев зависимость  $\lambda = f(t)$  может быть принята линейной:  $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$ , где  $\lambda_0$  — теплопроводность материала при  $t = 0$  °С;  $b$  — температурный коэффициент, определяемый по результатам экспериментов. Значения  $\lambda_0$  и  $b$  также приведены в справочниках.

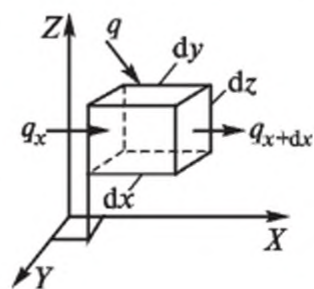
## 2.2.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Изучить явление — значит установить зависимость между физическими величинами, характеризующими его. Для анализа сложных явлений, к которым следует отнести и процессы теплопроводности, в науке сложился общий подход, связанный с использованием методов математической физики. Суть этого подхода состоит в том, что на основании известных физических законов устанавливаются искомые связи в пределах бесконечно малого объема внутри тела и за бесконечно малый промежуток времени. В результате получают дифференциальное уравнение (или систему таких уравнений), описывающее весь класс исследуемых явлений. Для решения конкретных задач это уравнение интегрируют в пределах изучаемого пространства и для заданного интервала времени, получая таким путем аналитическое решение задачи. Когда из-за сложности уравнений проинтегрировать их в квадратурах не удастся, прибегают к численным методам решения.

Выделим мысленно внутри однородного твердого тела, передающего теплоту, бесконечно малый параллелепипед со сторонами  $dx$ ,  $dy$  и  $dz$  (рис. 2.4) и запишем выражение первого закона термодинамики для процесса теплопроводности, протекающего в течение элементарно малого промежутка времени  $dt$ :

$$dU = dQ^* - dL.$$

Здесь  $dU$  — изменение внутренней энергии в выделенном объеме;  $dQ^*$  — количество теплоты, вносимой в объем теплопроводностью;  $dL$  — работа, совершаемая элементом против



Р и с. 2.4. Теплопроводность бесконечно малого объема

внешних сил. Отметим, что  $dL = pd(dV) = 0$ , ( $dV = dxdydz$ ), поскольку дифференциал бесконечно малой величины есть бесконечно малая величина второго порядка малости и ею можно пренебречь. Тогда предыдущая формула упрощается:

$$dU = dQ^*. \quad (2.2)$$

Из термодинамики известно, что

$$dU = cdm d_\tau t = c\rho dV \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.3)$$

Величину  $dQ^*$  представим тремя слагаемыми:

$$dQ^* = dQ_x^* + dQ_y^* + dQ_z^* \quad (2.4)$$

и более подробно рассмотрим лишь составляющую в направлении  $X$ . Если через  $q_x$  и  $q_{x+dx}$  обозначим удельные тепловые потоки, направленные по оси  $X$ , первый из которых входит в элемент, а второй — выходит из него (см. рис. 2.4), то количество теплоты, накапливающееся в выделенном объеме в направлении  $X$ , составит:

$$dQ_x^* = q_x dydzd\tau - q_{x+dx} dydzd\tau = (q_x - q_{x+dx}) dydzd\tau. \quad (2.5)$$

Поскольку функция  $q_x = f(x)$  непрерывна (для распространения теплоты нет препятствий), то связь между предыдущим и последующим значениями функции определяется известной формулой Тейлора

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} dx^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 q_x}{\partial x^3} dx^3 + \dots$$

Всеми слагаемыми ряда, начиная с третьего, можно пренебречь как величинами более высоких порядков малости. Тогда формулу (2.5) можно записать так:

$$dQ_x^* = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydzd\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dV d\tau.$$

Аналогичные рассуждения, если рассмотреть направления  $Y$  и  $Z$ , позволяют получить аналогичные по структуре выражения для  $dQ_y^*$  и  $dQ_z^*$ . Тогда формула (2.4) может быть представлена в следующем виде:

$$dQ^* = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV d\tau. \quad (2.6)$$

Сумму частных производных проекций вектора, выделенную скобками, называют *дивергенцией вектора* и обозначают словом *div*. Поэтому предыдущее выражение часто записывают по-другому:

$$dQ^* = -\operatorname{div} q dV d\tau. \quad (2.7)$$

Воспользуемся законом Фурье, который в проекциях на координатные оси дает

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n \wedge x) = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Подставим эти выражения в формулу (2.6). Получим

$$\begin{aligned} dQ^* &= -\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] dV d\tau = \\ &= \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) dV d\tau. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Подставим теперь в формулу (2.2) значения  $dU$  и  $dQ^*$  по формулам (2.3) и (2.8) соответственно. После сокращения получим

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)$$

или окончательно

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \quad (2.9)$$

Если преобразовать формулу (2.7), то дифференциальное уравнение теплопроводности можно получить в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t). \quad (2.10)$$

Это более общая запись в ней не предполагается, как это сделано при выводе формулы (2.9), что  $\lambda = \text{const}$ .



Сумму вторых частных производных скалярной величины по направлениям координатных осей называют *оператором Лапласа* и обозначают для краткости символами  $\nabla^2$ . Множитель  $\lambda/(c\rho)$  составлен из физических констант и представляет собой некоторую обобщенную физическую константу, характеризующую способность тел проводить теплоту и одновременно аккумулировать его (при нагреве). Эту характеристику называют *коэффициентом температуропроводности*  $a = \lambda/(c\rho)$ , поскольку его величина определяет и скорость изменения температуры в любой фиксированной точке тела. Коэффициент  $a$  имеет важное значение только для нестационарных процессов.

В итоге дифференциальное уравнение теплопроводности можно записать очень компактно:  $\partial t/\partial \tau = a\nabla^2 t$ . Это уравнение описывает связь между изменением температуры в пространстве (правая часть) и во времени (левая часть) в окрестностях любой точки внутри тела и представляет основу для решения всего класса задач теплопроводности. Часто это уравнение называют *дифференциальным уравнением Фурье*.

### **2.2.3. Условия однозначности в задачах теплопроводности**

Как и любое дифференциальное уравнение, уравнение Фурье имеет бесконечное множество решений. Чтобы из этого множества выбрать решение конкретной задачи, нужно при интегрировании уравнения учитывать и использовать для определения произвольных постоянных математическое описание особенностей конкретного случая. Такое описание особенностей конкретной задачи называют *условиями однозначности* или (менее удачно) *краевыми условиями*.

При выводе дифференциального уравнения теплопроводности при выделении объекта исследования (бесконечно малого объема внутри тела) исключено большое количество информации, важной для конкретных задач. Условия однозначности должны содержать следующую информацию:

- о форме и размерах тела (геометрические условия);
- о физических свойствах вещества, включая численные значения теплофизических коэффициентов  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  и др. (физические условия);

о распределении температуры в теле в начальный момент времени, т.е. нужно знать температурное поле при  $\tau = 0$  (начальные условия):  $t_0 = f(x, y, z)$ . В простейшем случае  $t_0 = \text{const}$  и задается численное значение этой константы;

об условиях теплообмена на границе между телом и средой, т.е. об условиях на поверхности тела (граничные условия).

Граничные условия можно задать разными способами. Когда задают температуру на поверхности тела  $t_n = f(x_n, y_n, z_n, \tau)$ , это называют заданием граничных условий первого рода (ГУ-1). В простейшем случае считают  $t_n = \text{const}$  и задают значение  $t_n$ .

При граничных условиях второго рода (ГУ-2) задают удельный тепловой поток на поверхности тела  $q_n = f(x_n, y_n, z_n, \tau)$ . В простейшем случае принимают  $q_n = \text{const}$ .

Чаще всего известны температура окружающей тело жидкой или газообразной среды и величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , характеризующая интенсивность теплообмена на поверхности тела. Тогда говорят, что заданы ГУ-3 (рис. 2.5). Отметим, что при любой форме поверхности весь тепловой поток, передаваемый теплоотдачей, передается теплопроводностью через тончайший слой на поверхности тела. Поэтому можно записать следующее уравнение теплового баланса:  $q_\lambda = q_\alpha$ , или, воспользовавшись законами Ньютона—Рихмана и Фурье,

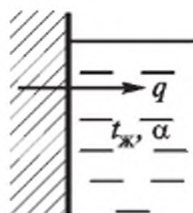
$$\alpha(t_c - t_{ж}) = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (2.11)$$

Формула (2.11) в дифференциальной форме описывает связь между  $t_c$  и  $t_{ж}$  и во многих случаях (когда удается рассчитать значение производной) позволяет перейти от ГУ-3 к ГУ-1.

При ГУ-4 также задаются температурные характеристики окружающей тело среды, но эта среда, в отличие от предыдущего случая, тоже является твердым телом (схема ГУ-4 показана на рис. 2.6). Теплообмен здесь происходит в результате непосредственного контакта поверхностей, а внутри среды — также теплопроводностью. Уравнение теплового баланса в этом случае примет вид

$$q_\tau = q_{ср} \quad \text{или} \quad \lambda(\partial t / \partial n)_{n=0} = \lambda_{ср}(\partial t_{ср} / \partial n)_{n=0}.$$

При ГУ-4 величины  $\lambda$ ,  $\lambda_{ср}$  и  $(\partial t / \partial n)_{n=0}$  считаются известными, и это позволяет найти значение производной  $(\partial t / \partial n)_{n=0}$ . Другими словами, в этом случае задают (правда, опосредствованно) величину производной  $(\partial t / \partial n)_{n=0}$  на поверхности тела. Дополнительным, но



Р и с. 2.5. Схема  
ГУ-3



Р и с. 2.6. Схема  
ГУ-4

необязательным условием является равенство температур в точках теплового контакта тела со средой, если этот контакт идеальный. Если же из-за микронеровностей, зазоров или недостаточного прижатия поверхностей нет идеального контакта, то возникает дополнительное контактное термическое сопротивление, что приводит к скачку температуры в зоне контакта. Величина контактных сопротивлений зависит от многих факторов (прежде всего от качества механического контакта) и определяется опытным путем.

#### 2.2.4. Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-1

Решение отдельных задач теплопроводности логично начинать со стационарных процессов и для тел простейшей формы, поскольку такие тела и режимы чаще всего встречаются на практике, а сами эти решения, если принимать незначительные упрощающие предположения, получаются достаточно простыми.

Рассмотрим неограниченную плоскую стенку, температуры  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  на поверхности которой известны и неизменны в пространстве и во времени (рис. 2.7). На практике к неограниченным можно отнести пластины, толщина которых хотя бы в 10 раз меньше ее ширины, не говоря уже о длине. У таких стенок теплообменом с боковых граней можно пренебрегать и считать, что вся теплота передается только перпендикулярно фронтальным поверхностям. Изотермические поверхности при этом имеют вид плоскостей, параллельных фронтальным, а температура будет изменяться только по толщине стенки, т.е. поле будет одномерным:  $t = f(x)$ . Дифференциальное уравнение теплопроводности в этом случае (поскольку  $\partial t / \partial \tau = 0$ ) примет вид

$$0 = a \frac{d^2 t}{dx^2}.$$

Отсюда получим простое дифференциальное уравнение второго порядка:  $d^2t/dx^2 = 0$ . Чтобы проинтегрировать его, введем новую переменную  $u = dt/dx$  и запишем  $du/dx = 0$ .

Интегралом последнего уравнения может быть любая константа, ибо только производная константы равна нулю. Значит,  $u = C_1$ , или  $dt/dx = C_1$ . Чтобы решить это дифференциальное уравнение, разнесем переменные и проинтегрируем правую и левую части полученного уравнения:

$$dt = C_1 dx; \quad t = C_1 x + C_2. \quad (2.12)$$

Здесь  $C_2$  — вторая произвольная постоянная интегрирования.

Итак, получено общее решение (2.12), описывающее бесконечное множество решений, различающихся значениями  $C_1$  и  $C_2$ . Константы интегрирования найдем, воспользовавшись граничными условиями: на левой поверхности (при  $x = 0$ )  $t = t_{c1}$  и формула (2.12) принимает вид  $t_{c1} = C_1 \cdot 0 + C_2$ , откуда  $C_2 = t_{c1}$ . На правой поверхности (при  $x = \delta$ )  $t = t_{c2}$  и по (2.12) можно записать  $t_{c2} = C_1 \delta + C_2 = C_1 \delta + t_{c1}$ , откуда  $C_1 = (t_{c1} - t_{c2})/\delta$ .

Формулу (2.12) перепишем с учетом полученных значений  $C_1$  и  $C_2$ :

$$t = t_{c1} - ((t_{c1} - t_{c2})/\delta)x. \quad (2.13)$$

Таким образом, получено аналитическое выражение для температурного поля внутри стенки. Это позволяет достаточно просто найти и передаваемый тепловой поток. Действительно, запишем формулу закона Фурье:

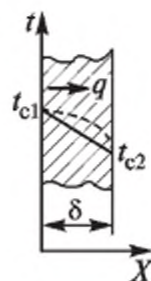
$$q = -\lambda(dt/dx)$$

и подставим сюда значение производной, продифференцировав предварительно формулу (2.13):

$$q = \lambda(t_{c1} - t_{c2})/\delta = (t_{c1} - t_{c2})/(\delta/\lambda). \quad (2.14)$$

Величину  $\delta/\lambda$  принято называть термическим сопротивлением теплопроводности плоской стенки.

Из формул (2.12) или (2.13) видно, что внутри стенки температура меняется по линейному закону. Правда, будет это лишь при  $\lambda = \text{const}$ . Если же зависимостью  $\lambda = f(t)$  пренебречь нельзя, то вид температурного поля изменится — оно будет нелинейным (см. рис.



Р и с. 2.7. Плоская стенка при ГУ-1

2.7). Это становится понятным, если учитывать, что у неограниченной стенки величина  $q$  не зависит от  $x$  ( $q = \text{const}$ ), поэтому во сколько раз при изменении  $x$  и  $t$  увеличилась, например, величина  $\lambda$ , во столько же раз должна уменьшиться величина производной  $dt/dx$  в этой точке (и наоборот).

### 2.2.5. Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-3

Рассмотрим теплообмен в плоской стенке, с обеих сторон которой находятся жидкие или газообразные теплоносители, как показано на рис. 2.8. Естественно, что процесс возникнет только тогда, когда температуры  $t_{ж1}$  и  $t_{ж2}$  различны. При ГУ-3 значения этих температур, размеры и коэффициент теплопроводности стенки, а также величины коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  с обеих сторон стенки считают заданными. Осмысливая задачу, приходим к заключению, что рассматривается типичная теплопередача через плоскую стенку. Воспользовавшись дифференциальным уравнением граничных условий третьего рода (ГУ-3, формула (2.11)), для левой и правой поверхностей стенки запишем:

$$\alpha_1(t_{ж1} - t_{c1}) = -\lambda(dt/dx)_{x=0} \quad \text{и} \quad \alpha_2(t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda(dt/dx)_{x=\delta}.$$

Ввиду линейности температурного поля внутри стенки значения производных одинаковы:

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \frac{t_{c2} - t_{c1}}{\delta} = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}.$$

Тогда получим

$$\alpha_1(t_{ж1} - t_{c1}) = \lambda \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta};$$

$$\alpha_2(t_{c2} - t_{ж2}) = \lambda \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}.$$

Здесь правые части в соответствии с формулой (2.14) равны плотности теплового потока  $q$ . Тогда эти формулы позволяют записать

$$t_{c1} = t_{ж1} - q/\alpha_1 \quad \text{и} \quad t_{c2} = t_{ж2} + q/\alpha_2. \quad (2.15)$$

Если теперь подставим эти значения в формулу (2.14), получим уравнение, содержащее одну неизвестную величину  $q$ :

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda} = \frac{t_{ж1} - q/\alpha_1 - t_{ж2} + q/\alpha_2}{\delta/\lambda},$$

или

$$q(\delta/\lambda) + q/\alpha_1 + q/\alpha_2 = t_{ж1} - t_{ж2},$$

откуда

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.16)$$

Итак, получена формула, правая часть которой содержит только известные по условиям однозначности величины. Рассчитав  $q$ , по формулам (2.15) легко найти и значения температур  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ , переходя тем самым к ГУ-1.

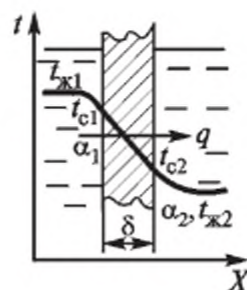
Сопоставляя формулу (2.16) с основным уравнением теплопередачи  $q = k(t_{ж1} - t_{ж2})$ , можно увидеть, что для плоской стенки величину коэффициента теплопередачи  $k$  следует рассчитывать по формуле

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.17)$$

Записав это соотношение в виде  $1/k = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2$ , отметим, что термическое сопротивление теплопередачи складывается из термических сопротивлений каждого теплового перехода (теплоотдачи в стенку, теплопроводности, теплоотдачи от стенки).

Отмеченное правило позволяет легко понять, что при расчетах теплопроводности или теплопередачи через многослойные плоские стенки в общее термическое сопротивление должны включаться термические сопротивления всех слоев, а также контактные сопротивления, если они есть:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{j=1}^m R_{kj} + \frac{1}{\alpha_2}},$$



Р и с. 2.8. Теплопроводность плоской стенки при ГУ-3

где  $n$  — число теплопередающих слоев;  $m$  — число действующих контактных сопротивлений;  $\delta_i$  и  $\lambda_i$  — толщина и теплопроводность отдельного слоя;  $R_{kj}$  — контактное термическое сопротивление между слоями.

### 2.2.6. Стационарная теплопроводность плоских стенок при смешанных граничных условиях

С каждой стороны плоской стенки возможны по четыре варианта граничных условий, что в итоге дает десять различных сочетаний ГУ. Два таких случая (ГУ-1 + ГУ-1 и ГУ-3+ГУ-3) рассмотрены в предыдущих пунктах. Рассмотрим решения ряда других типичных задач, что позволит понять общие подходы, реализуемые при смешанных ГУ.

1. Сочетание ГУ-2 + ГУ-3 (рис. 2.9). Известны величины  $q_n$ ,  $t_{ж}$  и  $\alpha$ , а также толщина  $\delta$  и коэффициент теплопроводности  $\lambda$  стенки. Следует определить значения  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ , чтобы свести задачу к ГУ-1.

У неограниченной плоской стенки при отсутствии боковых тепловых потоков весь тепловой поток, как отмечалось ранее, передается перпендикулярно фронтальным поверхностям и при установленном режиме плотности потока  $q_n$ ,  $q_\lambda$  и  $q_\alpha$  одинаковы:  $q_n = q_\lambda = q_\alpha$ . Это позволяет записать, заменив  $q_\lambda$  по формуле (2.14) и  $q_\alpha$  по формуле закона Ньютона—Рихмана,

$$q_n = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda} \quad \text{и} \quad q_n = \alpha(t_{c2} - t_{ж}).$$

Из последней формулы найдем  $t_{c2} = t_{ж} + q_n/\alpha$ , а далее из предпоследней  $t_{c1} = t_{c2} + q_n\delta/\lambda = t_{ж} + q_n(1/\alpha + \delta/\lambda)$ .

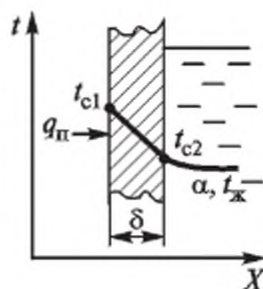
2. Сочетание ГУ-3 + ГУ-1 (рис. 2.10). Теперь известны  $t_{ж}$ ,  $\alpha$ ,  $t_{c2}$ ,  $\delta$  и  $\lambda$ , следует найти  $t_{c1}$  и величину  $q$ .

Рассуждения, приведенные выше, позволяют записать теплобалансовое уравнение

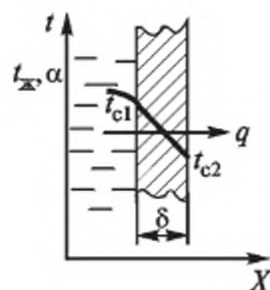
$$q_\alpha = q_\lambda = q,$$

из которого легко получается система с двумя неизвестными:

$$\alpha(t_{ж} - t_{c1}) = q \quad \text{и} \quad (t_{c1} - t_{c2})/(\delta/\lambda) = q.$$



Р и с. 2.9. Теплопроводность при ГУ-2 + ГУ-3



Р и с. 2.10. Теплопроводность плоской стенки при ГУ-3 + ГУ-1

Если выразить разницы температур и сложить почленно правые и левые части полученных уравнений, получим формулу для расчета  $q$ :

$$q = \frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{c}2}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda}}$$

Величину  $t_{\text{c}1}$  найдем теперь, воспользовавшись одним из уравнений системы:

$$t_{\text{c}1} = t_{\text{ж}} - q/\alpha, \text{ или } t_{\text{c}1} = t_{\text{c}2} + q/(\delta/\lambda).$$

3. Сочетание ГУ-1 + ГУ-4 показано на рис. 2.11. В этом случае известны  $t_{\text{c}1}$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda_{\text{c}}$  и  $(dt_{\text{c}}/dx)_{x=\delta}$ . Записав полученное ранее для ГУ-4 дифференциальное уравнение

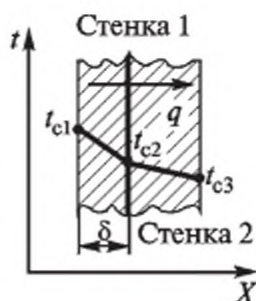
$$\lambda \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x=\delta} = \lambda_{\text{c}} \left( \frac{dt_{\text{c}}}{dx} \right)_{x=\delta},$$

найдем значение производной

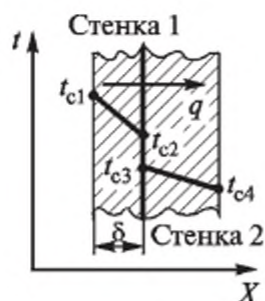
$$\left( \frac{dt}{dx} \right)_{x=\delta} = \frac{\lambda_{\text{c}}}{\lambda} \left( \frac{dt_{\text{c}}}{dx} \right)_{x=\delta}.$$

Правая часть этой формулы содержит только известные величины и представляет собой некоторую константу, значение которой обозначим через  $A$ . Ввиду линейности зависимости  $t = f(x)$  значения производной  $dt/dx$  одинаковы для любой точки внутри стенки:  $(dt/dx)_{x=0} = (dt/dx)_{x=\delta} = dt/dx$ . В итоге приходим к простейшему диф-





Р и с. 2.11. Теплопроводность при ГУ-1 + ГУ-4



Р и с. 2.12. ГУ-1 + ГУ-4 при наличии  $R_k$

ференциальному уравнению  $dt/dx = A$ , интегрирование которого дает  $t = Ax + C$ , где  $C$  — постоянная интегрирования. Воспользуемся теперь другим граничным условием: при  $x = 0$   $t = t_{c1}$ . Тогда предыдущая формула примет вид  $t_{c1} = C$ , а общее решение получится таким:  $t = Ax + t_{c1}$ . Значит,  $t_{c2} = A\delta + t_{c1}$ . Отметим, что при передаче теплоты от стенки 1 в стенку 2 значение константы  $A$  отрицательно. В противном случае  $A > 0$ . Величину передаваемого теплового потока найдем, как всегда, по закону Фурье:

$$q = -\lambda' dt/dx = -\lambda A.$$

Интересно рассмотреть и тот случай, когда в зоне соприкосновения стенок 1 и 2 имеет место некоторое контактное сопротивление  $R_k$ , величина которого известна (рис. 2.12). Тогда в месте контакта возникает скачок температуры, величина которого зависит от  $R_k$  и  $q_n$ , на поверхности стенки 1 будет температура  $t_{c2}$ , а на поверхности стенки 2 —  $t_{c3}$ . Обе эти температуры неизвестны и, определив их, сведем задачу к рассмотренным ранее.

Чтобы найти эти температуры, запишем  $q_{ст} = q_c = (q_{ср})_{x=\delta}$  или  $(t_{c1} - t_{c2})/(\delta/\lambda) = (t_{c2} - t_{c3})/R_k = -\lambda_c(dt_c/dx)_{x=\delta}$ .

Обозначив  $-\lambda_c(dt_c/dx)_{x=\delta} = B$ , легко найдем  $t_{c2} = t_{c1} + B/(\delta/\lambda)$  и  $t_{c3} = t_{c2} + BR_k$ .

### 2.2.7. Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ-1

Цилиндрические стенки встречаются на практике почти так же часто, как и плоские. Будем рассматривать неограниченные по длине стенки, у которых теплообменом с торцевых поверхностей можно пренебрегать, и считать, что весь тепловой поток передается

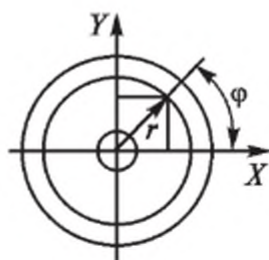
по направлениям, перпендикулярным оси цилиндра. С достаточной точностью к неограниченным можно отнести любые стенки, длина которых хотя бы в 10 раз больше диаметра. При этом изотермические поверхности представляют собой концентрические цилиндры, а в сечении, перпендикулярном оси этих цилиндров, изотермы имеют вид концентрических окружностей, как показано на рис. 2.13. В декартовых координатах температурное поле является плоским:  $t = f(x, y)$ . Однако с переходом к цилиндрической системе координат в силу симметрии обнаруживается, что температура в любом месте стенки зависит лишь от одного параметра — радиуса  $r$ , определяющего положение этой точки на той или иной изотерме, т.е. задача становится одномерной:  $t = f(r)$ .

Чтобы показать многообразие подходов при решении задач теплопроводности, отходя от общего подхода, покажем, что для тел простой формы задачу можно решить и без привлечения дифференциального уравнения теплопроводности.

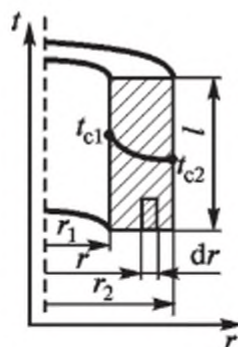
Выделим внутри стенки на расстоянии  $r$  от оси симметрии элементарно тонкий слой толщиной  $dr$  (рис. 2.14) и в соответствии с законом Фурье запишем формулу, определяющую величину передаваемого через этот слой теплового потока:

$$Q = Fq = 2\pi rl(-\lambda(dt/dr)). \quad (2.18)$$

У неограниченной стенки весь этот поток  $Q$  проходит целиком через любую изотермическую поверхность, т.е. не зависит от величины  $r$ . Формула (2.18) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее связь между  $Q$ ,  $r$  и  $t$ . Разнесем переменные и затем проинтегрируем правую и левую части полученного уравнения в пределах, соответствующих граничным условиям: при  $r = r_1$   $t = t_{c1}$  и при  $r = r_2$   $t = t_{c2}$



Р и с. 2.13. Температурное поле цилиндрической стенки



Р и с. 2.14. Теплопроводность цилиндрической стенки

$$\int_{r_1}^{r_2} Q \frac{dr}{r} = \int_{t_{c1}}^{t_{c2}} -2\pi\lambda l dt.$$

После интегрирования (с учетом того, что  $Q = \text{const}$ ) получим

$$Q \ln(r_2/r_1) = -2\pi\lambda l(t_{c2} - t_{c1}),$$

откуда найдем

$$Q = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} l.$$

Чтобы определить вид температурного поля, повторим такое же интегрирование, но до некоторых текущих значений  $r$  и  $t$  верхних пределов:

$$\int_{r_1}^r Q \frac{dr}{r} = \int_{t_{c1}}^t -2\pi\lambda l dt.$$

Тогда получим

$$Q \ln(r/r_1) = -2\pi\lambda l(t - t_{c1}),$$

откуда выразим значение  $t$ :

$$t = t_{c1} - \frac{Q \ln(r/r_1)}{2\pi\lambda l} = t_{c1} - \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} l \frac{\ln(r/r_1)}{2\pi\lambda l} = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \ln \frac{r}{r_1}.$$

Отметим, что удельные тепловые потоки на внутренней и наружной поверхностях различны, поскольку различны величины этих поверхностей:

$$q_{\text{вн}} = \frac{Q}{F_1} = \frac{Q}{2\pi r_1 l} \quad \text{и} \quad q_{\text{нар}} = \frac{Q}{F_2} = \frac{Q}{2\pi r_2 l},$$

что неудобно для практических расчетов. Поэтому введем понятие о линейной плотности теплового потока  $q_l = Q/l$ , величина которой не зависит от радиуса. Связь между  $q_{\text{нар}}$ ,  $q_{\text{вн}}$  и  $q_l$  определяется из равенства  $q_{\text{вн}} F_1 = q_{\text{нар}} F_2 = q_l l$ , откуда  $q_l = q_{\text{вн}} F_1/l = q_{\text{нар}} F_2/l = \pi d_1 q_{\text{вн}} = \pi d_2 q_{\text{нар}}$ .

## 2.2.8. Теплопередача через цилиндрическую стенку

При теплопередаче с обеих сторон стенки имеют место ГУ-3. Для неограниченных стенок ( $l \gg 10d$ ) теплообменом с торцевых поверхностей пренебрегают и считают, что полный тепловой поток, отдаваемый горячим теплоносителем в стенку, равен тепловому потоку, проходящему через стенку, и тепловому потоку, отдаваемому стенкой в холодный теплоноситель (рис. 2.15), т.е. имеет место тепловой баланс

$$Q_{\alpha 1} = Q_{\lambda} = Q_{\alpha 2} = Q.$$

Запишем формулы, по которым можно рассчитать каждый из ЭТИХ ПОТОКОВ:

$$Q_{\alpha 1} = \alpha_1 \pi d_1 l (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q_{\lambda} = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} l;$$

$$Q_{\alpha 2} = \alpha_2 \pi d_2 l (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Итак, получена замкнутая система из трех уравнений, содержащая три неизвестных:  $Q$ ,  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$ . Значения неизвестных найдем, не приводя систему к каноническому виду, а выразив из этих уравнений предварительно разницы температур:

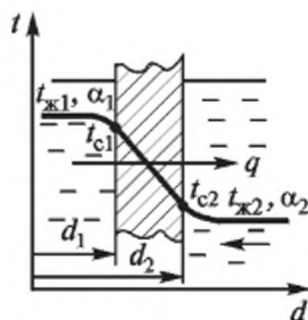
$$t_{ж1} - t_{c1} = Q \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 l}; \quad t_{c1} - t_{c2} = Q \frac{1}{\pi l} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \quad t_{c2} - t_{ж2} = Q \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2 l}$$

и сложив почленно правые и левые части этих формул. Тогда имеем

$$t_{ж1} - t_{ж2} = Q \frac{1}{\pi l} \left( \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right).$$

Отсюда найдем

$$Q = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} l$$



Р и с. 2.15. Теплопередача через цилиндрическую стенку

или, разделив на  $l$ ,

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}.$$

Выражения  $1/(\alpha_1 d_1)$  и  $1/(\alpha_2 d_2)$  называют термическими сопротивлениями теплоотдачи цилиндрических стенок.

На практике очень часто встречаются такие стенки, у которых толщина во много раз меньше диаметра (тонкостенные цилиндры). Для таких стенок можно принять  $d_2/d_1 \approx 1$ , тогда расчетная формула упрощается. Величину  $\ln(d_2/d_1)$  разложим в ряд (при  $(d_2/d_1) < 2$ )

$$\ln \frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)^3 - \dots$$

Поскольку для тонкостенных цилиндров  $(d_2/d_1) - 1 \approx 0$ , то всеми слагаемыми ряда, начиная со второго, можно пренебречь как величинами более высоких порядков малости. Значит,

$$\ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2}{d_1} - 1 = \frac{d_2 - d_1}{d_1} = \frac{2\delta}{d_1}.$$

Учитывая это, найдем теперь величину  $Q$ :

$$Q = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} l = \frac{\pi d_1 l (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1 \cdot d_1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} F.$$

Получена формула, полностью совпадающая с расчетной формулой для плоской стенки. Вывод: теплопередачу через тонкостенные трубы можно (и удобнее) рассчитывать по формуле плоской стенки. Обычно величину  $F$  берут для горячей стороны стенки.

Естественно, что для многослойной стенки суммируют термические сопротивления теплопроводности всех слоев:

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}.$$

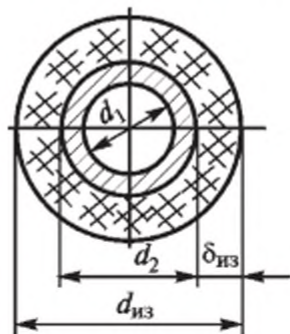
## 2.2.9. Критический диаметр изоляции. Оптимальная изоляция

Чтобы уменьшить тепловые потери или создать безопасные условия труда, часто нагретые стенки покрывают слоем (или несколькими слоями) тепловой изоляции. Толщину изоляции определяют, учитывая задаваемые ограничения (например,  $q$  должно быть не более определенной величины или  $t$  на поверхности изоляции не должна превышать заданного значения) или на основании технико-экономических расчетов оборудования.

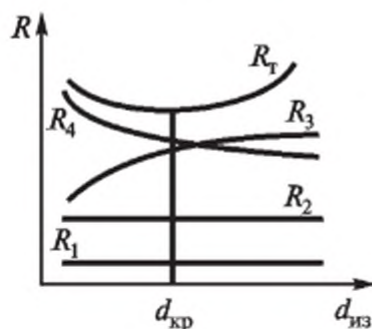
При теплоизоляции труб за счет слоя изоляции увеличивается термическое сопротивление теплопроводности, однако одновременно из-за увеличения наружного диаметра уменьшается термическое сопротивление внешней теплоотдачи. В результате тепловые потери трубы могут не всегда уменьшаться. Чтобы лучше это понять, рассмотрим трубу с диаметрами  $d_1$  и  $d_2$ , на которую нанесен слой тепловой изоляции толщиной  $\delta_{из}$  (рис. 2.16). Общее термическое сопротивление такой двухслойной цилиндрической стенки определим по формуле

$$R_T = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{из}}. \quad (2.19)$$

Изобразим график зависимости термических сопротивлений (отдельных слагаемых формулы (2.19)) при увеличении  $d_{из} = d_2 + 2\delta_{из}$  (рис. 2.17). Первое и второе слагаемые не содержат  $d_{из}$  и поэтому не меняются и изображаются некоторыми прямыми линиями. Третье слагаемое с увеличением диаметра изоляции  $d_{из}$  увеличивается по логарифмическому закону, а четвертое уменьшается гиперболически. При этом сумма  $R_T$  обязательно имеет минимум.



Р и с. 2.16. Тепловая изоляция трубы



Р и с. 2.17. Зависимость  $R_T = f(d_{из})$

Поскольку

$$q_1 = \pi(t_{ж1} - t_{ж2})/R_T,$$

то понятно, что с увеличением  $d_{из}$  тепловые потери  $q_1$  могут сначала возрастать и только затем уменьшаться. Диаметр изоляции, соответствующий минимальному термическому сопротивлению, называют критическим:  $d_{кр}$ . При  $d_{из} < d_{кр}$  нанесение изоляции приводит к увеличению теплотерь, значит, для эффективной работы изоляции необходимо, чтобы обязательно соблюдалось условие

$$d_2 \geq d_{кр}. \quad (2.20)$$

В этом случае, как видно из рис. 2.17, при нанесении изоляции всегда  $d_{из} = d_2 + 2\delta_{из} > d_{кр}$  и реализуется правая ветвь кривой  $R_T = f(d_{из})$ .

Величину  $d_{кр}$  найдем, исследовав формулу (2.19) на экстремум. Для этого продифференцируем  $R_T$  по  $d_{из}$  и приравняем нулю полученное выражение:

$$\frac{\partial}{\partial d_{из}} R_T = 0, \text{ или } 0 + 0 + \frac{1}{2\lambda_{из}} \frac{1}{d_{из\ кр}} - \frac{1}{\alpha_2 d_{из\ кр}^2} = 0.$$

Теперь найдем

$$d_{кр} = 2\lambda_{из}/\alpha_2. \quad (2.21)$$

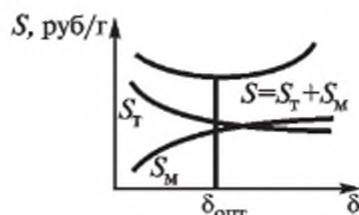
Как правило, величина  $\alpha_2$  с изменением  $d_{из}$  практически не изменяется. Поэтому изменить  $d_{кр}$  можно, лишь меняя материал изоляции (изменяя  $\lambda_{из}$ ). Объединив формулы (2.20) и (2.21), найдем ограничение для  $\lambda_{из}$ , гарантирующее эффективную работу изоляции:

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}.$$

В противном случае уменьшения теплотерь можно добиться существенным увеличением толщины изоляции, однако при этом большая часть изоляции не будет приносить пользы.

В последние годы в связи с динамичными изменениями цен на тепло и материалы возрастает роль технико-экономических расчетов тепловой изоляции. Понятно, что с увеличением толщины изоляции тепловые потери (их стоимость  $S_T$ , руб., за весь период экс-

плутации) уменьшаются, а стоимость материала изоляции  $S_M$  увеличивается (рис. 2.18 иллюстрирует эти изменения). Поскольку слагаемые имеют противоположный характер изменения, то суммирующая кривая будет иметь минимум. Толщину слоя тепловой изоляции, соответствующую минимальной суммарной стоимости  $S$ , называют оптимальной толщиной  $\delta_{\text{опт}}$ . В любом другом случае будем проигрывать либо за счет тепловых потерь, либо за счет увеличения стоимости материала изоляции.



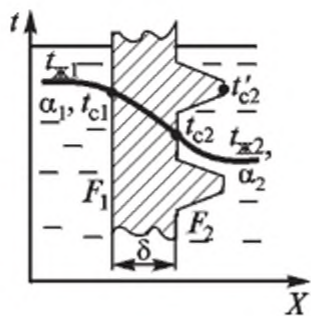
Р и с. 2.18. Оптимальная толщина тепловой изоляции

При расчетах многослойной изоляции можно ставить и решать вопрос об оптимальном сочетании толщин каждого слоя, поскольку эффективность и стоимость различных материалов различны. Доказано, например, что тот теплоизоляционный материал, у которого  $\lambda_{\text{из}}$  меньше, следует располагать на горячей стороне стенки, там он работает более эффективно. Более подробно вопросы расчета оптимальной тепловой изоляции рассмотрены в [20].

## 2.2.10. Теплопередача через ребристую стенку

Чтобы увеличить передаваемый тепловой поток, прибегают к увеличению теплоотдающей поверхности путем оребрения с той стороны, где интенсивность теплоотдачи ниже. Обычно устраивают прямоугольные, треугольные или трапециевидные ребра. Их изготавливают или непосредственно на стенке (литьем, механической обработкой), или делают отдельно из более дешевого и теплопроводного материала и плотно прикрепляют к стенке. Одна из конструкций ребристой стенки показана на рис. 2.19. Наличие ребер заметно изменяет общую картину теплопередачи, несколько повышая величину  $\alpha_2$ . Участки ребра у основания имеют более высокую температуру  $t_{c2}$ , чем температура  $t'_{c2}$  у вершины. Поэтому тепловой поток  $Q_{\text{оп}}$ , отдаваемый ребристой стороной в действительности, всегда несколько меньше, чем поток  $Q_T$ , который отдавался бы в идеальном случае, при  $t'_{c2} = t_{c2}$ . Величину  $\eta_3 = Q_{\text{оп}}/Q_T$  называют коэффициентом эффективности оребрения. В справочной литературе [18] можно найти формулы, позволяющие рассчитать величину этого коэффициента для наиболее распространенных форм ребер.





Р и с. 2.19. Теплопередача через ребристую стенку

Отношение  $k_{op} = F_2/F_1$ , показывающее, во сколько раз увеличена теплоотдающая поверхность в результате оребрения, называют коэффициентом оребрения.

Упрощая задачу, будем считать, что теплопроводность материала ребра очень высокая и поэтому можно принимать одинаковыми и температуру у основания ребра  $t_{c2}$ , и температуру у его вершины  $t'_{c2}$ . Принимая величины  $t_{ж1}$ ,  $t_{ж2}$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $k_{op}$  заданными (заданы ГУ-3), для плоской оребренной стенки можем записать

$$Q_{\alpha 1} = \alpha_1 F_1 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q_{\lambda} = F_1 \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda};$$

$$Q_{\alpha 2} = \alpha_2 F_2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Выразив отсюда разницы температур и учитывая, что  $Q_{\alpha 1} = Q_{\lambda} = Q_{\alpha 2}$ , аналогично предыдущему (теплопередача через плоскую стенку) получим

$$Q_{op} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{k_{op} \alpha_2}} F_1.$$

Из формулы видно, что с увеличением коэффициента оребрения  $k_{op}$  величина  $Q_{op}$  увеличивается.

### 2.2.11. Теплопроводность цилиндра при наличии внутренних источников теплоты

В технике часто встречаются случаи, когда внутри тела имеются внутренние источники теплоты, например при прохождении электрического тока, при химических реакциях, ядерном распаде или деятельности микроорганизмов. Интенсивность выделения теплоты при этом характеризуется мощностью внутренних источников  $q_v$ , показывающей, сколько теплоты выделяется за единицу времени

единицей объема тела. При поглощении теплоты, например при эндотермических реакциях, говорят о наличии стоков теплоты и величину  $q_v$  считают отрицательной.

Рассмотрим неограниченный сплошной цилиндрический стержень с равномерно распределенными в нем внутренними источниками мощностью  $q_v$  (рис. 2.20). Стержень помещен в жидкую или газообразную среду температурой  $t_{ж}$ . Коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности  $\alpha$  (заданы ГУ-3). В силу симметрии температурное поле в таком стержне будет одномерным:  $t = f(r)$ .

Если на расстоянии  $r$  от оси выделить изотермическую поверхность, то при установившемся режиме теплота, выделившаяся в объеме  $\pi r^2 l$ , будет передаваться через изотермическую поверхность  $2\pi r l$  теплопроводностью. Значит, можно записать следующее теплоравновесное уравнение:

$$\pi r^2 l q_v = - 2\pi r l \lambda (dt/dr).$$

Проведем сокращения и разнесем переменные:

$$dt = - \frac{q_v}{2\lambda} r dr.$$

Тогда после интегрирования получим

$$t = - \frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C,$$

где  $C$  — постоянная интегрирования, найти которую не составляет трудностей: при  $r = R$   $t = t_c$  и тогда

$$C = t_c + \frac{q_v}{4\lambda} R^2.$$

Значит, температурное поле внутри стержня описывается формулой

$$t = - \frac{q_v}{4\lambda} r^2 + t_c + \frac{q_v}{4\lambda} R^2 = t_c + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2).$$

Величину  $t_c$  найдем, записав теплоравновесное уравнение для наружной поверхности стержня

$$Q_v = Q_\alpha \quad \text{или} \quad \pi R^2 l q_v = 2\pi R l \alpha (t_c - t_{ж}),$$

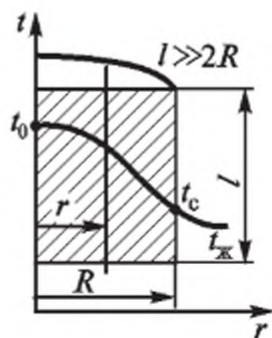


Рис. 2.20. Цилиндрический стержень

откуда после сокращений получим

$$t_c = t_{ж} + \frac{Rq_v}{2\alpha}.$$

Температура на оси цилиндра (при  $r = 0$ ) будет наибольшей:

$$t_o = t_c + \frac{q_v R^2}{4\lambda} = t_{ж} + q_v \left( \frac{R^2}{4\lambda} + \frac{R}{2\alpha} \right).$$

## 2.2.12. Численное решение задач стационарной теплопроводности

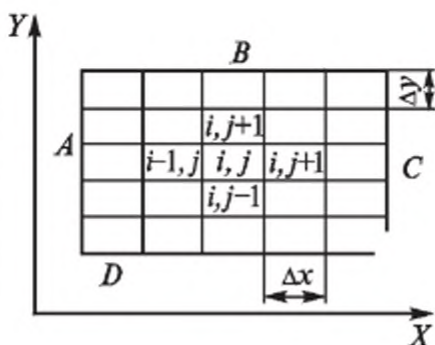
Аналитическое решение задач теплопроводности возможно лишь для тел простой геометрической формы и при простейших граничных условиях. На практике же иногда возникает необходимость определить температурное поле в телах более сложной формы или при таких условиях однозначности, когда температура или условия теплообмена на поверхности тела непостоянны, когда величина  $\lambda$  существенно и нелинейно зависит от  $t$ , когда тело неоднородно и величина  $\lambda$  различна в разных точках тела и по разным направлениям.

Чтобы перейти к числовым методам, исследуемое тело мысленно разделяют на небольшие объемы простой формы (чаще всего прямоугольной). При этом считают, что в пределах каждого такого объема свойства вещества, мощность внутренних источников и температура остаются постоянными, а изменение температуры происходит скачками на границах каждого объема. Другими словами, непрерывный процесс теплопроводности заменяется некоторым дискретным процессом.

Центральные точки выделенных объемов (их называют узлами) образуют внутри тела пространственную сетку. Для любого узла такой сетки на основе теплораспределительных уравнений или путем замены дифференциального уравнения теплопроводности его конечно-разностным аналогом (от бесконечно малых приращений переходят к малым конечным приращениям) можно получить алгебраические соотношения, в совокупности составляющие замкнутую систему уравнений, для решения которой используют стандартные или специально разработанные методы. Изложенный подход называют *методом конечных разностей*.

В качестве примера рассмотрим двумерное температурное поле, возникающее в однородной пластине толщиной  $\delta$ , когда темпера-

туры на боковых поверхностях ее различны (рис. 2.21). Разделим пластину на элементарные прямоугольники, нанося сетку с шагом  $\Delta x$  по оси  $X$  и  $\Delta y$  по оси  $Y$ . Выделим узлы сетки вокруг одного из элементов, лежащего внутри пластины, обозначив их номера вдоль оси  $X$  индексом  $i$ , вдоль оси  $Y$  — индексом  $j$ . Температурное поле такой пластины будет плоским, и дифференциальное уравнение для него примет вид



Р и с. 2.21. Пластина с условной сеткой

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0. \quad (2.22)$$

Производную  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$  представим в виде  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)$  и заменим бесконечно малые приращения  $dt$  и  $dx$  малыми конечными величинами  $\Delta t$  и  $\Delta x$ :

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{\Delta \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)}{\Delta x}.$$

Здесь отношение  $\Delta t / \Delta x$  — величина, близкая к величине проекции температурного градиента на ось  $X$ , а выражение  $\Delta(\Delta t / \Delta x)$  представляет собой разницу между  $\Delta t / \Delta x$  справа и слева от анализируемого узла. Выпишем значения этих отношений:

$$\left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{прав}} = \frac{t_{i+1,j} - t_{i,j}}{\Delta x}; \quad \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i,j} - t_{i-1,j}}{\Delta x}.$$

Значит,

$$\Delta \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) = \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{прав}} - \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{\Delta x}$$

и далее

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{\Delta x^2}.$$

Аналогичные рассуждения для оси  $Y$  позволяют получить

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \approx \frac{t_{i,j+1} - 2t_{i,j} + t_{i,j-1}}{\Delta y^2}.$$

В итоге дискретный аналог дифференциального уравнения (2.22) представляется в виде

$$\frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{t_{i,j+1} - 2t_{i,j} + t_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0. \quad (2.23)$$

Это уравнение описывает связь между температурами соседних элементов для любого из внутренних узлов сетки. Для узлов, выходящих за границы пластины, температура или известна (заданы ГУ-1), или может быть определена из уравнений, описывающих ГУ. Таким образом, для всех  $n(n = ij - n_{\text{кр}})$  неизвестных температур формула (2.23) дает  $n$  линейных алгебраических уравнений. Эти уравнения заметно упрощаются, если принять  $\Delta x = \Delta y$ :

$$t_{i+1,j} + t_{i-1,j} + t_{i,j+1} + t_{i,j-1} - 4t_{i,j} = 0. \quad (2.24)$$

Прежде чем говорить о методах решения полученной системы, отметим три важнейших свойства разностных схем: аппроксимируемость, устойчивость и сходимость решения. Первое означает, что при  $\Delta x \rightarrow 0$   $\Delta y \rightarrow 0$ , т. е. решение системы алгебраических уравнений стремится к решению исходного дифференциального уравнения. Устойчивой называют схему, для которой ошибки округления при уменьшении шагов  $\Delta x$  и  $\Delta y$  не приводят к большим искажениям решения. Сходимость означает, что по мере уменьшения  $\Delta x$  и  $\Delta y$  решение системы все ближе сходится с истинным решением. Сходимость выступает как следствие аппроксимируемости и устойчивости. Анализ различных конечно-разностных схем на устойчивость и сходимость приведен в [21, 22].

Полученную систему уравнений решают обычно на ЭВМ методом прогонки или путем последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса), о которых речь пойдет позже, теперь же рассмотрим другой оригинальный метод — метод релаксаций. Суть этого метода в следующем. Сначала в узлах сетки записывают ожидаемые, интуитивно выбранные значения температур. Конечно, они не будут удовлетворять уравнению (2.24), и вместо равенства нулю в каждом узле сетки будем иметь некоторый остаток  $R_o$ :

$$R_o = t_{i+1,j} + t_{i-1,j} + t_{i,j+1} + t_{i,j-1} - 4t_{i,j}.$$

Величина  $R_0$  говорит о том, насколько правильно были выбраны значения температур в окрестностях каждого узла в первом приближении.

Найдем значения  $R_0$  для всех узлов. Там, где величина  $R_0$  окажется наибольшей, температуры были выбраны наименее удачно, и именно для этого узла их надо скорректировать. Для этого наибольшее по абсолютному значению  $R_0$  делим на четыре части и результат добавляем к остаткам четырех соседних узлов, а также к температуре этого узла.

После этого остаток в рассматриваемом узле станет равным нулю, но изменятся остатки соседних узлов. Вновь просматривая все остатки, снова выбираем узел, где остаток наибольший, и повторяем процедуру сглаживания остатков в этом узле. Повторяя такое сглаживание до тех пор, пока все остатки не станут равными нулю (точнее — некоторой относительно небольшой величине), приходим к решению задачи.

Модификацией этого метода, наиболее удобной для реализации на ЭВМ, является метод Зейделя, где выравнивание остатков ведется не для узлов с наибольшим  $R_0$ , а поочередно, от первого к последнему. При этом для расчета температуры в последующем приближении используют значение температуры в том же узле, но рассчитанное в предыдущем приближении. Более подробно описание этого метода приведено в [23].

### 2.2.13. Процессы нестационарной теплопроводности

Ранее уже было отмечено широкое распространение нестационарных процессов и важность их для практики. В отличие от предыдущих задач, здесь фактор времени является одним из определяющих и часто задача состоит в том, чтобы определить, как изменяется температура в той или иной точке тела с течением времени, сколько при этом передавалось теплоты. Несмотря на множество методов и подходов, разработанных для решения нестационарных задач (см. [24, 25]), аналитические решения получены только для тел простой формы и для простейших ГУ. Очень часто такие решения содержат табулированные корни отдельных трансцендентных уравнений или значения специальных функций.

Чтобы познакомиться с некоторыми качественными особенностями нестационарных процессов, рассмотрим термограммы (так называют зависимости  $t = f(\tau)$ ) для двух точек равномерно прогре-

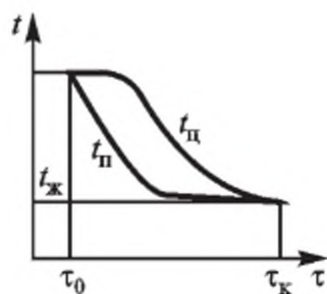
того тела, которое быстро погружают в более холодную жидкую или газообразную среду (рис. 2.22). В начальный момент времени температуры на поверхности тела  $t_n$  и в его центре  $t_{ц}$  одинаковы. С началом процесса эти температуры изменяются по-разному, темп их уменьшения различен и по мере охлаждения уменьшается. Постепенно обе температуры выравниваются, приближаясь к  $t_{ж}$ , и теплообмен прекращается. Интересно, что по мере удаления от поверхности изменение температуры все более отстает от изменения температуры на поверхности. Величина такой задержки различна на различных этапах процесса и зависит от коэффициента теплопроводности, расстояния от поверхности и ГУ. Наибольшая задержка — в центре тела.

Естественно, что тепловые потоки в теле, в частности через его поверхность, не остаются постоянными, а меняются в течение процесса, как показано на рис. 2.23. Количество теплоты  $Q^*$ , отдаваемое телом до момента времени  $\tau$ , определится величиной интеграла

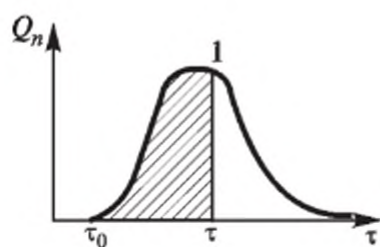
$$Q^* = \int_0^{\tau} Q_n d\tau, \text{ равной величине заштрихованной площади.}$$

Изучение термограмм различных процессов показало, что на первой стадии ход изменения температуры существенно зависит от первоначального распределения температуры в теле. Однако с течением времени процесс переходит в другую стадию, когда первоначальная неравномерность температурного поля успевает сгладиться и перестает влиять на характер изменения температуры. Эту вторую стадию называют регулярным режимом, а первоначальную стадию, длительность которой составляет примерно 0,1...0,3 всей продолжительности процесса, называют нерегулярным режимом.

Чтобы выявить основную особенность регулярного режима, будем считать, что тело настолько теплопроводно, что распределение температуры в нем практически равномерно и изменяется она



Р и с. 2.22. Термограммы охлаждения тела



Р и с. 2.23. Тепловой поток через поверхность тела

только по времени; за время  $d\tau$  температура тела изменится на величину  $-dt$ .

Запишем теплобалансовое уравнение, учитывая, что вся передаваемая телом теплота отдается теплоносителю в результате уменьшения теплосодержания этого тела:

$$\alpha(t - t_{\text{ж}})F d\tau = -V\rho c dt. \quad (2.25)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи на поверхности исследуемого тела;  $F$ ,  $V$  — площадь поверхности и объем;  $\rho$ ,  $c$  — плотность и удельная теплоемкость тела. Заметив, что  $dt = d(t - t_{\text{ж}})$ , формулу (2.25) перепишем по-другому:

$$-\frac{\alpha F}{V\rho c} d\tau = \frac{d(t - t_{\text{ж}})}{t - t_{\text{ж}}}.$$

В результате получено простое дифференциальное уравнение, интегрирование которого дает  $-m_p \tau = \ln(t - t_{\text{ж}}) + C$ , где  $m_p = (\alpha F)/(V\rho c)$  — коэффициент пропорциональности, называемый темпом охлаждения (или темпом нагревания, когда  $t_{\text{ж}} > t$ );  $C$  — некоторая произвольная постоянная, определить которую можно из условий однозначности.

Потенцируем полученную формулу:  $e^{-m_p \tau} = (t - t_{\text{ж}})e^C$  и представим результат в виде  $t = t_{\text{ж}} + Ae^{-m_p \tau}$ . Здесь величина  $A = \exp(-C)$  представляет собой также некоторую константу. Полученная формула описывает основную особенность регулярного режима: с течением времени температура в любой точке тела изменяется по закону экспоненты. В различных точках различны только константы  $A$ .

Для тел простой формы сопоставлением приведенной формулы и результатов аналитического решения для характерных точек определены формулы, позволяющие рассчитать темп охлаждения  $m_p$  для любого случая, т. е. и тогда, когда теплопроводность тела невелика и процесс теплопроводности сопровождается сложным распределением температуры в теле.

Выявленная особенность регулярного режима лежит в основе многих экспериментальных методов определения коэффициентов теплопроводности и температуропроводности, когда по экспериментальной термограмме находят темп охлаждения  $m_p$  и по его величине — значения коэффициентов  $\lambda$  и  $a$ .



## 2.2.14. Общее решение дифференциального уравнения теплопроводности

Из всего множества методов решения задач теплопроводности рассмотрим подробнее метод непосредственного интегрирования путем разделения переменных (метод Фурье). При этом ради упрощения ограничимся анализом одномерного нестационарного температурного поля, для которого дифференциальное уравнение теплопроводности запишем в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (2.26)$$

Решение  $t = (x, \tau)$  будем искать в виде произведения двух функций  $\varphi$  и  $\psi$ , причем первая из них зависит только от  $\tau$ , а вторая — только от  $x$ :

$$t = \varphi(\tau)\psi(x). \quad (2.27)$$

Продифференцируем формулу (2.27), определив производные  $\partial t/\partial \tau$  и  $d^2t/dx^2$ :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \psi; \quad \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \varphi; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \varphi,$$

подставим полученные значения в уравнение (2.26):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \psi = a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \varphi$$

или

$$\frac{1}{a} \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{1}{\psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}. \quad (2.28)$$

Теперь левая часть приведенной формулы зависит только от  $\tau$ , а правая — только от  $x$ . Для некоторого фиксированного момента времени  $\tau$  величины  $\varphi$  и  $\partial \varphi/\partial \tau$  принимают некоторые численные значения, и левая часть формулы (2.28) превращается в константу (ее называют константой разделения). Чтобы решение было ненулевым и по мере увеличения  $\tau$  величина  $t$  не увеличивалась бы бесконечно, а стремилась к некоторому постоянному значению, вели-

чина константы разделения должна быть отрицательной. Обозначим ее через  $-k^2$ . Естественно, что и правая часть формулы (2.28) равна  $-k^2$ .

С учетом изложенного уравнение (2.28) можно заменить теперь системой из двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -ak^2\varphi; \quad (2.29)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\psi k^2. \quad (2.30)$$

Интегрирование этих уравнений несложно. Для этого в уравнении (2.29) сначала разнесем переменные:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -ak^2 d\tau.$$

Тогда после интегрирования получим

$$\ln \varphi = ak^2\tau + C,$$

где  $C$  — постоянная интегрирования. Потенцируя полученную формулу, найдем

$$\varphi = \exp(-ak^2\tau)\exp(C) = C_1\exp(-ak^2\tau),$$

где  $C_1$  — пока еще неизвестная произвольная постоянная. Общим решением уравнения (2.30) является выражение

$$\psi = C_2 \cos kx + C_3 \sin kx,$$

в чем легко убедиться, дифференцируя его по  $x$  дважды:

$$\frac{d\psi}{dx} = C_2 k(\sin kx) + C_3 k \cos kx;$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{d\psi}{dx} \right) = -C_2 k^2 \cos kx - C_3 k^2 \sin kx = -\psi k^2.$$

Таким образом, общее решение дифференциального уравнения (2.26) в соответствии с формулой (2.27) получаем в виде

$$t = C_1 \exp(-ak^2\tau)(C_2 \cos kx + C_3 \sin kx), \quad (2.31)$$

где произвольные постоянные  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и константа разделения  $k$  должны определяться из условий однозначности.

### 2.2.15. Нестационарная теплопроводность неограниченной плоской стенки

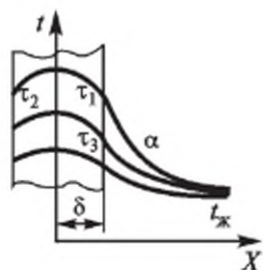
Рассмотрим процесс охлаждения неограниченной плоской стенки, которая в начальный момент имела равномерно распределенную температуру  $t_0$  и была быстро помещена в жидкую среду температурой  $t_{\text{ж}}$ . При этом будем считать, что интенсивность теплообмена между стенкой и жидкостью, определяемая величиной коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , в течение процесса остается постоянной. Такая стенка и распределение температуры в ней для ряда последовательных моментов времени  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ , ... показаны на рис. 2.24. В силу симметрии ось  $t$ , совпадающую с осью  $Z$ , удобно провести в плоскости симметрии, обозначив половину толщины стенки через  $\delta$ .

При решении задач всегда удобнее вместо истинного значения температуры  $t$  рассматривать избыточную температуру  $\Theta = t - t_{\text{ж}}$ . В этом случае, учитывая, что  $dt = d\Theta$ , формула (2.26) примет вид

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2},$$

а значит, и общее решение (2.31) будет выглядеть следующим образом:

$$\Theta = C_1 \exp(-ak^2\tau)(C_2 \cos kx + C_3 \sin kx). \quad (2.32)$$



Р и с. 2.24. Нестационарное температурное поле плоской стенки

Чтобы найти константы  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $k$ , воспользуемся условиями однозначности. В силу симметрии значение производной при  $x=0$  должно быть равным нулю. Продифференцируем формулу (2.32):

$$(\partial\Theta/\partial x) = C_1 \exp(-ak^2\tau)(-C_2k \sin kx + C_3k \cos kx).$$

При  $x=0$   $\sin kx = 0$ , а  $\cos kx = 1$ . Тогда приведенная формула сводится к уравнению

$$0 = C_1 \exp(-ak_2\tau)(-0 + C_3k \cdot 1),$$

откуда  $C_3 = 0$ . В результате общее решение несколько упрощается:

$$\Theta = C_1 C_2 \exp(-ak^2\tau) \cos kx = A \exp(-ak^2\tau) \cos kx, \quad (2.33)$$

где через  $A$  обозначена произвольная постоянная,  $A = C_1 C_2$ .

Запишем теперь дифференциальное уравнение ГУ-3:

$$\alpha(t - t_{\text{ж}}) = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=\delta}.$$

С учетом соотношений  $\Theta = t - t_{\text{ж}}$  и  $dt = d\Theta$  его можно представить в виде

$$\alpha\Theta_{x=\delta} = -\lambda(\partial\Theta/\partial x)_{x=\delta}. \quad (2.34)$$

Дифференцируя (2.33), найдем частную производную

$$\left( \frac{\partial\Theta}{\partial x} \right)_{x=\delta} = A \exp(-ak^2\tau) (-k \sin k\delta).$$

Подставим выражения для  $\Theta_{x=\delta}$  и  $(\partial\Theta/\partial x)_{x=\delta}$  в формулу (2.34):

$$\alpha A \exp(-ak^2\tau) \cos k\delta = -\lambda A \exp(-ak^2\tau) (-k \sin k\delta).$$

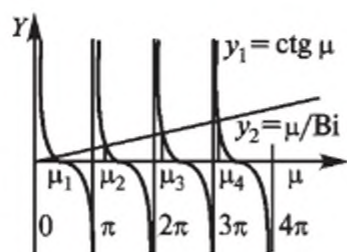
После сокращений и простейших преобразований получим трансцендентное уравнение, содержащее одну неизвестную — величину  $k$ :

$$\text{ctg } k\delta = \frac{k\lambda}{\alpha}.$$

Прежде чем перейти к решению этого уравнения, обычно его видоизменяют следующим образом:

$$\text{ctg } k\delta = \frac{k\delta\lambda}{\alpha\delta} = \frac{k\delta}{\frac{\alpha\delta}{\lambda}}.$$

Безразмерный комплекс  $(\alpha\delta)/\lambda$ , характеризующий собой отношение термических сопротивлений в зоне контакта тела с жидкостью, называют *числом Био*. Эта величина в обобщенной форме фиксирует ГУ-3 и определяет подобие процессов теплопроводности



сти (более подробно о подобии явлений и о числах подобия будет рассказано позже). Обозначим  $k\delta = \mu$  и  $(\alpha\delta)/\lambda = Bi$ . Тогда предыдущее уравнение примет вид

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{1}{Bi} \mu. \quad (2.35)$$

Р и с. 2.25. Графическое решение уравнения (2.35)

На рис. 2.25 приведено графическое решение этого уравнения для некоторого конкретного значения числа  $Bi$ . Из рисунка видно, что уравнение (2.35) имеет бесконечное множество корней  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , причем с увеличением номера корня  $i$  величина его стремится к пределу  $(i-1)\pi$ . Значения корней  $\mu_i$  рассчитаны числовым методом на ЭВМ для любых значений числа  $Bi$  и приведены в технической литературе [23]. Реализация ГУ-3 позволила нам определить множество констант разделения  $k_i$  ( $k_i = \mu_i/\delta$ ). Теперь любое частное решение в соответствии с формулой (2.33) принимает вид

$$\Theta_i = A_i \exp\left(-\frac{\alpha\tau}{\delta^2} \mu_i\right) \cos\left(\mu_i \frac{x}{\delta}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

а общее решение определится суммой этих частных решений:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\infty} \Theta_i = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \exp(-Fo\mu_i^2) \cos(\mu_i X),$$

где для краткости обозначено:  $X = x/\delta$  — безразмерная относительная координата точки;  $Fo = (\alpha\tau)/\delta^2$  — значение числа Фурье, определяющее сходственные моменты времени у подобных явлений.

Значения произвольных постоянных  $A_i$  найдем, реализуя начальные условия. При  $\tau = 0$   $\Theta = \Theta_0$ , предыдущая формула примет вид

$$\Theta_0 = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot 1 \cdot \cos(\mu_i X). \quad (2.36)$$

Функция  $\cos(\mu_i X)$  — это функция четная, т.е.  $\cos(\mu_i X) = \cos(-\mu_i X)$ , а такие функции обладают свойством ортогональности, которое для данного случая можно записать так:

$$\int_{-1}^1 \cos(\mu_m X) \cos(\mu_n X) dX = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n; \\ \int_{-1}^1 \cos^2(\mu_i X) dX & \text{при } m = n = i. \end{cases}$$

Чтобы воспользоваться этим свойством, умножим почленно уравнение (2.36) на  $\cos(\mu_i X) dX$  и проинтегрируем правую и левую части в пределах  $-1 \dots 1$  ( $x$  меняется от  $-\delta$  до  $+\delta$ ):

$$\int_{-1}^1 \Theta_0 \cos(\mu_i X) dX = \int_{-1}^1 \left[ \sum_{i=1}^n A_i \cos(\mu_i X) \right] \cos(\mu_i X) dX.$$

В правой части все слагаемые суммы, кроме  $i$ -го, равны нулю, поэтому уравнение упрощается:

$$\Theta_0 \int_{-1}^1 \cos(\mu_i X) dX = A_i \int_{-1}^1 \cos^2(\mu_i X) dX. \quad (2.37)$$

Теперь найдем значения полученных табличных интегралов:

$$\int_{-1}^1 \cos(\mu_i X) dX = \frac{1}{\mu_i} \sin(\mu_i X) \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{\mu_i} (\sin \mu_i - \sin(-\mu_i)) = \frac{2}{\mu_i} \sin \mu_i;$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \cos^2(\mu_i X) dX &= \frac{1}{2} X \Big|_{-1}^1 + \frac{1}{4\mu_i} \sin(2\mu_i X) \Big|_{-1}^1 = \\ &= 1 + \frac{1}{4\mu_i} (\sin(2\mu_i) - \sin(-2\mu_i)) = 1 + \frac{\sin(2\mu_i)}{2\mu_i}. \end{aligned}$$

Далее из уравнения (2.37) найдем неизвестную постоянную  $A_i$ :

$$A_i = \frac{2\Theta_0 \sin \mu_i}{\mu_i \left( 1 + \frac{\sin 2\mu_i}{2\mu_i} \right)}.$$

Таким образом, общее решение в окончательном виде будет

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\infty} \Theta_0 \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i \left(1 + \frac{\sin 2\mu_i}{2\mu_i}\right)} \exp(-\mu_i^2 Fo) \cos(\mu_i X). \quad (2.38)$$

Отметим, что бесконечный ряд с увеличением  $\tau$  (растет число  $Fo$ ) быстро сходится, поэтому даже при точных расчетах учитывают только три-четыре первых слагаемых этого ряда. При  $Fo > 0,3$  с погрешностью не более 5 % всю сумму можно заменить одним первым слагаемым.

Расчет температуры в любой точке стенки по формуле (2.38) достаточно трудоемок, поэтому в инженерной практике для решения отдельных задач (при  $x = 0$ ,  $X = 0$  и  $x = \delta$ ,  $X = 1$ ) пользуются специальными номограммами, где зависимости  $\tilde{\Theta} = f(Bi, Fo, X)$  представлены графически ( $\tilde{\Theta} = \Theta/\Theta_0$  – безразмерная температура).

Полученные результаты можно использовать и для решения задач нестационарной теплопроводности пластин при двумерном или трехмерном температурном поле. При этом используется принцип суперпозиций (наложения полей) и легко доказывается теорема о перемножении решений, в соответствии с которой температурное поле ограниченного параллелепипеда, например, определяется произведением

$$\tilde{\Theta}_{x,y,z} = \tilde{\Theta}_x \tilde{\Theta}_y \tilde{\Theta}_z,$$

где  $\tilde{\Theta}_x$ ,  $\tilde{\Theta}_y$ ,  $\tilde{\Theta}_z$  – относительные температуры, рассчитанные отдельно для каждой бесконечной стенки, которые получаются, если мысленно продолжать соответствующую пару параллельных граней.

## 2.2.16. Метод источников теплоты

Часто теплопроводность возникает от действия на поверхности или внутри тела различных источников (или стоков) теплоты. Температурное поле, возникающее под действием мгновенного точечного источника внутри неограниченного тела, описывают выражением, которое является другим фундаментальным решением дифференциального уравнения теплопроводности:

$$\Theta = \frac{Q^*}{\lambda \sqrt{a(4\pi\tau)^{3/2}}} \exp\left(-\frac{R^2}{4a\tau}\right), \quad (2.39)$$

где  $\Theta = t - t_0$ ;  $t_0$  — начальная температура тела;  $Q^*$  — количество выделяемой источником теплоты;  $R = \sqrt{(x - x_{и})^2 + (y - y_{и})^2 + (z - z_{и})^2}$  — расстояние между источником теплоты  $I(x_{и}, y_{и}, z_{и})$  и исследуемой точкой  $M(x, y, z)$ . В справедливости этого решения легко убедиться, дифференцируя формулу (2.39) и подставляя полученные выражения в дифференциальное уравнение теплопроводности, которое в результате превращается в тождество.

Фундаментальное решение (2.39) позволяет для очень многих случаев записать функцию (в виде интеграла), удовлетворяющую дифференциальному уравнению теплопроводности, т.е. решить задачу.

Три основных принципа помогают реализовать идею конструирования решений на основе формулы (2.39).

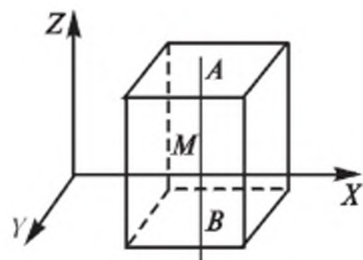
1. Источник любой формы, действующий мгновенно, циклически или непрерывно, неподвижный или движущийся можно представить как некую систему точечных мгновенных источников теплоты (принцип конструирования источников).

2. Температурное поле от каждого точечного источника накладывается на поля других источников, и результирующая температура в любой точке тела определяется суммой температур от каждого источника (принцип суперпозиции температурных полей).

3. Процесс распространения теплоты в телах ограниченных размеров можно представить как процесс теплопроводности в неограниченном теле, если фактически действующие источники дополнить некоторой системой фиктивных источников или стоков (принцип отражения источников).

Для иллюстрации применения этих принципов рассмотрим решение ряда конкретных задач.

Пусть требуется найти температурное поле в неограниченном теле при действии в нем мгновенного линейного источника теплоты, расположенного параллельно оси  $Z$  (рис. 2.26). Такой источник можно представить как множество одновременно вспыхивающих мгновенных источников теплоты, расположенных на линии  $AB$ . Темпера-



Р и с. 2.26. Неограниченный массив с линейным источником теплоты



турное поле каждого источника описывается формулой (2.39). В результате суперпозиций температура в любой точке тела определится суммой

$$\Theta_{\text{л}} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i^*}{\lambda \sqrt{a} (4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(\frac{-R^2}{4a\tau}\right). \quad (2.40)$$

Интенсивность линейного источника обычно характеризуют количеством теплоты, выделяемой на 1 м его длины  $Q_l^*$ . Если длина точечного источника  $\Delta z$ , то  $Q^* = Q_l^* \Delta z$ . Подставим это выражение в формулу (2.40), одновременно устремляя  $\Delta z$  к нулю, а  $n$  — к бесконечности. Тогда, вспомнив из математики определение интеграла, сможем записать

$$\begin{aligned} \Theta_{\text{л}} &= \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \frac{Q_l^*}{\lambda \sqrt{a} (4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(\frac{-R^2}{4a\tau}\right) dz = \\ &= \frac{Q_l^*}{\lambda \sqrt{a} (4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x_u)^2 + (y-y_u)^2}{4a\tau}\right] \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \exp\left(-\frac{(z-z_u)^2}{4a\tau}\right) dz = \\ &= \frac{Q_l^*}{4\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{(x-x_u)^2 + (y-y_u)^2}{4a\tau}\right]. \end{aligned}$$

Ради сокращения чисто математическая задача определения интеграла здесь не рассматривалась, а приведен сразу конечный результат преобразований.

Другая задача: в неограниченном теле параллельно оси  $Z$  со скоростью  $w_u$  движется непрерывно действующий точечный источник теплоты и требуется определить создаваемое им температурное поле. Такой источник можно представить как множество мгновенных точечных источников, расположенных на линии  $AB$  (см. рис. 2.26) и действующих, как в праздничных гирляндах, поочередно друг за другом в моменты времени  $\tau_0 = 0, \tau_1, \tau_2, \tau_3$  и т. д. От каждого такого источника будет возникать температурное поле, описываемое формулой

$$\Theta_i = \frac{Q_l^*}{4\pi\lambda\tau} \exp\left(-\frac{R_u^2}{4a\tau_u}\right),$$

где  $\tau_n = \tau - \tau_i$  — продолжительность процесса распространения теплоты от момента вспышки  $\tau_i$  до текущего момента времени (именно так определялась величина  $\tau$  в формуле (2.39));  $R_i$  — расстояние от точки вспышки до исследуемой точки пространства. Для разных моментов времени  $\tau_i$  это расстояние будет различным, поскольку координата  $z_n$  источника меняется, принимая значения  $z_n = w_n \tau_n$ . Значит,

$$R_n = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}.$$

Естественно, что результирующая температура определится суммой всех температур, а если перейти к бесконечно малым промежуткам времени между вспышками  $\tau_{i+1} - \tau_i = d\tau$  — то величиной интеграла

$$\Theta_n = \int_0^\tau \frac{Q^*}{\lambda \sqrt{a} (4\pi\lambda\tau_b)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R_i^2}{4a\tau_b}\right) d\tau.$$

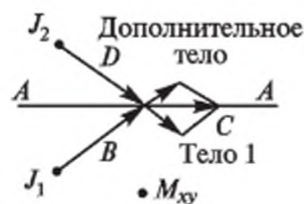
Вопрос о вычислении полученного определенного интеграла оставим без рассмотрения, понимая, что эта математическая задача всегда может быть решена, в крайнем случае — численным методом.

Далее рассмотрим подробнее принцип отражения источников. Пусть внутри полуограниченного тела находится мгновенный точечный источник  $J_1$  (рис. 2.27). Наружная поверхность  $AA$  теплоизолирована, т.е. не пропускает и не отражает теплоту. После вспышки источника теплота будет передаваться по всем направлениям, включая и некоторое направление  $B$ . Однако достигнув поверхности тела, этот поток изменит направление и пойдет вдоль поверхности  $AA$ .

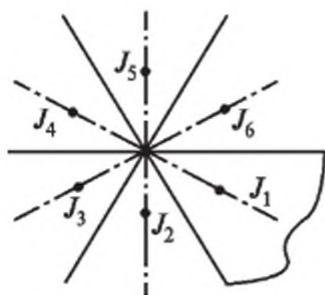
Удалим мысленно теплоизоляцию, заменив ее таким же полуограниченным телом с источником  $J_2$ , являющимся зеркальным отражением источника  $J_1$  (рис. 2.28). В такой системе тел рассмот-



Р и с. 2.27. Источник теплоты в полуограниченном теле



Р и с. 2.28. Дополнение полуограниченного тела



Р и с. 2.29. Неоднократное отражение источников

ренный ранее поток продолжит распространение по направлению  $B$  уже во втором теле. Одновременно в первом теле будет распространяться симметричный поток по направлению  $D$  от источника  $J_2$ . Результирующее действие этих потоков (если их мощности одинаковы) оказывается эквивалентным предыдущему потоку по направлению  $C$  (в результате векторного сложения потоков  $B$  и  $D$ ). Исходя из принципа суперпозиций, избыточную температуру в некоторой точке  $M(x, y, z)$  внутри тела можно описать суммой

$$\Theta_{п.т} = \Theta_n(J_1) + \Theta_n(J_2),$$

где избыточные температуры  $\Theta_n(J_1)$  и  $\Theta_n(J_2)$  в точке  $M$  от одного и другого источников для неограниченного пространства определяют по формуле (2.39).

В приведенном примере по сути рассмотрены ГУ-2 при  $q = 0$ . Если заданы ГУ-1 ( $\Theta_n = 0$ ), то чтобы получить на линии  $AA$  постоянную температуру, нужно нагрев поверхности от действия источника теплоты  $J_1$  скомпенсировать охлаждением ее симметрично расположенным стоком теплоты  $J_2$  такой же мощности ( $Q_2^* = -Q_1^*$ ). Значит, при ГУ-1 для точки  $M$  имеем

$$\Theta_{п.т} = \Theta_n(J_1) - \Theta_n(J_2).$$

Для тел сложной формы принцип отражения источников приходится применять неоднократно, дополняя тело до неограниченного пространства. На рис. 2.29 показана схема дополнений для бесконечного клина с углом при вершине  $60^\circ$  и теплоизолированными боковыми гранями. Понятно, что  $\Theta_{кл} = \sum_{i=1}^6 \Theta_n(J_i)$ .

### 2.2.17. Численное решение нестационарных задач теплопроводности

Еще раз отметим, что все численные методы основаны на допущении возможности без внесения существенных погрешностей заменять непрерывный в пространстве и во времени процесс некото-

рым дискретным, скачкообразным процессом. При расчетах нестационарных процессов, в частности, считают, что температура в любой точке тела в течение некоторого промежутка времени остается неизменной, а в начале каждого следующего промежутка меняется скачкообразно, принимая новое значение.

Для решения задач обычно и здесь используется метод сеток, теперь уже пространственно-временных. В качестве примера рассмотрим процесс нестационарной теплопроводности неограниченной пластины при ГУ-1, когда температуры поверхностей  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  не постоянны, а заданы как некоторые функции времени:  $t_{c1} = f_1(\tau)$ ;  $t_{c2} = f_2(\tau)$ .

Мысленно разделим пластину на несколько тонких слоев толщиной  $\Delta x$  и будем считать, что в пределах каждого слоя температура характеризуется величиной  $t_{i,k}$ , где  $i$  — номер слоя ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $k$  — номер текущего интервала времени  $\Delta \tau$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). Для некоторого момента времени  $\tau = \Delta \tau k$  действительное распределение температуры в теле заменим ступенчатым распределением ее по отдельным слоям (рис. 2.30). Тогда температурное поле, представляющее совокупность всех значений температур  $t_{i,k}$ , можно отразить с помощью пространственно-временной сетки с шагами  $\Delta x$  и  $\Delta \tau$ , представленной на рис. 2.31.

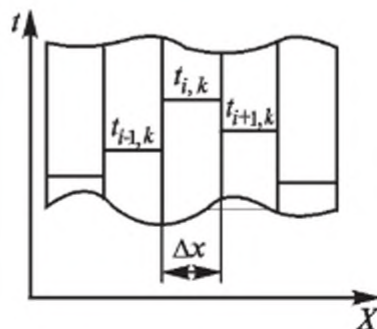
Некоторые узлы этой сетки известны по условиям однозначности:

ГУ слева:  $t_{0,k} = f_1(\Delta \tau k)$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;

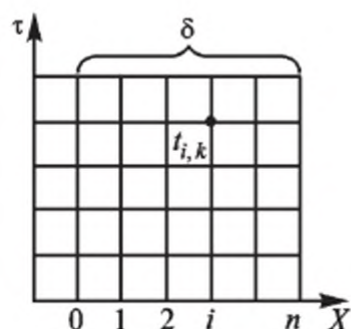
ГУ справа:  $t_{n,k} = f_2(\Delta \tau k)$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;

НУ:  $t_{i,0} = f_3(\Delta x i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ .

Дифференциальное уравнение теплопроводности одномерного температурного поля при переходе от бесконечно малых к малым конечным приращениям принимает вид



Р и с. 2.30. Температурное поле при сложных ГУ



Р и с. 2.31. Пространственно-временная сетка

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = a \frac{\Delta}{\Delta x} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right).$$

Здесь

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta \tau}; \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i,k} - t_{i-1,k}}{\Delta x}; \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{пр}} = \frac{t_{i+1,k} - t_{i,k}}{\Delta x}$$

и далее

$$\frac{\Delta}{\Delta x} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) = \frac{1}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{пр}} - \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)_{\text{лев}} \right] = \frac{t_{i+1,k} - 2t_{i,k} + t_{i-1,k}}{\Delta x^2}.$$

В результате алгебраический аналог дифференциального уравнения будет

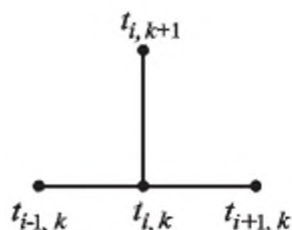
$$\frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta \tau} = a \frac{t_{i+1,k} - 2t_{i,k} + t_{i-1,k}}{\Delta x^2}. \quad (2.41)$$

Приведенная формула связывает между собой четыре соседние в пространстве температуры по схеме, приведенной на рис. 2.32, которую называют расчетным шаблоном явной схемы. Если начинать расчет с  $i = 1$  и  $k = 0$ , то эта схема (или формула (2.41) соответственно) будет содержать только одну неизвестную  $t_{1,1}$ . Определив ее, шаблон сдвигают вправо на шаг и рассчитывают следующую температуру  $t_{1,2}$  и т.д. В итоге последовательно определяют все температуры сначала первого временного слоя ( $k = 1$ ), затем второго ( $k = 2$ ) и т.д. Недостатком явной схемы является необходимость определенным образом ограничивать шаги  $\Delta \tau$  и  $\Delta x$ , поскольку доказано, что решение бывает устойчивым только при условии  $(a\Delta \tau / \Delta x^2) \leq 0,5$ .

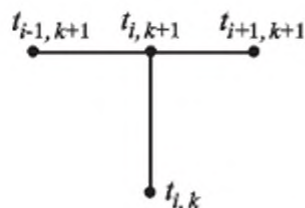
Конечно-разностный аналог можно построить и для другого расчетного шаблона (неявной схемы), приведенного на рис. 2.33. В такой схеме используют значения температур в соседних точках, но не для одного, а для соседних интервалов времени. Алгебраический аналог дифференциального уравнения при этом имеет вид

$$\frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta \tau} = a \frac{t_{i+1,k+1} - 2t_{i,k+1} + t_{i-1,k+1}}{\Delta x^2}. \quad (2.42)$$

Отметим, что формула (2.42) по структуре идентична формуле (2.41), но правая часть ее рассчитана для  $(k + 1)$ -го интервала



Р и с. 2.32. Шаблон явной схемы



Р и с. 2.33. Шаблон неявной схемы

времени. Для решения задачи формулу (2.42) записывают последовательно для всех узлов сетки, в результате чего получают замкнутую систему алгебраических уравнений, которую решают обычно методом прогонки. Чтобы понять суть и особенности этого метода, проведем сначала несложные преобразования, записав формулу (2.42) в виде

$$t_{i,k+1} - t_{i,k} = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} (t_{i+1,k+1} - 2t_{i,k+1} + t_{i-1,k+1})$$

и сгруппировав подобные члены по мере возрастания  $i$ :

$$A_i t_{i-1,k+1} + B_i t_{i,k+1} + C_i t_{i+1,k+1} = D_i, \quad (2.43)$$

где ради сокращения введены обозначения

$$A_i = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}; \quad B_i = -\left(2 \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2} + 1\right); \quad C_i = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}; \quad D_i = -t_{i,k}.$$

В качестве примера по соотношению (2.43) выпишем систему уравнений для временного слоя при  $k = 1$  и  $n = 5$ , расставив температуры с одинаковыми индексами друг под другом и дополнив уравнения нулями:

$$\begin{cases} i=1 & A_1 t_{0,1} + B_1 t_{1,1} + C_1 t_{2,1} + 0 + 0 + 0 = D_1; \\ i=2 & 0 + A_2 t_{1,1} + B_2 t_{2,1} + C_2 t_{3,1} + 0 + 0 = D_2; \\ i=3 & 0 + 0 + A_3 t_{2,1} + B_3 t_{3,1} + C_3 t_{4,1} + 0 = D_3; \\ i=4 & 0 + 0 + 0 + A_4 t_{3,1} + B_4 t_{4,1} + C_4 t_{5,1} = D_4. \end{cases}$$

Отметим, что величины  $t_{0,1}$  и  $t_{5,1}$  известны из граничных условий, известны и значения  $D_1, D_2, D_3, D_4$ , поскольку температуры  $t_{i,k}$  при  $k = 0$  известны из начальных условий. Слои с номерами  $i = 0$  и  $i = n$  неизвестных не содержат, поскольку эти темпе-

ратуры известны из граничных условий. В результате убеждаемся, что записанные четыре уравнения содержат четыре неизвестных:  $t_{1,1}$ ,  $t_{2,1}$ ,  $t_{3,1}$  и  $t_{4,1}$ . Аналогичная трехдиагональная система может быть получена для любого значения  $n$ , а последовательное решение таких систем для  $k = 1, 2, \dots$  позволяет найти значения температур во всех узлах сетки. Доказано, что неявная схема всегда устойчива, что позволяет делать расчеты с достаточно крупными шагами  $\Delta x$  и  $\Delta \tau$ .

Метод прогонки основан на допущении, что между соседними узлами температура меняется по линейному закону. Тогда для двух соседних (в пространстве) точек сетки можно записать

$$T_{i,k+1} = E_i t_{i+1,k+1} + F_i \quad (2.44)$$

где  $E_i$  и  $F_i$  — некоторые неизвестные пока константы (их называют прогоночными коэффициентами), свои для каждого слоя с номером  $i$ . Для предыдущего по порядку слоя с номером  $i-1$  формула (2.44) имеет вид

$$t_{i-1,k+1} = E_{i-1} t_{i,k+1} + F_{i-1}.$$

Подставим теперь это значение температуры в формулу (2.43). Получим

$$(A_i F_{i-1} + A_i E_{i-1} t_{i,k+1}) + B_i t_{i,k+1} + C_i t_{i+1,k+1} = D_i$$

и сгруппируем подобные члены, переписав предыдущую формулу так:

$$t_{i,k+1} (B_i + A_i E_{i-1}) = -C_i t_{i+1,k+1} + D_i - A_i F_{i-1}.$$

Отсюда найдем

$$t_{i,k+1} = \frac{-C_i}{B_i + A_i E_{i-1}} t_{i+1,k+1} + \frac{D_i - A_i F_{i-1}}{B_i + A_i E_{i-1}}. \quad (2.45)$$

Сопоставив теперь формулы (2.44) и (2.45), увидим, что прогоночные коэффициенты можно рассчитать по рекуррентным формулам:

$$E_i = -C_i / (B_i + A_i E_{i-1});$$

$$F_i = (D_i - A_i F_{i-1}) / (B_i + A_i E_{i-1}).$$

Заметим, что значения  $E_1$  и  $F_1$  легко найти, записав формулу (2.43) для  $i = 1$  и  $k = 0$ :

$$A_1 t_{0,1} + B_1 t_{1,1} + C_1 t_{2,1} = D_1$$

и преобразовав ее аналогично предыдущему:

$$B_1 t_{1,1} = -C_1 t_{2,1} + D_1 - A_1 t_{0,1}; \quad t_{1,1} = -\frac{C_1}{B_1} t_{2,1} + \frac{D_1 - A_1 t_{0,1}}{B_1}.$$

Из последней формулы понятно, что

$$E_1 = -C_1/B_1 \quad \text{и} \quad F_1 = (D_1 - A_1 t_{0,1})/B_1.$$

Подчеркнем, что все величины, входящие в правые части этих формул, известны, что позволяет рассчитать числовые значения коэффициентов  $E_1$  и  $F_1$ .

Далее по рекуррентным соотношениям рассчитывают значения прогоночных коэффициентов  $E_i$  и  $F_i$  для первого временного слоя (прямая прогонка:  $i = 2, 3, \dots, n$ ), а после этого по формуле  $t_{i-1,k} = E_{i-1} t_{i,k+1} + F_{i-1}$  находят температуры во всех узлах этого временного слоя, начиная от предпоследнего (обратная прогонка:  $i = n, n-1, \dots, 2, 1$ ). В начале обратной прогонки приведенная формула кроме рассчитанных уже прогоночных коэффициентов содержит известную из граничных условий температуру  $t_{n,k+1}$ , при этом на каждом последующем шаге используют результат предыдущего расчета. Закончив расчет первого временного слоя ( $k = 1$ ), начинают прямую прогонку для следующего ( $k = 2$ ), а рассчитав значения прогоночных коэффициентов, обратной прогонкой рассчитывают температуры и для этого слоя. Повторяя описанный алгоритм, полностью решают задачу. Итеративный алгоритм метода прогонки ориентирован на широкое применение ЭВМ для выполнения расчетов.

## 2.3. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

### 2.3.1. Основные факторы, определяющие интенсивность конвекции

Интенсивность конвективного теплообмена, как уже отмечалось, зависит от множества влияющих факторов. В первую очередь это теплофизические свойства теплоносителя, в котором осуществ-



ляется перенос теплоты. Сюда относят удельную теплоемкость  $c$ , плотность  $\rho$ , коэффициенты теплопроводности  $\lambda$  и температуропроводности  $a$ . На свободную конвекцию заметно влияет тепловое расширение жидкостей и газов, которое характеризуется величиной коэффициента объемного расширения  $\beta = (1/v_0)(\partial v/\partial T)_p$ . Интенсивность теплообмена при конвекции зависит от интенсивности перемещения и перемешивания макрочастиц, скорости их движения. Последняя, в свою очередь, определяется величиной движущих сил и силами внутреннего трения. Для большинства жидкостей и газов сила внутреннего трения  $S$  определяется законом Ньютона

$$S = \mu \frac{\partial w}{\partial n} F,$$

где  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $\partial w/\partial n$  — градиент скорости по толщине слоя жидкости;  $F$  — поверхность трения. Являясь по физической сущности физической константой, величина  $\mu$ , особенно у капельных жидкостей, существенно изменяется при изменении температуры. Например, при увеличении температуры машинного масла МС-20 с 20 до 60 °С величина  $\mu$  уменьшается более чем в 100 раз! Зависимость  $\mu = f(t)$  сложная, нелинейная (рис. 2.34), что существенно усложняет математическое описание и аналитическое решение задач конвективного теплообмена, часто делая его вообще невозможным. С приемлемой для практики точностью эту зависимость представляют аппроксимацией Андраде:

$$\mu = Ae^{-BT},$$

где  $A$  и  $B$  — некоторые константы, определяемые на основании опытных данных для каждой конкретной жидкости;  $T$  — абсолютная температура.



В практических расчетах часто вместо  $\mu$  используют другой коэффициент —  $\nu = \mu/\rho$ , который называют *кинематическим коэффициентом вязкости*. Величина  $\nu$  при изменении  $t$  ведет себя так же, как  $\mu$ . Изменение давления практически не влияет на величины коэффициентов  $\mu$  и  $\nu$ .

Р и с. 2.34. Зависимость вязкости от температуры

Интенсивность теплообмена при конвекции зависит еще и от характера, режима дви-

жения теплоносителя. Различают два основных режима. При ламинарном (струйчатом) течении поток жидкости как бы состоит из отдельных элементарных струек, каждая из которых движется со своей скоростью, не перемешиваясь с соседними. При этом поперечный перенос теплоты от струйки к струйке, от слоя к слою происходит в результате теплопроводности. Поскольку теплопроводность жидкостей невелика, интенсивность такого теплообмена невысока. Продольный теплообмен (по направлению движения) определяется массовым расходом и теплоемкостью жидкости.

При турбулентном (вихревом) режиме макрочастицы теплоносителя движутся хаотически, лишь в среднем сохраняя направление движения потока. Их скорость постоянно меняется и в пространстве, и во времени. Поэтому всегда следует различать мгновенную локальную и среднemasсовую скорости. Именно последнюю используют в инженерных расчетах в качестве основной характеристики движения. При хаотичном перемещении макрочастиц в поперечный теплообмен включается и конвекция, поэтому всегда интенсивность процесса в этом случае гораздо выше, поскольку пульсационный перенос теплоты обычно во много раз больше, чем передача его теплопроводностью.

Возникновение одного или другого режима зависит от среднemasсовой скорости теплоносителя, его вязкости, формы и размеров канала, наличия внешних турбулизаторов. С увеличением скорости, например, ламинарность потока сохраняется лишь до некоторого предела, после которого движение становится неустойчивым, неустановившимся. В потоке периодически возникают возмущения, флуктуации, турбулентные вихри, которые то исчезают, то появляются вновь. Такие режимы течения называют переходными.

### **2.3.2. Понятие о гидродинамическом и тепловом пограничных слоях**

При исследовании конвективного теплообмена особый интерес представляет изучение особенностей поведения теплоносителя в непосредственной близости от стенки.

По современным воззрениям жидкость представляется состоящей не из отдельных, независимых молекул, а из так называемых жидких комков — объединений большого числа молекул (около  $10^5 \dots 10^7$ ), которые ведут себя как твердое тело. Границы жидкого комка нестабильны, и некоторые молекулы могут, отрываясь от одного комка, прилипнуть к соседнему. Скольжение по границам жид-

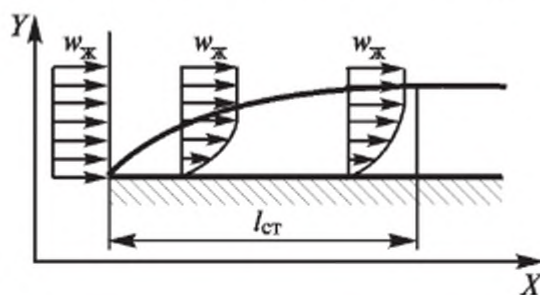
ких комков обеспечивает текучесть жидкости. Соприкасаясь со стенкой, жидкие комки прилипают к ней и практически мгновенно прогреваются до ее температуры. Эта гипотеза, высказанная Л. Прандтлем и Д. Тейлором в 1904 г., подтверждается на практике для абсолютного большинства капельных жидкостей и газов.

Проскальзывание жидких комков наблюдается только при очень больших скоростях или большом разрежении.

Отмеченное свойство жидких комков во многом определяет картину движения вблизи стенки и характер теплообмена в этой зоне. Для примера рассмотрим изотермическое натекание потока жидкости на плоскую поверхность (рис. 2.35). На входе жидкость имеет равномерное распределение скорости. Жидкие комки, соприкасающиеся со стенкой, прилипнув к ней, образуют тонкий неподвижный слой. Слой, протекающий над этим неподвижным слоем, будет сильно тормозиться силами внутреннего трения, причем тем сильнее, чем дольше длится движение. При этом чем больше расстояние  $X$ , тем сильнее уменьшается скорость этого слоя.

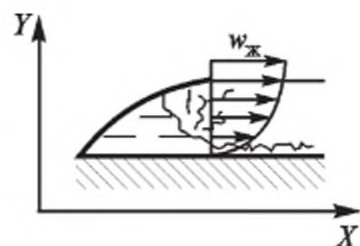
Слой, протекающий над этим заторможенным слоем, тоже будет тормозиться, но в меньшей мере, поскольку здесь градиент скорости будет меньшим. Протекающий еще выше слой тормозится еще слабее и т. д., так что с увеличением  $Y$  влияние торможения проявляется все меньше и меньше, а вдалеке от стенки оно практически не обнаруживается.

Слой, внутри которого скорость жидкости меняется от 0 до  $0,99w_{ж}$ , называют гидродинамическим пограничным слоем. Именно здесь проявляется внутреннее трение и сосредоточивается гидравлическое сопротивление канала. Понимаемый так пограничный слой с ростом  $X$  сначала растет, а затем толщина его стабилизируется, поскольку при больших  $X$  в верхних слоях изменение скорости не превышает 1 %. Участок, где толщина пограничного слоя увеличивается, называют участком гидродинамической стабилизации, а остальную часть — участком стабилизированного течения.



Р и с. 2.35. Образование гидродинамического пограничного слоя

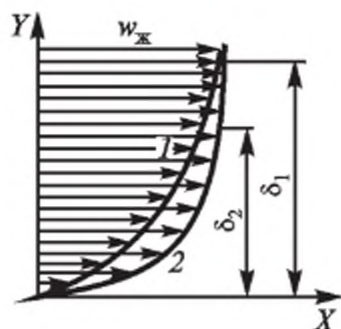
При турбулентном режиме, естественно, следует вести речь о среднemasсовой скорости  $w_{ж}$ . Картина образования и развития пограничного слоя и здесь в целом аналогична предыдущей (рис. 2.36). Под влиянием сил трения турбулентные пульсации в непосредственной близости от стенки сглаживаются и слои жидкости, протекающие близко от стенки, движутся ламинарно, образуя тонкий ламинарный подслой. При этом основная часть потока остается турбулентной. Граница между ламинарной и турбулентной частями нечеткая, размытая отдельными пульсациями, проникающими в ламинарный подслой случайным образом и на разную глубину. Обратим внимание, что основное изменение скорости происходит именно в ламинарном подслое, в турбулентной же части из-за активного перемешивания скорость изменяется гораздо меньше.



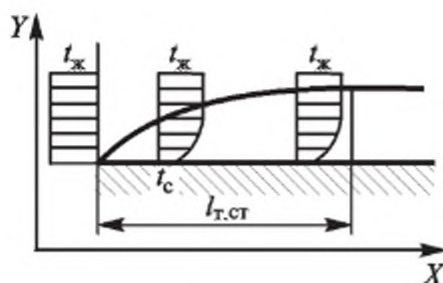
Р и с. 2.36. Турбулентный пограничный слой

Если натекание сопровождается поперечным теплообменом (жидкость и стенка имеют различные температуры), это несколько изменяет гидродинамическую картину. В слоях, близких к стенке, и в слоях, удаленных от нее, температуры (а значит, и вязкости) жидкости будут различными. Это приведет к деформации профиля скорости, изменениям толщины гидродинамического пограничного слоя и длины участка стабилизации. На рис. 2.37 показаны эпюры скорости для двух случаев неизотермического течения: когда жидкость горячее стенки (кривая 1) и когда жидкость холоднее стенки (кривая 2). Из рисунка понятно, что изменение направления теплообмена существенно меняет толщину пограничного слоя, и при нагревании жидкости, например, толщина слоя гораздо меньше, чем при охлаждении ( $\delta_2 < \delta_1$ ).

Аналогично гидродинамическому слою при наличии теплообмена вблизи стенки возникает тепловой пограничный слой, показанный на рис. 2.38. Жидкие комки, соприкасающиеся со стенкой, принимают температуру стенки (пусть  $t_{ж} > t_c$ ). Слой, протекающий непосредственно над неподвижным слоем, будет заметно охлаждаться, поскольку здесь наибольший температурный градиент. Протекающие выше слои также охлаждаются, но со все меньшей интенсивностью. При этом влияние теплообмена с увеличением  $x$  все глубже проникает в поток, но температура жидкости от этого изменяется все меньше и меньше. Слой, внутри которого температура жидкости изменяется от  $t_c$  до  $0,99t_{ж}$ , называют тепловым пограничным слоем. Такой слой с ростом  $X$  сначала растет, а затем



Р и с. 2.37. Эпюры скорости при неизотермическом течении



Р и с. 2.38. Образование теплового пограничного слоя

стабилизируется. Вне теплового пограничного слоя температура жидкости практически одинакова, и можно считать, что там поперечного теплообмена нет.

Сопоставление гидродинамического и теплового пограничных слоев приводит к заключению, что между ними существует однозначное соответствие — они геометрически подобны.

Знакомство с физическими особенностями рассмотренных процессов убеждает, что для аналитического решения задачи поперечного теплообмена при движении теплоносителя вблизи стенки необходимо иметь математическое описание связей между параметрами в пределах пограничного слоя.

### 2.3.3. Дифференциальное уравнение теплоотдачи и другие дифференциальные уравнения теплового пограничного слоя

В любом случае в слое жидкости, непосредственно соприкасающемся со стенкой, теплота передается теплопроводностью (поскольку этот слой неподвижен). Для этого слоя, используя закон Фурье, запишем

$$q = -\lambda_{\text{ж}} \left( \frac{\partial t_{\text{ж}}}{\partial n} \right)_{n=0}.$$

Этот же удельный поток передается теплоотдачей, и по закону Ньютона—Рихмана он равен

$$q = \alpha(t_{\text{ж}} - t_{\text{с}}).$$

Приравняв правые части этих формул, получим дифференциальное уравнение теплоотдачи

$$-\lambda_{\text{ж}} \left( \frac{\partial t_{\text{ж}}}{\partial n} \right)_{n=0} = \alpha (t_{\text{ж}} - t_{\text{с}}),$$

откуда

$$\alpha = - \frac{\lambda_{\text{ж}}}{t_{\text{ж}} - t_{\text{с}}} \left( \frac{\partial t_{\text{ж}}}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (2.46)$$

Полученная формула показывает: чтобы найти величину коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , кроме свойств жидкости необходимо знать и температурное поле внутри пограничного слоя, что позволит определить значения  $t_{\text{ж}}$ ,  $t_{\text{с}}$  и  $(\partial t_{\text{ж}}/\partial n)_{n=0}$ . Если в первом приближении принять, что внутри пограничного слоя температура изменяется по линейному закону, то в любом месте слоя, в том числе и при  $n = 0$ , величина производной будет одна и та же:

$$\left( \frac{\partial t_{\text{ж}}}{\partial n} \right)_{n=0} = \frac{\partial t_{\text{ж}}}{\partial n} = \frac{\Delta t}{\Delta} = \frac{t_{\text{ж}} - t_{\text{с}}}{\Delta},$$

где через  $\Delta$  обозначена толщина теплового пограничного слоя. Подставив это выражение в формулу (2.46), найдем

$$\alpha = |\lambda_{\text{ж}}/\Delta|,$$

откуда следует очень важный вывод: величина  $\alpha$  прямо пропорциональна теплопроводности жидкости и обратно пропорциональна толщине пограничного слоя. Теперь становится понятным, почему на участке тепловой стабилизации интенсивность теплоотдачи выше, чем на стабилизированном участке (потому что там пограничный слой тоньше).

Чтобы описать и найти температурное поле в движущейся жидкости, аналогично дифференциальному уравнению теплопроводности на основе закона сохранения энергии выводится специальное дифференциальное уравнение — дифференциальное уравнение энергии. Это уравнение учитывает и перенос теплоты теплопроводностью, и накопление теплоты в элементарно малом объеме в результате изменения его теплосодержания при протекании через него потока теплоносителя. По форме оно похоже на дифференциальное уравнение Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w \frac{\partial t}{\partial n} = a \nabla^2 t, \quad (2.47)$$

однако содержит дополнительное слагаемое — конвективную составляющую, отражающую вклад конвекции в общий тепловой баланс. Из уравнения (2.47) видно, что температурное поле в движущейся жидкости (или газе) зависит от ее скорости, и при решении тепловой задачи необходимо одновременно решить задачу гидродинамическую, т.е. найти скорость жидкости  $w$  в любой точке потока.

Если к элементарно малому объему движущейся жидкости применить известный из механики принцип Даламбера (сумма всех сил, действующих на тело, включая и силу инерции, взятую с обратным знаком, равна нулю), то можно получить дифференциальное уравнение движения

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial n} = g - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 w, \quad (2.48)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\nabla p$  — оператор Гамельтона;  $\nabla^2 w$  — оператор Лапласа. Левая часть этого уравнения представляет собой силу инерции (сумма локальной и конвективной составляющих), в правой части величина  $g$  отражает силу веса, слагаемое  $\nabla p$  — силу давления, а последнее слагаемое — силу трения. Как видим, уравнение (2.48) содержит два неизвестных параметра:  $w$  и  $p$ , поэтому уравнение движения всегда рассматривают совместно с другим уравнением гидродинамики — уравнением неразрывности.

Дифференциальное уравнение неразрывности отражает закон сохранения массы применительно к бесконечно малому объему движущейся жидкости. В общем случае оно имеет вид

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial n} = 0.$$

Для несжимаемых жидкостей ( $\rho = \text{const}$ ) это уравнение упрощается:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 0, \text{ или } \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (2.49)$$

В итоге для несжимаемых жидкостей дифференциальные уравнения (2.46) — (2.49) составляют замкнутую систему, содержащую

четыре неизвестных:  $\alpha$ ,  $t$ ,  $w$  и  $p$ . Для газов и сжимаемых жидкостей величина  $\rho$  также войдет в список неизвестных, и система уравнений должна быть дополнена еще уравнением состояния:

$$p\nu = zRT, \text{ или } p/\rho = zRT,$$

где  $z$  — общий коэффициент сжимаемости;  $R$  — газовая постоянная.

Приведенная система дифференциальных уравнений описывает весь класс явлений конвективного теплообмена. Чтобы решить некоторую конкретную задачу, необходимо проинтегрировать уравнения, учитывая еще и условия однозначности этой конкретной задачи. Формулирование этих условий гораздо сложнее, чем в задачах теплопроводности. Так, начальные и граничные условия, например, должны быть заданы для каждого неизвестного параметра, а не только для температуры.

Из-за сильной зависимости вязкости от температуры уравнение (2.48) является нелинейным. Другие дифференциальные уравнения также достаточно сложные. Поэтому аналитическое решение задачи путем интегрирования системы дифференциальных уравнений в общем случае невозможно. Даже для самых простых задач, чтобы получить аналитическое решение, приходится вводить массу упрощающих предпосылок (например, что  $\nu = \text{const}$ , движение равномерное и т.д.), которые в итоге делают полученное решение приближенным и малодостоверным. Поэтому приведенные дифференциальные уравнения обычно используют для численного решения задач конвективного теплообмена [21]. Именно на их основе строятся конечно-разностные аналоги для расчетов методом сеток. Большинство же важнейших практических задач решены на основании экспериментальных исследований с привлечением для организации опытов и обработки результатов этих экспериментов основ теории подобия.

#### **2.3.4. Основы теории подобия**

Современная наука предлагает исследователю три основных подхода для решения инженерных задач. Всегда предпочтительно аналитическое решение, поскольку оно дает общий результат, удобный для расчетов и наглядно отражающий влияние одних факторов на другие. Однако любая математическая модель, любые дифференциальные уравнения всегда лишь в главном, в основном отражают свойства и особенности реального явления. Именно по-



этому достоверность и точность аналитического решения нуждаются в подтверждении экспериментами. К сожалению, как было сказано ранее, многие практические задачи аналитически неразрешимы.

Правильно поставленный эксперимент гарантирует достоверность результата. Однако это результат единичный, не способный дать пищу для обобщений или прогнозирования изменений при изменении условий опыта. Поэтому всегда речь ведут о проведении серии или многих серий опытов, что долго, трудоемко и дорого.

Численное решение задач на ЭВМ как бы объединяет оба предыдущих подхода, поскольку здесь оперируют с математической моделью явления и получают единственное решение задачи, не обладающее, увы, ни общностью, ни достоверностью результата. Однако при наличии программы не представляет трудностей провести множество числовых экспериментов (так еще по-другому называют этот подход) и выявить важнейшие закономерности явления. Поэтому сегодня такой подход получил самое широкое распространение, став самым мощным инструментом ученого и инженера.

При экспериментальных исследованиях обычно ставят задачу установить количественную зависимость одного или ряда определяемых параметров от величины других определяющих факторов. Чтобы сделать это, опыты проводят отдельными сериями так, чтобы в каждой серии изменялся только один влияющий фактор, остальные же оставались бы неизменными. При оптимальном планировании экспериментов от этого правила отступают, уменьшая число требуемых серий. Однако всегда экспериментальное исследование связывают с большим числом отдельных экспериментов. Теория подобия позволяет существенно сократить число необходимых опытов и обобщать их результаты в понятной и удобной для практики форме.

Сущность подхода здесь простая: все явления одного класса (теплопроводность, конвекция и др.) делят на отдельные группы подобных явлений, выявив особые признаки такого подобия. Далее из множества явлений каждой группы экспериментально исследуют лишь малое их число, выявляя зависимости не между конкретными размерными величинами, а между обобщенными, безразмерными числами подобия, количество которых всегда меньше, чем размерных параметров. Результаты опытов обобщают в виде полуэмпирических формул, которые, однако, справедливы для всех явлений данной группы.

Два явления считают подобными, если для всех одноименных параметров в любых сходственных точках и в сходственные моменты времени имеют место соотношения

$$\frac{a}{A} = \frac{a'}{A'} = \frac{a''}{A''} = \dots = k_a, \quad \frac{b}{B} = \frac{b'}{B'} = \frac{b''}{B''} = \dots = k_b,$$

$$\frac{c}{C} = \frac{c'}{C'} = \frac{c''}{C''} = \dots = k_c, \quad \dots$$

Здесь  $a, b, c, \dots$  — параметры одного явления;  $A, B, C, \dots$  — одноименные параметры другого явления;  $k_a, k_b, k_c, \dots$  — константы подобия; штрихами отмечены сходственные моменты времени. Сходственные точки находятся в геометрически подобных местах. Сходственные моменты времени — это такие моменты, когда явления находятся в сходственных (аналогичных) состояниях. Ведь в общем случае подобные явления могут протекать и несинхронно, как, например, колебания двух маятников, показанных на рис. 2.39 в сходственных состояниях.

Выявим теперь основное свойство подобных явлений, анализируя два подобных явления теплоотдачи. Каждое из них описывается (конечно же, не полностью) известным дифференциальным уравнением теплоотдачи:

$$\alpha_1 (t_{c1} - t_{ж1}) = -\lambda_{ж1} \left( \frac{\partial t_1}{\partial n_1} \right)_{n=0}; \quad (2.50)$$

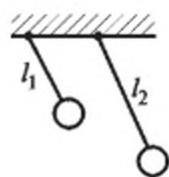
$$\alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda_{ж2} \left( \frac{\partial t_2}{\partial n_2} \right)_{n=0}. \quad (2.51)$$

Здесь индексами 1 и 2 отмечена принадлежность описания первому или второму явлению. Поскольку явления подобны, между их параметрами имеют место соотношения:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = k_\alpha; \quad \frac{t_{c1}}{t_{c2}} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{t_{ж1}}{t_{ж2}} = k_t; \quad \frac{\lambda_{ж1}}{\lambda_{ж2}} = k_\lambda; \quad \frac{n_1}{n_2} = k_l.$$

Выразим значения параметров первого явления через параметры второго и константы подобия:

$$\alpha_1 = k_\alpha \alpha_2; \quad t_{c1} = k_t t_{c2}; \quad t_{ж1} = k_t t_{ж2}; \quad t_1 = k_t t_2;$$



Р и с. 2.39. Сходственные состояния асинхронных явлений

$$\lambda_{ж1} = k_\lambda \lambda_{ж2}; \quad n_1 = k_l n_2$$

и подставим полученные значения в формулу (2.50), сгруппировав все константы подобия в один множитель:

$$\frac{k_\alpha k_l k_f}{k_\lambda k_f} \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda_{ж2} \left( \frac{\partial t_2}{\partial n_2} \right)_{n=0}. \quad (2.52)$$

Полученная формула описывает теперь связь между параметрами второго явления, а значит, она должна быть тождественна формуле (2.51). Это возможно лишь тогда, когда множитель, составленный из констант подобия и называемый индикатором подобия, будет равен единице:

$$\frac{k_\alpha k_l}{k_\lambda} = 1, \text{ или } \frac{\frac{\alpha_1 n_1}{\lambda_{ж1}}}{\frac{\alpha_2 n_2}{\lambda_{ж2}}} = 1, \text{ откуда } \frac{\alpha_1 n_1}{\lambda_{ж1}} = \frac{\alpha_2 n_2}{\lambda_{ж2}}.$$

Таким образом, у подобных явлений некоторые безразмерные комплексы, составленные на основе математического описания явления и называемые числами или критериями подобия, являются численно одинаковыми. Распространяя этот вывод на любые два явления из всей группы подобных явлений, можно утверждать, что для всех явлений такой группы  $\frac{\alpha n}{\lambda_{ж}} = \text{idem}$  (idem — сокращенное обозначение понятия «численно одно и то же»).

Числам подобия дают имена ученых, внесших большой вклад в теорию теплообмена и гидромеханику. В частности, получено число Нуссельта

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda_{ж}},$$

где через  $l$  обозначен определяющий размер, в качестве которого берется характерный линейный размер из условий однозначности. Величина Nu в обобщенном виде характеризует интенсивность теплообмена при теплоотдаче.

Понятно, что сложные явления, такие, как теплоотдача, нельзя охарактеризовать только одним критерием подобия. Действительно, если аналогичным образом (это называют методом масштабных преобразований) проанализировать и другие дифференциальные уравнения пограничного слоя, можно получить еще ряд критериев. Из них (и их комбинаций) наибольшее практическое применение находят следующие критерии:

критерий Рейнольдса ( $Re = wl/v$ ), характеризующий соотношение между силами инерции и силами трения, действующими в движущейся жидкости;

критерий Прандтля ( $Pr = \nu/a$ ), характеризующий подобие теплоносителей по теплофизическим свойствам;

критерий Грасгофа ( $Gr = gl^3\beta\Delta t/\nu^2$ ), характеризующий соотношение между подъемными силами и силами трения, действующими в движущейся жидкости.

Значения критериев  $Re$ ,  $Pr$ ,  $Gr$  можно рассчитать, используя сведения из условий однозначности, поэтому их называют *определяющими критериями*. Задача исследователя, таким образом, заключается в том, чтобы для данной группы подобных явлений на основании экспериментов определить зависимость определяемого критерия (числа Нуссельта) от определяющих критериев:

$$Nu = f(Re, Pr, Gr).$$

Обычно результаты каждой серии экспериментов представляют в логарифмической системе координат, осредняя опытные точки прямой линией, что позволяет получить частные зависимости в виде степенных функций, например  $Nu = C Re^a$ . На основании таких частных зависимостей находят обобщенную формулу, справедливую для всей группы подобных явлений:

$$Nu = A Re^a Pr^b Gr^c.$$

Величины  $A$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  для разных групп подобных явлений приведены в справочной литературе.

Выявленное основное свойство подобных явлений позволяет сформулировать условия для физического моделирования явлений: помимо геометрического подобия для подобия явлений необходимо и достаточно, чтобы каждые два одноименных определяющих критерия подобия и у явления, и у модели были бы численно одинаковы.

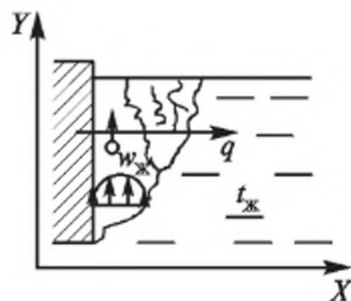
### 2.3.5. Теплоотдача при свободной конвекции

Всегда и неизбежно возникающая в земных условиях свободная конвекция, с одной стороны, определяет эффективность работы большого числа теплотехнического оборудования (например, батарей центрального отопления), а с другой — является причиной теплотерь в окружающую среду. Поэтому инженеру нужно уметь рассчитывать интенсивность такой конвекции.

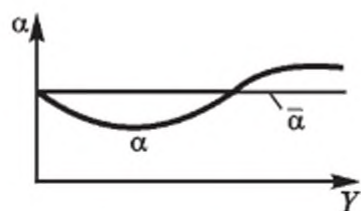
Можно выделить четыре основные группы подобных явлений у процессов свободной конвекции: возле вертикальных стенок, на горизонтальных трубах, на горизонтальных плитах и в ограниченном пространстве.

Картина образования свободной конвекции у вертикальной стенки приведена на рис. 2.40. Нагреваясь от стенки, отдельные макрообъемы жидкости образуют направленное движение вверх, а на их место подходят другие из более холодных слоев. Скорость движения частиц увеличивается по мере их прогрева (с увеличением координаты  $y$ ). Влияние внутреннего трения проявляется здесь и со стороны неподвижного слоя, прилипшего к стенке, и со стороны неподвижной в целом массы теплоносителя, расположенной на достаточном удалении от стенки. В результате около стенки возникает пограничный слой, внутри которого скорость отлична от нуля. С ростом  $y$  все больше слоев вовлекаются в движение, толщина пограничного слоя растет, скорость частиц увеличивается, что приводит к появлению пульсаций и образованию турбулентных вихрей в центре пограничного слоя, особенно в верхней его части. Величина коэффициента теплоотдачи не остается постоянной, а меняется в зависимости от координаты  $y$ .

На рис. 2.41 показано изменение локального значения  $\alpha$  вдоль поверхности теплообмена. С ростом  $y$  величина  $\alpha$  сначала уменьшается (растет толщина пограничного слоя), а далее — увеличи-



Р и с. 2.40. Свободная конвекция у вертикальной стенки



Р и с. 2.41. Зависимость  $\alpha = f(y)$

вается, постепенно достигая стабилизации. Такое изменение объясняется возникновением поперечной конвекции (в результате турбулизации потока) и уменьшением толщины ламинарной части слоя.

Для практических расчетов, однако, важнее знать не локальное  $\alpha$ , а среднее для всей поверхности значение коэффициента теплоотдачи  $\bar{\alpha}$ :

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_0^F \alpha df.$$

Поскольку среднемассовая скорость  $w$  при свободной конвекции практически равна нулю, число  $Re$  тоже стремится к нулю, и поэтому, как любая постоянная величина, перестает влиять на ход процесса. В этом случае говорят о «вырождении» критерия  $Re$ . Значит, в общем случае критериальное уравнение для свободной конвекции должно иметь вид

$$Nu = f(Pr, Gr).$$

Экспериментальные исследования и обработка опытных данных показали, что в абсолютном большинстве случаев (исключая расплавленные металлы) влияние чисел  $Pr$  и  $Gr$  на величину  $Nu$  одинаково.

Если определяющие критерии таковы, что  $PrGr < 10^9$ , то пограничный слой в основном ламинарный, и для этого случая

$$Nu_{ж,Н} = 0,76(PrGr)_{ж,Н}^{0,25} \left( \frac{Pr_{ж}}{Pr_{ст}} \right)^{0,25},$$

где за определяющую температуру (по ней находят значения физических констант при расчетах критериев подобия) принята средняя температура жидкости  $t_{ж}$ , а за определяющий размер — высота стенки  $H$ .

Поправочный множитель  $(Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25}$  учитывает влияние на теплоотдачу направления теплового потока. Здесь  $Pr_{ст}$  — значение критерия  $Pr$  того же теплоносителя, но рассчитанное для температуры стенки  $t_c$ . При  $t_c > t_{ж}$  этот множитель больше 1, при  $t_c < t_{ж}$  — меньше 1.

Если  $PrGr \geq 10^9$ , то определяющей является турбулентная часть пограничного слоя, и в результате обработки опытных данных получено

$$Nu_{ж, H} = 0,15(\text{PrGr})_{ж, H}^{0,33} \left( \frac{\text{Pr}_{ж}}{\text{Pr}_{ст}} \right)^{0,25}$$

Приведенные критериальные уравнения позволяют, рассчитав предварительно значения чисел  $\text{Pr}$ ,  $\text{Pr}_{ст}$  и  $\text{Gr}$ , найти число Нуссельта, а затем, учитывая, что  $Nu = (\alpha H)/\lambda_{ж}$ , рассчитать

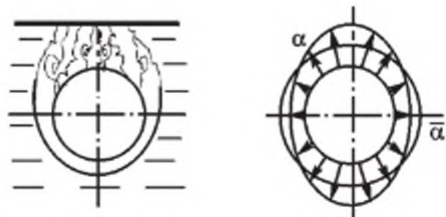
$$\alpha = \frac{Nu \lambda_{ж}}{H}$$

Картина образования свободной конвекции у горизонтальных труб отличается от предыдущей симметричностью, цилиндрической искаженностью и образованием турбулентных вихрей только около верхней части трубы (рис. 2.42). В основном здесь движение ламинарное. Локальные значения  $\alpha$  имеют два максимума. В нижней части — потому что там тоньше всего пограничный слой, в верхней части — благодаря влиянию завихрений и турбулизации.

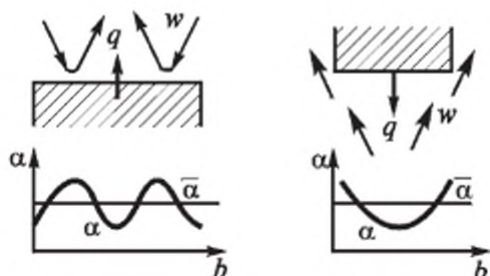
Опытные исследования позволили получить для этой группы подобных явлений критериальное уравнение

$$Nu_{ж, d} = 0,5(\text{PrGr})_{ж, d}^{0,25} \left( \frac{\text{Pr}_{ж}}{\text{Pr}_{ст}} \right)^{0,25}$$

Свободная конвекция у плит, расположенных горизонтально, отличается образованием регулярных или неустановившихся циркуляционных токов теплоносителя и отдельных застойных зон, как схематично показано на рис. 2.43. Естественно, что в местах, где циркуляция интенсивна, возникают зоны с максимальными локальными значениями  $\alpha$ , в местах же застойных зон величины  $\alpha$  минимальны. Обычно расчеты ведут по тому же критериальному уравнению, что и для горизонтальных труб, принимая в качестве определяющего раз-



Р и с. 2.42. Свободная конвекция у горизонтальной трубы



Р и с. 2.43. Циркуляционные токи у горизонтальных плит

мера ширину плиты  $b$ . При этом если тепловой поток направлен вверх, вводят поправочный множитель 0,7, если вниз — 1,3.

Свободная конвекция в ограниченном пространстве обычно протекает с образованием регулярных циркуляционных токов теплоносителя в виде отдельных замкнутых контуров определенной протяженности, как показано на рис. 2.44. Размеры таких контуров зависят от положения щели и температурного напора. Теплообмен в этом случае рассчитывают как при теплопроводности через газовую прослойку, вводя условный эквивалентный коэффициент теплопроводности  $\lambda_{\text{экр}}$ :

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta / \lambda_{\text{экр}}}.$$

Величину  $\lambda_{\text{экр}}$  находят по формуле

$$\lambda_{\text{экр}} = \lambda_{\text{ж}} \varepsilon_{\text{конв}},$$

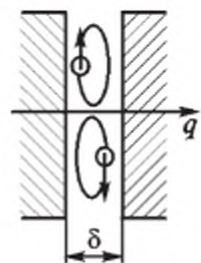
где  $\varepsilon_{\text{конв}}$  — коэффициент конвекции, который находят по критериальному уравнению

$$\varepsilon_{\text{конв}} = 0,18(\text{PrGr})^{0,25},$$

если  $\text{PrGr} > 1000$ . При  $\text{PrGr} < 1000$   $\varepsilon_{\text{конв}} = 1$ , т.е. влияние конвекции не проявляется, и теплота в зазоре передается только теплопроводностью. Именно такие условия создают, чтобы измерить коэффициент теплопроводности жидкости или газа.

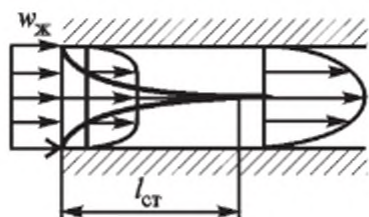
### 2.3.6. Теплоотдача при движении теплоносителя в трубах и каналах

Явление теплоотдачи при движении теплоносителя в трубах в практике встречается чаще других. Механизм образования пограничного слоя аналогичен описанному выше явлению натекания жидкости на плиту. Правда, здесь эта плита как бы свернута в цилиндр, поэтому нарастание слоя происходит по всей цилиндрической поверхности и форма его близка к конической, как показано на рис. 2.45. Поскольку слои, протекающие вблизи стенки, тормозятся, то при установившемся режиме и постоянстве массового



Р и с. 2.44. Образование циркуляционных контуров





Р и с. 2.45. Образование пограничного слоя в трубе

расхода скорость слоев в ядре потока увеличивается. Силы, создающие ускорение этих слоев, и образуют дополнительное (его называют местным) гидравлическое сопротивление на входе в трубу. Толщина пограничного слоя при  $l \approx 50d$  достигает радиуса, здесь и заканчивается перестройка профиля скорости, и далее течение стабилизируется.

Локальный коэффициент теплоотдачи на участке стабилизации выше, чем на стабилизированном участке, однако для длинных труб (когда  $l > 50d$ ) это увеличение не приводит к заметному увеличению величины  $\alpha$ , которое обычно используют в практических расчетах.

Характер, режим течения хорошо характеризуется здесь величиной числа Рейнольдса. При  $Re < 2320$  течение в трубах ламинарное, при  $Re > 10^4$  — турбулентное. Когда  $2320 < Re < 10\,000$ , имеют место переходные режимы. При турбулентном и переходных режимах вклад свободной конвекции в общее осредненное значение  $\alpha$  настолько мал, что практически это не обнаруживается опытами. При таких режимах изменение величины критерия  $Gr$  не влияет на величину  $Nu$ , т.е. критерий  $Gr$ , численно стремясь к нулю, вырождается.

При ламинарном течении в зависимости от условий это влияние может быть различным (от существенного до почти нулевого); это связано, как показали эксперименты, с величиной произведения  $PrGr$ . Так, при  $PrGr < 8 \cdot 10^5$  влияние свободной конвекции можно не учитывать и такой режим течения называют еще вязкостным. При  $PrGr \geq 8 \cdot 10^5$  вклад свободной конвекции значительный и течение называют вязкостно-гравитационным. В этом случае важное значение имеет то, как (вертикально или горизонтально) расположена труба и как направлен поток теплоносителя.

Экспериментальные исследования показали, что для каждого режима движения можно получить достаточно простые и в меру точные критериальные уравнения. Сводная схема этих уравнений приведена на рис. 2.46.

Следует отметить, что по мере накопления экспериментальных данных по результатам новых исследований критериальные уравнения постепенно уточняются, как правило, введением поправочных множителей или изменением значений показателей степени [18].

Остановимся на некоторых особенностях расчетов в отдельных случаях. Так, для коротких труб, длина которых менее длины уча-

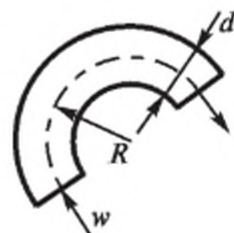


Р и с. 2.46. Критериальные уравнения теплоотдачи при движении теплоносителя в трубах и каналах

стка стабилизации, рекомендованы те же формулы, но с введением поправочного множителя  $\varepsilon_p$ , учитывающего увеличение теплоотдачи в результате уменьшения средней толщины пограничного слоя. Величина этого множителя определена экспериментально и приведена в справочниках в виде зависимости  $\varepsilon_l = f(Re, l/d)$ .

При движении жидкости в изогнутых трубах (рис. 2.47) на макрообъемы жидкости действуют еще и центробежные силы, вызывающие дополнительное перемешивание и турбулизацию. В результате интенсивность теплоотдачи увеличивается. Опыты показали, что и в этом случае расчет лучше вести по тем же самым критериальным уравнениям, вводя (так принято) дополнительно поправочный множитель  $\varepsilon_R = 1 + 1,78d/R$ .

Критериальные уравнения, приведенные на рис. 2.46, применяют и для расчета теплоотдачи в каналах некруглого сечения (квадратного, прямоугольного, кольцевого и др.). При этом в качестве опре-



Р и с. 2.47. Течение в изогнутой трубе

деляющего размера принимают условный размер, называемый эквивалентным диаметром

$$d_3 = 4F/P,$$

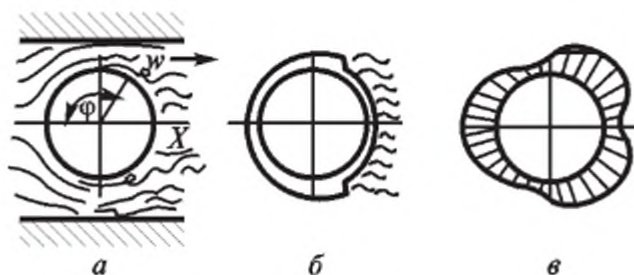
где  $F$  — площадь сечения канала;  $P$  — «смоченный», т.е. соприкасающийся с теплоносителем, периметр. Для каналов с кольцевым сечением (в теплообменниках типа «труба в трубе»)  $d_3$  определяется разностью наружного  $D$  и внутреннего  $d$  диаметров кольца,  $d_3 = D - d$ .

### 2.3.7. Теплоотдача при поперечном обтекании труб и в трубных пучках

Цилиндрическая поверхность при поперечном обтекании является хорошим турбулизатором потока. Ламинарное, плавное и безотрывное обтекание наблюдается здесь очень редко, только когда  $Re < 5$ . В большинстве практических случаев при обтекании цилиндра в задней (по ходу потока) его части происходит срыв пограничного слоя и турбулизация теплоносителя. При постоянстве массового расхода в минимальном сечении потока (рис. 2.48, *а*) средняя скорость течения наибольшая и направлена так, что силы инерции увлекают частицы жидкости в направлении  $X$ , что и является причиной их отрыва от слоя и турбулизации.

С увеличением числа  $Re$  интенсивность вихреобразования растет, уменьшается угол отрыва слоя  $\varphi$  и при  $Re > 1000$  за трубой возникает несглаживающаяся турбулентная дорожка. Картина нарастания пограничного слоя для этого случая показана на рис. 2.48, *б*. Толщина слоя увеличивается симметрично от носовой части трубы к корме, в кормовой части при углах  $\varphi = 95...115^\circ$  происходит срыв, а после срыва слой вновь начинает нарастать. Подобным же образом ведет себя и тепловой пограничный слой, что хорошо объясняет наличие трех максимумов на эпюре локальных значений  $\alpha$ , приведенной на рис. 2.48, *в*. При  $Re < 10^5$  абсолютный максимум имеет место на носовой зоне, при  $Re \geq 10^5$  — в кормовой части трубы.

Для расчетов среднего для всей поверхности значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  на основании экспериментов получены следующие критериальные уравнения:



Р и с. 2.48. Обтекание цилиндра

при  $Re < 1000$

$$Nu_{ж,d} = 0,5 Re_{ж,d}^{0,5} Pr_{ж}^{0,38} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}, \quad t_{опр} = t_{ж};$$

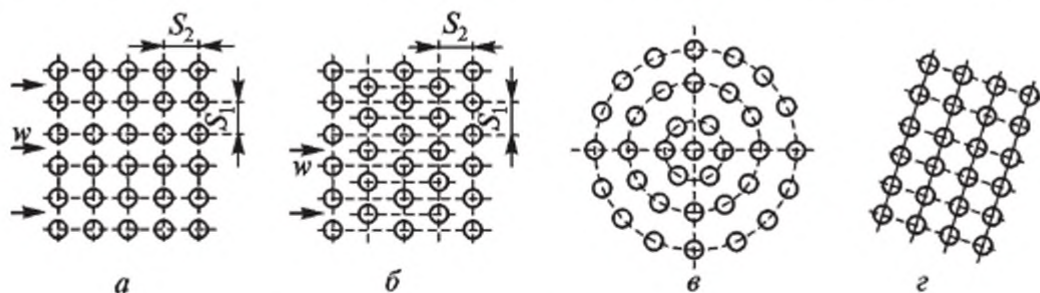
при  $Re \geq 1000$

$$Nu_{ж,d} = 0,25 Re_{ж,d}^{0,6} Pr_{ж}^{0,38} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}, \quad t_{опр} = t_{ж}.$$

Одиночные трубы редко используют в конструкциях. Обычно в теплообменной аппаратуре трубы компонуют в пучки, которые бывают шахматными, коридорными и каскадными (рис. 2.49).

Основными характеристиками пучка, определяющими его плотность, являются диаметр труб  $d$  и величины относительного продольного и поперечного шагов  $S_2/d$  и  $S_1/d$ . Чем меньше эти отношения и чем ближе к единице, тем плотнее пучок. При  $S/d < 2$  пучки считают плотными.

Любой пучок является сильнейшим турбулизатором потока. При этом трубы первого ряда (по ходу теплоносителя) работают точно так же, как одиночная труба. А вот на трубы второго, третьего и других рядов набегает поток, уже турбулизированный трубами предыдущих рядов. Поэтому интенсивность теплоотдачи здесь несколько увеличивается. Правда, степень турбулизации даже после



Р и с. 2.49. Схемы трубных пучков:

$a$  — коридорный;  $b$  — шахматный;  $c$  — каскадный с расположением труб по сторонам и вершинам шестиугольников;  $d$  — каскадный с наклонным расположением осей труб

первых двух-трех рядов настолько возрастает, что следующие ряды труб уже мало ее увеличивают, поэтому в глубине пучка, начиная с третьего-четвертого рядов, значение коэффициента  $\alpha$  становится одинаковым для любой трубы. Если у коридорного пучка величину  $\alpha$  в глубине пучка принять равной единице, то на трубах первого ряда это будет только 0,6, на трубах второго ряда — 0,9, на третьем ряду — 0,99 и далее везде 1,0.

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи для этой группы подобных явлений на основании опытных данных получены следующие критериальные уравнения:

для коридорных пучков

$$Nu_{ж,d} = 0,26 Re_{ж,d}^{0,65} Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}, \quad t_{опр} = t_{ж};$$

для шахматных пучков

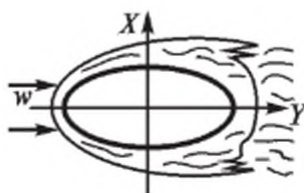
$$Nu_{ж,d} = 0,41 Re_{ж,d}^{0,6} Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}, \quad t_{опр} = t_{ж}.$$

Любые каскадные пучки по своей схеме близки к шахматной компоновке и для их расчета рекомендуется критериальное уравнение шахматных пучков.

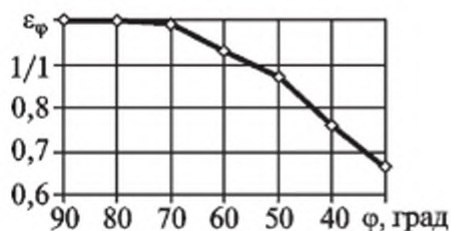
Если число рядов труб вдоль по потоку больше 10, то некоторое уменьшение  $\alpha$  на трубах первых рядов в целом не меняет среднего значения  $\alpha$  для всего пучка. Когда же число рядов невелико ( $n < 10$ ), что встречается достаточно часто в различных радиаторах, калориферах и т.п., среднее значение  $\alpha$  для всего пучка находят по формуле

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\alpha_4}{n} = \frac{n-0,5}{n} \alpha_4,$$

где  $n$  — число рядов труб;  $\alpha_4$  — коэффициент теплоотдачи, рассчитанный для труб, расположенных в глубине пучка.



Р и с. 2.50. Образование и срыв пограничного слоя при  $\varphi < 90^\circ$



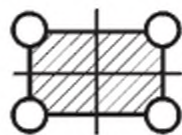
Р и с. 2.51. Зависимость  $\epsilon_\varphi = f(\varphi)$

При одинаковых габаритах и весе теплоотдача в шахматных пучках обычно на 20...30 % выше, поскольку они получаются плотнее.

В плотных пучках турбулизация интенсивнее и теплоотдача несколько выше. Это обычно учитывают введением в критериальные уравнения поправочного множителя  $\varepsilon_S = (S/d)^{1/6}$  при  $(S/d) < 2$  (в качестве  $S/d$  принимается меньшее из отношений  $S_1/d$  или  $S_2/d$ ).

В отдельных случаях натекание теплоносителя на трубы пучка происходит не перпендикулярно их оси, а с некоторым углом атаки  $\varphi$ , отличным от  $90^\circ$ . Тогда омываемое сечение каждой трубы не круг, а эллипс (рис. 2.50). Длина ламинарной части пограничного слоя и средняя его толщина при этом увеличиваются, зона отрыва слоя смещается к корме и захватывает меньшую площадь трубы. В результате средний коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  при уменьшении угла атаки  $\varphi$  уменьшается. В расчетах это учитывают поправочным множителем  $\varepsilon_\varphi$ , величину которого определяют опытным путем и приводят в справочниках в виде графика, показанного на рис. 2.51.

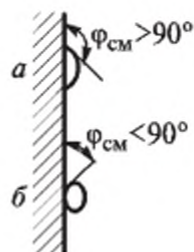
В случае когда  $\varphi < 10^\circ$ , считают, что движение теплоносителя происходит вдоль труб пучка, и расчет ведут по формулам, рекомендованным для расчетов теплоотдачи при движении теплоносителя в трубах и каналах. При этом условно считают, что канал имеет форму, показанную на рис. 2.52, и для такого сечения рассчитывают величину  $d_{\text{экв}}$ .



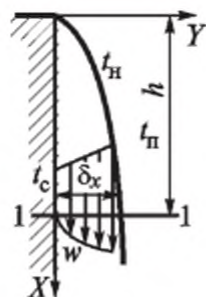
Р и с. 2.52. Условное сечение

### 2.3.8. Теплоотдача при конденсации

Водяной пар и пары других жидкостей широко используют в качестве эффективного теплоносителя, отдающего свою теплоту при конденсации на обогреваемой поверхности. При соприкосновении насыщенного пара с более холодной поверхностью на последней сначала возникает множество мельчайших капелек жидкости — центров конденсации. С течением времени в результате «прилипания» к ним все новых и новых молекул из пара объем этих капель увеличивается, растет и число капель различного размера. При этом, если конденсат смачивает поверхность, силы поверхностного натяжения растягивают капли (рис. 2.53, а). Если же поверхность конденсации не смачивается образовавшимся конденсатом, то капли принимают выпуклую, почти сферическую форму, как показано на рис. 2.53, б.



Р и с. 2.53. Первая стадия конденсации



Р и с. 2.54. Стекающие пленки конденсата

С течением времени объем, масса капель и площадь, ими закрываемая, увеличиваются. На смачиваемых поверхностях происходит слияние отдельных капель друг с другом, что в итоге приводит к образованию на поверхности сплошной пленки конденсата, медленно стекающей вниз. Постепенно наступает динамическое равновесие: сколько конденсата стекает со стенки, столько же пара (по массе) конденсируется на ней. При этом толщина пленки в любом ее месте перестает изменяться. Такую конденсацию называют *пленочной*.

В другом случае, когда поверхность не смачивается, по мере увеличения массы капель силы сцепления со стенкой перестают их удерживать и крупные капли стекают вниз, увлекая за собой все другие, встречающиеся на пути. На освободившемся месте возникают новые центры конденсации, и все повторяется снова. Такую конденсацию называют *капельной*.

При капельной конденсации большая часть поверхности остается доступной для непосредственного контакта с паром. При пленочной конденсации пар отгорожен от поверхности пленкой конденсата, создающей дополнительное термическое сопротивление. Поэтому теплоотдача при капельном режиме конденсации в 5...10 раз выше, чем при пленочном. Однако использовать это преимущество на практике чаще всего не удастся из-за старения поверхностей — через 100...200 ч работы любая поверхность становится смачиваемой в результате появления на ней пленки окислов, отложений других загрязнений.

Задача расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации впервые была решена аналитически В. Нуссельтом в 1916 г. Это стало возможным в результате введения ряда упрощающих предпосылок. Рассматривалось ламинарное течение пленки вдоль вертикальной стенки (рис. 2.54). Предполагалось, что температура

на поверхности пленки  $t_n$  равна температуре насыщения  $t_n$ , хотя в действительности  $t_n < t_n$  (иначе на поверхности пленки не происходила бы конденсация). Распределение температуры внутри пленки принималось линейным — от  $t_c$  до  $t_n$ ; движение жидкости вниз считалось равномерным, происходящим без ускорения (при этом  $\partial w/\partial \tau = 0$ ,  $\partial w/\partial n = 0$ ,  $\partial^2 w/\partial n^2 = 0$ ); давление  $p$  внутри пленки принималось одинаковым (при этом  $\nabla p = 0$ ).

Дифференциальное уравнение движения для одномерного (в направлении  $X$ ) течения имеет вид

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} = g - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}$$

и с учетом принятых упрощающих предпосылок сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$0 + 0 = g + \nu \frac{d^2 w_x}{dy^2}. \quad (2.53)$$

Интегрирование его не представляет затруднений, если принять еще одно упрощение:  $\nu = \text{const}$ . Тогда, обозначив через  $u$  значение первой производной  $u = dw_x/dy$ , перепишем уравнение (2.53):

$$\frac{du}{dy} = -\frac{g}{\nu}, \text{ или } du = -\frac{g}{\nu} dy.$$

После интегрирования получим

$$u = -\frac{g}{\nu} y + C_1.$$

Далее, записав

$$\frac{dw_x}{dy} = -\frac{g}{\nu} y + C_1, \text{ или } dw_x = -\frac{g}{\nu} y dy + C_1 dy,$$

после повторного интегрирования будем иметь

$$w_x = C_1 y - \frac{g}{\nu} \frac{y^2}{2} + C_2, \quad (2.54)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные постоянные.



Значения констант  $C_1$  и  $C_2$  легко найдем, воспользовавшись граничными условиями. При  $y = 0$   $w_x = 0$  и из (2.54) получим  $C_2 = 0$ . При  $y = \delta$   $w_x = w_{x \max}$ , а значит,  $(dw_x/dy) = 0$ . Дифференцируя (2.54), находим

$$\frac{dw_x}{dy} = C_1 \delta - \frac{g}{\nu} \cdot 2 \frac{\delta^2}{2} + 0 = 0,$$

откуда

$$C_1 = \frac{g}{\nu} \delta.$$

В итоге, подставив  $C_1$  и  $C_2$  в формулу (2.54), получим решение гидродинамической задачи:

$$w_x = \frac{g}{\nu} \left( \delta y - \frac{1}{2} y^2 \right).$$

Из формулы видно, что скорость жидкости с увеличением  $y$  меняется по квадратичной параболе.

Интегрировать дифференциальное уравнение энергии нет необходимости, поскольку вид температурного поля был принят априорно:

$$t = t_c + \frac{t_n - t_c}{\delta} y.$$

Дифференциальное уравнение неразрывности, если принимать конденсат за несжимаемую жидкость, имеет вид

$$\frac{dw_x}{dx} = 0$$

и в нашем случае вырождается в тождество  $0 = 0$ , т.е. никакой новой информации не дает.

Найдем теперь среднюю скорость течения пленки:

$$\begin{aligned} \bar{w}_x &= \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} w_x dy = \frac{g}{\delta \nu} \int_0^{\delta} \left( \delta y - \frac{y^2}{2} \right) dy = \frac{g}{\delta \nu} \left( \int_0^{\delta} \delta y dy - \int_0^{\delta} \frac{y^2}{2} dy \right) = \\ &= \frac{g}{\delta \nu} \left( \delta \frac{y^2}{2} \Big|_0^{\delta} - \frac{1}{2} \frac{y^3}{3} \Big|_0^{\delta} \right) = \frac{g}{\nu} \left( \frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^2}{6} \right) = \frac{g}{\nu} \delta^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{g \delta^2}{3 \nu}. \end{aligned}$$

Тогда расход конденсата в сечении 1–1 при ширине пленки  $b$  составит

$$M_x = \bar{w}_x F \rho = \bar{w}_x \delta b \rho = \frac{g}{3\nu} \delta^3 b \rho. \quad (2.55)$$

С другой стороны, этот же расход можно определить как количество сконденсировавшегося пара на участке стенки высотой  $h$ :  $M_x = Q/r$ , где  $Q$  — тепловой поток, отдаваемый на этом участке;  $r$  — теплота парообразования. Величину  $Q$  легко рассчитать через местную плотность теплового потока:

$$Q = \int_0^F q_x df = \int_0^x q_x b dx.$$

При ламинарном течении пленки теплота в направлении  $Y$  передается только теплопроводностью и при линейном законе изменения температуры  $q_x = \lambda_{ж}(t_n - t_c)/\delta$ . Значит,

$$Q = \int_0^x \frac{t_n - t_c}{\delta} \lambda_{ж} b dx = \lambda_{ж} (t_n - t_c) b \int_0^x \frac{dx}{\delta}.$$

Из рис. 2.54 видно, что  $\delta = f(x)$ . Далее находим

$$M = \frac{Q}{r} = \frac{\lambda_{ж} (t_n - t_c)}{r} \int_0^x \frac{dx}{\delta}. \quad (2.56)$$

Приравняв правые части формул (2.55) и (2.56), получим интегральное уравнение

$$\frac{1}{3} \frac{g}{\nu} \delta^3 \rho = \frac{\lambda_{ж} (t_n - t_c)}{r} \int_0^x \frac{dx}{\delta}. \quad (2.57)$$

Решаем это уравнение эвристическим методом. Предположим, что между  $\delta$  и  $x$  существует степенная зависимость

$$\delta = Ax^n. \quad (2.58)$$

Тогда уравнение (2.57) примет вид

$$A^3 \frac{1}{3} \frac{g}{\nu} x^{3n} \rho = \frac{\lambda_{ж} (t_n - t_c)}{r} \int_0^x \frac{1}{Ax^n} dx.$$

Здесь

$$\int \frac{1}{A} x^{-n} dx = \frac{1}{A} \frac{1}{-n+1} x^{-n+1} \Big|_0^x = \frac{1}{A} \frac{1}{-n+1} x^{1-n}.$$

Значит, предыдущее уравнение можно записать следующим образом:

$$A^3 \frac{1}{3} \frac{g}{v} x^{3n} \rho = \frac{\lambda_{ж} (t_n - t_c)}{r} \frac{1}{A} \frac{1}{1-n} x^{1-n}. \quad (2.59)$$

Это равенство должно соблюдаться при любых значениях  $x$ . Но такое возможно только тогда, когда показатели степени при  $x$  одинаковы, т.е. при  $3n = 1 - n$ , откуда  $n = 1/4$  и  $1/(1 - n) = 4/3$ . Из формулы (2.59) найдем

$$A = \left( \frac{\lambda_{ж} (t_n - t_c) 4v3}{3r\rho g} \right)^{1/4}.$$

Далее по формуле (2.58) найдем толщину пленки  $\delta$  в сечении 1—1:

$$\delta = \left( \frac{4\lambda_{ж} (t_n - t_c)}{r\rho g} \right)^{1/4}.$$

При линейном законе изменения температуры, как было показано выше, величина  $\alpha$  прямо пропорциональна теплопроводности жидкости  $\lambda_{ж}$  и обратно пропорциональна толщине пленки  $\delta$ :

$$\alpha_x = \frac{\lambda_{ж}}{\delta} = \lambda_{ж} \sqrt[4]{\frac{gr\rho}{4\lambda_{ж} v(t_n - t_c)x}} = \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4v(t_n - t_c)x}}.$$

Для практических расчетов важно знать среднее значение коэффициента теплоотдачи для всей поверхности, которое найдем путем интегрирования:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{H} \int_0^H \alpha_x dx = \int_0^H \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4v(t_n - t_c)}} x^{-1/4} dx = \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4v(t_n - t_c)}} \frac{1}{4/3} \cdot x^{-1/4+1} \Big|_0^H = \\ &= \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4v(t_n - t_c)H}} = 0,942 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda_{ж}^3}{\mu(t_n - t_c)H}}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Совершенно аналогично, рассматривая задачу в цилиндрической системе координат, можно получить расчетную формулу для коэффициента теплоотдачи при конденсации на горизонтальной трубе:

$$\alpha = 0,7254 \sqrt[4]{\frac{g r \rho^2 \lambda_{ж}^3}{\mu (t_n - t_c) d}}$$

Обе приведенные формулы называют обычно формулами Нуссельта. Сопоставление полученных по ним результатов с результатами экспериментов показали, что хорошее совпадение вторая формула обеспечивает всегда, а первая — только при  $H < 1$  м.

### 2.3.9. Отдельные случаи конденсации

Рассмотрим отдельные специфические случаи конденсации.

1. Конденсация на высоких вертикальных поверхностях отличается тем, что в нижней части пленки ее скорость заметно увеличивается, что приводит к образованию на ней волн и турбулентных пульсаций. В результате значения местного  $\alpha$  и  $\bar{\alpha}$  увеличиваются (рис. 2.55). Поскольку аналитическая формула Нуссельта здесь неприемлема, то используют критериальные уравнения, полученные по результатам экспериментальных исследований.

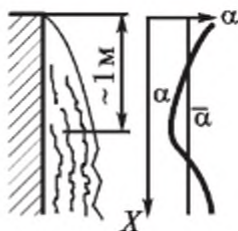
Если правую и левую части формулы (2.60) умножить на  $H/\lambda_{ж}$ , то в результате простейших алгебраических преобразований ее можно представить в виде следующего критериального уравнения:

$$Nu = 0,942(GaPrK)^{0,25},$$

где  $Ga = gH^3/\nu^2$  — критерий Галилея, характеризующий соотношение между силами веса и трения;  $K = r/(c_p(t_n - t_c))$  — критерий фазового перехода, характеризующий соотношение между теплотой, приносимой каждым килограммом конденсирующегося пара, и теплотой, уносимой из зоны конденсации с каждым килограммом образовавшегося конденсата.

Обработка опытных данных позволила получить следующее критериальное уравнение, в котором степень влияния определяющих критериев на величину числа  $Nu$  несколько больше:

$$Nu_{ж,H} = 0,4(GaPrK)_{ж,H}^{0,28}.$$



Р и с. 2.55. Турбулизация пленки и ее влияние на теплоотдачу



Р и с. 2.56. Конденсация на наклонной поверхности

Д. А. Лабунцовым предложена другая система критериев, в которой число  $Re$  представлено как определяемый критерий, а в качестве определяющего принята обобщенная длина  $Z$ :

$$Re = \frac{4(t_n - t_c)H}{r_{pv}} \alpha; \quad Z = (t_n - t_c)H \left( \frac{g}{v^2} \right)^{1/3} \frac{\lambda_{ж.}}{r_{pv}}.$$

Критериальные уравнения при этом имеют вид:

$$\text{при } Z < 2300 \quad Re = 3,8Z^{0,78};$$

$$\text{при } Z \geq 2300 \quad Re = (253 + 0,069(Pr_{ж.}/Pr_c)^{0,25} Pr_{ж.}^{0,5} (Z - 2300))^{1,33}.$$

Для расчета конденсации внутри высоких вертикальных труб рекомендуется критериальное уравнение

$$Re = (0,92 + 0,31\Pi)Z^{0,78},$$

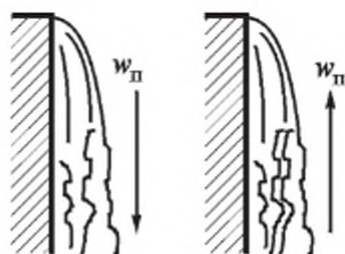
где

$$\Pi = \frac{\rho'' w_n^2}{\rho' g d}.$$

2. Конденсация на наклонных поверхностях (рис. 2.56) отличается тем, что стекание конденсата происходит здесь под действием силы  $F$ , несколько меньшей, чем сила веса:  $F = mg \cos \varphi$ . В результате средняя скорость течения по сравнению с вертикальным положением несколько меньше, а толщина пленки несколько больше. Значит, величина  $\alpha$  будет несколько меньше. В расчетах это учитывают, вводя поправочный множитель  $\varepsilon_{\varphi_k} = (\cos \varphi)^{0,25}$ .

3. Часто пар подается на конденсацию через специальные сопла с большой скоростью, направленной вдоль поверхности, как показано на рис. 2.57. В этом случае в результате трения, когда направления движения пленки и пара совпадают, скорость движения пленки увеличивается, уменьшается ее толщина и увеличивается значение  $\alpha$ . Если же направления движения пленки и пара проти-

воположны, то с увеличением  $w_{\text{п}}$  сначала происходит торможение пленки и увеличение ее толщины, но с ростом  $w_{\text{п}}$  сильное трение приводит к турбулизации и срыву капель конденсата с поверхности пленки. При этом средний коэффициент теплоотдачи также увеличивается.

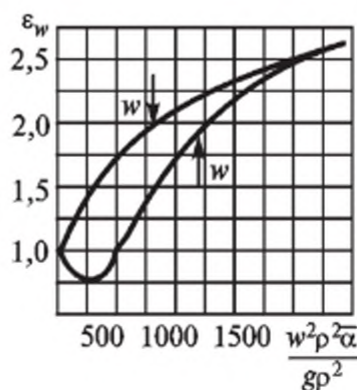


Р и с. 2.57. Течение пара вдоль стенки

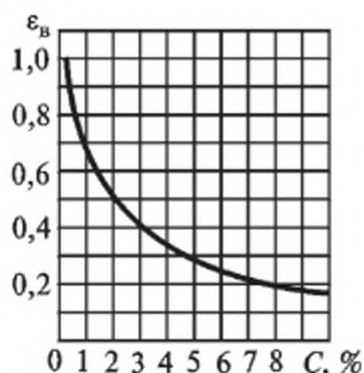
Описанные эффекты учитывают при расчетах введением поправочного множителя  $\varepsilon_w$ , который определяют опытным путем и приводят обычно в виде графика зависимости  $\varepsilon_w = f(w_{\text{п}})$ . Такой график приведен на рис. 2.58.

4. При конденсации влажного пара с высокой степенью сухости ( $x > 0,8$ ) величина  $\alpha$  практически не зависит от сухости пара, поэтому никаких поправок не вводят. При конденсации перегретого пара с небольшой степенью перегрева расчеты ведут по обычным формулам, но вместо теплоты парообразования  $r$  в них используют величину  $r + c_p(t_{\text{пн}} - t_n)$ , т.е. учитывают теплоту перегрева. Это незначительно увеличивает значение  $\alpha$ . При конденсации существенно перегретого пара ( $\Delta t > 30$  К) рассчитывают отдельно поверхность, необходимую для охлаждения пара до  $t_n$ , а далее — поверхность конденсации обычным способом.

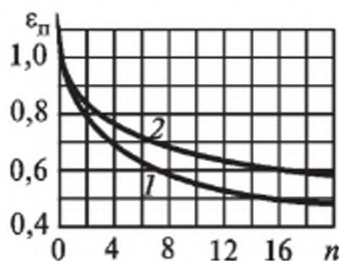
5. В отдельных случаях, особенно в технологических установках, на конденсацию поступает пар, содержащий примеси воздуха. При этом по мере конденсации пара вблизи стенки увеличивается концентрация несконденсированного газа, что затрудняет приток пара к холодной стенке. В результате интенсивность теплоотдачи резко уменьшается. Учитывают это введением в расчетные форму-



Р и с. 2.58. Зависимость  $\varepsilon_w = f(w_{\text{п}})$



Р и с. 2.59. Зависимость  $\varepsilon_B = f(C)$



Р и с. 2.60. Зависимость  $\epsilon_n = f(n)$ :

1 — для коридорного пучка;  
2 — для шахматного пучка

лы поправочного множителя  $\epsilon_n$ , зависимость которого от процентного содержания воздуха в смеси показана на рис. 2.59. Из рисунка видно, что даже небольшие (4 % по массе) примеси воздуха уменьшают  $\alpha$  почти в пять раз. Вот почему конденсаторы, работающие под вакуумом и подсасывающие воздух из атмосферы, периодически продувают, чтобы удалить скапливающийся в них воздух.

6. При конденсации на трубных пучках конденсат с верхних труб стекает на нижние, в результате средняя толщина пленки здесь

больше. Одновременно это стекание вызывает дополнительную турбулизацию пленки на нижних трубах. В результате средний коэффициент теплоотдачи для всего пучка получается несколько меньше, чем на одиночной трубе. Это уменьшение тем больше, чем большее число труб находится в одном вертикальном ряду. При расчетах это учитывают с помощью поправочного множителя  $\epsilon_n$ , зависящего от числа труб  $n$ , расположенных друг под другом. Величину  $\epsilon_n$  находят или по графику на рис. 2.60, или рассчитывают по формулам:

$$\text{для коридорного пучка } \epsilon_n = (1/n)^{0,25};$$

$$\text{для шахматного пучка } \epsilon_n = 0,1 + (1/n)^{0,25}.$$

7. При эксплуатации всегда возникает загрязнение поверхности конденсации пленкой окислов, накипи и т. п. Это может снижать величину  $\alpha$  на 20...30 %, что необходимо учитывать, назначая соответствующие коэффициенты запаса.

### 2.3.10. Теплоотдача при кипении

Кипение — процесс парообразования, сопровождающийся бурным выделением пузырьков пара; это один из наиболее сложных процессов, обеспечивающих наибольшую интенсивность теплообмена. Особенности процесса рассмотрим сначала на примере кипения в большом объеме, хотя такое кипение не очень часто встречается в технике.

Если рассматривать отдельный пузырек пара внутри кипящей жидкости, можно отметить, что со стороны жидкости на пар действует не только сила давления  $p_n$ , но и дополнительная сила, создаваемая поверхностным натяжением жидкости

$$p_{\text{п}} = p_{\text{н}} + \Delta p = p_{\text{н}} + \frac{\sigma l}{S_{\text{п}}} = p_{\text{н}} + \frac{\sigma 2\pi R}{4\pi R^2} = p_{\text{н}} + \frac{\sigma}{2R},$$

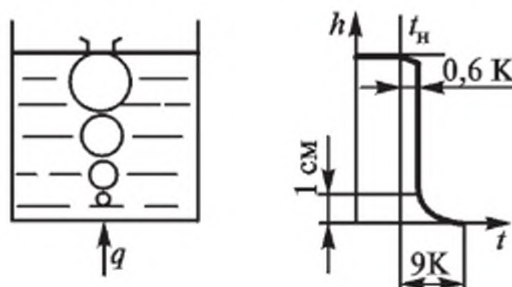
где  $R$  — радиус пузырька;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Таким образом, существование и рост пузырька возможны только тогда, когда жидкость имеет температуру, несколько большую, чем температура насыщения, т.е. перегрета настолько, чтобы уравновесить величину  $\Delta p = \sigma/2R$ . В таком случае при испарении объем пузырька будет расти, а давление в нем — постепенно приближаться к  $p_{\text{н}}$ .

Экспериментальные исследования полностью подтверждают эти рассуждения. На рис. 2.61 показаны образование, отрыв и всплытие пузырьков пара и изменение температуры внутри кипящей жидкости. Из рисунка видно, что заметный перегрев имеет место только в пристенном слое жидкости, где сильно проявляется влияние ее теплопроводности и где находится зона возникновения пузырьков. В основном же объеме жидкости в результате активного перемешивания температура жидкости практически одинакова и степень перегрева незначительна.

Наибольший перегрев возникает в зоне непосредственного контакта жидкости с горячей стенкой:  $\Delta t = t_c - t_{\text{н}}$ ; здесь  $\Delta t = q/\alpha$ , и величина этого перегрева зависит от передаваемого теплового потока  $q$ .

При небольших  $q$  или в начале кипения, когда перегрев жидкости еще небольшой, возникающие пузырьки пара очень малы и силы поверхностного натяжения не позволяют им расти, поскольку перегрев жидкости недостаточен. В результате возникает так называемое пристенное кипение, когда образующиеся пузырьки пара здесь же конденсируются и до поверхности практически не доходят.

В тех местах поверхности, где имеются микротрещины, микро-неровности, царапины или пузырьки выделившегося растворенно-



Р и с. 2.61. Кипение в большом объеме и зависимость  $t = f(h)$

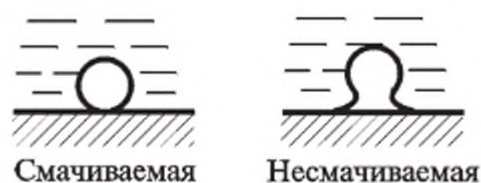


го воздуха, перегрев жидкости будет большим и возникнут регулярные центры парообразования. С увеличением тепловой нагрузки  $q$  число таких центров и перегрев жидкости растут и начинается обычное кипение. Форма пузырька зависит от того, смачивает или не смачивает (это бывает реже) жидкость поверхность теплоотдачи (рис. 2.62). С течением времени объем пузырька растет, и когда подъемные силы станут больше сил сцепления, произойдут отрыв и всплытие пузырька. На его месте образуется, растет и вновь отрывается новый пузырек.

Образование, рост и отрыв пузырьков приводят к значительной турбулизации слоя жидкости, непосредственно соприкасающегося со стенкой. Именно этим объясняется очень высокая интенсивность теплоотдачи при кипении. Ведь во всех остальных случаях возле стенки всегда находится неподвижный слой жидких комков, а здесь и этот слой находится в движении.

С увеличением  $q$  увеличиваются перегрев жидкости и число центров парообразования, возрастают интенсивность кипения и величина  $\alpha$ . При некоторой критической нагрузке  $q_{кр}$  число центров парообразования возрастает настолько, что пузырьки пара как бы отгораживают жидкость от стенки. Образуется нестабильная пленка пара, через которую теплота передается в основном теплопроводностью. При этом величина  $\alpha$  резко уменьшается, так как пар имеет малую теплопроводность. Такое кипение называют пленочным, а переход к нему — кризисом кипения. На рис. 2.63 приведена так называемая кривая кипения, показывающая, как изменяется величина  $\alpha$  при изменении  $q$ . Из рисунка видно, что переход к пленочному кипению, происходящий при нагрузке  $q_{кр1}$ , сопровождается резким уменьшением  $\alpha$ . Обратный же переход от пленочного кипения к пузырьковому происходит при другой, гораздо меньшей нагрузке  $q_{кр2}$ .

Кризис кипения — явление нежелательное и очень опасное, так как приводит к перегреву материала стенки и уменьшению ее механической прочности. Действительно, записав известную формулу



Р и с. 2.62. Формы пузырьков при кипении

$$q = \alpha(t_c - t_n),$$

видим, что при практически неизменной величине  $q$  резкое уменьшение  $\alpha$  возможно лишь при таком же увеличении разницы  $t_c - t_n$ , т. е. при увеличении  $t_c$ . С увеличением  $t_c$  прочность стенки уменьшается, и она может не выдержать действующих на нее механических напряжений. Кризис кипения явился причиной многих трагических аварий в теплоэнергетике, включая и Чернобыльскую катастрофу. Поэтому при проектировании парогенерирующего оборудования назначают рабочую тепловую нагрузку  $q$  так, чтобы она не превышала величины  $q_{кр2}$ . Это возможно, если перегрев жидкости невелик и температура ее не превышает температуры предельного перегрева  $t_{пп}$ , поскольку полный контакт жидкости со стенкой возможен только при  $t_c < t_{пп}$ . Величина  $t_{пп}$  для разных жидкостей определена экспериментально и приведена в справочниках [18]. Известны и критериальные уравнения, позволяющие рассчитать величину  $q_{кр2}$  [26].

Величину коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении воды обычно рассчитывают по эмпирической формуле

$$\alpha = \frac{3,4(10p_n)^{0,18}}{1 - 0,045p_n} q^{0,66},$$

где  $p_n$  — давление насыщения, МПа;  $q$  — плотность теплового потока при кипении, Вт/м<sup>2</sup>.

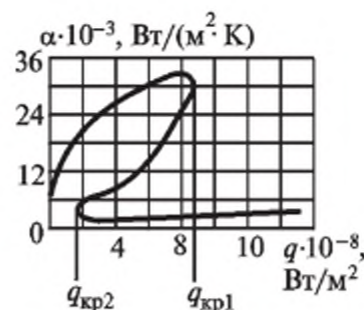
Для расчета кипения других жидкостей предложены следующие критериальные уравнения:

$$\text{при } 10^{-5} < Re^* < 10^{-2} \quad Nu^* = 0,0624 Re^{*0,5} Pr^{0,33},$$

$$\text{при } 10^{-2} \leq Re^* < 10^4 \quad Nu^* = 0,125 Re^{*0,65} Pr^{0,33}.$$

Здесь  $Re^* = \frac{ql^*}{r\rho''\nu}$ ;  $l^* = \frac{c_p \rho' \sigma T_n}{(r\rho'')^2}$ ;  $Nu^* = \frac{\alpha l^*}{\lambda_{ж}}$ ;  $Pr = \frac{\nu}{a}$ ;  $\sigma$  — коэффициент

поверхностного натяжения конденсата;  $\rho'$  и  $\rho''$  — плотности жидкости соответственно на линии насыщения и сухого насыщенного пара. Все остальные физические константы определяют для жидкости по температуре  $t_n$ .



Р и с. 2.63. Кривая кипения

### 2.3.11. Отдельные случаи кипения

Рассмотрим некоторые особые случаи кипения.

1. Кипение у вертикальной стенки (рис. 2.64) сопровождается образованием в пристенной области весьма насыщенного пузырями пара пограничного слоя, где основу термического сопротивления составляет теплопроводность пара. Поэтому теплоотдача при таком кипении сравнительно невелика. Для развитого кипения величину  $\alpha$  рассчитывают по формуле

$$\alpha = 0,253 \sqrt[3]{\frac{\lambda_{п}^2 c_{пн} g(\rho' - \rho'')}{v_{п}}},$$

где  $\lambda_{п}$ ,  $c_{пн}$ ,  $v_{п}$ ,  $\rho''$  — параметры сухого насыщенного пара;  $\rho'$  — плотность воды, взятая при температуре насыщения.

2. Кипение на горизонтальных трубах в пучках сопровождается существенной турбулизацией верхних слоев жидкости пузырями пара. Это приводит к увеличению среднего коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , и тем больше, чем больше число труб  $n$  в одном вертикальном ряду пучка:  $\alpha_{п} = \alpha_1 \varepsilon_{пк}$ . На рис. 2.65 приведена зависимость, с помощью которой рассчитывают среднее  $\alpha$  для всего пучка. При этом величину  $\alpha_1$  рассчитывают как при кипении в большом объеме. При числе труб  $n > 10$  расчет ведут по критериальному уравнению

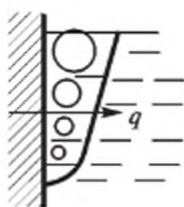
$$Nu^* = 0,68 Pr^{0,33} (Re^*(n+1))^{0,33} (S/d)^{-0,45},$$

где  $Nu^*$  и  $Re^*$  определяются как и ранее (см. 2.3.10).

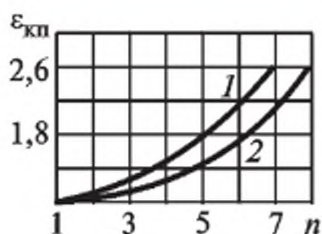
3. При кипении на раскаленной проволоке (рис. 2.66) также возникает устойчивая паровая пленка, теплообмен в которой определяется теплопроводностью пара. Интенсивность теплообмена и здесь невысока. Если ввести ряд упрощающих предпосылок, задачу можно решить аналитически аналогично тому, как она решена В. Нуссельтом для пленочной конденсации. Для ламинарного режима течения пара в пленке получено

$$\alpha = 0,7254 \sqrt[4]{\frac{gr \rho_{п}^2 \lambda_{п}^3 (\rho' - \rho'')}{4\mu_{п} (t_{н} - t_{с}) d}},$$

где индексом «п» отмечено, что данные физические константы берутся для насыщенного пара.

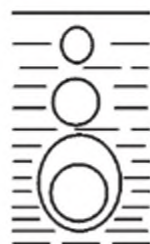


Р и с. 2.64. Кипение около вертикальной стенки



Р и с. 2.65. Зависимость  $\varepsilon_{\text{кп}} = f(n)$ :

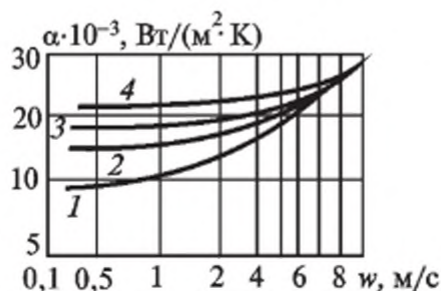
1 — при  $q = 1 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$ ;  
2 — при  $q = 4 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$



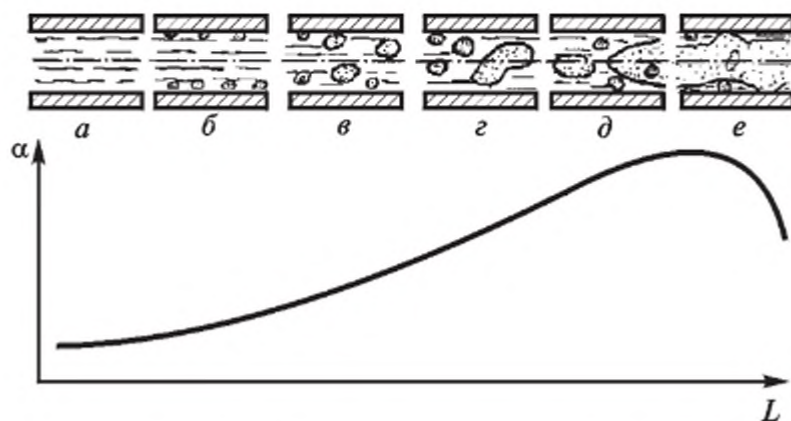
Р и с. 2.66. Кипение на раскаленной проволоке

4. Чаще всего в технике пар получают при кипении жидкости в трубах при вынужденном ее движении вдоль поверхности теплообмена. Движение жидкости способствует увеличению коэффициента теплоотдачи, причем чем больше скорость вынужденного движения, тем выше это влияние. На рис. 2.67 приведена зависимость  $\alpha$  от величины  $w$ . Из рисунка видно, что с увеличением тепловой нагрузки  $q$  (кривые 1—4) величина  $\alpha$  увеличивается, а характер кривых изменяется. Можно выделить зону (левые части графиков), где  $\alpha$  почти не зависит от  $w$ , а определяется только величиной  $q$  как при кипении в большом объеме. При больших скоростях (правые части кривых), наоборот, определяющим является влияние скорости, а кривые с разными  $q$  заметно сближаются.

Структура парожидкостного потока в трубе существенно изменяется по ходу жидкости (рис. 2.68). На начальном участке трубы образуется зона прогрева, где кипение еще не возникает. Далее по мере прогрева и перегрева жидкости в пристенном слое возникает зона пристенного кипения, и уже после нее возникает эмульсионный режим кипения, весьма похожий на обычное кипение в большом объеме. По мере выкипания жидкости увеличивается объем паровой фазы, растет и средняя скорость движения парожидкостной смеси, происходит объединение паровых пузырей с образованием крупных паровых пробок, особенно в ядре потока. Пробковый режим кипения постепенно переходит в другой, так называемый стержневой режим, когда непосредственно со стенкой соприкасается только тонкий слой жидкости, а в центре трубы с большой скоростью движется стержень пара.



Р и с. 2.67. Зависимость  $\alpha_{\text{к}} = f(w, q)$



Р и с. 2.68. Особенности кипения в трубах:

*a* — область прогрева жидкости; *b* — пристенное кипение; *в* — эмульсионный режим кипения; *г* — пробковый режим; *д* — стержневой режим; *e* — нарушение целостности слоя жидкости при стержневом режиме, начало кризиса кипения второго рода

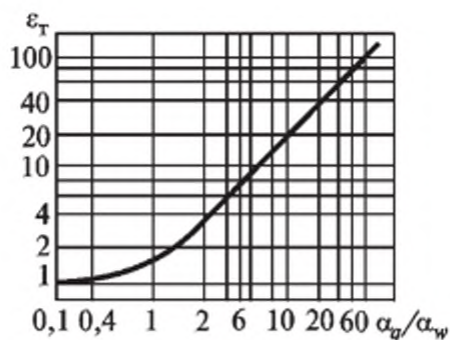
На конце трубы толщина слоя жидкости заметно уменьшается и даже может нарушаться целостность этого слоя. И если во всех предыдущих случаях по мере выкипания жидкости величина  $\alpha$  возрастала за счет увеличения средней скорости потока, то на последнем участке она уменьшается, так как все большая часть поверхности исключается из процесса теплоотдачи кипением и теплообмен там осуществляется в основном вынужденной конвекцией от стенки к пару. Поэтому длину трубы и массовый расход через нее обычно соразмеряют так, чтобы кризис кипения второго рода (так называют кипение в конце участка, где доля жидкости, остающейся в уже разорванной поверхностной пленке, приближается к нулю) не возникал, поскольку это приводит к заметному перегреву трубы и связанными с этим опасными последствиями. Естественно, что при очень высоких тепловых нагрузках  $q$  на любом предшествующем участке трубы может возникать описанный в 2.3.10 кризис кипения, который в этом случае называют кризисом первого рода.

При расчетах коэффициента теплоотдачи сначала определяют величину  $\alpha_w$  — значение коэффициента теплоотдачи, которое было бы при вынужденном движении жидкости в трубе без кипения. Далее рассчитывают коэффициент теплоотдачи  $\alpha_q$ , который был бы при данных условиях при кипении жидкости в большом объеме (т. е. без вынужденного движения жидкости). Затем находят  $\alpha = \alpha_w \epsilon_T$ , где величину поправочного коэффициента определяют в зависимости от значений  $\alpha_w$  и  $\alpha_q$  по специальному графику (рис. 2.69) или по формуле

$$\varepsilon_T = \frac{4a_w + a_q}{5a_w - a_q}$$

5. В настоящее время в теплоэнергетике все более широко стали применять прямоточные безбарабанные котлы. В них получение пара и его перегрев не разделены конструктивно (кипятильные трубы и пароперегреватели), а поступающая в трубы вода полностью выкипает и полученный пар перегревается до высокой температуры. В таких котлах исключить кризис второго рода невозможно, поэтому изучению явлений, возникающих при этом, в настоящее время уделяется очень большое внимание. Естественно, что новейшие результаты исследований не нашли отражения даже в справочной литературе [18] и редко рассматриваются в учебной [8], [27]. Поэтому представляется оправданным более подробно рассмотреть особенности кризиса кипения второго рода хотя бы на уровне понимания механизма физических процессов и подходов к расчетам теплоотдачи.

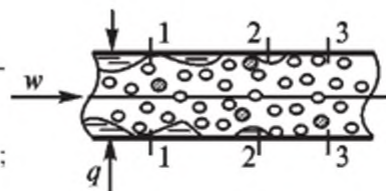
На рис. 2.70 приведено схематичное изображение участка трубы в зоне, где и возникает кризис кипения второго рода. По мере утончения пленки основным механизмом отвода теплоты от поверхности трубы становится не образование пузырьков пара и их отвод, а испарение с поверхности жидкости. Утончению пленки способствуют срыв и унос капель с гребней волн, образующихся на поверхности пленки. Частично испарение капель происходит в потоке пара, другая часть капель снова попадает на обнаженную поверхность трубы, где практически мгновенно испаряется. Описанные процессы характерны для начальной зоны кризиса (сечение 1—1). В сечении 2—2 происходит практически полное высыхание жидкости и величина коэффициента теплоотдачи становится минимальной. В дальнейшем за счет испарения последних капель жидкости и увеличения скорости потока

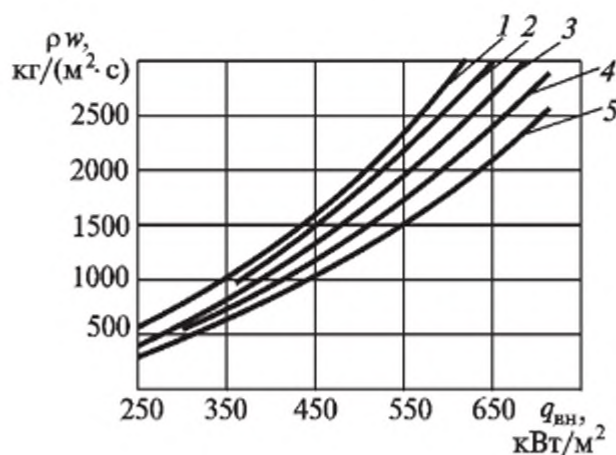


Р и с. 2.69. Зависимость  $\varepsilon_T = f(\alpha_q/\alpha_w)$

Р и с. 2.70. Режимы течения в трубе при кризисе кипения второго рода:

1—1 — сечение до кризиса; 2—2 — то же, в зоне кризиса; 3—3 — после кризиса





Р и с. 2.71. Массовые скорости потока, обеспечивающие  $\Delta t_{\text{ст}} < 80^\circ\text{C}$  при разных давлениях пара:

1 — при давлении 3,92 МПа; 2 — при 9,8 МПа; 3 — 14,7 МПа; 4 — 17,6 МПа; 5 — 19,6 МПа

величина  $\alpha$  может незначительно возрасти (сечение 3—3). Так развивается наиболее характерный кризис второго рода — кризис с орошением.

Возникновение кризиса кипения второго рода зависит от величины тепловой нагрузки  $q$ , определяющей степень перегрева стенки относительно температуры пара в трубе  $\Delta t_{\text{ст}}$ . С увеличением массовой скорости  $\rho w$  такой перегрев значительно снижается. Поэтому в прямоточных котлах пароводяную смесь, полученную в кипяtilьных трубах, собирают и направляют для дальнейшего испарения и перегрева в следующий пучок труб с меньшим общим проходным сечением, где она движется с очень большой массовой скоростью. Работа труб в таком пучке при наличии кризиса разрешается, если это не приводит к увеличению  $\Delta t_{\text{ст}}$  более чем на  $80^\circ\text{C}$ . На рис. 2.71 приведены зависимости массовой скорости, обеспечивающей это условие, от величины тепловой нагрузки  $q$  для разных давлений пара. Эти экспериментальные результаты могут быть положены в основу выбора величины среднемассовой скорости потока.

Величину коэффициента теплоотдачи при кризисе кипения второго рода можно рассчитать по критериальному уравнению [28]

$$\text{Nu}'' = 0,023(\text{Re}'')^{0,8} \text{Pr}_{\text{ст}}^{0,8} [x + (\rho''/\rho')(1-x)]^{0,8} \times \\ \times [1 - 0,1((\rho''/\rho') - 1)(1-x)]^{0,4},$$

где в критериях  $Nu''$  и  $Re''$  значения  $\lambda$  и  $\nu$  принимают для насыщенного пара, а в критерии  $Pr_{ст}$  — для пара при температуре стенки;  $\rho''$  и  $\rho'$  — плотности сухого насыщенного пара и воды при температуре насыщения;  $x$  — массовое паросодержание потока.

### 2.3.12. Изменение температурного напора вдоль поверхности теплообмена

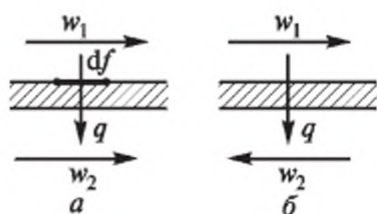
На практике чаще всего теплообмен протекает при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена. При этом горячий теплоноситель, отдавая теплоту, охлаждается, а холодный теплоноситель, получая ее, нагревается, значит изменяется в пространстве и величина температурного напора  $\Delta t = t_r - t_x$ .

Применяют различные схемы организации потоков теплоносителей. Простейшие — это прямоток и противоток (рис. 2.72). При прямотоке теплоносители направлены в одну сторону и вдоль потоков температуры теплоносителей постепенно сближаются, а температурный напор уменьшается (рис. 2.73). При противотоке теплоносители направлены в противоположные стороны, что меняет картину изменения температур и температурного напора (рис. 2.74). В отдельных случаях вдоль поверхности теплообмена величина  $\Delta t$  может и увеличиваться.

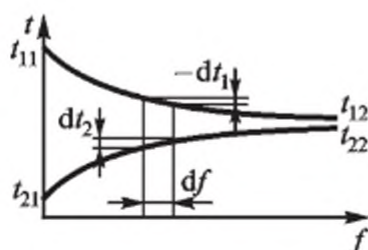
Выделим мысленно на поверхности теплообмена площадку  $df$  (см. рис. 2.72). За единицу времени через нее будет передано  $dQ$  теплоты:

$$dQ = k\Delta t df, \quad (2.61)$$

где  $k$  — местный коэффициент теплопередачи. Это же количество теплоты можно определить по изменению температур теплоносителей. Для прямотока, как видно из рис. 2.73, эти изменения будут равны соответственно  $-dt_1$  и  $dt_2$ . Тогда

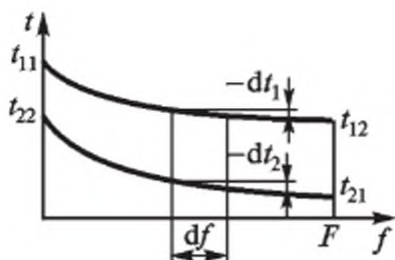


Р и с. 2.72. Схемы прямотока (а) и противотока (б)



Р и с. 2.73. Изменение температур при прямотоке





Р и с. 2.74. Изменение температуры при противотоке

$$dQ = M_1 c_{p1}(-dt_1) \quad \text{и} \quad dQ = M_2 c_{p2} dt_2,$$

где  $M_1$  и  $M_2$  — массовые расходы теплоносителей;  $c_{p1}$  и  $c_{p2}$  — их удельные теплоемкости. Выразим из этих формул следующие величины:

$$dt_1 = -dQ/M_{cp1}, \quad dt_2 = dQ/M_{cp2}$$

и найдем изменение температурного напора на площадке  $df$ :

$$d(\Delta t) = dt_1 - dt_2 = -\frac{dQ}{M_1 c_{p1}} - \frac{dQ}{M_2 c_{p2}} = -\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) dQ.$$

Подставим сюда значение  $dQ$  по формуле (2.61):

$$d(\Delta t) = -\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) k \Delta t df.$$

Получено простое дифференциальное уравнение относительно  $\Delta t$ . Обозначив для краткости

$$\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) = Z,$$

разнесем переменные в полученном дифференциальном уравнении:

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -Z k df.$$

В общем случае  $k = \varphi(f)$ , но если ввести среднее значение  $\bar{k}$ , рассчитывая его через средние значения  $\bar{\alpha}$  для всей поверхности теплообмена, то интегрирование этого уравнения не представляет затруднений:

$$\ln \Delta t \Big|_{\Delta t_{\text{вх}}}^{\Delta t} = -Z \bar{k} f \Big|_0^f.$$

Подставим пределы интегрирования:

$$\ln \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{вх}}} = -Z \bar{k} f. \quad (2.62)$$

Потенцируя, найдем

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{вх}}} = e^{-Z\bar{k}f}, \quad (2.63)$$

откуда  $\Delta t = \Delta t_{\text{вх}} e^{-Z\bar{k}f}$ .

В случае противотока величины  $dt_1$  и  $dt_2$  отрицательны (см. рис. 2.74) и значение  $Z$  вычислим по формуле

$$Z = \frac{1}{M_1 c_{p1}} - \frac{1}{M_2 c_{p2}},$$

а все остальные рассуждения останутся такими же.

Итак, обнаружено и доказано, что температурный напор изменяется вдоль поверхности теплообмена по закону экспоненты. Можно доказать, что и температуры теплоносителей изменяются по закону экспоненты.

### 2.3.13. Среднелогарифмический температурный напор

Полная тепловая нагрузка при теплопередаче определяется интегрированием приведенной ранее формулы (2.61):

$$Q = \int_0^F dQ = \int_0^F k\Delta t df.$$

Для удобства расчетов кроме среднего коэффициента теплопередачи  $k$  рассчитывают еще и средний температурный напор  $\Delta t_{\text{ср}}$ . Тогда после интегрирования получим знакомую формулу

$$Q = \bar{k} \Delta t_{\text{ср}} F.$$

Величину  $\Delta t_{\text{ср}}$  найдем, как всегда, вычислив соответствующий интеграл:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{\int_0^F \Delta t df}{F} = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t_{\text{вх}} e^{-Z\bar{k}f} df =$$

$$= \frac{\Delta t_{\text{BX}}}{F} \frac{1}{-Zk} e^{-Zk f} \Big|_0^F = \frac{\Delta t_{\text{BX}}}{-FZk} (e^{-Zk F} - 1). \quad (2.64)$$

При  $f = F$   $\Delta t = \Delta t_{\text{ВЫХ}}$  и формулы (2.62) и (2.63) примут вид

$$\ln \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}}}{\Delta t_{\text{BX}}} = -Zk F \quad \text{и} \quad \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}}}{\Delta t_{\text{BX}}} = e^{-Zk F}.$$

Подставим теперь в (2.64) вместо выражений  $-Zk F$  и  $e^{-Zk F}$  их значения по приведенным формулам:

$$\Delta t_{\text{CP}} = \frac{\Delta t_{\text{BX}}}{\ln \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}}}{\Delta t_{\text{BX}}}} \left( \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}}}{\Delta t_{\text{BX}}} - 1 \right) = \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}} - \Delta t_{\text{BX}}}{\ln \frac{\Delta t_{\text{ВЫХ}}}{\Delta t_{\text{BX}}}}.$$

Обычно эту формулу записывают в виде, удобном для расчетов как прямотока, так и противотока:

$$\Delta t_{\text{CP}} = \frac{\Delta t_{\text{Г}} - \Delta t_{\text{М}}}{\ln \frac{\Delta t_{\text{Г}}}{\Delta t_{\text{М}}}},$$

где  $\Delta t_{\text{Г}}$  и  $\Delta t_{\text{М}}$  — наибольший и наименьший температурные перепады на краях теплообменника. Величину  $\Delta t_{\text{CP}}$  называют среднелогарифмическим температурным напором. При одинаковых условиях величина  $\Delta t_{\text{CP}}$  для противотока всегда несколько больше, чем для прямотока, особенно когда изменения температур теплоносителей существенны. Поэтому всегда, когда это возможно, стараются использовать противоточную схему.

Кроме противотока и прямотока на практике часто используют и другие схемы, в частности перекрестный ток, двойной перекрестный ток и т.д. Эти схемы называют смешанными токами. Величину  $\Delta t_{\text{CP}}$  для смешанных токов рассчитывают, определив предварительно  $\Delta t_{\text{CP}}$  для противотока и умножив это значение на поправочный множитель  $\varepsilon$ , найденный экспериментально для каждой схемы:

$$\Delta t_{\text{CP}} = \Delta t_{\text{CP.прот}} \varepsilon.$$

Обычно величину поправочного множителя  $\varepsilon$  находят по специальным номограммам в зависимости от двух безразмерных пара-

метров  $P$  и  $R$ , определяемых температурами  $t_{11}$ ,  $t_{12}$ ,  $t_{21}$ ,  $t_{22}$  [26, 27]. Когда температуры  $t$  теплоносителей изменяются не очень сильно и  $\Delta t_6 / \Delta t_M < 2$ , вместо среднелогарифмического температурного напора можно использовать среднеарифметический  $\Delta t_{cp} = (\Delta t_6 + \Delta t_M) / 2$ .

### 2.3.14. Тепловой расчет рекуперативных теплообменников

Различная теплообменная аппаратура получила очень широкое распространение, а в отдельных отраслях (например, в химической промышленности) стоимость ее составляет до половины стоимости всего основного технологического оборудования. Различают три вида теплообменников: рекуперативные, регенеративные и смешительные. Наибольшее распространение получили теплообменники, в которых теплота передается теплопередачей, их и называют рекуперативными. В регенеративных теплообменниках теплоносители попеременно пропускаются через массивное, теплоемкое тело, которое сначала аккумулирует теплоту горячего теплоносителя, а затем отдает ее холодному. В смешительных теплообменных аппаратах теплообмен происходит в результате смешивания теплоносителей.

При расчетах теплообменной аппаратуры возникает два типа задач. При конструктивном расчете по заданным условиям протекания процессов находят величину поверхности теплообмена  $F$ , необходимую для передачи заданного теплового потока  $Q$ . При проверочном расчете определяют температуры теплоносителей на выходе из теплообменника, у которого известны  $Q$ ,  $F$  и другие условия протекания процессов. Ниже рассмотрим методику конструктивного расчета как наиболее сложную.

При тепловом расчете всегда имеем разрешимую задачу, поскольку для каждой неизвестной можем записать соответствующее уравнение. В совокупности они образуют замкнутую систему уравнений. Выпишем без комментариев эти известные уравнения:

$$F = \frac{Q}{q}; \quad q = \bar{k} \Delta t_{cp}; \quad \bar{k} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\alpha}_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\bar{\alpha}_2}}; \quad \Delta t_{cp} = \frac{\Delta t_6 - \Delta t_M}{\ln \frac{\Delta t_6}{\Delta t_M}};$$

$$\bar{\alpha}_1 = f_1(K_1, K_2, K_3, \dots, t_{c1}); \quad \bar{\alpha}_2 = f_2(K'_1, K'_2, K'_3, \dots, t_{c2});$$

$$t_{c1} = \bar{t}_{x1} - q / \bar{\alpha}_1; \quad t_{c2} = \bar{t}_{x2} + q / \bar{\alpha}_2.$$

Здесь  $K_1, K_2, \dots, K'_1, K'_2, \dots$  — некоторые числа подобия, величины которых рассчитывают по известным условиям однозначности. Функции  $f_1$  и  $f_2$  обычно сложные, нелинейные, как правило, трансцендентные, поэтому систему уравнений приходится решать численным методом, путем последовательных приближений.

Обычно расчет начинают с определения значений  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  в первом приближении по следующим формулам:

$$t_{c1} = \bar{t}_{ж1} - \frac{\Delta t_{cp}}{2}; \quad t_{c2} = \bar{t}_{ж2} + \frac{\Delta t_{cp}}{2}.$$

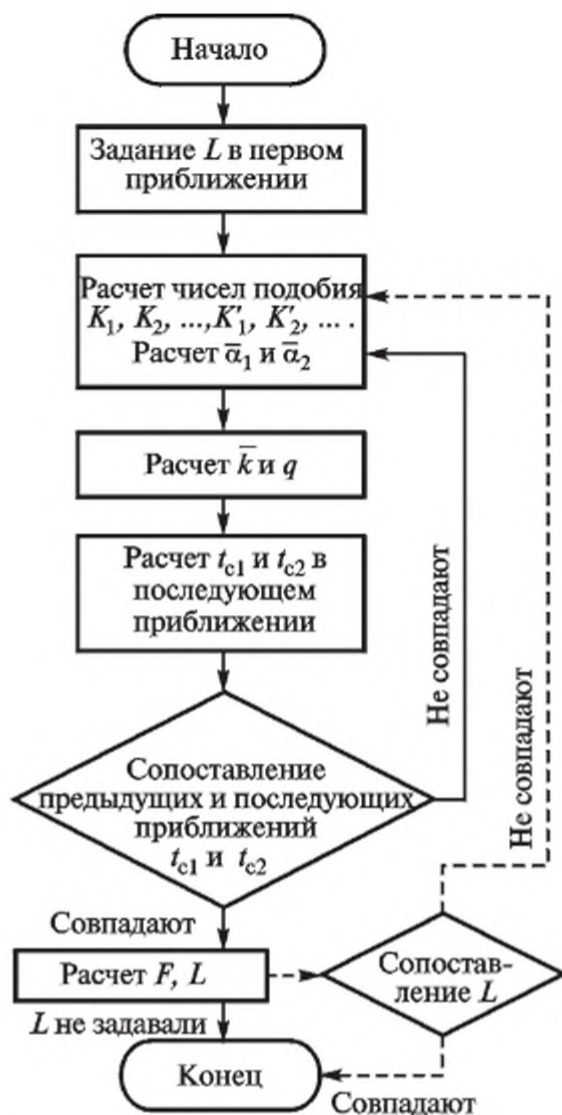
Далее рассчитывают в первом приближении значения  $\bar{\alpha}_1$  и  $\bar{\alpha}_2$ ,  $k$  и  $q$  и по приведенным выше формулам значения  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  во втором приближении. Если предыдущие и последующие приближения температур  $t_{c1}$  и  $t_{c2}$  совпадают с заданной точностью, то рассчитывают  $F$ , если же такого совпадения нет, расчеты повторяют до тех пор, пока не достигнут требуемого совпадения.

Практика показала, что такой процесс итераций достаточно быстро сходится. Изложенный алгоритм расчета представлен на рис. 2.75.

В отдельных случаях (при ламинарном течении в трубах, при конденсации на вертикальных поверхностях, при свободной конвекции на вертикальных поверхностях и др.) в критериальные уравнения, а следовательно, и в функции  $f_1$  и  $f_2$  входит длина  $L$  (или высота  $H$ ) всей поверхности теплообмена, определить которую можно, лишь зная  $F$ . Тогда при расчете сначала задаются величиной  $L$  в первом приближении, а затем уточняют ее, организовав второй, внешний круг итераций (на рис. 2.75 показан штрих-пунктиром).

При повышенных требованиях к точности, особенно когда температуры теплоносителей изменяются значительно и это приводит к заметному изменению истинных значений коэффициентов теплоотдачи  $\alpha$ , проводят поинтервальный расчет, разделяя условно всю поверхность теплообмена  $F$  на несколько частей и рассчитывая каждую часть отдельно.

Для интенсификации теплоотдачи в теплообменниках выгодно увеличивать скорости  $w$  движения теплоносителей. Однако при этом значительно увеличивается гидравлическое сопротивление и затраты энергии на прокачивание теплоносителей. Поэтому естественно возникает задача создания наиболее эффективного, оптимального аппарата. Для оценки эффективности теплообменников и



Р и с. 2.75. Алгоритм теплового расчета теплообменника

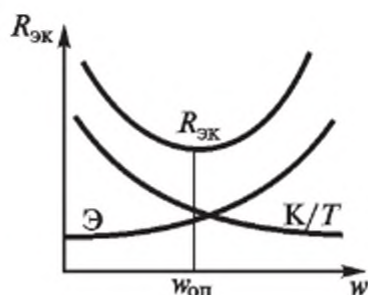
сопоставления их между собой используют критерий энергетической эффективности

$$R_{\text{эн}} = Q/N,$$

где  $Q$  — передаваемый тепловой поток;  $N$  — мощность, затрачиваемая на прокачивание теплоносителей. Более универсальным является, конечно же, критерий экономической эффективности, в качестве которого обычно выступают приведенные затраты

$$R_{\text{эк}} = K/T + \text{Э}.$$

Здесь  $K$  — капитальные затраты в руб., включающие стоимость теплообменника и работ по его монтажу, наладке и пуску в экс-



Р и с. 2.76. Определение оптимальной скорости теплоносителя

плуатацию;  $T$  — нормируемый период окупаемости в годах;  $\Theta$  — эксплуатационные расходы, руб./г., включающие оплату энергии, необходимой для прокачивания теплоносителей, расходы на обслуживание и текущий ремонт и т.п.

На рис. 2.76 показано, как изменяются слагаемые  $R_{\text{эк}}$  при увеличении скорости  $w$  одного из теплоносителей. При увеличении  $w$  увеличивается коэффициент теплопередачи  $k$ , растет  $q$  и уменьшается величина  $F$ , а следовательно, уменьшаются и капиталь-

ные затраты  $K$ . Для теплообменников одного типа величину  $T$  обычно принимают одинаковой. Значит, первое слагаемое с увеличением  $w$  уменьшается. Эксплуатационные же расходы с ростом  $w$  увеличиваются. В результате величина  $R_{\text{эк}}$  с ростом  $w$  изменяется неоднозначно и при некоторой скорости (ее называют оптимальной) будет иметь минимум. В общем случае можно говорить об оптимальных скоростях обоих теплоносителей, а также об оптимальных значениях и других характеристиках аппарата, включая конструктивные особенности. При расчетах оптимального теплообменника приходится выполнять большое число однотипных тепловых и экономических расчетов для сравниваемых вариантов, что невысказимо без применения для этих целей современных ЭВМ. Расчеты на ЭВМ позволяют повысить качество проектирования, ускорить его, реализовать уточненные расчетные методики. Недаром еще в 1958 г. в США более половины проектируемых теплообменников уже рассчитывали на ЭВМ!

### 2.3.15. Пути и способы интенсификации процессов теплопередачи

Естественное стремление к повышению эффективности производственных процессов требует хорошо представлять направления и способы влияния на интенсивность теплоотдачи и теплопередачи, поскольку именно это часто и определяет экономичность и производительность технологического оборудования. Из основного уравнения теплопередачи

$$Q = k\Delta t_{\text{cp}}F$$

видно, что для увеличения передаваемого теплового потока при прочих неизменных условиях следует увеличивать величину  $k$ . Для плоской стенки (самый типичный случай) величину  $k$  рассчитывают по формуле

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2},$$

из которой видно, что уменьшение любого из термических сопротивлений приводит к увеличению  $k$ . Поэтому теплопередающую стенку делают из наиболее теплопроводного материала и минимально допустимой толщины. В этом случае  $\delta/\lambda \rightarrow 0$  и предыдущую формулу можно записать в виде

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}.$$

Из приведенных записей видно, что величина  $k$  всегда меньше меньшего из  $\alpha$ . Когда  $\alpha_1 \gg \alpha_2$  или  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , что очень часто встречается на практике, заметное увеличение  $k$  происходит только при увеличении меньшего из  $\alpha$ , в то время как увеличение большего из  $\alpha$  очень мало изменяет величину  $k$ . Действительно, при  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  из записи  $k = \alpha_1 / (1 + \alpha_1/\alpha_2)$  видно, что даже при значительном увеличении  $\alpha_2$  величина знаменателя, а значит, и величина  $k$  меняются незначительно. При этом увеличение значения  $\alpha_1$  во столько же раз увеличит числитель и только незначительно увеличит знаменатель. В результате значение  $k$  увеличится примерно во столько же раз, во сколько увеличилась величина  $\alpha_1$ .

Вывод: чтобы увеличить интенсивность теплопередачи, следует провести мероприятия, направленные на увеличение коэффициента теплоотдачи с той стороны, где он меньше.

Знакомство с критериальными уравнениями теплоотдачи для различных групп подобных явлений показывает, что в большинстве случаев увеличение скорости теплоносителя приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Правда, этот способ увеличения  $\alpha$ , как впрочем и любые другие, имеет и обратную, неприятную сторону, о чем говорилось выше. Большой эффект, как показала практика, дает оребрение поверхности со стороны, где  $\alpha$  меньше.

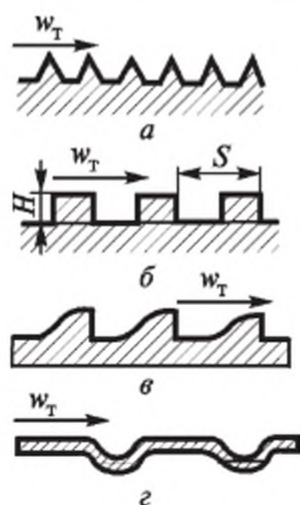


Весьма действенным средством повышения эффективности теплоотдачи является применение искусственных шероховатостей. Форма таких шероховатостей может быть различной (рис. 2.77). При этом проявляется и эффект оребрения, но в основном увеличение теплоотдачи происходит в результате гидродинамических изменений в пристенном слое. Наличие выступов, размеры которых гораздо больше размеров жидкого комка, приводит к турбулизации и срывам пограничного слоя, образованию вихревых зон вблизи стенки. Исследования показали, что существует оптимальное соотношение между высотой  $H$  и шагом  $S$ , при котором величина  $\alpha$  наибольшая. Для шероховатостей типа выступ  $(S/H)_{\text{опт}} = 13 \pm 1$ . При расчете коэффициента теплоотдачи в расчетные формулы вводят поправочный множитель

$$\varepsilon_{\text{ш}} = 1,04 \text{Pr}^{0,04} e^{0,85a},$$

где  $a = 13/(S/H)$  при  $(S/H) < 13$ ;  $a = (S/H)/13$  при  $(S/H) \geq 13$ .

Конечно, изготовление искусственных шероховатостей требует дополнительных затрат, а наличие их приводит к увеличению гидравлического сопротивления, так что применяют их только в исключительных случаях. Однако часто экономический эффект от применения искусственных шероховатостей оказывается большим, чем при простом увеличении скорости теплоносителя, обеспечивающим такое же увеличение коэффициента  $\alpha$  [29].



Р и с. 2.77. Формы искусственных шероховатостей:

$a$  — резбa;  $b$  — выступ;  
 $c$  — гребень;  $d$  — пережим

Аналогичные эффекты возникают и при применении различных искусственных турбулизаторов потока (в виде лопаточного завихрителя на входе в канал, в виде винтовой закрученной ленты внутри канала и т.п.). С их помощью удавалось увеличивать величину  $\alpha$  в 1,5 раза, а в коротких трубах — даже втрое. Значительно увеличить интенсивность теплоотдачи можно применением в качестве теплоносителей высокотемпературных органических жидкостей или расплавленных металлов, поскольку все они обладают очень высокой теплопроводностью.

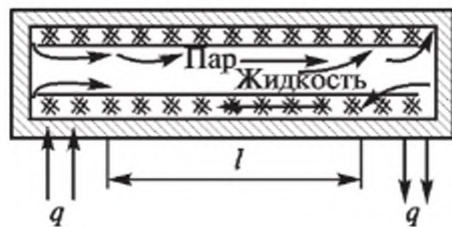
Исследования показали, что организация неустановившегося течения с попеременным резким увеличением и уменьшением скорости приводит к заметному увеличению среднего коэффициента теплоотдачи. Интенсивность теп-

лоотдачи газообразных теплоносителей можно существенно повысить за счет добавления в поток твердых частиц (например, графита). Для таких дисперсных потоков наблюдалось увеличение теплоотдачи в 6...8 раз. При этом, конечно, приходится мириться с быстрым износом поверхности теплообмена.

К увеличению теплоотдачи приводят высокочастотные механические или звуковые воздействия на поверхность теплообмена, воздействие на пристенный слой переменным электромагнитным полем или электростатические воздействия и др. В настоящее время влияние таких внешних воздействий широко изучается, их все шире применяют на практике.

Как упоминалось, толщину стенки, разделяющей теплоносители при теплопередаче, делают по возможности наименьшей. Но в отдельных случаях по конструктивным соображениям нельзя уменьшить расстояние между теплоносителями. И тогда теплота передается от одного теплоносителя к другому по достаточно длинному теплопроводу. Использование в качестве таких теплопроводов металлических тел приводит к утяжелению и удорожанию конструкции.

В качестве эффективных теплопроводов (и в других случаях) в настоящее время используют тепловые трубы, в которых молекулярные процессы переноса теплоты заменены конвективными. Устройство таких труб схематично показано на рис. 2.78. Герметичный металлический корпус такой трубы частично или полностью заполняется капиллярно-пористым фитилем и небольшим количеством жидкости. В испарительной зоне, где теплота подводится к трубе, жидкость кипит, превращаясь в пар, который через транспортную зону длиной  $l$  проходит в зону конденсации, где теплота отводится от трубы. Здесь происходит конденсация пара, а образующийся конденсат за счет капиллярного эффекта (под действием сил поверхностного натяжения) перемещается снова в зону испарения. Благодаря высокой интенсивности теплоотдачи при кипении и конденсации эффективная теплопроводность тепловой трубы ( $\lambda_{\text{эф}} = ql/\Delta t$ ) может в тысячи раз превышать естественную теплопроводность металлов, при этом такие теплопроводы в сотни раз легче цельнометаллических и гораздо дешевле, поэтому применение тепловых труб является весьма перспективным.



Р и с. 2.78. Устройство тепловой трубы

## 2.4. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 2.4.1. Общие понятия и определения

Известно, что электромагнитное излучение обладает двойственным характером: это и волны, и одновременно поток материальных частиц — фотонов. Квантовые свойства излучения проявляются все сильнее по мере увеличения частоты колебаний. Тепловые волны имеют достаточно большую длину и здесь в большей мере проявляются именно волновые свойства электромагнитных колебаний.

Тепловое излучение свойственно всем телам вне зависимости от фазового состояния. Спектр излучения большинства твердых и жидких тел непрерывен, они излучают волны различной длины и во всех направлениях (диффузионное излучение). Газы излучают волны определенной длины, их спектр линейчатый.

*Интенсивность излучения* оценивается величиной излучательной способности тела

$$E = dQ/dF,$$

которая характеризует удельную энергию излучения в каждой точке на поверхности тела (рис. 2.79). *Полный лучистый поток* от поверхности  $F$  определим интегрированием:

$$Q = \int_0^F Edf.$$

Другой характеристикой, связанной с частотой (или длиной) волн, является *спектральная интенсивность излучения*

$$J = dE/d\lambda,$$

которая определяет излучательную способность в определенном месте спектра, т.е. при некоторой длине волны (точнее — в интервале длин волн  $\lambda \dots (\lambda + d\lambda)$ ). Из такого определения следует, что

$$E = \int_0^{\infty} Jd\lambda.$$

Каждое тело способно не только излучать, но и отражать, поглощать и пропускать тепловые лучи, как и другие электромаг-

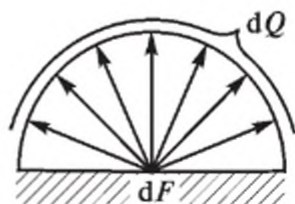
нитные колебания (рис. 2.80). Тепловой баланс в общем случае имеет вид

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D,$$

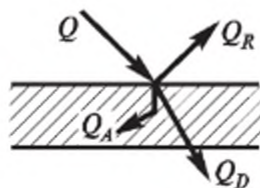
где  $A = Q_A/Q$ ;  $R = Q_R/Q$ ;  $D = Q_D/Q$  — соответственно коэффициенты поглощения, отражения и прозрачности.

Если  $R = 0$  и  $D = 0$ , т. е. вся падающая на тело лучистая энергия полностью поглощается им, такое тело называют *абсолютно черным*. При  $A = 0$  и  $D = 0$  (вся энергия отражается) тело называют *абсолютно белым*, а при  $D = 1$  ( $A = 0$  и  $R = 0$ ) — *абсолютно прозрачным*. Если отражение лучей происходит не диффузионно, а по законам оптики (угол отражения равен углу падения), то поверхность называют *зеркальной*. На таких поверхностях происходит направленное тепловое излучение. В целом оно подчиняется законам лучевой оптики, которые изучают в соответствующих разделах общезначимой теории. В действительности яркость отраженного луча зависит как от яркости падающего луча, так и от свойств отражающей поверхности. Определяющую роль в этом играют шероховатость отражающей поверхности и длина волны луча, влияние которых учитывается коэффициентом яркости. Применительно к прикладным задачам этот вопрос достаточно подробно изложен в [26].

Конечно, в природе нет абсолютно черных, абсолютно белых, абсолютно прозрачных тел, эти понятия абстрактные. Однако некоторые тела обладают близкими к таким свойствами. Названные свойства могут по-разному проявляться при волнах различной длины. Оконное стекло, например, практически прозрачно для видимых световых лучей и непрозрачно для ультрафиолетовых, заметно поглощает тепловые лучи. Каменная соль почти не пропускает света и не препятствует тепловым лучам. А для рентгеновского излучения даже металлы оказываются прозрачными. Все же большинство твердых тел и жидкостей непрозрачны для тепловых



Р и с. 2.79. Диффузионное излучение элементарной площадки



Р и с. 2.80. Взаимодействие падающего излучения с телом

лучей ( $D = 0$ ), поэтому считают, что для них  $A + R = 1$ , т.е. если тело хорошо поглощает тепловые лучи, оно плохо их отражает (и наоборот).

Большинство реальных тел, имея непрерывный спектр излучения, способны излучать меньше энергии, чем абсолютно черное тело. Спектральная интенсивность излучения  $J$  таких тел при любой длине волны в  $\varepsilon$  раз меньше, чем аналогичная интенсивность  $J_s$  абсолютно черного тела. Такие тела называют *серыми*. Величину  $\varepsilon = J/J_s$  называют *степенью черноты* серого тела. Из определения следует, что эта же величина характеризует и отношение полных излучательных способностей серого  $E$  и абсолютно черного  $E_s$  тел:

$$\varepsilon = \frac{J}{J_s} = \frac{\int_0^{\infty} J d\lambda}{\int_0^{\infty} J_s d\lambda} = \frac{E}{E_s}.$$

Величины  $\varepsilon$  разных тел определены экспериментально и приведены в справочной и учебной литературе [18, 30].

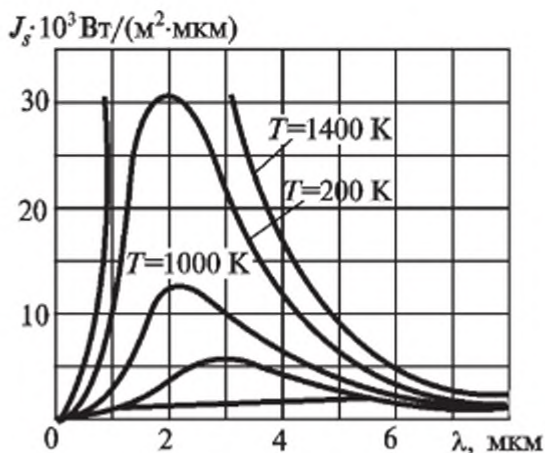
#### 2.4.2. Основные законы теплового излучения

В силу общей природы электромагнитных колебаний эти законы являются общими для всех видов излучения. Наиболее простыми и строгими законами описывается излучение абсолютно черного тела. С соответствующими поправками их используют и для расчетов излучения серых тел или газов.

*Закон Планка*, установленный теоретическим путем, описывает зависимость спектральной интенсивности излучения  $J_s$  от длины волны и температуры поверхности излучения:

$$J_s = \frac{C_1}{\lambda^5 \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T} - 1\right)}, \quad (2.65)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные величины. Графически этот закон отображен на рис. 2.81, из которого наглядно видно, что спектральная интенсивность  $J_s$  с увеличением длины волны сначала увеличивается, достигая максимума, а затем уменьшается, стремясь к нулю.



Р и с. 2.81. Закон Планка

Увеличение температуры  $T$  приводит к заметному увеличению  $J_s$  при любых  $\lambda$  и смещению максимума в сторону более коротких волн. Последняя особенность формулируется как *закон Вина*, которым установлено, что длину волны, мкм, при которой имеет место максимум  $J_s$ , определить очень просто:  $\lambda_{\text{экстр}} = 2900/T$ .

Излучательная способность абсолютно черного тела определится интегралом  $E_s = \int_0^{\infty} J_s d\lambda$ . Если подставить сюда значение  $J_s$  по формуле (2.65), то после интегрирования можно получить формулу *закона Стефана—Больцмана*:

$$E_s = \sigma_s T^4,$$

где  $\sigma_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  — постоянная Стефана—Больцмана. Обычно формулу закона записывают в виде, более удобном для практических расчетов:

$$E_s = C_s (T/100)^4,$$

где величину  $C_s = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$  называют коэффициентом излучения абсолютно черного тела.

Для расчета излучения серых тел используют сведения о степени черноты тела:

$$E = \varepsilon E_s = \varepsilon C_s (T/100)^4 = C (T/100)^4,$$

где  $C = \varepsilon C_s$  называют коэффициентом излучения серого тела.

*Закон Ламберта* устанавливает зависимость интенсивности излучения от направления луча по отношению к излучающей поверхности: количество энергии, излучаемой площадкой  $dF_1$  на площадку  $dF_2$ , прямо пропорционально количеству энергии, излучаемой по нормали к  $dF_1$ , величине пространственного угла  $d\omega$  и косинусу угла  $\varphi$  между направлением на  $dF_2$  и нормалью (рис. 2.82):

$$d(dQ_\varphi) = d(dQ_n)d\omega \cos \varphi = E_n dF_1 d\omega \cos \varphi.$$

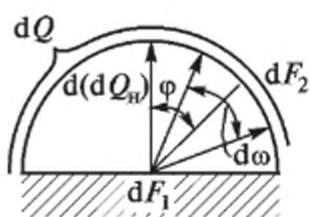
Если проинтегрировать эту формулу в пределах всей полусферы, можно получить связь между излучательной способностью  $E$  и энергией  $E_n$ , излучаемой площадкой  $dF_1$  по направлению нормали к площадке  $dF_1$ :  $E_n = E/\pi$ .

*Закон Кирхгофа* устанавливает связь между излучательной способностью  $E$  и коэффициентом поглощения  $A$  реальных тел. Чтобы выявить такую связь, рассмотрим лучистый теплообмен между двумя неограниченными плоскопараллельными поверхностями, одна из которых является абсолютно черной с температурой  $T_s$ , а другая — серой с температурой  $T$  и степенью черноты  $\varepsilon$  (рис. 2.83).

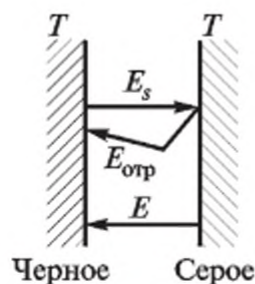
Серое тело излучает энергию  $E$ , которая, падая на абсолютно черную поверхность, полностью там поглощается. Абсолютно черное тело излучает энергию  $E_s$ , часть которой, попадая на серую поверхность, поглощается ею ( $AE_s$ ), а другая часть  $E_{отр}$  отражается и снова падает на абсолютно черную поверхность и там поглощается. Величина отраженной энергии

$$E_{отр} = E_s - AE_s = (1 - A)E_s.$$

При равенстве температур  $T = T_s$  теплообмена между поверхностями не будет, и это означает, что количества излучаемой и поглощаемой энергии одинаковы. Для черного тела это соответствует равенству



Р и с. 2.82. Излучение площадки  $dF_1$  на площадку  $dF_2$



Р и с. 2.83. К выводу закона Кирхгофа

$$E_s = E + E_{\text{отр}} = E + (1 - A)E_s,$$

откуда

$$E = AE_s.$$

Из этой формулы следует, что коэффициент поглощения серого тела равен его степени черноты при той же температуре:  $A = E/E_s = \varepsilon$ .

### 2.4.3. Лучистый теплообмен между параллельными стенками

Рассмотрим лучистый теплообмен между двумя неограниченными параллельными пластинами при условии, что конвективный теплообмен между ними отсутствует (рис. 2.84). Пусть температуры стенок равны  $T_1$  и  $T_2$ , а степени черноты у них  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответственно. Оба тела излучают, поглощают и отражают энергию. При этом отраженный поток снова попадает на свою излучающую поверхность и на ней снова частично поглощается, а частично опять отражается и т.д. В итоге можно говорить о некотором суммарном излучении одного тела на другое. Сумму собственного и отраженного излучения называют *эффективным излучением*

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + RE_{\text{пад}} = E_{\text{соб}} + (1 - A)E_{\text{пад}}.$$

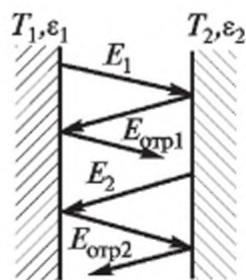
Величина  $E_{\text{эф}}$  зависит от температуры и степени черноты одного тела так же, как и от температуры и степени черноты другого. Эффективное излучение первого тела, учитывая, что на него падает эффективное излучение второго тела,

$$E_{\text{эф1}} = E_1 + (1 - A_1)E_{\text{эф2}}, \quad (2.66)$$

а эффективное излучение второго тела также будет складываться из собственного излучения и отраженной части падающего на второе тело эффективного потока:

$$E_{\text{эф2}} = E_2 + (1 - A_2)E_{\text{эф1}}. \quad (2.67)$$

Составляя замкнутую систему, уравнения (2.66) и (2.67) позволяют найти значения  $E_{\text{эф1}}$  и  $E_{\text{эф2}}$ , например путем исключения неизвестной. Подставим в (2.66) значение  $E_{\text{эф2}}$  по формуле (2.67):



Р и с. 2.84. Лучистый теплообмен между телами



$$\begin{aligned}
 E_{\text{эф1}} &= E_1 + (1 - A_1)(E_2 + (1 - A_2)E_{\text{эф1}}) = \\
 &= E_1 + (1 - A_1)E_2 + (1 - A_1)(1 - A_2)E_{\text{эф1}}.
 \end{aligned}$$

Отсюда найдем

$$E_{\text{эф1}} = (E_1 + E_2 - A_1 E_2) / (A_1 + A_2 - A_1 A_2).$$

Совершенно аналогично получим

$$E_{\text{эф2}} = (E_1 + E_2 - A_2 E_1) / (A_1 + A_2 - A_1 A_2).$$

При установившемся режиме удельный тепловой поток лучистой энергии равен разнице эффективных излучений:

$$\begin{aligned}
 q &= E_{\text{эф1}} - E_{\text{эф2}} = ((E_1 + E_2 - A_1 E_2) - \\
 &- (E_1 + E_2 - A_2 E_1)) / (A_1 + A_2 - A_1 A_2) = \\
 &= (A_2 E_1 - A_1 E_2) / (A_1 + A_2 - A_1 A_2).
 \end{aligned}$$

По закону Стефана—Больцмана

$$E_1 = \varepsilon_1 C_s (T_1/100)^4 \quad \text{и} \quad E_2 = \varepsilon_2 C_s (T_2/100)^4.$$

Подставив эти значения в предыдущую формулу и учитывая, что по закону Кирхгофа  $A_1 = \varepsilon_1$  и  $A_2 = \varepsilon_2$ , получим

$$q = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1 C_s \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_s \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right].$$

Величину  $1/(1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1)$  называют *приведенной степенью черноты* системы тел, обозначая через  $\varepsilon_n$ . Тогда предыдущую формулу запишем в виде

$$q = \varepsilon_n C_s \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right].$$

#### 2.4.4. Экраны

Часто возникает необходимость уменьшить тепловые потоки при излучении. Этому добиваются установкой экранов. На рис. 2.85 показан простейший пример, где между двумя параллельными стенками установлен тонкий теплопроводный экран. Будем считать, что степени черноты поверхностей экрана с разных сторон различны ( $\varepsilon_{\text{эк}1}$  и  $\varepsilon_{\text{эк}2}$ ) и что благодаря малой толщине и высокой теплопроводности экрана температура его поверхностей с обеих сторон одинакова и равна  $T_{\text{эк}}$ .

Рассчитаем теперь тепловые потоки от горячей стенки к экрану и от экрана к холодной стенке (без учета конвективного переноса):

$$q_1 = \varepsilon_1 C_s \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 \right);$$

$$q_2 = \varepsilon_2 C_s \left( \left( \frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_{\text{эк}1}} - 1} \quad \text{и} \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{эк}2}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

При установившемся режиме тепловые потоки  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q$  одинаковы. Приравняем правые части приведенных формул:

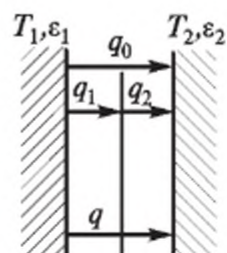
$$\varepsilon_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 \right] = \varepsilon_2 \left[ \left( \frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

откуда найдем температуру экрана:

$$\left( \frac{T_{\text{эк}}}{100} \right)^4 = \frac{\varepsilon_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \varepsilon_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}.$$

Теперь определим плотность передаваемого теплового потока

$$q = q_1 = \varepsilon_1 C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\varepsilon_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \varepsilon_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right] =$$



Р и с. 2.85. Установка экрана между поверхностями

$$\begin{aligned}
 &= \varepsilon_1 C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \\
 &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].
 \end{aligned}$$

При отсутствии экрана передаваемый поток был бы таким:

$$q_0 = \varepsilon_{\pi} C_s ((T_1/100)^4 - (T_2/100)^4),$$

где

$$\varepsilon_{\pi} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

Чтобы сравнить эти потоки, найдем отношение

$$\frac{q}{q_0} = \frac{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}{\varepsilon_{\pi}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_{\pi} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}.$$

Отсюда

$$q = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_{\pi} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} q_0.$$

Очень часто степени черноты обеих поверхностей экрана бывают одинаковы:  $\varepsilon_{\text{эк1}} = \varepsilon_{\text{эк2}}$  и тогда  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ . При этом

$$q = \frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon_{\pi}} q_0.$$

Если же одинаковы степени черноты и стенок, и экрана ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{\text{эк1}} = \varepsilon_{\text{эк2}}$ ), тогда  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\pi}$  и  $q = q_0/2$ .

Проведенный анализ ясно показывает, что установка экрана существенно уменьшает лучистый теплообмен между телами.

Чтобы еще сильнее уменьшить передачу теплоты, применяют не один, а систему экранов, устанавливаемых между стенками (рис. 2.86). Ради упрощения будем рассматривать наиболее характерный случай, когда степени черноты всех поверхностей одинаковы. То-

гда для любой пары поверхностей приведенная степень черноты будет одна и та же:

$$\varepsilon_n = \frac{1}{(1/\varepsilon + 1/\varepsilon - 1)} = \frac{1}{2/\varepsilon - 1}.$$

При установившемся режиме тепловые потоки между поверхностями одинаковы:

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_{n+1}.$$

Запишем выражения для расчета этих тепловых потоков:

$$\begin{aligned} q_1 &= \varepsilon_n C_s ((T_1/100)^4 - (T_{\varepsilon 1}/100)^4); \\ q_2 &= \varepsilon_n C_s ((T_{\varepsilon 1}/100)^4 - (T_{\varepsilon 2}/100)^4); \\ &\dots \\ q_n &= \varepsilon_n C_s ((T_{\varepsilon n-1}/100)^4 - (T_{\varepsilon n}/100)^4); \\ q_{n+1} &= \varepsilon_n C_s ((T_{\varepsilon n}/100)^4 - (T_2/100)^4). \end{aligned}$$

При наличии  $n$  экранов таких формул получается  $n + 1$ . Сложим почленно правые и левые части этих формул:

$$\begin{aligned} & q_1 + q_2 + \dots + q_n + q_{n+1} = \\ &= \varepsilon_n C_s \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\varepsilon 1}}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_{\varepsilon 1}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\varepsilon 2}}{100} \right)^4 + \dots - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \end{aligned}$$

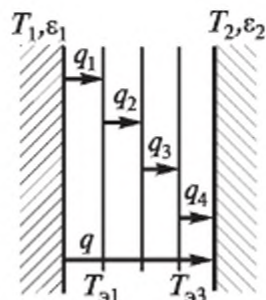
После взаимного уничтожения подобных членов эта формула примет вид

$$(n + 1)q_1 = \varepsilon_n C_s ((T_1/100)^4 - (T_2/100)^4)$$

или  $(n + 1)q_1 = q_0$ , где через  $q_0$  обозначена плотность потока, передаваемого при отсутствии экранов. Значит,

$$q_1 = \frac{1}{n + 1} q_0,$$

т. е. установка  $n$  экранов в  $(n + 1)$  раз уменьшает передаваемый тепловой поток.



Р и с. 2.86. Система экранов

### 2.4.5. Лучистый теплообмен между телами произвольной формы

Рассмотрим сначала случай, представленный на рис. 2.87, когда одно тело полностью (или частично) находится внутри другого. На тело  $I$  падает лишь часть эффективного излучения тела  $II$ . Это наглядно представляется, если рассматривать излучение от любой элементарной площадки на поверхности тела  $II$ . От площадки  $dF_2$  на тело  $I$  падает луч 2, лучи же 1 и 3 минуют это тело и, отражаясь, могут снова попадать на тело  $I$ . Обозначим часть энергии, падающей от тела  $II$  на тело  $I$ , через  $\varphi$ . Если  $T_1 > T_2$ , то эффективное излучение первого тела можно определить по формуле

$$E_{\text{эф1}} = E_1 + (1 - A_1)\varphi E_{\text{эф2}},$$

а соответствующий эффективный тепловой поток от тела  $I$  к телу  $II$

$$Q_{\text{эф1}} = E_{\text{эф1}} F_1 = E_1 F_1 + (1 - A_1)\varphi Q_{\text{эф2}}. \quad (2.68)$$

Тело  $II$  излучает тепловой поток

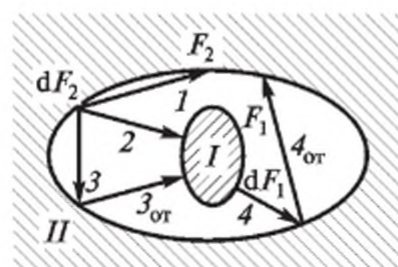
$$Q_{\text{эф2}} = Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}},$$

где  $Q_{\text{соб}} = E_{\text{эф2}} F_2$ ;  $Q_{\text{отр}} = Q_{\text{отр1}} + Q_{\text{отр2}}$ ;  $Q_{\text{отр1}}$  — теплота из потока  $E_{\text{отр2}}$ , падающего от тела  $I$ , отраженная телом  $II$ ;  $Q_{\text{отр2}}$  — теплота из потока  $E_{\text{отр2}}$ , падающего от самого тела  $II$ . Рассчитаем эти слагаемые:

$$Q_{\text{отр1}} = (1 - A_2)Q_{\text{эф1}}; \quad Q_{\text{отр2}} = (1 - A_2)(1 - \varphi)Q_{\text{эф2}},$$

где  $(1 - \varphi)$  — доля эффективного излучения  $Q_{\text{эф2}}$ , падающая на тело  $II$  и отражающаяся от него. Значит,

$$Q_{\text{эф2}} = E_2 F_2 + (1 - A_2)Q_{\text{эф1}} + (1 - A_2)(1 - \varphi)Q_{\text{эф2}}. \quad (2.69)$$



Р и с. 2.87. Лучистый теплообмен между телами

Совместное решение уравнений (2.68) и (2.69) методом исключения неизвестной (как было сделано ранее) позволяет получить значения  $Q_{\text{эф1}}$  и  $Q_{\text{эф2}}$ . Результирующий тепловой поток между телами при установившемся режиме определится разницей этих эффективных потоков:

$$Q = Q_{\text{эф1}} - Q_{\text{эф2}},$$

и если подставить сюда значения  $Q_{\text{эф1}}$  и  $Q_{\text{эф2}}$  по приведенным формулам, то после простейших преобразований можно получить расчетную формулу

$$Q = \varepsilon_{\text{п}} C_s F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

где  $\varepsilon_{\text{п}}$  — приведенная степень черноты системы тел:

$$\varepsilon_{\text{п}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

Если  $F_2 \gg F_1$ , то  $\varepsilon_{\text{п}} \rightarrow \varepsilon_1$ , и мы имеем оболочку с точечным источником излучения (рис. 2.88). В этом случае

$$Q = \varepsilon_1 C_s F_1 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

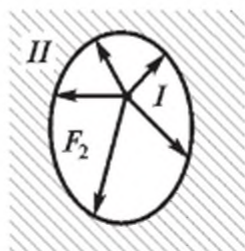
т. е. тело II выступает здесь как абсолютно черное, поглощая всю излучаемую энергию.

Когда же зазор между телами очень мал и  $F_1 \approx F_2$ , то получаем  $\varepsilon_{\text{п}} = 1/(1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1)$ , т. е. теплообмен осуществляется как у плоскопараллельных стенок.

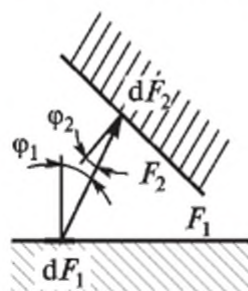
Расчет теплообмена излучением между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве (рис. 2.89), производят с учетом закона Ламберта. Без подробного вывода приведем лишь приближенную расчетную формулу для этого случая:

$$Q = \varepsilon_{\text{пр}} C_s F_2 \left( \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right),$$

где  $\varepsilon_{\text{п}} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varphi$  — приведенная степень черноты системы тел;  $\varphi$  — коэффициент облученности тела, определяемый по формуле



Р и с. 2.88. Излучение точечного источника



Р и с. 2.89. Теплообмен между произвольно расположенными телами

$$\varphi = \frac{1}{F} \int_0^{F_1} dF_1 \int_0^{F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dF_2,$$

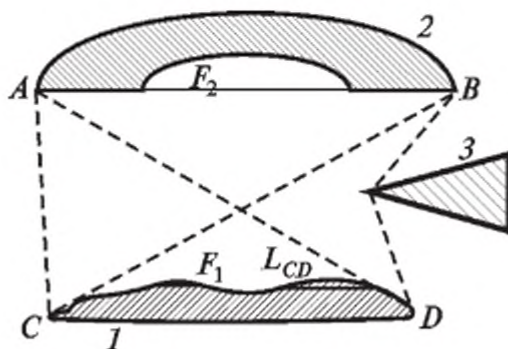
где  $F = F_1$  или  $F = F_2$  — расчетная поверхность теплообмена;  $r$  — расстояние между поверхностями. Значение  $\varphi$  определяют графическим, аналитическим или экспериментальным способом. Для наиболее распространенных и важных случаев облучения значения  $\varphi$  приведены в справочной литературе [18]. Отметим, что в отличие от предыдущих задач при произвольном расположении тел количество передаваемой теплоты зависит и от расстояния между ними, и от взаимного расположения тел друг относительно друга. При увеличении размеров поверхностей эти влияния заметно уменьшаются, и при  $F_1 = F_2$  совсем исчезают.

#### 2.4.6. Угловые коэффициенты

Как упоминалось ранее, в реальных технических устройствах расположение излучающих и лучевоспринимающих поверхностей может быть самым различным. Определение величин коэффициентов облученности  $\varphi$  в этом случае часто оказывается весьма и весьма затруднительным. Поэтому предложен сравнительно простой приближенный метод определения среднеинтегральных значений угловых коэффициентов облученности  $\varphi_{1-2}$  и  $\varphi_{2-1}$ . Пусть некоторые тела 1 и 2 с произвольной формой поверхностей участвуют в лучистом теплообмене, при этом часть обменивающихся поверхностей перекрыта экраном 3 (рис. 2.90). Угловой коэффициент  $\varphi_{1-2}$  показывает, какая доля всего лучистого потока, излучаемого с поверхности  $F_1$  первого тела, достигает поверхности  $F_2$  другого тела. Величина  $\varphi_{2-1}$  характеризует долю лучистого потока от тела 2, попадающего на тело 1.

Угловые коэффициенты (это безразмерные положительные числа, отражающие лишь геометрические особенности расположения поверхностей в пространстве) обладают свойством замыкаемости:  $\varphi_{1-2} + \varphi_{2-1} = 1$  и свойством взаимности:  $\varphi_{1-2} F_1 = \varphi_{2-1} F_2$ .

Для определения угловых коэффициентов обычно используют *метод натянутых нитей*, суть которого показана также на рис. 2.90. Крайние точки поверхности соединяются прямыми «нитями»  $AC$ ,  $AD$  и  $BC$ . Если путь луча (нити) преграждается экранирующей поверхностью, то нить проводят с изломом, как линию  $BD$ . Измерив



Р и с. 2.90. Метод натянутых нитей для определения угловых коэффициентов:

1 — нагретое тело; 2 — холодное тело; 3 — экран;  $L_{CD}$  — длина излучающей поверхности

длину этих нитей и длину соответствующей поверхности  $L_{CD}$ , рассчитывают величину углового коэффициента

$$\varphi_{1-2} = \frac{(AD + BC) - (AC + BD)}{2L_{CD}}.$$

Чтобы упростить практические расчеты, для наиболее распространенных сочетаний взаимного расположения участвующих в теплообмене тел в справочниках приведены формулы, позволяющие рассчитать величину угловых коэффициентов. Например, для двух параллельных пластин конечной длины (рис. 2.91)

$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = \sqrt{\left(\frac{H}{A}\right)^2 + 1} - \frac{H}{A}.$$

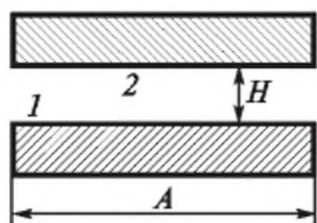
Для двух взаимно перпендикулярных пластин с общей стороной (рис. 2.92) расчетная формула, естественно, другая:

$$\varphi_{1-2} = 1 + \frac{H}{A} - \sqrt{1 + \left(\frac{H}{A}\right)^2}.$$

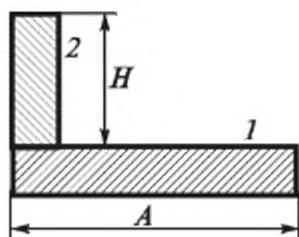
В котельных установках и других теплотехнологических агрегатах часто встречается сочетание плоской поверхности с трубами конвективного пучка (рис. 2.93). Угловой коэффициент в этом случае находят по формуле

$$\varphi_{1-2} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{D}{S}\right)^2} + \frac{D}{S} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{S}{D}\right)^2 - 1}.$$

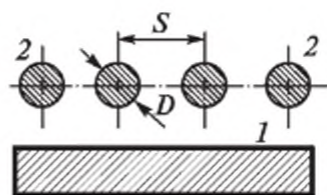




Р и с. 2.91. Параллельные пластины длиной  $A$



Р и с. 2.92. Две перпендикулярные пластины



Р и с. 2.93. Пластина с трубами

Для упрощения работы часто в справочной литературе приводят специальные номограммы, позволяющие достаточно просто определять численные значения угловых коэффициентов.

После определения одного из угловых коэффициентов (например,  $\varphi_{1-2}$ ) лучистый поток от тела 1 к телу 2 (см. 2.4.5) рассчитывают почти по обычной формуле

$$Q_{\text{л}} = \varepsilon_{\text{пр}} C_s ((T_1/100)^4 - (T_2/100)^4) F_{\text{вз}},$$

где  $\varepsilon_{\text{пр}}$  — приведенная степень черноты:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{1 + \varphi_{1-2} \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \varphi_{2-1} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)};$$

$F_{\text{вз}}$  — взаимная поверхность лучистого теплообмена,  $F_{\text{вз}} = \varphi_{1-2} F_1$ . Величину  $\varphi_{2-1}$  находят из свойства взаимности:  $\varphi_{2-1} = \varphi_{1-2} \frac{F_1}{F_2}$ .

### 2.4.7. Теплообмен в диатермических оболочках

Во многих теплотехнических расчетах, особенно при анализе тепловых потоков в топках, камерах сгорания и нагревательных печах, возникает необходимость рассчитать лучистый теплообмен между телами, разделенными абсолютно прозрачной для тепловых лучей средой при практическом отсутствии конвективного теплообмена между стенками. Такую систему тел и принято называть диатермической оболочкой. Схематично она показана на рис. 2.94.

Введем сначала несколько упрощающих предположений, достаточно хорошо соответствующих особенностям теплообмена для большинства практических задач:

1) температурное поле каждой поверхности равномерное, стационарное;

2) поверхности тел серые, диффузионно отражающие и диффузионно поглощающие;

3) все поверхности плоские, исключаяющие самооблучение;

4) конвективный теплообмен между телами внутри оболочки пренебрежимо мал по сравнению с лучистым теплообменом.

Ранее было показано, что при решении задачи лучистого теплообмена требуется учитывать не только собственное излучение поверхности, но множество других тепловых потоков, действующих на поверхность (рис. 2.95).

Величина потока собственного излучения для любой ( $i$ -й) поверхности согласно закону Стефана—Больцмана определяется:

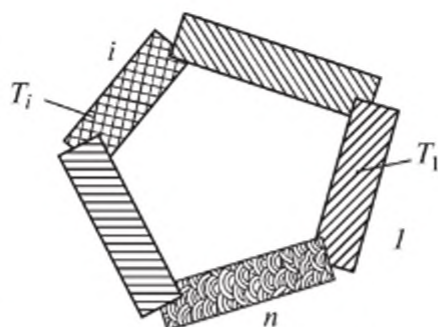
$$Q_{ci} = \varepsilon_i C_s T_i^4 S_i,$$

где  $\varepsilon_i$  — степень черноты серого тела;  $C_s$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела;  $T_i$  — абсолютная температура излучающей поверхности  $i$ -го тела;  $S_i$  — площадь этой поверхности.

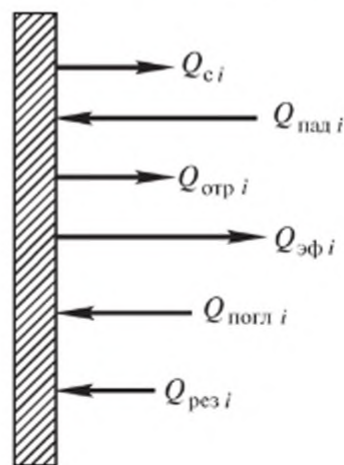
Падающим потоком  $Q_{падi}$  называют тепловой поток, падающий на  $i$ -ю поверхность от всех остальных тел с учетом многократных отражений. Он частично отражается, а частично поглощается. По закону Кирхгофа коэффициент поглощения равен степени черноты  $\varepsilon_i$ , коэффициент отражения, если тело не прозрачно для тепловых лучей, определяется разницей  $(1 - \varepsilon_i)$ . Тогда величины поглощенного и отраженного потоков можно рассчитать:

$$Q_{полгi} = \varepsilon_i Q_{падi} \quad \text{и} \quad Q_{отрi} = (1 - \varepsilon_i) Q_{падi}.$$

Эффективный поток  $Q_{эфi}$  представляет собой суммарный лучистый поток, уходящий с поверхности на все другие тела. При этом учитываются и собственное излучение, и суммарный отраженный поток:



Р и с. 2.94. Система тел  $1, 2, \dots, i, \dots, n$



Р и с. 2.95. Тепловые потоки при теплообмене  $i$ -й стенки

$$Q_{\text{эф}i} = Q_{\text{с}i} + Q_{\text{отр}i}.$$

Величина падающего на  $i$ -ю поверхность теплового потока определяется эффективными потоками от всех остальных поверхностей и угловыми коэффициентами облучения  $\varphi_{ij}$ , показывающими, какая доля теплоты, излучаемой телом  $j$ , попадает на тело  $i$ . Таким образом:

$$Q_{\text{пад}i} = \sum_{j=1}^n \varphi_{i,j} Q_{\text{эф}j}, \quad i = 1, 2, \dots, n; j \neq i.$$

С учетом предыдущих формул можно записать следующее выражение:

$$Q_{\text{эф}i} = \varepsilon_i C_s T_i^4 S_i + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^n \varphi_{i,j} Q_{\text{эф}j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; j \neq i.$$

Записывая последовательно эту формулу для всех  $i$  и  $j$ , получим следующую систему уравнений, содержащих  $n$  неизвестных эффективных потоков  $Q_{\text{эф}i}$ . При этом, поскольку самооблучение отсутствует, то  $\varphi_{ij}$  при  $i = j$  принимается равным нулю и соответствующее слагаемое не вводится:

$$Q_{\text{эф}1} = \varepsilon_1 C_s T_1^4 S_1 + (1 - \varepsilon_1) \sum_{j=2}^n \varphi_{1,j} Q_{\text{эф}j};$$

$$Q_{\text{эф}2} = \varepsilon_2 C_s T_2^4 S_2 + (1 - \varepsilon_2) \varphi_{2,1} Q_{\text{эф}1} + (1 - \varepsilon_2) \sum_{j=3}^n \varphi_{2,j} Q_{\text{эф}j};$$

$$Q_{\text{эф}3} = \varepsilon_3 C_s T_3^4 S_3 + (1 - \varepsilon_3) \sum_{j=1}^2 \varphi_{3,j} Q_{\text{эф}j} + (1 - \varepsilon_3) \sum_{j=4}^n \varphi_{3,j} Q_{\text{эф}j};$$

$$Q_{\text{эф}4} = \varepsilon_4 C_s T_4^4 S_4 + (1 - \varepsilon_4) \sum_{j=1}^3 \varphi_{4,j} Q_{\text{эф}j} + (1 - \varepsilon_4) \varphi_{4,5} Q_{\text{эф}5};$$

$$Q_{\text{эф}5} = \varepsilon_5 C_s T_5^4 S_5 + (1 - \varepsilon_5) \sum_{j=1}^4 \varphi_{5,j} Q_{\text{эф}j}.$$

Вспомним о двух свойствах, которыми обладают угловые коэффициенты:

1) свойство замыкаемости состоит в том, что  $\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} = 1$ ;

2) свойство взаимности для любой пары поверхностей дает  $\varepsilon_{12}S_1 = \varepsilon_{21}S_2$ .

Используя их, можно заметно упростить исходную систему уравнений и записать ее в канонической форме в виде матричного уравнения

$$AX = B,$$

где матрица коэффициентов  $A$  формируется по формуле

$$a_{ij} = -(1 - \varepsilon_j)\varphi_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j,$$

а столбец свободных членов состоит из величин

$$b_i = \varepsilon_i C_s T_i^4 S_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

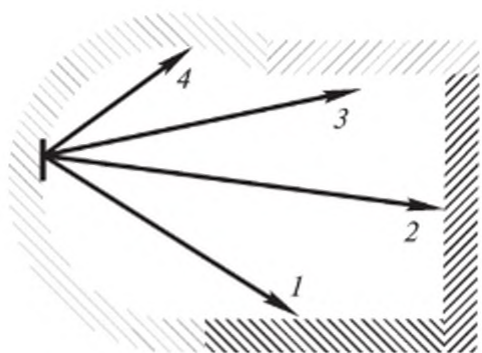
При этом в качестве столбца неизвестных  $X$  выступают значения  $Q_{\text{эф}i}, i = 1, 2, \dots, n$ .

Матрица  $A$ :

$a_{11} = 0$	$a_{12} = -(1 - \varepsilon_1)\varphi_{12}$	$a_{13} = -(1 - \varepsilon_1)\varphi_{13}$	$a_{14} = -(1 - \varepsilon_1)\varphi_{14}$	$a_{15} = -(1 - \varepsilon_1)\varphi_{15}$
$a_{21} = -(1 - \varepsilon_2)\varphi_{21}$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = -(1 - \varepsilon_2)\varphi_{23}$	$a_{24} = -(1 - \varepsilon_2)\varphi_{24}$	$a_{25} = -(1 - \varepsilon_2)\varphi_{25}$
$a_{31} = -(1 - \varepsilon_3)\varphi_{31}$	$a_{32} = -(1 - \varepsilon_3)\varphi_{32}$	$a_{33} = 0$	$a_{34} = -(1 - \varepsilon_3)\varphi_{34}$	$a_{35} = -(1 - \varepsilon_3)\varphi_{35}$
$a_{41} = -(1 - \varepsilon_4)\varphi_{41}$	$a_{42} = -(1 - \varepsilon_4)\varphi_{42}$	$a_{43} = -(1 - \varepsilon_4)\varphi_{43}$	$a_{44} = 0$	$a_{45} = -(1 - \varepsilon_4)\varphi_{45}$
$a_{51} = -(1 - \varepsilon_5)\varphi_{51}$	$a_{52} = -(1 - \varepsilon_5)\varphi_{52}$	$a_{53} = -(1 - \varepsilon_5)\varphi_{53}$	$a_{54} = -(1 - \varepsilon_5)\varphi_{54}$	$a_{55} = 0$

Вектор-столбцы  $X$  и  $B$ :

$x_1 = Q_{\text{эф}1}$	$b_1 = \varepsilon_1 C_s T_1^4 S_1$
$x_2 = Q_{\text{эф}2}$	$b_2 = \varepsilon_2 C_s T_2^4 S_2$
$x_3 = Q_{\text{эф}3}$	$b_3 = \varepsilon_3 C_s T_3^4 S_3$
$x_4 = Q_{\text{эф}4}$	$b_4 = \varepsilon_4 C_s T_4^4 S_4$
$x_5 = Q_{\text{эф}5}$	$b_5 = \varepsilon_5 C_s T_5^4 S_5$



Р и с. 2.96. Лучеиспускание при сложной конфигурации тел:

1, 2, 3 — лучи, падающие на другие стенки; 4 — самооблучение

После решения матричного уравнения и определения величин  $Q_{эф\ i}$ , находим результирующие потоки, падающие на каждое тело:

$$\begin{aligned}
 Q_{рез\ i} &= Q_{погл\ i} - Q_{с\ i} = \varepsilon_i Q_{пад\ i} - Q_{с\ i} = \\
 &= \varepsilon_i \sum_{j=1}^n \varphi_{i,j} Q_{эф\ j} - \varepsilon_i C_s T_i^4 S_i; \\
 i &= 1, 2, \dots, n; \varphi_{i,j=i} = 0.
 \end{aligned}$$

Если какая-нибудь поверхность (или все они) вогнутая, то возникает самооблучение части этой поверхности (рис. 2.96) и для того, чтобы учесть это, вводят коэффициент самооблучения  $\varphi_{ii} \neq 0$ . Это приводит к тому, что в диагонали матрицы один или несколько коэффициентов становятся ненулевыми.

Каждое тело в системе тел может иметь собственную температуру  $T_i$  при установившемся режиме только при наличии внутренних источников или стоков теплоты. В противном случае рано или поздно в результате теплообмена в системе наступит тепловое равновесие при одинаковых для всех тел температурах.

Рассмотрим задачу нестационарного теплообмена между системой тел при наличии в них внутренних источников теплоты, удельная теплопроизводительность которых может изменяться во времени  $q_{vi} = f(\tau)$  или зависеть от температуры  $q_{vi} = f(t)$ .

Для упрощения задачи будем полагать, что тела настолько высокотеплопроводны, что температура теплоизлучающей поверхности  $i$ -го тела практически одинакова в каждой его точке. Усложним задачу, принимая, что между телами движется воздух с заданной температурой  $T_{воз}$ , в результате чего между ним и поверхностями тел возникает еще и конвективный теплообмен, характеризуемый величинами коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_i$ .

Решение задачи начинаем с записи уравнения теплового баланса для  $i$ -го тела, приравнивая приходы и расходы теплоты за элементарно малый промежуток времени  $d\tau$ :

$$q_{vi} V_i d\tau + Q_{рез\ i} S_{луч\ i} d\tau = V_i \rho_i c_{pi} dT_i + \alpha_i (T_i - T_{воз}) F_{кон\ i} d\tau.$$

После деления на  $d\tau$  получаем систему из  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$V_i \rho_i c_{pi} \frac{dT_i}{dt} = q_{vi} V_i + Q_{рез\ i} S_{луч\ i} - \alpha_i (T_i - T_{воз}) F_{кон\ i}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где  $V_i$  — объем  $i$ -го тела;  $\rho_i, c_{pi}$  — плотность и удельная теплоемкость материала соответствующей стенки;  $S_{луч\ i}$ ,  $F_{кон\ i}$  — площадь поверхности  $i$ -го тела, участвующей в лучистом теплообмене, и аналогичной поверхности, участвующей в конвективном теплообмене с воздухом. Если отдельные поверхности сложные, не прямолинейные (см. рис. 2.96), то величины  $S_{луч\ i}$  и  $F_{кон\ i}$  могут быть различными, а их расчет, связанный с определением коэффициента облученности  $\phi_{ij}$ , — весьма сложным [21].

Известно что такие системы дифференциальных уравнений решают численным способом, например, применяя метод Рунге—Кутты. Однако в данном случае перед каждым очередным шагом по времени  $\Delta t$  необходимо для каждого из тел рассчитать величины  $Q_{рез\ i}$ , для чего, как показано ранее, сначала нужно решить систему алгебраических уравнений и найти эффективные потоки  $Q_{эф\ i}$ . Используя подход, аналогичный квазилинейному, это можно сделать, решив предыдущую задачу при температурах поверхностей  $T_j$ , найденных на предыдущем шаге  $\Delta t$  по времени. Полученное решение используют при расчетах на очередном шаге  $\Delta t$ .

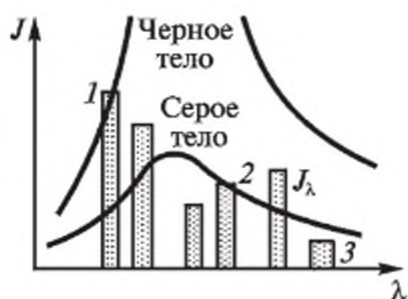
При всяком другом подходе приведенная система дифференциальных уравнений практически не разрешима, поскольку каждое из уравнений содержит по два неизвестных  $T_i$  и  $Q_{рез\ i}$ .

Чтобы облегчить работу, заметим, что угловые коэффициенты  $\phi_{ij}$  определяются только геометрическими характеристиками тел и не зависят от их температуры. Это позволяет в самом начале расчетов сформировать матрицу коэффициентов  $A$ , транспонировать ее и найти обратную матрицу, которая будет использоваться потом при расчетах теплообмена излучением при увеличении  $\tau$ , поскольку на каждом шаге по времени будут изменяться только свободные члены  $b_j$ .

В конечном итоге, реализуя изложенный непростой алгоритм, получим зависимости  $T_i = f_i(\tau)$  для каждого из тел, участвующих в теплообмене.

#### 2.4.8. Излучение и поглощение газов

Характер излучения и поглощения газов существенно отличается от излучения твердых тел. Одно- и двухатомные газы обладают очень малой излучательной и поглощательной способностями.



Р и с. 2.97. Спектральная интенсивность излучения газа

Многоатомные газы ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{SO}_2$  и др.) обладают селективным спектром излучения, т.е. излучают и поглощают только в некоторых интервалах длин волн. На рис. 2.97 приведено распределение спектральных интенсивностей излучения абсолютно черного тела, серого тела и многоатомного газа при фиксированной температуре  $T$ . Из рисунка видно, что при одних длинах волн  $\lambda$  газ излучает практически так же, как абсолютно черное тело 1, при других — как серое 2, а при третьих — намного меньше или больше, чем серое со степенью черноты  $\varepsilon$  3. Имеются интервалы длин волн, где излучение вообще не происходит.

Излучение и поглощение газов происходит по всему объему, и излучательная способность здесь зависит не только от длины волны и температуры, но и от плотности газа и толщины излучающего слоя  $S$ :

$$A = f(\lambda, T, \rho, S).$$

Величина  $S$  зависит от размеров и формы пространства, где находится газ. Так, при плоскопараллельном газовом слое толщиной  $\delta$  параметр формы  $S = 1,8\delta$ , у шара диаметром  $d$   $S = 0,6d$ , у цилиндра с  $L \rightarrow \infty$   $S = 0,9d$ .

Точный расчет лучистого теплообмена между стенкой и слоем газа очень сложен, поскольку излучательная способность газа не подчиняется закону Стефана—Больцмана. Практические расчеты ведут по эмпирическим формулам:

$$q_{\text{CO}_2} = 3,5\sqrt{pS}(T/100)^{3,5};$$

$$q_{\text{H}_2\text{O}} = 3,5p^{0,8}S^{0,6}(T/100)^3 \text{ и др.,}$$

где  $p$  — давление газа, МПа;  $T$  — абсолютная температура газа при излучении газа или температура излучающей стенки при поглощении энергии газом, К.

Плотность теплового потока, воспринимаемого или отдаваемого газом при установившемся режиме,

$$q_{\text{изл}} = \varepsilon'_g (q_g - q_c)$$

или

$$q_{\text{погл}} = \varepsilon_3(q_c - q_r),$$

где эффективная степень черноты системы  $\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_{\text{ст}} + 1}{2}$ , а  $q_c$  рассчитывают как обычно:  $q_c = \varepsilon_c C_s (T_c/100)^4$ .

Некоторые исследователи предлагают проводить расчет лучистого теплообмена между стенкой и газом по обычным формулам, вытекающим из закона Стефана—Больцмана, но вводя поправочный множитель, величину которого находят опытным путем для каждого газа в зависимости от  $T$ ,  $S$  и  $p$ .

### 2.4.9. Сложный теплообмен

В большинстве случаев, когда окружающая среда — газ, радиационный теплообмен протекает одновременно с конвекцией (рис. 2.98). Жидкости же практически непрозрачны для тепловых лучей, так что влияние излучения здесь не проявляется.

Количество теплоты, отдаваемое стенкой, можно рассчитать отдельно для каждого вида теплообмена:

$$q_{\text{конв}} = \alpha(t_c - t_r) \quad \text{и} \quad q_{\text{изл}} = \varepsilon_c(q_c - q_r).$$

Тогда суммарный поток

$$q = \alpha(t_c - t) + \varepsilon_c C_s ((T_c/100)^4 - q_r).$$

Однако чаще всего сложный теплообмен рассчитывают вводя условный коэффициент теплоотдачи, учитывающий оба эффекта:

$$\alpha_{\text{сум}} = \alpha_k + \alpha_l; \quad q = \alpha_{\text{сум}}(t_c - t_j),$$

где  $\alpha_k$  — конвективная составляющая;  $\alpha_l$  — условная лучистая составляющая общего  $\alpha_{\text{сум}}$ . Величину  $\alpha_l$  находят по формуле

$$\alpha_l = \frac{q_{\text{изл}}}{t_c - t_j} = \frac{q_c - q_2}{t_c - t_j}.$$

Например, при сложном теплообмене в среде с  $\text{CO}_2$

$$\alpha_l = \frac{\varepsilon_c C_s \left(\frac{T_c}{100}\right)^4 - 3,5\sqrt{pS} \left(\frac{T_2}{100}\right)^{3,5}}{t_c - t_j}.$$



Р и с. 2.98. Сложный теплообмен



В случае когда поглощением излучения в газе можно пренебречь, например в воздухе, величину  $\alpha_{\text{л}}$  рассчитывают по формуле

$$\alpha_{\text{л}} = \frac{\varepsilon_{\text{пр}} C_s \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{ж}}}{100} \right)^4 \right]}{T_c - T_{\text{ж}}} = \varepsilon_{\text{пр}} \varepsilon_s 10^{-8} (T_c^3 + T_c^2 T_{\text{ж}} + T_c T_{\text{ж}}^2 + T_{\text{ж}}^3),$$

где

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

поскольку принимается, что в реальных задачах встречаются случаи, когда можно считать, что  $F_1 \approx F_2$ .

## 2.5. МАССООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ

### 2.5.1. Основные понятия и законы

Процессы переноса массы очень часто встречаются в природе и различных технических устройствах. В первую очередь это молекулярная диффузия, возникающая в результате теплового движения молекул и приводящая к установлению равновесного распределения концентраций. В однородных смесях при этом происходит перенос массы вещества из области с большей концентрацией в те места, где концентрация данной компоненты меньше, в результате концентрации выравниваются.

Во многих случаях массообмен происходит одновременно с теплообменом, и в данном разделе будем рассматривать именно такие процессы применительно к двухкомпонентным смесям. Подобно теплообмену массоперенос может протекать как на молекулярном уровне (молекулярная диффузия), так и макроскопическим путем, в результате перемещения и перемешивания макрообъемов жидкости или газа (конвективный массоперенос).

Интенсивность массообмена принято характеризовать количеством вещества, проходящего в единицу времени через данную поверхность в направлении нормали к ней. Эту величину называют потоком массы  $J$  данного компонента. Поток массы, проходящий через единицу поверхности, называют плотностью потока массы  $j$ :

$$j = \frac{J}{F}. \quad (2.70)$$

Точнее эти понятия определяются формулами

$$j = \frac{dJ}{dF} \quad \text{и} \quad J = \int_0^F j dF, \quad (2.71)$$

а при  $j = \text{const}$  как частный случай имеем  $J = jF$  и формулу (2.70). Величина  $j$  является вектором, направленным в сторону уменьшения концентрации компонента.

Плотность потока массы в однородной неподвижной среде для одного из компонентов определяют по закону Фика:

$$j_i = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n} = -\rho_{\text{см}} D \frac{\partial m_i}{\partial n}, \quad (2.72)$$

где  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии одного компонента относительно другого;  $\rho_i$  — местная массовая концентрация компонента, равная отношению его массы к объему смеси;  $m_i = \rho_i / \rho_{\text{см}}$  — относительная массовая концентрация компонента;  $n$  — направление нормали к поверхности одинаковой концентрации. Производная  $\partial m_i / \partial n$  представляет собой градиент концентрации, направленный в сторону ее увеличения. Градиент концентрации является движущей силой концентрационной диффузии, величина его определяет интенсивность этого процесса. Из кинетической теории газов известно (и опыты это подтверждают), что величина  $D$  возрастает с увеличением температуры и уменьшается с ростом давления газа. Ее значение зависит и от соотношения компонентов, но зависимость эта слабая, ее учитывают очень редко. Вообще же коэффициент  $D$  относят к классу физических констант, значения его определяют экспериментально и приводят в соответствующих справочниках.

Массовая концентрация  $\rho_i$  представляет собой плотность данного компонента. Считая, что компоненты смеси находятся в идеальном газовом состоянии и для каждого из них применимо уравнение состояния  $p_i / \rho_i = R_i T$ , формулу (2.72) можно записать через градиент парциального давления

$$j_{pi} = -D_{pi} \frac{\partial p_i}{\partial n},$$

где  $D_{pi}$  — коэффициент молекулярной диффузии, отнесенный к градиенту давления. Ясно, что  $D_{pi} = D_i/R_iT$  и  $D_i = D_i/R_1T = D_i/R_2T = D$ , откуда видно, что коэффициент диффузии одинаков для обеих компонент смеси.

Если смесь неоднородна и температура ее различна в различных ее точках, возникает термодиффузия: более тяжелые и крупные молекулы одной из компонент стремятся перейти в холодные области, легкие и мелкие другой — в теплые (это называют эффектом Соре). Если в смеси имеются области с разным давлением, происходит бародиффузия, когда компонента с тяжелыми молекулами устремляется в область повышенного давления, а другая компонента — в область пониженного давления. Механизм этих явлений вскрывает молекулярно-кинетическая теория, которую не будем рассматривать подробно, ибо это предмет общезначимой теории.

В общем случае, при наличии всех трех видов диффузии, термо- и бародиффузии создают определенный градиент концентрации, что вызывает противоположно направленный концентрационный массоперенос, так что с течением времени возможно установление концентрационного равновесия и при наличии градиентов температуры и давления. При этом плотность потока массы определяют с учетом всех составляющих процесса:

$$j_i = -\rho_i \left( D \frac{\partial m_i}{\partial n} + \frac{D_t}{T} \frac{\partial t}{\partial n} + \frac{D_p}{p} \frac{\partial p}{\partial n} \right),$$

где  $D_t = k_t D$ ,  $D_p = k_p D$  — коэффициенты термо- и бародиффузии;  $k_t$  и  $k_p$  — термодиффузионное и бародиффузионное отношения.

При конвективном массопереносе поток массы определяется скоростью  $w$  и плотностью компоненты  $\rho_i$ :  $j_{ki} = \rho_i w$ .

Суммарный поток вещества в результате молекулярного и конвективного переносов составит  $j_i = F(j_i + j_{ki})$ . Вместе с массой переносится и энтальпия компоненты  $H_i = J_i h_i$ , где  $h_i$  — удельная энтальпия. Значит, при наличии массообмена плотность теплового потока можно описать следующим уравнением:

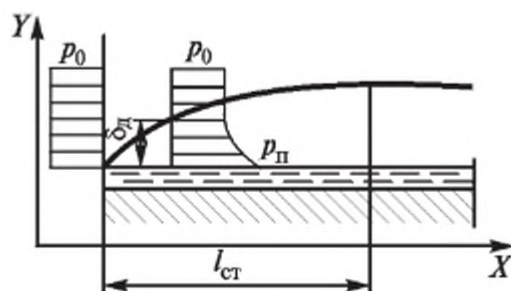
$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} + \rho w_i h_i + \sum_1^2 J_i h_i. \quad (2.73)$$

Здесь первое слагаемое учитывает перенос теплоты теплопроводностью, второе — конвекцией, а третье — молекулярной диффузией.

## 2.5.2. Диффузионный пограничный слой

Аналогично понятиям о гидромеханическом и тепловом пограничных слоях при изучении массообмена можно говорить об образовании специфического пограничного слоя. В пределах этого слоя концентрация  $\rho_i$  и парциальное давление  $p_i$  мигрирующей компоненты заметно изменяются (от  $\rho_{in}$  и  $p_{in}$  на поверхности раздела фаз до  $0,99\rho_{\infty}$  и  $0,99p_{\infty}$  на внешней границе слоя). Вне пограничного слоя эти величины не меняются и их градиенты  $\partial\rho_i/\partial n$  и  $\partial p_i/\partial n$  равны нулю. Диффузионный пограничный слой образуется, например, при испарении, при сушке материалов, сублимации, адсорбции и десорбции, конденсации парогазовых смесей и в других случаях.

Рассмотрим для наглядности процесс испарения жидкости при протекании над ее поверхностью ламинарного потока парогазовой смеси с небольшой концентрацией пара (рис. 2.99). В этом случае непосредственно у поверхности жидкости образуется очень тонкий слой смеси, содержащий насыщенный пар, парциальное давление которого  $p_{in}$  определяется температурой поверхностного слоя жидкости  $t_{in}$ . Поскольку концентрация и парциальное давление пара в более верхних слоях значительно меньше, возникает концентрационная диффузия и «молекулы пара» направляются в глубь потока. С увеличением  $X$  диффузия проникает все глубже в поток, толщина слоя растет, а верхняя часть эпюры распределения  $p$  становится все более полой. При некотором  $X \geq l_{ст.м}$  в верхней части слоя изменение парциального давления становится настолько малым, что не фиксируется измерительными приборами. Тогда говорят, что при  $X \geq l_{ст.м}$  слой стабилизировался. Понятно, что вне пограничного слоя массообмен практически не происходит, и для определения потока массы следует анализировать явления в пограничном слое.



Р и с. 2.99. Диффузионный пограничный слой

Дифференциальные уравнения молекулярного массообмена выводят аналогично рассмотренным ранее дифференциальному уравнению теплопроводности, энергии и другим. Однако теперь, анализируя, например, уравнение теплового баланса для элементарно малого объема, выделенного внутри пограничного слоя, в рассмотрение необходимо включить все тепловые потоки, в том числе и возникающие в результате массообмена. Конкретно для определения теплового потока, входящего в элементарный объем в направлении  $X$ , в соответствии с формулой (2.73) следует записать

$$Q_x = \left( -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho_i w_x h_i + \sum_1^2 j_{ix} h_i \right) dy dz,$$

в то время как при выводе дифференциального уравнения теплопроводности использовалось только первое слагаемое.

Оставляя за рамками рассмотрения подробный вывод этих дифференциальных уравнений, приведем лишь их перечень и краткие характеристики:

дифференциальное уравнение энергии с учетом переноса теплоты в результате массообмена, отражающее, как сказано выше, тепловой баланс при таком процессе;

дифференциальное уравнение массообмена, отражающее закон сохранения массы для мигрирующей компоненты применительно к элементарно малому объему движущейся смеси с протекающей там концентрационной диффузией. Это уравнение имеет вид (в записи через относительную массовую концентрацию)

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial m_i}{\partial x} + w_y \frac{\partial m_i}{\partial y} + w_z \frac{\partial m_i}{\partial z} = D \nabla^2 m_i \quad (2.74)$$

и описывает распределение массы  $i$ -й компоненты внутри пограничного слоя;

дифференциальное уравнение движения, записанное для смеси в целом;

дифференциальное уравнение неразрывности для всей смеси.

В такой формулировке эти уравнения составляют замкнутую систему, интегрировать которую можно лишь с учетом условий однозначности.

Отметим еще, что массообменный пограничный слой, как и гидродинамический, может формироваться и при турбулентном течении парогазовой смеси. При этом в ламинарном подслое осуще-

ствляется молекулярная диффузия, а в турбулентной части слоя — конвективный массоперенос.

Процессы массообмена, аналогичные рассмотренному, принято называть *массоотдачей*.

### 2.5.3. Массопроводность, массоотдача, массопередача

В системах с твердой фазой, особенно в пористых телах, также возникают процессы массообмена, вызываемые различными физическими факторами, включая температурные и концентрационные градиенты [31, 32]. Анализ механизмов переноса влаги в капиллярно-пористых телах при сушке показывает, что внутренний массоперенос при изотермических условиях описывается также уравнением (2.72), где  $D$  — некий коэффициент внутренней диффузии. Массообмен, протекающий в соответствии с законом Фика (при этом конвективные потоки массы отсутствуют), называют *массопроводностью*. При этом  $w = 0$  и уравнение (2.74) вырождается в дифференциальное уравнение массопроводности

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} = D \nabla^2 m_i.$$

Отметив явную аналогию между дифференциальными уравнениями теплопроводности и массопроводности, а также уравнениями, отражающими закон Фика и закон Фурье, сформулируем аналогично и граничные условия для массопроводности. При ГУ-1 задают концентрацию мигрирующего вещества на поверхности раздела фаз  $m_{in}$ ; при ГУ-2 — поток массы через единицу этой поверхности  $j_{in}$ ; при ГУ-4 — значение производной  $(\partial m_i / \partial n)_{n=0}$  около поверхности раздела фаз.

При ГУ-3 рассматривают процесс массообмена между твердой или жидкой поверхностью и окружающей средой, как показано в предыдущем пункте. Для расчета массоотдачи используют уравнение массоотдачи, аналогичное уравнению закона Ньютона—Рихмана, впервые предложенное А.Н. Щукаревым:

$$j_{in} = \alpha_m(\rho_{in} - \rho_{i0}) \quad \text{или} \quad j_{in} = \alpha_{mp}(p_{in} - p_{i0}), \quad (2.75)$$

где  $j_{in}$  — плотность потока массы при массоотдаче;  $\alpha_m$  и  $\alpha_{mp}$  — коэффициенты массоотдачи, отнесенные к разности концентраций

или парциальных давлений соответственно; индексы «п» и «0» показывают, что соответствующие значения берутся на поверхности и вдали от нее, вне пограничного слоя. Величина коэффициента массоотдачи зависит от многих факторов, в том числе от свойств компонентов смеси, ее температуры и давления, а также режимов ее движения.

При установившемся режиме удельный поток массы, передаваемый массоотдачей, равен потоку, передаваемому массопроводностью через пристенный слой смеси. Приравняв правые части формул (2.75) и (2.72), из этого массового баланса получим дифференциальное уравнение массоотдачи (в координатах на рис. 2.99):

$$\alpha_m (\rho_{in} - \rho_{i0}) = -D \left( \frac{\partial \rho_i}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (2.76)$$

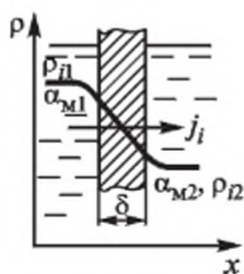
которое содержит два неизвестных  $\alpha_m$  и  $\rho_i$  и которое можно решить лишь совместно с другими дифференциальными уравнениями массообмена.

Если массообмен происходит между двумя жидкими или газообразными средами, разделенными проницаемой стенкой, такой процесс принято называть *массопередачей* (рис. 2.100). Здесь внутри стенки осуществляется массопроводность, а снаружи с обеих сторон — массоотдача. Анализируя материальный баланс при массопередаче, нетрудно получить основное расчетное уравнение для неограниченной плоской стенки

$$j_i = \frac{\rho_{in} - \rho_{i0}}{\frac{1}{\alpha_{m1}} + \frac{\delta}{D} + \frac{1}{\alpha_{m2}}},$$

где  $\delta$  — толщина стенки.

В заключение еще раз подчеркнем, что все приведенные уравнения для массообмена полностью аналогичны уравнениям, описывающим процессы теплообмена, и если для температуры и концентрации ввести одинаковые обозначения, они просто не будут различаться. Такая же аналогия просматривается и относительно гидромеханических процессов, так что принято говорить о тройной аналогии, подчеркивая тем самым философскую концепцию о единстве материального мира.



Р и с. 2.100. Массопередача через плоскую стенку

#### 2.5.4. Критериальные уравнения массоотдачи

Поскольку аналитическое решение системы дифференциальных уравнений массообмена в общем виде невозможно, а при введении упрощающих предпосылок такие решения не гарантируют достоверности результатов, большинство практических задач решают с использованием экспериментальных данных о процессе, обработанных с применением теории подобия.

Применяя метод масштабных преобразований к уравнению (2.76) и действуя так же, как при получении критерия Нуссельта, нетрудно получить следующий безразмерный комплекс, в обобщенном виде характеризующий интенсивность процесса массоотдачи  $\alpha_m l/D$  и называемый *массообменным числом Нуссельта*  $Nu_m$ . Здесь  $l$  — определяющий размер, выбираемый в каждом конкретном случае из условий однозначности. В качестве его принимают такой линейный размер, который существенно влияет на массоотдачу.

При таком же анализе других дифференциальных уравнений можно получить и другие массообменные критерии, а также критерии теплового и гидромеханического подобия, такие, как  $Re$  и  $Gr$ . Определенная комбинация из этих критериев характеризует в обобщенном виде особенности теплофизических свойств мигрирующего компонента; ее называют *массообменным критерием Прандтля*  $Pr_m = \nu/D$ .

Для описания неустановившихся процессов и нестационарных полей используют *массообменный критерий Фурье*  $Fo_m = D\tau/l^2$ , отображающий в безразмерном виде текущее время. Равенство значений этого критерия у двух подобных явлений означает, что они рассматриваются в сходственных состояниях.

Критерий  $Nu_m$  является определяемым, остальные — определяющими, и критериальное уравнение массоотдачи в общем виде представлено зависимостью  $Nu_m = f(Re, Pr_m, Fo_m)$ .

При установившихся режимах критерий  $Fo_m$  вырождается (не влияет на процесс). При необходимости учитывать влияние естественной конвекции на массоотдачу в число определяющих критериев включают и *критерий Грасгофа*  $Nu_m = f(Re, Pr_m, Gr)$ .

Исходя из отмеченной выше аналогии, можно доказать, что если для расчета теплоотдачи было получено критериальное уравнение в виде

$$Nu = ARe^a Pr^b Gr^c,$$



то массоотдачу можно рассчитывать по аналогичной формуле с соответствующей заменой критериев:

$$\text{Nu}_m = A \text{Re}^a \text{Pr}_m^b \text{Gr}^c, \quad (2.77)$$

где  $A$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  — одни и те же опытные константы. Например, теплоотдачу при турбулентном течении теплоносителя в трубах рассчитывают по критериальному уравнению, приведенному ранее (см. рис. 2.46):

$$\text{Nu} = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,43}.$$

На основании аналогии для массоотдачи от слоя жидкости, равномерно покрывающего внутреннюю поверхность трубы, к турбулентному потоку парогазовой смеси можно записать следующее критериальное уравнение:

$$\text{Nu}_m = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}_m^{0,43}.$$

Сопоставление результатов, рассчитанных по этой формуле, с результатами экспериментальных измерений коэффициента массоотдачи показывает их приемлемое совпадение (расхождение в  $\pm 20\%$  считается допустимым).

Однако обычно значения  $A$ ,  $a$ ,  $b$  и  $c$  в формуле (2.77) определяют путем соответствующей обработки экспериментальных данных по массоотдаче. Так, для расчета массоотдачи при сушке гранул в продуваемом слое рекомендовано следующее критериальное уравнение:

$$\text{Nu}_m = 1,3 \text{Re}^{0,5} \text{Pr}_m^{0,33} \text{Gu}^{0,135},$$

где  $\text{Gu} = (T_n - T_{\text{MT}}) / T_n$  — так называемый *критерий Гухмана*, отражающий влияние интенсивности испарения на массоотдачу;  $T_n$  — абсолютная температура поверхности гранул;  $T_{\text{MT}}$  — абсолютная температура мокрого термометра, установленного вне пограничного слоя. Определяющий размер здесь — диаметр гранулы  $d$ . Для расчетов массообмена при испарении с плоской поверхности жидкости при вынужденном движении влажного газа А. В. Нестеренко предложено следующее критериальное уравнение:

$$\text{Nu}_m = A \text{Re}^a \text{Pr}_m^{0,33} \text{Gu}^{0,135},$$

где  $A = 0,83$  и  $a = 0,53$  при  $Re \leq 120$ ,  $A = 0,49$  и  $a = 0,61$  при  $Re = 3150 \dots 2200$  и  $A = 0,0248$  и  $a = 0,9$  при  $Re = (0,22 \dots 3,15)10^5$ . В качестве определяющего размера здесь принята длина поверхности вдоль потока смеси.

### 2.5.5. Элементы теории сушки

Одним из типичных массообменных процессов является процесс сушки влажных материалов. Здесь внутри высушиваемого тела происходит миграция влаги от центральных зон к поверхности испарения, а образующийся пар выделяется и растворяется во влажном воздухе, повышая его влагосодержание.

Термодинамика процессов сушки рассмотрена выше. Термодинамические расчеты позволяют определить количества теплоты и расход влажного воздуха необходимых параметров для осуществления сушки. Однако, поскольку в этих расчетах рассматриваются идеальные, обратимые процессы, фактор времени в них не учитывается. При расчетах и конструировании сушилки необходимо определить дополнительно еще и продолжительность процесса сушки в зависимости от условий протекания процесса.

Скорость протекания процесса и его продолжительность зависят не только от характеристик влажного воздуха в сушилке, но и от особенностей переноса теплоты и влаги внутри высушиваемого материала. Задачей изучения скоростей процессов занимается кинетика, в нашем случае это кинетика процесса сушки.

Скорость сушки можно определять уменьшением массы влаги в материале за единицу времени:

$$w_c = \frac{m_n - m_k}{\tau},$$

или точнее (для элементарного отрезка времени)

$$w_c = \frac{\partial m}{\partial \tau}.$$

Для осуществления испарения необходимо затратить некоторое количество энергии, отличающееся от обычной теплоты парообразования. Эту энергию называют *энергией связи*, она численно равна работе, затрачиваемой на отрыв 1 кмоль (или 1 кг) влаги от скелета в изотермическом процессе без изменения химических свойств веществ. Энергия связи между влагой и различными материалами

определяется экспериментально и для многих тел приведена в справочниках.

Обычно выделяют три формы связи с материалом: химическую, физико-химическую и физико-механическую. Химически связанная влага входит в химические соединения типа кристаллогидратов (например,  $\text{Na}_2\text{SO}_4 \times 10 \text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CuSO}_4 \times 5 \text{H}_2\text{O}$  и др.). Такая связь наиболее прочная и разрушается только при прокаливании или химических реакциях. При обычной сушке такая влага не удаляется.

Физико-химическая связь возникает при адсорбции влаги капиллярно-пористыми материалами и в осмотических перегородках. При адсорбции молекулы воды попадают в мельчайшие поры скелета, где силами межмолекулярного взаимодействия (силы адгезии) притягиваются к стенкам пор, постепенно заполняя все поры. По мере увеличения концентрации молекул происходит конденсация пара, в результате поры «сосут» пар из окружающего влажного воздуха. Пространство в микропорах соизмеримо с длиной пути свободного пробега молекулы, а радиус пор даже меньше этой величины. Поэтому свойства расположенной там влаги сильно отличаются от свойств обычной воды (плотность достигает  $1700 \text{ кг/м}^3$ , влага имеет значительно большую теплоемкость, хуже проводит теплоту, замерзает при  $-50 \text{ }^\circ\text{C}$ , является плохим растворителем и т. д.).

В крупных порах (макропорах) возникает физико-механическая связь, где главную роль играют поверхностное натяжение и силы адгезии. Макропоры заполняются только при непосредственном контакте с водой, связь со скелетом здесь менее прочная и при сушке влага отсюда удаляется в первую очередь.

По мере испарения капиллярными силами влага подсасывается от центра к поверхности испарения, где и происходит ее превращение в пар, который уносится влажным воздухом в окружающую среду. Когда крупные поры опустеют, начинается миграция и испарение влаги из мелких пор, и уже в последнюю очередь удаляется адсорбированная влага. При этом превращение влаги в пар происходит внутри пор и пар покидает поры в результате диффузии — очень малоинтенсивного и медленного процесса.

При изучении кинетики сушки используют два подхода: на основе молекулярно-кинетической теории, позволяющей хорошо объяснить механизм процессов, но мало приспособленной для практических расчетов, и феноменологический подход, игнорирующий физические особенности и основанный на постулировании ряда общих принципов, обнаруживаемых всегда на опыте, в частности:

перенос теплоты и влаги определяется разностью соответствующих потенциалов переноса, физическая сущность которых не вскрывается;

перенос всегда осуществляется в направлении от зоны с большим потенциалом к зоне с меньшим потенциалом;

в состоянии равновесия потенциалы соприкасающихся тел равны.

Потенциалом в процессе переноса влаги является *абсолютная влажность*  $U$  — количество кг влаги, содержащееся в  $1 \text{ м}^3$  влажного материала. Если привести в соприкосновение два тела с разными  $U$ , то влага начнет мигрировать в то тело, у которого  $U$  меньше. Величина  $\Delta U$  является движущей силой этого процесса. Переходя к бесконечно малым, можно сказать, что интенсивность влагопереноса внутри влажного материала определяется величиной градиента  $\partial U/\partial n$ , где  $n$  — нормаль к линии равной влажности. Другой, более распространенной характеристикой влажного тела является *влагосодержание*, выраженное в долях или процентах. Это понятие аналогично понятию о влагосодержании влажного воздуха и определяется отношением массы влаги к массе сухого тела:

$$W = \frac{m_{\text{вт}}}{m_{\text{ст}}} 100 = \frac{U}{\rho_0} 100,$$

где  $m_{\text{вт}}$  и  $m_{\text{ст}}$  — масса влаги и сухого тела;  $\rho_0$  — плотность сухого тела.

Плотность потока влаги, характеризующая интенсивность ее миграции, описывается уравнением, аналогичным закону Фика:

$$j_{\Delta U} = -a_m \rho_0 \frac{\partial U}{\partial n} = -\frac{a_m}{100} \frac{\partial W}{\partial n},$$

где  $a_m$  — коэффициент влагопроводности, характеризующий способность тела и проводить, и аккумулировать влагу,  $\text{м}^2/\text{с}$ . При неизотермических условиях во влагопереносе участвует и термодиффузия, и дополнительный поток массы определится аналогично:

$$j_{\Delta t} = a_{mt} \frac{\partial t}{\partial n} = a_m k_t \rho_0 \frac{\partial t}{\partial n}.$$

Здесь  $a_{mt}$  — термодиффузионный коэффициент;  $k_t$  — термоградиентное отношение,  $k_t = a_{mt}/a_m$ .

При сушке нагретым влажным воздухом, когда температура тела оказывается ниже температуры воздуха, влагосодержание  $W$  центральных зон выше, чем поверхностных, и поток влаги  $J = jF$  направлен от центра к периферии. В то же время термодиффузионный поток  $J_{\Delta t} = j_{\Delta t}F$  направлен, наоборот, от периферии к центру тела, и таким образом термодиффузия как бы уменьшает интенсивность сушки тела.

Интенсивность отвода испарившейся влаги на поверхности тела определяется величиной коэффициента влагоотдачи  $\beta_p$  и разницей плотностей (или парциальных давлений) пара непосредственно рядом с поверхностью тела и вдали от этой поверхности. Над поверхностью испарения устанавливается температура, равная температуре мокрого термометра  $t_m$ , и давление  $p_m$ , соответствующее давлению насыщения при этой температуре. Вдали от поверхности влажный воздух имеет параметры  $t_{вв}$  и  $p_{вв}$ .

Плотность потока переноса влаги здесь определяется уравнением влагоотдачи, аналогичным уравнению Ньютона — Рихмана:

$$j = \beta_p(p_m - p_{вв}),$$

где  $\beta_p$  — коэффициент влагоотдачи, отнесенный к единице давления, кг/(с · м<sup>2</sup> · Па). Величину  $\beta_p$  определяют или экспериментально, или рассчитывают по специальным критериальным уравнениям, полученным в результате обобщения опытных данных по влагоотдаче.

Эту же плотность потока массы можно определить и через тепловой поток, передаваемый телу теплоотдачей:

$$j = \frac{q}{r} = \frac{\alpha(t_{вв} - t_m)}{r},$$

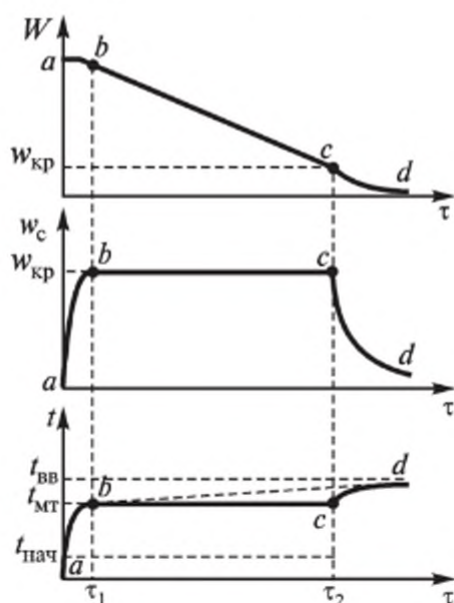
где  $r$  — теплота парообразования при параметрах влажного воздуха;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи. Сопоставив приведенные выше формулы для  $j$ , можно выявить связь между  $\alpha$  и  $\beta_p$ . Следует отметить, что величина  $\alpha$  при испарении влаги и сушке материала несколько выше, чем при теплоотдаче сухому телу при том же температурном напоре. Это объясняется тем, что испарение влаги происходит не только на открытой поверхности пор, но и несколько выше ее, куда паром, образующимся в порах, выбрасываются мельчайшие капли влаги. Это дополнительное испарение и увеличивает интенсивность теплоотдачи.

## 2.5.6. Кинетика процесса сушки

Изменение среднего влагосодержания  $W$  и средней температуры высушиваемого материала с течением времени принято называть *кинетикой сушки*. Эти зависимости определяют экспериментально, их удобно отображать графически (рис. 2.101).

На графиках четко выделяются три основных этапа процесса. Первый этап — это период прогрева от начальной температуры до некоторой повышенной, равной температуре мокрого термометра (нижний график). На этом этапе, отраженном линией  $ab$ , идет испарение влаги с поверхности со все возрастающей скоростью  $w_c$  и к концу этапа (при  $\tau = \tau_1$ ) она возрастает до максимально возможной. К этому моменту поток влаги от центральных зон к поверхности испарения стабилизируется и начинается второй этап — этап сушки с постоянной скоростью  $w_{кр}$  (линия  $bc$ ). Под скоростью сушки  $w_c$  будем далее понимать изменение влагосодержания  $W$  за единицу времени, а точнее величину  $w_c = \partial W / \partial \tau$ , %/с.

На втором этапе интенсивность влагопроводности тела и влагоотдачи на его поверхности одинаковы. Если при этом температура влажного воздуха  $t_{вв}$  не очень высока, то средняя температура тела остается равной  $t_{мт}$ . Если же  $t_{вв}$  заметно выше  $t_{мт}$ , то температура тела несколько повышается. Сушка с постоянной скоростью длится до тех пор, пока влагосодержание тела не достигнет критического значения  $W_{кр}$ , при котором приток влаги к поверхности становится меньше, чем возможный унос ее влагоотдачей. С этого момента (при  $\tau = \tau_2 = \tau_{кр}$ ) начинается заключительный этап — третий этап сушки с уменьшающейся скоростью (линия  $cd$ ). Если во время второго этапа температура тела не меняется (линия  $bc$  на кривой  $t = f(\tau)$ ), то говорят о мягком режиме сушки. При жестком режиме сушки температура влажного воздуха  $t_{вв}$  существенно выше и температура тела продолжает расти (линия  $bd$  на той же кривой). При очень жестком режиме в конце второго этапа скорость сушки  $w_c$  может даже несколько возрасти.



Р и с. 2.101. Кинетические кривые процесса сушки

Продолжительность периода прогрева обычно очень мала по сравнению с остальными этапами, поэтому при расчетах ее не учитывают. Постоянную скорость сушки во втором периоде, %/с, можно определить по формуле

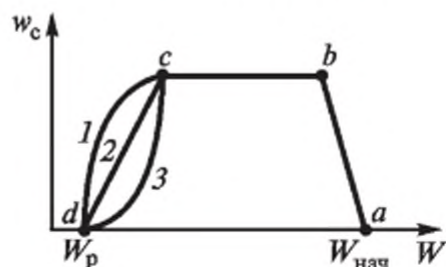
$$w_{кр} = \frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{jF}{\rho_0 V},$$

где  $F$  и  $V$  — соответственно поверхность испарения и объем тела. Тогда легко найти продолжительность второго этапа сушки, с:

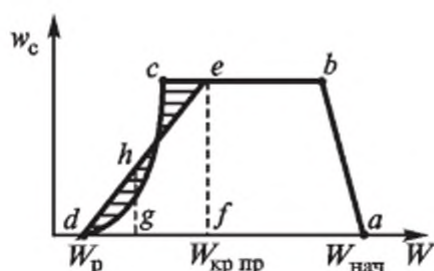
$$\tau_2 = \frac{W_b - W_c}{w_{кр}}.$$

Характер изменения скорости сушки в третьем периоде зависит от форм связи влаги с материалом скелета. Кинетику сушки можно отобразить графически, исключив фактор времени, в координатах  $w_c - W$ , как показано на рис. 2.102. На этом графике процесс сушки отображен линией  $abcd$ . Заключительный, третий этап (отрезок  $cd$ ) может протекать по сложным законам и отображаться кривыми как с выпуклостью  $1$  вверх (сушка тканей, кожи, теста и др.), так и с выпуклостью вниз  $3$  (сушка кирпича, керамических изделий и т.п.), или изображаться прямой линией  $2$  (сушка бумаги, картона, древесины). У многих материалов кривые сушки еще более сложные, с перегибами и горизонтальными участками. Поэтому точное расчетное определение продолжительности сушки в этом периоде практически невозможно.

Чтобы решить задачу, вводят условное приведенное критическое влагосодержание  $W_{кр пр}$  или критическую влажность  $U_{кр пр}$ . Находят эту величину обычно графически, усредняя реальную кривую отрезком прямой линии так, чтобы выделенные площадки были равными (рис. 2.103). Другими словами, реальную сложную зави-



Р и с. 2.102. Кривая сушки в координатах  $w_c = f(W)$



Р и с. 2.103. Определение  $W_{кр пр}$

симось заменяют линейной с некоторой постоянной скоростью изменения влагосодержания тела. На рис. 2.102 и 2.103 величина  $W_p$  соответствует равновесному влагосодержанию материала, т.е. такому состоянию, когда прекращается влагообмен в сушилке, поскольку влажность материала и влажного воздуха в ней становятся одинаковыми. Величина  $W_{нач}$  характеризует влагосодержание материала в начале сушки.

При такой линейной зависимости продолжительность процесса на заключительном, третьем этапе определяется достаточно просто. Из подобия треугольников  $dfe$  и  $dgh$  (см. рис. 2.103) следует

$$\frac{l_{gh}}{l_{gd}} = \frac{l_{ef}}{l_{df}}$$

или

$$\frac{w_c}{W - W_p} = \frac{W_{кр пр} - W_p}{W_{кр пр} - W_p}.$$

Отсюда найдем

$$w_c = \frac{dW}{d\tau} = w_{кр пр} = \frac{W - W_p}{W_{кр пр} - W_p}.$$

Теперь, разнеся переменные, получим простое дифференциальное уравнение

$$d\tau = \frac{W_{кр пр} - W_p}{w_{кр пр}} \frac{d(W - W_p)}{(W - W_p)},$$

интегрирование которого не представляет затруднений, и после интегрирования получим

$$\tau_3 = \frac{W_{кр пр} - W_p}{w_{кр пр}} \ln \frac{(W_{кр пр} - W_p)}{(W - W_p)}.$$

Величину

$$\frac{W_{кр пр} - W_p}{w_{кр пр}} = \Psi$$



называют *относительным коэффициентом сушки*. Экспериментально обнаружено, что для большинства материалов  $\Psi = 1,8/W_{\text{нач}}$ . Тогда формулу для расчета продолжительности третьего этапа можно записать так:

$$\tau_3 = \frac{W_{\text{нач}}}{1,8w_{\text{кр пр}}} \ln \frac{(W_{\text{кр пр}} - W_p)}{(W - W_p)}$$

Тогда, если  $W < W_{\text{кр пр}}$ , общая продолжительность сушки материала от влажности  $W_{\text{нач}}$  до влажности  $W$  составит  $\tau = \tau_2 + \tau_3$ .

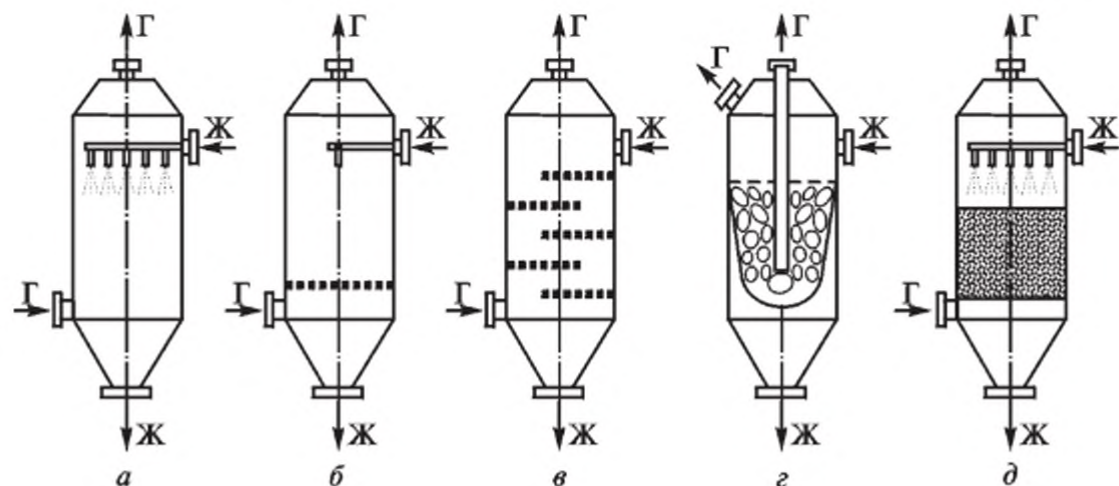
### 2.5.7. Смесительные теплообменники

Теплообменники смешительного типа также находят широкое распространение в теплотехнологических схемах и установках. Здесь теплообмен осуществляется в результате непосредственного контакта теплоносителей. В простейшем случае это происходит при смешивании растворимых жидкостей. Тогда для расчета аппарата достаточно уравнений теплового и массового балансов. Однако чаще встречается явление, когда теплоносители в теплообменник подаются в различном фазовом состоянии (газ — твердое тело, жидкость — газ и т.д.). Передача теплоты в этом случае происходит не только в результате непосредственного контакта между молекулами теплоносителей (теплопроводность), но во многом благодаря массообменным процессам и конвекции.

С целью увеличения интенсивности массо- и теплообменных процессов за счет увеличения поверхности контакта всегда принимаются меры для диспергирования (мелкого дробления) жидкой фазы путем разбрызгивания ее с помощью форсунок, применения специальных насадок или перфорированных тарелок, перегородок и др. Этой же цели служат барботажные аппараты, где газ дробится на мелкие пузырьки и всплывает сквозь слой жидкости.

Как правило, смешительные теплообменники изготовлены в виде колонн, через которые организуются (обычно противотоком) потоки теплоносителей. Принципиальные схемы ряда смешительных теплообменников приведены на рис. 2.104.

В полом форсуночном аппарате на рис. 2.104, а охлаждаемая (или нагреваемая, или испаряемая) жидкость разбрызгивается специальными форсунками по всему объему колонны, а охлаждающий (или греющий) газ противотоком прокачивается снизу вверх. В теплообменниках пенного типа (рис. 2.104, б) разбрызгиваемая жидкость в результате взаимодействия со встречным потоком газа об-



Р и с. 2.104. Смесительные теплообменники:

*а* — полый форсуночный; *б* — пенный; *в* — тарельчатый каскадного типа; *г* — с погружным трубчатым барботером; *д* — с орошаемой насадкой

разует пену, которая сепарируется в нижней части аппарата на специальной решетке. В колоннах тарельчатого типа (рис. 2.104, *в*) жидкость сначала подается на специальные перфорированные мелкими отверстиями тарелки, частично разбрызгивается, частично переливается на такие же тарелки нижних каскадов. Направленный снизу поток газа обеспечивает интенсификацию процессов. При больших расходах газа возможно барботирование его сквозь слой жидкости на тарелках. В аппаратах с погружным барботером (рис. 2.104, *г*) газ вдувается в нижнюю часть специального объема с жидкостью. В результате в жидкости образуется множество всплывающих наверх пузырей газа. В аппаратах с орошаемой насадкой (рис. 2.104, *д*) (их называют скрубберами) разбрызгиваемая жидкость растекается по поверхности специальных насыпных материалов (в виде шаров, колец Рашига и др.), обеспечивая заметное увеличение поверхности контакта между жидкостью и газом.

По направлению потока массы контактные аппараты подразделяют на два типа. К первому типу относят аппараты с конденсацией пара из газовой фазы, в результате чего происходят сушка и охлаждение газа и нагревание жидкости с повышением в ней концентрации конденсата (конденсаторы, скрубберы, камеры кондиционеров). В аппаратах другого типа происходит испарение жидкости в потоке газа с увлажнением и нагреванием парогазовой смеси и охлаждением жидкости (градирни, распылительные сушилки, скрубберы и др.). Интересно, что в отдельных случаях (например, при испарении холодной воды в горячем газе) в результате массообменных процессов общий поток теплоты может быть направлен от холодного теп-

лоносителя к горячему. С точки зрения термодинамики однофазных систем это кажется парадоксальным, однако легко объясняется тем, что в результате массообмена с молекулами пара в газ переходит и теплота парообразования жидкости. В результате, хотя температура парогазовой смеси уменьшается, ее энтальпия увеличивается.

Естественно, что при тепловом расчете контактных аппаратов необходимо учитывать не только материальные и тепловые балансы, но и интенсивности названных выше процессов, которые описываются величинами соответствующих коэффициентов теплоотдачи  $\alpha$  и массоотдачи  $\alpha_m$  между теплоносителями.

Основное уравнение теплообмена принято записывать или в обычной форме [7, 26]:

$$Q = k_F F_H \Delta t_{cp}, \quad (2.78)$$

или через объемные характеристики:

$$Q = k_V V_H \Delta t_{cp}, \quad (2.79)$$

где  $k_F$  — условный суммарный коэффициент теплообмена между газом и жидкостью, отнесенный к единице поверхности насадки;  $k_V$  — такой же условный коэффициент, отнесенный к единице объема контактной камеры;  $F_H$  — поверхность контакта;  $V_H$  — объем контактной камеры или насадки;  $\Delta t_{cp}$  — средний температурный напор между теплоносителями, рассчитываемый по формуле для среднелогарифмического температурного напора как в рекуперативных теплообменниках.

Коэффициенты теплообмена  $k_F$  (или  $k_V$ ) или принимают по экспериментальным данным, или рассчитывают с помощью специальных критериальных уравнений, приведенных в специальной литературе [33, 34, 35]. Так, величину  $k_F$  для скрубберов с насадкой при охлаждении воздуха водой рассчитывают по формуле [34]:

$$Ki = 0,0024 Re_r^{0,7} Re_{ж}^{0,7} Pr_r^{0,33} (1 + \varepsilon X), \quad (2.80)$$

где  $Ki = k_F d_3 / \lambda$  — значение критерия Кирпичева (определяемый критерий);  $Re_r = 4w_0 / v_r f$  — значение критерия Рейнольдса для газа;  $Re_{ж} = Hd_3 / v_{ж}$  — значение критерия Рейнольдса для жидкости;  $Pr_r = v_r / a$  — число Прандтля для газа;  $H = W_H / S$  — плотность орошения скруббера;  $W_H$  — объемный расход жидкости в скруббере;  $d_3 = 4v / f$  — эквивалентный диаметр насадки;  $w_0$  — скорость газа по проходному сечению насадки;  $S$  — площадь свободного сечения скруббера;  $v$  — доля свободного объема насадки;  $f$  — поверхность

единицы объема насадки;  $\nu_r$  и  $\nu_{ж}$  — кинематическая вязкость парогазовой смеси и воды соответственно;  $\varepsilon$  — безразмерный коэффициент, зависящий от температур теплоносителей (для интервала температур 20...90 °С  $\varepsilon = 130$ );  $X = (X_{п.о} - X_{п.п}) / \ln(X_{п.о} / X_{п.п})$  — средняя концентрация пара в парогазовой смеси;  $X_{п.о}$  — концентрация пара в объеме при средней температуре смеси;  $X_{п.п}$  — концентрация пара на поверхности испарения при температуре 20 °С.

Естественно, что для определения отдельных величин, приведенных выше (скоростей, концентраций, температур), используют уравнения теплового и массового балансов по каждому из теплоносителей и для аппарата в целом. При этом внешние теплотери или не учитывают, или оценивают приблизительно как некоторый процент от количества передаваемой теплоты. То же самое делают и для учета утечек массы теплоносителей через неплотности системы.

Рассчитав значения определяющих критериев ( $Re_r$ ,  $Re_{ж}$ ,  $Pr_r$ ,  $X$ ), находят числовое значение определяемого критерия, и далее — величину  $k_F$  по формуле

$$k_F = Ki\lambda/d_s.$$

К сожалению, критериальные зависимости не учитывают многих конкретных особенностей каждого из аппаратов, поэтому дают лишь приближенные значения коэффициентов теплопередачи. В этом плане гораздо более точными оказываются отдельные эмпирические формулы, полученные в результате экспериментальных исследований на отдельных группах аппаратов, очень близких по назначению и конструкции. Во многих случаях на основании этих эмпирических формул в литературе приведены специальные графики и номограммы, позволяющие определить значения коэффициентов теплообмена и температуры теплоносителей (см., например, методику расчета вентиляторных градирен в [34]).

Определив так или иначе значение коэффициента теплообмена, из формул (2.78) или (2.79) определяют необходимую контактную поверхность  $F_n$  или объем  $V_n$  насадки.

### Вопросы и задания для самопроверки

1. Назовите три элементарные формы теплообмена.
2. Какие процессы теплообмена называют теплоотдачей? теплопередачей?
3. Что называют температурным полем? Какими бывают эти поля?
4. Что называют температурным напором?
5. Что характеризует температурный градиент?
6. Какие характеристики используют для оценки и сравнения интенсивности процессов теплообмена?

7. Что характеризует величина коэффициента теплопроводности?
8. Какие законы природы отражены дифференциальным уравнением теплопроводности?
9. Запишите дифференциальное уравнение теплопроводности и объясните его физический смысл.
10. Перечислите условия однозначности при решении задач теплопроводности.
11. Как формулируются граничные условия первого рода?
12. Как формулируются граничные условия третьего рода?
13. Какие плоские стенки можно отнести к разряду неограниченных?
14. Как рассчитать температурное поле и величину  $q$  при стационарной теплопроводности плоской стенки при ГУ-1?
15. Как рассчитать стационарную теплопередачу через плоскую стенку?
16. Какие термические сопротивления имеют место при теплопередаче через плоскую стенку?
17. Как рассчитывают теплопередачу через многослойные стенки?
18. Что лежит в основе решения стационарных задач теплопроводности при смешанных граничных условиях?
19. Как рассчитывают температурное поле и тепловой поток при стационарной теплопроводности цилиндрической стенки при ГУ-1?
20. Что называют линейной плотностью теплового потока?
21. Как рассчитывают теплопередачу через цилиндрические стенки?
22. Как рассчитывают теплопередачу через многослойные цилиндрические стенки?
23. При каких условиях цилиндрическую стенку можно рассчитывать по формулам плоской стенки?
24. Что называют критическим диаметром изоляции? Как рассчитать величину  $d_{кр}$ ?
25. При каких условиях тепловая изоляция работает наиболее эффективно?
26. Что называют коэффициентом обребрения ребристых стенок?
27. Как рассчитывают теплопередачу через ребристые стенки?
28. Как рассчитывают температурное поле цилиндра при наличии в нем постоянно действующих внутренних источников теплоты?
29. В чем сущность метода сеток при расчетах стационарных процессов теплопроводности?
30. Объясните особенности метода релаксаций при численном решении задач теплопроводности.
31. Что называют регулярным режимом нестационарной теплопроводности?
32. Что характеризует темп охлаждения (температуры нагрева)?
33. Какова основная особенность интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных по методу Фурье?
34. Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения теплопроводности?
35. Чем объясняется быстрое уменьшение величин слагаемых в бесконечной их сумме, описывающей нестационарное температурное поле пластины при ГУ-3?
36. В чем заключается принцип конструирования источников теплоты?
37. В чем состоит принцип отражения источников при решении задач теплопроводности с внутренними источниками теплоты?
38. В чем состоит принцип суперпозиций температурных полей?
39. Какие упрощающие предпосылки лежат в основе численных методов решения задач теплообмена?

40. Как реализуется явная схема численного расчета температурного поля при нестационарной теплопроводности? В чем ее недостаток?
41. Как выглядит неявная схема численного решения задач теплообмена?
42. Объясните особенности метода прогонки при численном решении задач теплообмена.
43. Перечислите основные факторы, влияющие на интенсивность конвективного теплообмена.
44. Объясните, почему и как образуется гидродинамический пограничный слой при течении теплоносителей.
45. Что принимают за толщину гидродинамического пограничного слоя? Как он изменяется вдоль по потоку теплоносителя?
46. Объясните, как и почему образуется тепловой пограничный слой.
47. Что называют участком тепловой стабилизации?
48. Запишите дифференциальное уравнение теплоотдачи. Какие заключения оно позволяет сделать?
49. Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение энергии?
50. Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение движения?
51. Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение неразрывности?
52. Почему система дифференциальных уравнений, описывающих конвекцию, в большинстве практических случаев неразрешима?
53. Назовите преимущества и недостатки аналитических, экспериментальных и численных методов решения инженерных задач.
54. В чем основная суть теории подобия?
55. Какие физические явления называют подобными?
56. Назовите основное свойство подобных явлений.
57. Какие критерии (числа) подобия чаще всего используют на практике?
58. В каком виде представляются обычно критериальные уравнения?
59. Расскажите об особенностях свободной конвекции у вертикальных и горизонтальных плит. Запишите (в общем виде) критериальные уравнения для этих групп подобных явлений.
60. Расскажите об особенностях свободной конвекции на горизонтальных трубах и в ограниченном пространстве. Как рассчитывают теплообмен в этих случаях?
61. Как рассчитывают величину эффективного коэффициента теплопроводности при свободной конвекции в щелях?
62. Каковы особенности образования пограничных слоев при течении теплоносителя в трубах и каналах?
63. По каким признакам ламинарное течение в трубах подразделяют на вязкостное и вязкостно-гравитационное?
64. Почему говорят о вырождении критерия  $Gr$  при турбулентном и переходных режимах течения теплоносителя?
65. Как рассчитывают коэффициент теплоотдачи в коротких трубах? в изогнутых трубах? в каналах некруглой формы?
66. Как образуется пограничный слой при поперечном обтекании цилиндрической поверхности?
67. Чем объясняется наличие зон с максимальной и минимальной теплоотдачей при поперечном обтекании цилиндра?
68. Назовите схемы трубных пучков. Как характеризуют их плотность?
69. Запишите (в общем виде) критериальное уравнение для теплоотдачи при течении теплоносителя в трубном пучке.

70. Как рассчитывают теплоотдачу в пучках при натекании жидкости с углом атаки, отличным от  $90^\circ$ ?
71. Чем различаются капельная и пленочная конденсация?
72. Какие упрощающие предпосылки используют при выводе формул Нуссельта для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации?
73. В каких случаях формулы Нуссельта неприемлемы для расчета  $\alpha$  при конденсации? Как тогда решают задачу?
74. Как рассчитывают  $\alpha$  при конденсации паровоздушной смеси?
75. Как рассчитывают  $\alpha$  при конденсации пара на трубных пучках?
76. Как влияет скорость пара на величину  $\alpha$  при конденсации?
77. Назовите режимы кипения.
78. Почему кипение возможно только при перегреве жидкости?
79. Чем объясняется высокая интенсивность теплоотдачи при кипении?
80. Что называют кризисом кипения? Почему это явление опасно?
81. Изобразите и прокомментируйте кривую кипения.
82. Как рассчитывают коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  при кипении?
83. В чем особенности процессов кипения на трубных пучках, на тонких проволоках и у вертикальных стенок? Как рассчитывают величину  $\alpha$  в этом случае?
84. Каковы особенности режимов кипения в трубах? Как рассчитывают  $\alpha$  в этом случае?
85. Как и почему меняется величина  $\alpha$  вдоль по потоку теплоносителя при его кипении в трубе?
86. Как изменяется температурный напор при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена по схеме прямотока?
87. Как изменяется температурный напор при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена по схеме противотока?
88. Как рассчитывают среднелогарифмический температурный напор?
89. Какие типы теплообменников применяют в технике?
90. Что рассчитывают при проверочном тепловом расчете теплообменника?
91. Как решают задачу при конструктивном тепловом расчете теплообменника?
92. Какие критерии используют для оценки и сравнения эффективности теплообменников?
93. Какие теплообменники называют оптимальными?
94. Назовите основные направления и способы интенсификации процессов теплообмена.
95. Как работают тепловые трубы? В чем их преимущества?
96. Что характеризуют собой величины излучательной способности и спектральной интенсивности излучения?
97. Какие тела называют абсолютно черными? абсолютно белыми?
98. Какие тела называют серыми?
99. Что характеризует величина степени черноты серого тела?
100. В чем состоит закон Планка?
101. О чем гласит закон Вина?
102. Как записать закон Стефана — Больцмана для расчета интенсивности теплового излучения?
103. Как рассчитывают энергию, излучаемую серым телом?
104. В чем суть закона Ламберта?
105. Какое важное следствие дает закон Кирхгофа для теплового излучения?

106. Как рассчитывают лучистый теплообмен между двумя плоскопараллельными телами?
107. Объясните влияние экранов на интенсивность лучистого теплообмена.
108. Как рассчитывают лучистый теплообмен между телами произвольной формы?
109. В чем состоит свойство замыкаемости для угловых коэффициентов?
110. Как определяется свойство взаимности для угловых коэффициентов?
111. Объясните суть метода натянутых линий для определения угловых коэффициентов.
112. Каковы особенности излучения и поглощения газов?
113. Что называют диатермической оболочкой?
114. К чему в конечном итоге сводится решение стационарной задачи для диатермической оболочки?
115. Насколько усложнится решение задачи, если теплопроизводительность внутренних источников зависит от времени или температуры?
116. Как рассчитывают излучаемый (или поглощаемый) тепловой поток при лучистом теплообмене между газом и стенкой?
117. Как рассчитывают процессы сложного теплообмена?
118. Какими параметрами принято характеризовать интенсивность массообменных процессов?
119. Запишите закон Фика и прокомментируйте его. С каким законом природы здесь прослеживается явная аналогия?
120. Какой процесс массообмена называют молекулярной диффузией?
121. При каких условиях и почему возникает термодиффузия?
122. Когда возможна бародиффузия?
123. Как определяется плотность теплового потока при наличии конвективного теплообмена и молекулярной диффузии?
124. Что называют диффузионным пограничным слоем?
125. Какие процессы массообмена называют массопроводностью? В каких телах она может возникать?
126. Запишите дифференциальное уравнение массопроводности. С каким известным уравнением прослеживается явная аналогия?
127. Сформулируйте граничные условия для процессов массопроводности.
128. Запишите дифференциальное уравнение массоотдачи.
129. Какие процессы массообмена называют массопередачей?
130. Как различаются числа Нуссельта для процессов теплоотдачи и массоотдачи?
131. Запишите в общем виде критериальное уравнение для массоотдачи.
132. Как используют аналогию в описании процессов теплоотдачи и массоотдачи при практических расчетах?
133. Что называют скоростью сушки? В чем ее выражают?
134. Назовите формы связи влаги с материалом.
135. Какая связь влаги с каркасом характерна при крупных порах?
136. Что называют абсолютной влажностью материала?
137. Что называют влагосодержанием материала?
138. Что характеризует величина коэффициента влагопроводности материала?
139. Что характеризует величина коэффициента влагоотдачи?
140. Как определить плотность потока влаги при влагоотдаче?
141. Как определить скорость сушки? Какова ее размерность?
142. Изобразите кинетические кривые процесса сушки.



143. Что называют критической скоростью сушки?
144. Что называют приведенной критической влажностью?
145. Как рассчитывают продолжительность процесса сушки?
146. Каковы основные отличительные особенности смесительных теплообменников?
147. Для чего в смесительных теплообменниках жидкость или газ подвергают мелкому дроблению (диспергированию)?
148. Как учитывают перенос теплоты за счет массообменных процессов в смесительных теплообменниках?
149. Перечислите параметры, существенно влияющие на интенсивность теплообмена в смесительных теплообменниках с орошаемой насадкой.
150. Расскажите о двух подходах, используемых для определения интенсивности теплообмена в смесительных теплообменниках различного типа.

### **3. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ТОПЛИВА. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА В ТОПКАХ**

---

#### **3.1. ТОПЛИВО, ЕГО ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

Топливом называют горючее вещество, которое по технико-экономическим соображениям целесообразно использовать для получения теплоты в энергетических, промышленных и отопительных установках. Основные требования к топливу: оно должно встречаться в природе в достаточно больших количествах, быть доступным для добычи, выделять большое количество теплоты, сохранять свои свойства при длительном хранении, быть транспортабельным и др. В данном разделе будем рассматривать только органические виды топлива, применяемые в промышленности и энергетике.

Топливо классифицируют по различным признакам: по методу получения — естественное (дрова, торф, каменный уголь, нефть) и искусственное (кокс, бензин, генераторный газ); по агрегатному состоянию — твердые, жидкие и газообразные (каменные угли, торф, горючие сланцы; керосин, дизельное топливо, мазут; природный горючий газ, коксовый газ и др.).

Ископаемые твердые топлива (за исключением сланцев) являются продуктами разложения органической массы растений. Самое молодое из них — торф — представляет собой плотную массу, образовавшуюся из перегнивших остатков болотных растений. Следующими по «возрасту» являются бурые угли — землистая или черная однородная масса, которая при длительном хранении на воздухе частично окисляется («выветривается») и рассыпается в порошок. Затем идут каменные угли, обладающие, как правило, повышенной прочностью и меньшей пористостью. Органическая масса наиболее старых из них — антрацитов — претерпела наибольшие изменения и на 93 % состоит из углерода. Антрацит отличается высокой твердостью.

Наша страна располагает внушительными запасами топлива: угля — 57 % мировых запасов, нефти — 30 %, газа — 27 %. Добыча всех видов топлива непрерывно растет. Характерно, что топливный баланс страны постоянно изменяется в сторону увеличения добычи нефти и особенно газа, так как добыча, транспортировка и сжигание их намного экономичней [36].

Компонентами любого топлива являются горючие элементы и негорючие примеси, или балласт. К горючим элементам топлива относят углерод С, водород Н и горючую серу S, образующие вместе с внутренним балластом (кислородом О и азотом N) сложные химические соединения. Внешний балласт составляют зола А и влага W. Газообразное топливо представляет собой механическую смесь горючих газов (СО, Н<sub>2</sub>, метана СН<sub>4</sub> и других углеводородов С<sub>m</sub>Н<sub>n</sub>), негорючих газов (СО<sub>2</sub>, О<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>) и водяного пара Н<sub>2</sub>О.

Углерод С — основной горючий элемент топлива, содержится в нем в виде органических соединений типа СН. При сгорании 1 кг углерода выделяется 33,9 МДж теплоты. Правда, и это надо хорошо запомнить, при неправильной организации процесса горения (обычно при недостатке воздуха) продуктом сгорания является очень токсичный оксид углерода СО и выделяется всего только 9,2 МДж теплоты. Углерод содержится в топливе в количестве от 40 (солома) до 95 % (антрацит). С увеличением геологического возраста топлива содержание С увеличивается.

Водород при сгорании выделяет вчетверо больше теплоты, чем углерод. Содержится он в виде углеводородных соединений С<sub>m</sub>Н<sub>n</sub> и во внутренней влаге топлива. В жидких топливах водорода содержится до 10...12 % (мазут), в углях очень мало — 1,5...2 %.

Сера S входит в состав органических соединений S<sub>ор</sub>, колчеданных соединений S<sub>к</sub>, а также в виде сернистых солей — сульфатов S<sub>с</sub> (например, гипса CaSO<sub>4</sub>). Эта сера не способна гореть и является балластом. При сгорании сера дает вредный газ SO, другие сернистые газы. С, Н, S<sub>ор</sub> и S<sub>к</sub> являются горючими элементами топлива.

Кислород О находится в химических соединениях с горючими элементами. Связывая часть водорода, он тем самым обесценивает топливо. Кислород участвует в горении, в топливах обычно содержится 1...30 % кислорода.

Азот — инертный газ, содержание в топливе составляет 1...6 %. Азот является весьма вредным компонентом, поскольку при сгорании азотсодержащих соединений в высокотемпературных топках образуются очень токсичные оксиды NO и NO<sub>2</sub>.

Зола  $A$  — негорючий остаток, полученный после полного сгорания топлива. Это смесь различных минеральных веществ, находящихся в топливе: глины, кремнезема, окислов железа, извести и т.д. Каменный уголь содержит 4...25 % золы, дрова — 0,6 %. Зольность жидких топлив зависит от количества растворенных в них солей и наличия механических примесей. Газы сгорают без остатка.

Влага  $W$  является вредной примесью топлива, так как уменьшает долю горючих веществ в 1 кг топлива. Часть теплоты, выделяемой при сгорании топлива, тратится на испарение влаги. Влага топлива состоит из внешней и внутренней, и если первая зависит от условий добычи, транспортирования и хранения топлива, то внутренняя влага зависит только от свойств самого топлива. Она заполняет микроскопические поры топлива и не может быть удалена простым высушиванием. Чтобы удалить внутреннюю влагу топлива, его нагревают до температуры  $t = 103...110$  °С и выдерживают примерно 4 ч. Влага в топливах содержится обычно 5...60 %.

Важными составляющими топлива являются летучие вещества и кокс. Летучие вещества — это газообразные продукты, которые выделяются при нагревании топлива без доступа воздуха. Твердый остаток называют коксом. Выход летучих оказывает большое влияние на процесс горения топлива: при большом выходе топливо легко воспламеняется, горит ярким пламенем. Кокс может быть спекшимся, сплавленным и порошкообразным. Спекаемость топлива и кокса определяет возможность и способы его сжигания.

Топливо в том виде, в каком оно поступает к потребителю, называют рабочим, его массу — рабочей массой. Поскольку химический состав топлива сложен и обычно неизвестен, топливо характеризуют массовым содержанием образующих его элементов, выраженным в процентах. Элементарный состав, отнесенный к рабочей массе, отмечают верхним индексом «р»:

$$C^p + H^p + S_{op+k}^p + O^p + N^p + W^p + A^p = 100 \text{ \%}.$$

Если удалить полностью влагу из топлива, получим сухую массу. Состав при этом пересчитывают на сухую массу:

$$C^c + H^c + S_{op+k}^c + O^c + N^c + A^c = 100 \text{ \%}.$$

Если же мысленно удалить теперь еще и золу, то получим горючую массу:

$$C^r + H^r + S_{op+k}^r + O^r + N^r = 100 \text{ \%}.$$

Пересчет элементарного состава можно осуществить путем составления соответствующих пропорций. В табл. 3.1 приведены переходные коэффициенты, упрощающие эту задачу.

Теплотехнические расчеты обычно ведут по рабочей массе и отнесенному к ней составу.

Важнейшей характеристикой топлива является его теплота сгорания, которая показывает, какое количество теплоты выделяется при полном сгорании 1 кг твердого или жидкого топлива или 1 м<sup>3</sup> газа. Теплоту сгорания можно рассчитать, зная химический состав топлива и количество теплоты, выделяемое при сгорании каждого элемента. Различают высшую и низшую теплоты сгорания  $Q_{\text{в}}^{\text{P}}$  и  $Q_{\text{н}}^{\text{P}}$ ;  $Q_{\text{в}}^{\text{P}}$  — количество теплоты, рассчитанное без учета потерь на испарение влаги топлива и влаги, полученной при сгорании водорода;  $Q_{\text{н}}^{\text{P}}$  — теплота сгорания, определенная с учетом расхода теплоты на испарение влаги.

Таблица 3.1. Коэффициенты для пересчета элементарного состава топлива [37]

Заданная масса	Искомая масса		
	Горючая	Сухая	Рабочая
Горючая	1	$\frac{100 - A^{\text{c}}}{100}$	$\frac{100 - A^{\text{P}} - W^{\text{P}}}{100}$
Сухая	$\frac{100}{100 - A^{\text{c}}}$	1	$\frac{100 - W^{\text{P}}}{100}$
Рабочая	$\frac{100}{100 - A^{\text{P}} - W^{\text{P}}}$	$\frac{100}{100 - W^{\text{P}}}$	1

Теплоту сгорания твердого и жидкого топлива, кДж/кг, определяют приближенно по формуле Д. И. Менделеева:

$$Q_{\text{н}}^{\text{P}} = 338 C^{\text{P}} + 1025 H^{\text{P}} - 108(O^{\text{P}} - S_{\text{ор+к}}^{\text{P}}) - 25W^{\text{P}}.$$

Экспериментальное определение количества теплоты сгорания проводят на калориметрической установке (рис. 3.1), включающей водяной калориметр 10 с мешалкой 8, приводимой электродвигателем 6. Сам калориметр размещен внутри термостатирующего сосуда 9, заполняемого водой, необходимая температура которой поддерживается термостатом и измеряется термометром 7. Сосуд закрыт крышкой 5. Внутри калориметра установлены калориметрическая бомба 1 и очень точный термометр 3 (обычно это астатический термометр Бэкмана). Считывание температуры проводят

с использованием увеличительной лупы 4. Калориметрическая бомба представляет собой герметичный толстостенный сосуд, в который помещают пробу топлива с заправленной внутрь проволочкой, соединенной с электрическим источником. Бомба заполнена кислородом при давлении 3,0 МПа. При включении электрического тока проволочка раскаляется, поджигая топливо. По количеству воды 2 в калориметре и повышению ее температуры определяют выделившуюся теплоту  $Q_6$ . Отняв тепловой эффект сопутствующих реакций окисления  $SO_2$  в  $SO_3$  и образования  $H_2SO_4$  и разделив на рабочую массу пробы, получают  $Q_B^p$ :

$$Q_B^p = Q_6 - Q_s - Q_{NO_3}.$$

Если  $Q_B^p$  определена (например, опытным путем), то легко найти и низшую теплоту сгорания, кДж/кг:

$$Q_H^p = Q_B^p - 25 W^p - 226 H^p.$$

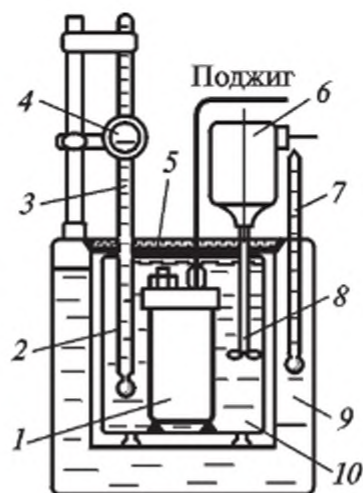
Теплоту сгорания газообразного топлива относят обычно к  $1 \text{ м}^3$ .

Для сопоставления расходов разных видов топлива пользуются понятием условного топлива, т. е. такого, которое при сгорании выделяет 7000 ккал/кг, или 29,3 МДж/кг теплоты. Пересчет любого топлива в условное производят умножением  $Q_H^p$  на коэффициент  $K = 1/7000$  или  $K = 1/29,3$ .

В табл. 3.2 приведены состав и теплота сгорания некоторых горючих газов (по данным из [38]).

Таблица 3.2. Состав и теплота сгорания горючих газов

Вид газа	Состав сухого газа, % по объему								$Q_H^p$ МДж/м <sup>3</sup>
	CH <sub>4</sub>	H <sub>2</sub>	CO	C <sub>n</sub> H <sub>m</sub>	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> S	N <sub>2</sub>	
Природный	94,9	—	—	3,8	—	0,4	—	0,9	36,7
Коксовый (очищенный)	22,5	57,5	6,8	1,9	0,8	2,3	0,4	7,8	16,6
Доменный	0,3	2,7	28	—	—	10,2	0,3	58,5	4
Сжиженный (ориентировочно)	4	—	—	—	—	—	—	—	88,5



Р и с. 3.1. Калориметрическая установка



продукта реакции и выделению новых радикалов, число которых растет лавинообразно. Из рисунка видно, например, что единственный радикал водорода при столкновении с молекулой кислорода уже после двух промежуточных превращений дает два радикала, затем их становится четыре и т. д., так что реакция вовсе не протекает по уравнению  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O}$ , как это принято записывать, опираясь на массовые соотношения. Такие уравнения, отражающие лишь исходные продукты и результат реакции, но не отражающие механизм и кинетику горения, называют стехиометрическими соотношениями. Цепные реакции происходят с огромными скоростями.

Скорость химической реакции  $w_x$  зависит от концентрации реагирующих веществ, температуры и давления реагентов:

$$w_x = kC_A^a C_B^b,$$

где  $C_A$  и  $C_B$  — концентрации;  $k$  — константа скорости реакции;  $a$  и  $b$  — опытные константы, характеризующие влияние каждой из концентраций. Константа скорости реакции при росте температуры увеличивается по закону Аррениуса:

$$k = k_0 e^{-\mathcal{E}/(RT)},$$

где  $\mathcal{E}$  — энергия активации (85...170 МДж/кг для газовых смесей).

Температуру смеси, при которой цепные реакции происходят с разветвлением, называют температурой воспламенения смеси. Для газов это 500...750 °С.

Время сгорания топлива складывается как бы из двух частей:  $\tau = \tau_{\text{физ}} + \tau_{\text{хим}}$ . За  $\tau_{\text{физ}}$  достигается контакт топлива с окислителем,  $\tau_{\text{хим}}$  — время протекания непосредственно химической реакции. Если  $\tau_{\text{физ}} \ll \tau_{\text{хим}}$ , то горение называют *кинетическим*. Кинетическое горение характерно для газовой смеси, где кислорода больше, чем теоретически необходимо для сгорания. Если же  $\tau_{\text{физ}} \gg \tau_{\text{хим}}$ , то горение называют *диффузионным*. Такое горение имеет место, когда топливо и окислитель подаются отдельно, а перемешивание их осуществляется за счет взаимной диффузии.

Ту зону, где происходит непосредственное горение, называют *пламенем*. Если смесь газа тщательно подготовлена (перемешана), то пламя имеет малую толщину — 0,003...0,6 мм, и говорят о *фронте пламени*. Фронт пламени перемещается со скоростью 6...30 м/с. При повышении давления скорость фронта пламени резко возрастает и сгорание переходит в детонацию — это практически взрыв-



ное горение, когда скорость пламени достигает нескольких километров в секунду.

Скорость пламени зависит от процентного содержания горючего газа в смеси. Бедные (мало горючего) и очень богатые смеси не зажигаются обычным способом и не горят (табл. 3.3). Скорость пламени заметно повышается с увеличением температуры смеси. Присутствие балласта  $N_2$  и  $CO_2$  снижает скорость пламени почти пропорционально их процентному содержанию.

Различают ламинарное (спокойное, струйчатое) сгорание смеси и турбулентное горение, которое на практике встречается намного чаще (в большинстве технических устройств). Если скорость смеси  $w_{см}$  больше, чем скорость пламени  $w_{пл}$ , то возможен отрыв пламени от горелки, при  $w_{см} < w_{пл}$  — проскок пламени внутрь горелки. И то и другое — явления нежелательные и опасные.

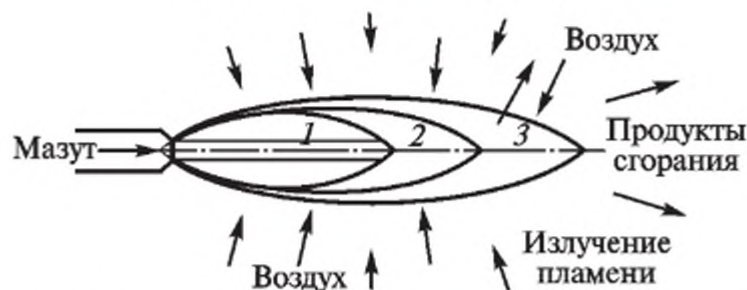
Гетерогенное горение сопровождается рядом особенностей.

Таблица 3.3. Примерные значения концентраций и температур самовоспламенения газовоздушных смесей при  $p = 0,1$  МПа (по данным из [38])

Газ	Химическая формула	Пределы концентраций, %		Температура воспламенения, °С
		нижний	верхний	
Водород	$H_2$	4,0...9,5	65...75	580...590
Оксид углерода	$CO$	12...15,6	71...75	644...658
Метан	$CH_4$	4,9...6,3	12...15,4	650...750
Этан	$C_2H_6$	3,1	12,5	н/д
Пропан	$C_3H_8$	2,4	9,5	»
Бутан	$C_4H_{10}$	1,9	8,4	»
Этилен	$C_2H_4$	3,0	28,6	542...547
Ацетилен	$C_2H_2$	2,5	80,0	406...440
Природный газ	—	5,1...5,8	12,1...13,9	н/д

Процесс сжигания жидкого топлива состоит из распыливания его с помощью форсунок, испарения и термического разложения топлива, смешения полученных газообразных продуктов с воздухом, зажигания и собственно горения. Распыливание позволяет во много тысяч раз увеличить поверхность соприкосновения жидкости с газом. Образующийся при горении факел включает в себя все три фазы: жидкую, твердую (дисперсный углерод от разложения жидких углеводородов, зола) и газообразную (продукты разложения). Скорость горения зависит от условий сжигания: смесеобразования, степени аэрации, степени турбулизации факела, температуры камеры сгорания. Светится факел за счет раскаленного дисперсного углерода, который (при недожоге) может выпадать в виде

### Излучение топочного пространства



Р и с. 3.3. Схема образования зон внутри факела при сжигании жидкого топлива:  
1 — зона испарения; 2 — зона разложения; 3 — зона турбулентного горения

сажи. На рис. 3.3 приведено схематично распределение отдельных зон внутри факела при сжигании мазута в топке.

Сжигание твердого топлива имеет также свои особенности. Обычно сжигание проводят в слое. Кокс сгорает на колосниковой решетке, а летучие — в топочном пространстве. Основные стадии процесса приведены на рис. 3.4. На рис. 3.5 приведена схематичная картина сжигания твердого топлива в потоке окислителя. Скорость гетерогенной реакции зависит от температуры, давления и концентрации реагирующих веществ, определяемой скоростью диффузии окислителя к углероду. В пограничном ламинарном слое окислитель передается к горючим элементам только диффузией. Толщина пограничного слоя  $\delta$  зависит от скорости потока и с увеличением ее уменьшается. Скорость реакции определяется тем, какой процесс — диффузия или собственно реакция горения — является лимитирующим.

Горение технического твердого топлива зависит также от способа шлакоудаления, так как по мере выгорания углерода на поверхности частиц топлива образуется золовая корка, затрудняющая



Р и с. 3.4. Этапы сгорания твердого топлива



Р и с. 3.5. Схема выгорания твердого топлива в потоке воздуха

доступ окислителя. Под действием высокой температуры зола может размягчиться и даже расплавиться. Топливо как бы сваривается (зашлаковывается). Зашлаковывание затрудняет доступ окислителя даже к выделяющимся горючим летучим. О склонности топлива к зашлаковыванию слоя судят по характеристикам его золы: температуре начала деформации, температуре размягчения, температуре плавления.

При сжигании топлива на колосниковых решетках выделяют зону окисления и зону восстановления, где практически весь кислород воздуха оказывается израсходованным и под влиянием высокой температуры  $\text{CO}_2$  восстанавливается до  $\text{CO}$ :  $\text{CO}_2 + \text{C} \rightarrow 2\text{CO}$ . В зоне высокой температуры протекают и другие реакции газификации, в результате которых над слоем топлива будет иметься смесь горючих газов. Чтобы дать возможность им сгореть, в топочное пространство необходимо подавать дополнительно воздух. Это делают или применяя тонкий слой и «острое» дутье (дутье рядом струй с большой скоростью), или, при толстом слое, организуют вторичное дутье прямо в топочное пространство.

Если размеры частиц уменьшить, а скорость воздуха увеличить, то сила аэродинамического давления может оказаться больше веса частиц и слой топлива станет или «кипящим» или превратится во взвешенный слой (гетерогенный факел). Основные стадии сгорания при этом сохраняются, но благодаря большой поверхности, турбулизации, интенсивному золоудалению скорость и интенсивность горения во много раз увеличиваются. По поверхности факела развиваются в основном окислительные процессы. В ядре факела пылеугольных топок развиваются очень высокие температуры (до  $1700^\circ\text{C}$ ), и поэтому здесь газификационные процессы играют еще бóльшую роль:  $\text{CO}_2 + \text{C} \rightarrow 2\text{CO}$  и  $\text{C} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO} + \text{H}_2$ .

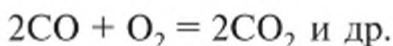
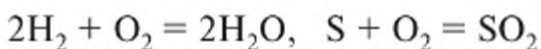
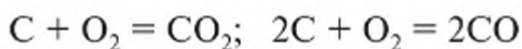
Таким образом, при сжигании твердых топлив имеется как кинетическое (так горит смесь летучих с воздухом), так и диффузионное горение (в основном так выгорает кокс).

Знакомясь со свойствами и особенностями сжигания топлива, следует обратить внимание еще на одну проблему. Тепловые машины и теплогенерирующее оборудование, а также связанные с ними добыча, транспортировка и переработка топлива стали в настоящее время одним из основных источников загрязнения окружающей среды вредными выбросами, содержащимися в продуктах сгорания, и отбросной теплотой. Теплотехническая наука разработала и предлагает различные рекомендации, приемы и технические устройства, направленные на уменьшение этих вредных воздействий, однако подробное знакомство с ними выходит за рамки данной

учебной дисциплины. Государственным стандартом образования изучение экологических проблем, связанных в том числе и с теплоэнергетикой, предусмотрено на старших курсах в отдельной специальной дисциплине, а также в дисциплине «Нетрадиционные возобновляемые источники энергии».

### 3.3. ТЕХНИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ГОРЕНИЯ

Основой технических расчетов горения являются материальные балансы итоговых реакций горения всех горючих компонентов топлива, ибо каким бы сложным ни был состав топлива, углерод в конечном счете сгорает до  $\text{CO}_2$ , водород — до  $\text{H}_2\text{O}$ , сера — до  $\text{SO}_2$ . Окислителем обычно служит воздух. Количество его должно быть, естественно, достаточным для полного сгорания всех горючих элементов. Эти реакции запишем в виде следующих стехиометрических уравнений:



Для первой реакции, где на 1 моль углерода нужно затратить 2 моля кислорода, чтобы получился 1 моль углекислого газа, материальный баланс запишем так:

$$12 \text{ кг C} + 32 \text{ кг O}_2 = 44 \text{ кг CO}_2 \text{ (выделяется 404 МДж теплоты).}$$

Такие балансы позволяют определять (составлением пропорций) как необходимое для сгорания количество кислорода, так и количество продуктов реакции. Учитывая, что атмосферный воздух содержит 23 % по массе кислорода, можно определить теоретически необходимое для полного сгорания количество воздуха на каждый из горючих элементов и, зная элементарный состав топлива, — для сгорания одного килограмма топлива.

Именно таким путем получена следующая формула для расчета теоретически необходимого количества воздуха для полного сгорания 1 кг топлива,  $\text{кг}_{\text{возд}}/\text{кг}_{\text{топл}}$ :

$$L_0 = 0,115(\text{C}^p + 0,375 \text{ S}_{\text{ор+к}}^p) + 0,342\text{H}^p - 0,0431\text{O}^p.$$

Если разделить это выражение на плотность воздуха при нормальных физических условиях ( $\rho_0 = 1,293 \text{ кг/м}^3$ ), получим объемное теоретически необходимое количество воздуха,  $\text{нм}^3_{\text{возд}}/\text{кг}_{\text{топл}}$ :

$$V_0 = 0,0899(C^p + 0,375S_{\text{ор+к}}^p) + 0,265H^p - 0,0333O^p.$$

Эти формулы применимы для твердого и жидкого топлива. Для газообразного топлива теоретически необходимый объем воздуха относят к  $1 \text{ нм}^3$  газа.

На практике невозможно обеспечить идеальное перемешивание топлива и воздуха, поэтому, чтобы обеспечить полное сгорание, всегда подается воздуха несколько больше, чем это теоретически необходимо. Отношение действительного объемного количества воздуха  $V_d$ , подаваемого для сгорания, к теоретически необходимому  $V_0$  называют коэффициентом избытка воздуха  $\alpha = V_d/V_0$ .

При нормальной организации топочного процесса  $\alpha > 1$ , причем чем совершеннее топка и лучше горелочные устройства, тем меньше приходится подавать «лишнего» воздуха  $\Delta V = (\alpha - 1)V_0$ . В лучших топочных устройствах  $\alpha = 1,05 \dots 1,1$ , в плохих — до  $1,3 \dots 1,5$ . Однако бывает и  $\alpha < 1$  (при газификации) и даже  $\alpha = 0$  (при сухой перегонке топлив). Увеличение  $\alpha$  приводит к понижению температуры горения, увеличению потерь и снижению КПД тепловых устройств.

При проектировании теплогенерирующих агрегатов нужно знать количество образующихся при сгорании топлива газов, чтобы правильно рассчитать газоходы, дымовую трубу, выбрать устройство (дымосос) для удаления этих газов и т.д. Как правило, количества продуктов сгорания (как и подаваемого воздуха) относят к единице массы топлива (на  $1 \text{ кг}$  для твердого и жидкого и на  $1 \text{ м}^3$  в нормальных условиях для газа). Продукты сгорания представляют собой смесь газообразных продуктов:  $\text{CO}_2$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{N}_2$ , избыточный кислород  $\text{O}_2$ . При организации топочных процессов стремятся обеспечить полное сгорание топлива, т.е. окислить углерод до  $\text{CO}_2$ , а водород — до  $\text{H}_2\text{O}$ . Обычно количество продуктов неполного горения ( $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$ ), а также оксида азота  $\text{NO}$  столь мало, что их наличие не оказывает существенного влияния на суммарный объем газов. Принято объем продуктов сгорания в  $\text{нм}^3/\text{кг}_{\text{топл}}$  делить на две части — сухие газы и водяные пары:  $V_{\text{пс}} = V_{\text{сг}} + V_{\text{H}_2\text{O}}$ , где  $V_{\text{сг}} = V_{\text{CO}_2} + V_{\text{SO}_2} + V_{\text{N}_2} + V_{\text{O}_2}$ .

В процентах это выглядит так:  $\text{CO}_2 + \text{SO}_2 + \text{N}_2 + \text{O}_2 = 100 \%$ .

Объем сухих газов находят как сумму теоретического объема сухих газов и объема избыточного воздуха:  $V_{\text{сг}} = V_{0\text{сг}} + (\alpha - 1)V_0$ .

При  $\alpha > 1$  объем газов рассчитывают по формуле, полученной составлением соответствующих пропорций для реакций горения:

$$V_{\text{сг}} = 0,0186(C^{\text{P}} + 0,375S_{\text{оп+к}}^{\text{P}}) + 0,79\alpha V_0 + 0,21(\alpha - 1)V_0, \quad (3.1)$$

где  $0,21(\alpha - 1)V_0$  — избыточный кислород воздуха, «транзитом» проходящий в продукты сгорания;  $0,79\alpha V_0$  — азот воздуха, также проходящий «транзитом» через топку (азотом топлива пренебрегаем). Если в формулу (3.1) подставить  $\alpha = 1$ , будем иметь теоретическое объемное количество сухих газов, получающихся при сжигании 1 кг топлива:

$$V_{0\text{сг}} = 0,0186(C^{\text{P}} + 0,375S_{\text{оп+к}}^{\text{P}}) + 0,79V_0.$$

Объемное количество водяных паров с учетом влаги топлива,  $\text{нм}^3/\text{кг}$ , находят по формуле

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = 0,112\text{H}^{\text{P}} + 0,0124\text{W}^{\text{P}}.$$

При проектировании и эксплуатации теплотехнических агрегатов нужно знать состав газов, чтобы рассчитать их теплоемкость, определяющую количество теплоты, отдаваемой ими при охлаждении. В частности, наличие заметных количеств продуктов неполного горения ( $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ) говорит о плохой организации топочного процесса, а высокая концентрация кислорода указывает на чрезмерно большой избыток воздуха.

Анализ продуктов сгорания производят с помощью специальных приборов — газоанализаторов. Обычно при газовом анализе водяные пары конденсируются, а затем последовательно поглощаются отдельные составляющие:  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$ . Результаты анализа получают по сухим продуктам сгорания. По результатам анализа можно определить  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{21}{21 - 79 \frac{\text{O}_2}{100 - (\text{SO}_2 + \text{CO}_2 + \text{O}_2)}},$$

где  $\text{O}_2$ ,  $\text{SO}_2$  и др. — процентное содержание этих газов в продуктах сгорания.

Энтальпию продуктов сгорания рассчитывают для твердых и жидких топлив на 1 кг топлива, для газов — на  $1 \text{ нм}^3$  по формуле

$$H_{\text{п}} = H_{0\text{г}} + (\alpha - 1)H_{0\text{в}}. \quad (3.2)$$

Здесь  $H_{0г}$  — энтальпия теоретического объема продуктов сгорания,  $H_{0г} = \sum_1 c_i t_i m_i$ ;  $H_{0в}$  — энтальпия теоретически необходимого

объема воздуха,  $H_{0в} = c_v t_v m_v$ . Значения теплоемкостей  $c_i$ ,  $c_v$  приведены в справочниках, температуры  $t_i$  всех газов одинаковы.

Поскольку теплоемкость газов зависит от температуры, а также учитывая, что  $H_{п} = f(\alpha)$ , для расчетов удобно использовать графическую интерпретацию формулы (3.2) в виде диаграммы  $H-t$ . Для этого по формуле (3.2) рассчитывают значения  $H_{п}$  при разных  $\alpha$  и  $t$  и откладывают соответствующие точки на диаграмме. Наличие диаграммы упрощает многие расчеты, позволяя легко определить температуру по энтальпии газа, и наоборот.

Очень просто, например, определяется теоретическая температура горения — такая температура, до которой нагрелись бы продукты сгорания, если бы вся теплота расходовалась только на их нагрев. В этом случае энтальпия газов будет определяться следующей суммой теплот:

$$H_{п} = Q_{н}^p + Q_{в} + Q_{тф}, \quad (3.3)$$

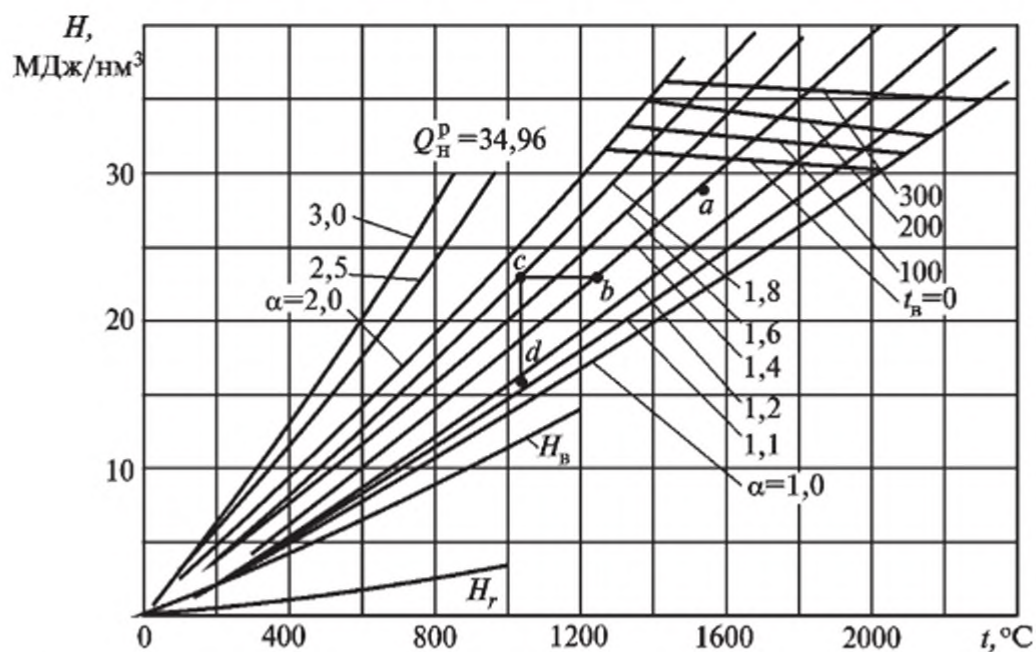
где  $Q_{в}$  — теплота воздуха;  $Q_{тф}$  — физическая теплота топлива. Если воздух и топливо подают на сгорание при температуре  $t$ , близкой к  $t_0 = 0$  °С, эти слагаемые можно не учитывать. Зная  $H_{п}$  и  $\alpha$ , по диаграмме найдем  $t_{\max п}$ .

Для наиболее распространенных топлив диаграммы  $H-t$  приведены в справочной литературе. На диаграмме обычно указывают дополнительно состав (объемный) продуктов сгорания, расход воздуха для полного сгорания 1 кг топлива, содержание  $H_2O$  в продуктах сгорания.

На рис. 3.6 приведена диаграмма  $H-t$  продуктов сгорания одного из распространенных природных газов. Теплота сгорания этого газа  $Q_{н}^p = 34,96$  МДж/нм<sup>3</sup> и из диаграммы видно, что при  $\alpha = 2$  величина  $t_{\max п} = 1260$  °С, а при  $\alpha = 1,2$  — 1900 °С.

В процессе сгорания топлива теплота может передаваться конвекцией и излучением нагреваемым поверхностям. В результате газы охлаждаются, их энтальпия снижается. Этот процесс на рис. 3.6 изображается линией  $ab$ , при этом  $\alpha = \text{const}$ , а максимальная температура горения уменьшается.

Часто для удаления продуктов сгорания их отсасывают, создавая разрежение. Тогда через неплотности к ним может подсасываться атмосферный воздух, и коэффициент избытка воздуха при этом увеличится. Энтальпия газов при этом практически не изме-



Р и с. 3.6. Диаграмма продуктов сгорания природного газа Саратовского месторождения

няется, поскольку энтальпия подсасываемого холодного воздуха близка к нулю. Следовательно, подмешивание (присос) холодного воздуха к продуктам сгорания изобразится на диаграмме  $H-t$  горизонтальной линией  $bc$ . Изотермический процесс на диаграмме изобразится отрезком вертикали  $cd$ . Эта линия изображает процесс смешения дымовых газов с воздухом при такой интенсивности подгрева, что температура смеси остается постоянной.

Если дымовые газы смешиваются с подогретым воздухом, энтальпия смеси будет определяться формулой (3.3), т.е. включать в себя и энтальпию воздуха. В верхней части диаграммы нанесены линии, с помощью которых с учетом этого легко найти максимальную температуру горения при подаче воздуха с температурами 0, 100, 200 °C и т.д. На диаграмме  $H-t$  нанесена также кривая  $H_b$ , отражающая зависимость энтальпии воздуха от его температуры, линия  $H_r$  дает такую же зависимость для газа.

### 3.4. ТОПОЧНЫЕ УСТРОЙСТВА

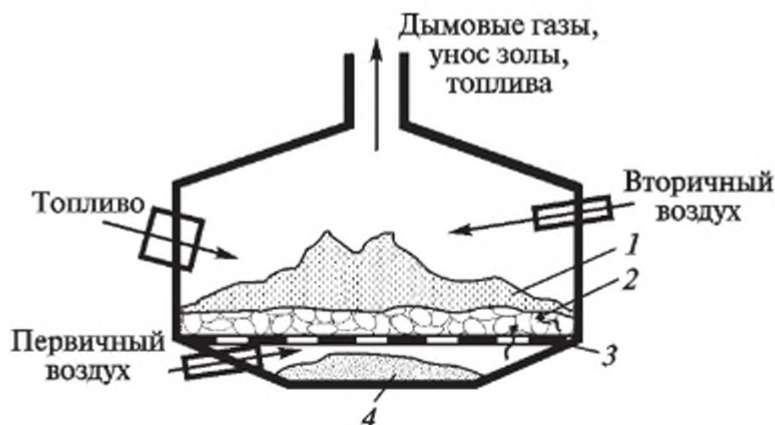
Чтобы разобраться с особенностями теплообмена в топочных устройствах, необходимо хотя бы бегло познакомиться с основными конструкциями топок.



Топки — это устройства, предназначенные для сжигания органического топлива с целью получения продуктов сгорания с высокой температурой. В теплогенерирующем оборудовании применяются три вида топок: слоевые, камерные и вихревые.

В слоевых топках сжигают твердые виды топлива. Оно сжигается на неподвижной колосниковой решетке. Конструктивно слоевые топки могут быть весьма разнообразными, однако принципиальные их особенности хорошо иллюстрирует приведенная на рис. 3.7 схема.

Снизу через колосниковую решетку подается воздух, необходимый для горения. Слой топлива делается не слишком высоким, поскольку в противном случае в верхней зоне слоя будет большой дефицит кислорода, и часть топлива не сможет сгореть полностью. Зола, получающаяся при сгорании топлива, удаляется через отверстия в колосниковой решетке, и чтобы улучшить это удаление, периодически производят шуровку слоя. Новые порции топлива, попадающие в верхнюю зону слоя, прогреваясь, выделяют летучие горючие. В результате над слоем возникает пламя. Как правило, температура в средней зоне слоя достигает настолько высокого значения, что происходит диссоциация  $\text{CO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  на  $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2$  и  $\text{O}_2$ . Чтобы эффективно дожечь образовавшиеся горючие составляющие ( $\text{CO}$  и  $\text{H}_2$ ), в топку вдувают с большой скоростью вторичный воздух. Струи этого воздуха турбулизируют пламя, способствуя лучшему перемешиванию горючего с окислителем. Для сжигания топлива в слое его дробят на куски размерами 25...50 мм. Более мелкие куски сгорают интенсивнее, но тогда часть топлива проваливается с золой в сборный бункер, а самые мелкие фракции уносятся с потоком дымовых газов. Самые крупные куски часто тоже не выгорают полностью, зашлаковываясь по поверхности, что опять же увеличивает физический недожог топлива.

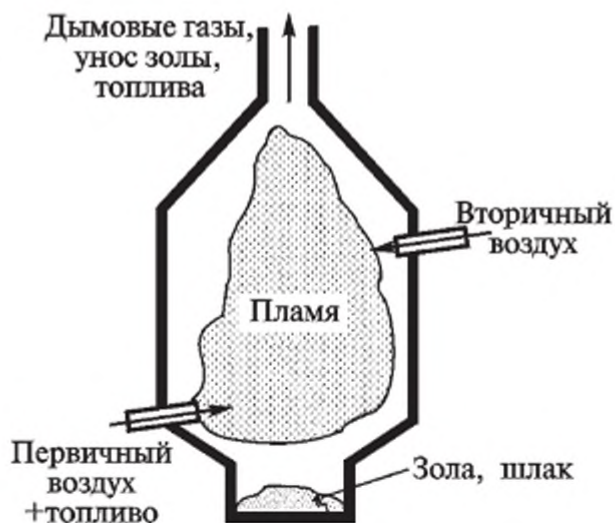


Р и с. 3.7. Схема слоевой топки:

1 — пламя; 2 — зона восстановления; 3 — зона окисления; 4 — зола, шлак

В камерных топках сжигают газообразные, жидкие или твердые (но размолотые до пылевидного состояния) топлива. Горение происходит внутри специальной камеры, куда топливо обычно вдувается струей воздуха или пара. Для поддержания горения также непрерывно в камеру подается подогретый в воздухоподогревателе воздух. Топливо сгорает в образующемся факеле. Благодаря хорошему перемешиванию топлива с воздухом, процесс сгорания происходит весьма интенсивно, топливо выгорает полнее. Благодаря этому камерные топки эффективно работают с меньшим, чем у слоевых топок, коэффициентом избытка воздуха ( $\alpha_{\text{кам}} \approx 1,25$ ,  $\alpha_{\text{сл}} \approx 1,35$ ), обеспечивая более высокий КПД. Здесь большая часть теплоты, излучаемой пламенем, воспринимается обычно кипяtilьными трубами котла, а раскаленные дымовые газы отдают свою теплоту на хвостовых конвективных поверхностях теплообмена (пароперегреватели, экономайзеры, воздухоподогреватели).

Схема камерной топки приведена на рис. 3.8. Здесь воздух также вводится несколькими потоками, что обеспечивает лучшее дожигание горючих составляющих дымовых газов. В пылеугольных камерных топках более крупные частицы золы, тормозясь о стенки камеры, оседают вниз и сыплются в бункер, а более мелкие уносятся вместе с дымовыми газами в газоходы, вызывая золовой износ труб пароперегревателей. Чтобы уменьшить этот износ, за топкой устраивают специальный золоуловитель. При очень большой теплонапряженности объема топки применяют жидкое шлакоудаление, при котором под действием высокой температуры частицы золы плавятся, объединяются в крупные капли и расплав стекает в расположенную

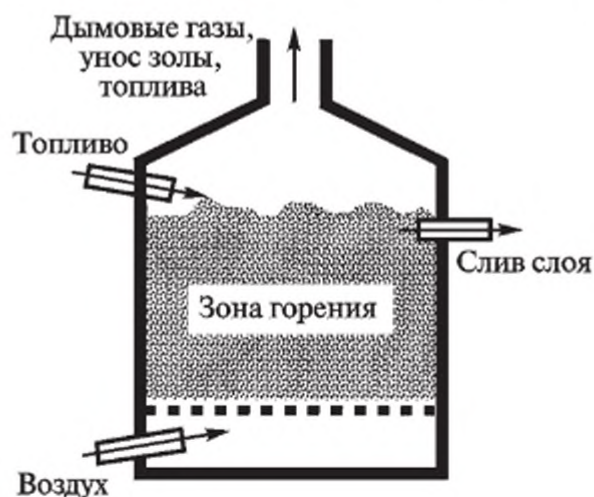


Р и с. 3.8. Схема камерной топки

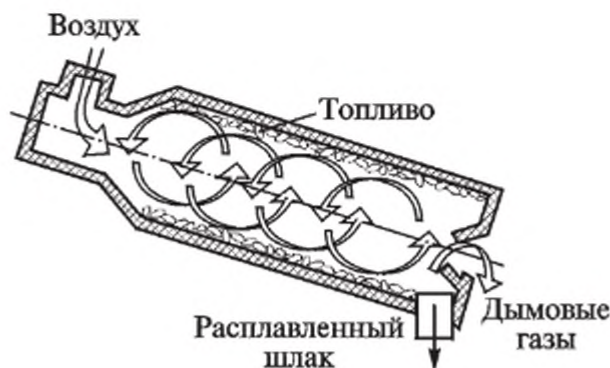
внизу специальную емкость. В камерных топках можно сжигать любые типы топлива, что является их большим преимуществом.

Неким промежуточным вариантом между слоевой и камерной топками являются топки с кипящим слоем, получающие все большее распространение для котлов с невысокой тепловой производительностью или для сжигания вредных отходов промышленного производства. В таких топках скорость воздуха, продуваемого через нижнюю решетку, увеличивают настолько, что дробленые до 5...10 мм частицы твердого топлива как бы всплывают под действием аэродинамического давления потока. В камере возникает взвешенный слой, где частицы движутся в потоке воздуха хаотично. Это обеспечивает хороший доступ воздуха для горения топлива. Важнейшими параметрами слоя являются его порозность и время пребывания частицы в слое. Подбирая должным образом расходы воздуха и топлива, можно организовать псевдооживленный слой с нужными характеристиками. Благодаря активному перемешиванию и повышенному коэффициенту избытка воздуха, в этих топках удается создать более равномерную по объему температуру (850...950 °С), в результате уменьшается количество вредных выбросов. Естественно, что такие топки по сравнению со слоевыми имеют увеличенный объем топочной камеры. Схема такой топки приведена на рис. 3.9.

В вихревых топках сгорание происходит также в камере во взвешенном состоянии, но поток газозвеси подается тангенциально к оси камеры и сильно закручивается по спирали. Среди вихревых топок особенно выделяются циклонные (рис. 3.10), в которых сжигают достаточно крупные куски топлива (3...5 мм). Здесь воздух подается с очень большой скоростью, образуя в камере мощный вихрь, отбрасывающий твердые частицы топлива на поверхность



Р и с. 3.9. Схема топки с кипящим слоем



Р и с. 3.10. Схема циклонной топки

камеры, где они и сгорают. Выделяемая теплота расплавляет образованный шлак, и он стекает из топки в жидком виде. В циклонной топке обеспечено качественное сгорание даже при очень небольших избытках воздуха ( $\alpha_{\text{цикл}} \approx 1,05$ ). Циклонные топки практически не применяют в теплоэнергетике, но их широко используют в различных технологических установках, особенно для сжигания сернистых горючих соединений с целью получения  $\text{SO}_2$ , и далее — серной кислоты.

Основные технические характеристики топок:

1) КПД топки  $\eta_{\text{топ}} = 100 - q_{\text{дым}} - q_{\text{хим}} - q_{\text{физ}} - q_{\text{пот}}$ , где  $q$  — слагаемые теплового баланса, учитывающие потери теплоты с уходящими газами, химический и физический недожог, а также потери теплоты в окружающую среду. У слоевых топок  $q_{\text{хим}} \approx 1\%$ ,  $q_{\text{физ}} \approx 6\%$ , у камерных  $q_{\text{хим}} \approx 0,5\%$ ,  $q_{\text{физ}} \approx 2\%$ ;

2) тепловая производительность, кВт,  $Q = \eta_{\text{топ}} B_p Q_n^p$ , где  $B_p$  — расчетный расход топлива, кг/с;  $Q_n^p$  — низшая теплота сгорания топлива, кДж/кг. Обычно тепловая производительность задается для всего теплогенерирующего агрегата, тогда  $Q = \eta_{\text{ка}} B_p Q_n^p$ ;

3) удельная тепловая нагрузка топочного пространства  $q_v = \frac{B_p Q_n^p}{V_T}$

(для слоевых топок  $q_v \approx 0,35$ , для камерных  $q_v \approx 0,23$ , для циклонных  $q_v \approx 6,5$  МВт/м<sup>3</sup>);

4) тепловая нагрузка зеркала горения (для слоевых топок) или единицы площади поперечного сечения камерной топки  $q_F = \frac{B_p Q_n^p}{F_{з.г}}$ .

Величина  $q_F \approx 0,7$  МВт/м<sup>2</sup>.

Знание среднестатистических значений этих характеристик позволяет легко определять величину объема топки  $V_T = B_p Q_n^p / q_v$  и площади ее поперечного сечения  $F_{з.г} = B_p Q_n^p / q_F$ .

### 3.5. ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА В ТОПКАХ

Важнейшей особенностью теплообмена в топках является то, что здесь большая часть теплоты передается нагреваемым поверхностям лучистым путем, поэтому поверхности теплообмена, расположенные в топке и на выходе из нее, условно делят на две части: лучевоспринимающие и конвективные. На первые непосредственно падают тепловые лучи от пламени и раскаленных газов. Скорость движения продуктов сгорания в зоне этих поверхностей невелика, и конвективный перенос незначительный. Минувя лучевоспринимающие поверхности (обычно это кипятельные трубы, огораживающие топочное пространство), продукты сгорания направляются в газоходы, в которых установлены различного назначения конвективные теплообменники. Поперечное сечение газоходов невелико, поэтому скорость дымовых газов там значительна, и доля теплоты, передаваемой конвективным поверхностям в результате конвекции, настолько значительна, что тепловым излучением можно пренебрегать.

Количество теплоты  $Q_{\text{л}}$ , переданное лучевоспринимающим поверхностям при сгорании 1 кг топлива (или 1 м<sup>3</sup> газа), определяется разницей между полезным тепловыделением в топке  $Q_{\text{т}}$  и энтальпией  $H''$  продуктов сгорания, покидающих лучевоспринимающие поверхности:

$$Q_{\text{л}} = \varphi_{\text{т}}(Q_{\text{т}} - H''), \quad (3.4)$$

где  $\varphi_{\text{т}}$  — коэффициент сохранения теплоты, учитывающий теплопотери  $q_{\text{пот}}$  в окружающую среду через стенки топки; обычно величину  $\varphi_{\text{т}}$  определяют по формуле

$$\varphi_{\text{т}} = 1 - q_5/100.$$

Полезное тепловыделение  $Q_{\text{т}}$  — это доля теплоты, воспринятой в топке от сгоревшего топлива, включая дополнительные потоки вносимой теплоты и исключая все теплопотери. Расчеты  $Q_{\text{т}}$  ведут на 1 кг топлива:

$$Q_{\text{т}} = Q_{\text{н}}^{\text{р}} \frac{100 - q_3 - q_4 - q_6}{100 - q_4} + Q_{\text{в}} + Q_{\text{рси}},$$

где, как и для котельных агрегатов,  $q_3$  — доля теплоты, теряемая от химической неполноты сгорания (химический недожог), %;  $q_4$  —

физический недожог, %;  $q_5$  — потери теплоты в окружающую среду, %;  $q_6$  — физическая теплота золы, %.

Рассмотрим другие составляющие полезного тепловыделения  $Q_T$ . Обычно воздух, направляемый в топку, предварительно подогревают в воздухоподогревателях. В них в трубках протекают дымовые газы, а между трубок — нагреваемый воздух. Теплота  $Q_B$ , вносимая в топку с предварительно подогретым воздухом, определится так:

$$Q_B = (\alpha - \Delta\alpha_T - \Delta\alpha_{пл})V^0(ct)_{г.в} + (\Delta\alpha_T + \Delta\alpha_{пл})V^0(ct)_{х.в}.$$

Здесь  $\alpha$ ,  $\Delta\alpha_T$  и  $\Delta\alpha_{пл}$  — коэффициенты избытка воздуха и его увеличения за счет подсосов холодного воздуха в топку и подсосов воздуха в системе пылеприготовления;  $V^0$  — теоретически необходимый объемный расход воздуха, м<sup>3</sup>/кг;  $(ct)_{г.в}$  и  $(ct)_{х.в}$  — объемная энтальпия нагретого и холодного воздуха соответственно (обычно приведена в справочниках вместе с энтальпией основных компонентов дымовых газов).

Если на вход воздухоподогревателя подавать недостаточно подогретый воздух (например, прямо из атмосферы), то в зоне подвода воздуха на поверхности трубок из-за охлаждения дымовых газов будет конденсироваться водяной пар, содержащийся в продуктах сгорания, и выделяться влага. Это приведет к интенсивной коррозии металла и износу воздухоподогревателя. Чтобы повысить температуру подаваемого в воздухоподогреватель воздуха, его разбавляют нагретым, направляя какую-то часть воздушного потока с выхода воздухонагревателя на его вход. Это и называют рециркуляцией воздуха. Благодаря такой рециркуляции температура воздуха на входе поднимается до 40...50 °С, что исключает неблагоприятные ситуации. Объем рециркулируемого воздуха  $V_{рец}$  обычно не превышает 10...15 % от  $V^0$ . Тогда количество теплоты, вносимое с этим воздухом в топку, составит

$$Q_{рец} = V_{рец}c'_{рв}t_{рец},$$

где  $c'_{рв}$  — объемная теплоемкость воздуха;  $t_{рец}$  — температура воздуха, направляемого на рециркуляцию.

Важнейшим расчетным параметром является температура продуктов сгорания на выходе из лучевоспринимающих поверхностей  $T''$ . Эту температуру определяют с помощью критериального уравнения, полученного в результате обработки опытных данных:

$$\frac{T''}{T_a} = \frac{1}{M \left( \frac{5,67 \cdot 10^{-11} \cdot \Psi F_l \varepsilon_\tau T_a^3}{\phi B_p Vc'_p} \right)^{0,6} + 1} \quad (3.5)$$

Здесь  $T_a$  — адиабатическая температура горения, К, определяемая с помощью диаграммы  $H-t$  продуктов сгорания;  $M$  — коэффициент, отражающий особенности типа топки. Для слоевых топок  $M = 0,3 \dots 0,45$ , при факельном сжигании в камерных топках  $M = 0,5$ ;  $\psi$  — коэффициент эффективности лучевоспринимающих поверхностей, учитывающий степень их загрязнения и износа. Для гладкотрубных поверхностей при сжигании углей  $\psi = 0,6$ , при сжигании мазута  $\psi = 0,55$ , при сжигании газа  $\psi = 0,65$ ;  $\varepsilon_\tau$  — приведенная степень черноты топки, зависящая от свойств лучевоспринимающей поверхности и температуры  $T_a$ ,  $\varepsilon_\tau = 0,2 \dots 0,9$ ;  $B_p$  — расчетный расход топлива;  $Vc'_p$  — средняя теплоемкость продуктов сгорания в интервале температур  $t_a \dots t''$ . Эту величину легко найти через энтальпии  $H_a^{nc}$  и  $H_{t''}^{nc}$  продуктов сгорания при названных температурах, определяемые по диаграмме  $H-t$ :

$$Vc'_p = \frac{H_a^{nc} - H_{t''}^{nc}}{t_a - t''}$$

Величину лучевоспринимающей поверхности  $F_l$  рассчитывают по количеству теплоты  $Q_l$ , переданному лучистым путем:

$$F_l = \frac{B_p Q_l}{5,67 \cdot 10^{-11} M \Psi \varepsilon_\tau T'' T_a^3} \sqrt[3]{\frac{1}{M^2} \left( \frac{T_a}{T''} \right)^2} \quad (3.6)$$

Здесь все параметры те же, что и в формуле (3.5).

Конвективные поверхности теплообмена рассчитывают, используя основное уравнение теплопередачи

$$Q_{кон} = k \Delta t_{лог} F_{кон}$$

При расчетах из этой формулы обычно находят поверхность теплообмена  $F_{кон}$ , обеспечивающую передачу при заданных условиях требуемого теплового потока  $Q_{кон}$ . Некоторую проблему составляет только определение количества теплоты  $Q_{кон}$ , которое должно быть передано за единицу времени через поверхность  $F_{кон}$ .

Решить вопрос позволяют теплосбалансовые уравнения, отражающие равенство тепловых потоков, отданных горячим (дымовые

газы) и полученных холодным (вода, пар) теплоносителями. Для агрегата в целом такой баланс имеет вид

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}} + Q_{\text{пот}},$$

или через номинальную теплопроизводительность  $Q$  котлоагрегата, величина которой обычно задается при проектировании,

$$Q_{\text{отд}} \eta_{\text{ка}} = Q_{\text{пол}} = Q, \quad (3.7)$$

где  $\eta_{\text{ка}}$  — КПД котлоагрегата,  $\eta_{\text{ка}} = (100 - q_2 - q_3 - q_4 - q_5 - q_6)/100$ .

Для примера рассмотрим расчет  $F_{\text{кон}}$  для простейшего водогрейного котла. Чтобы легче понять и нагляднее представить особенности проводимых расчетов, отобразим процессы теплообмена на рис. 3.11, условно разделив поверхности теплообмена на две части: лучевоспринимающую и конвективную. Методика расчета величин  $Q_{\text{л}}$  и  $F_{\text{л}}$  описана выше.

Количество теплоты, полученное нагреваемой водой, определится из теплового баланса для всего котельного агрегата (3.7), а с другой стороны, оно может быть рассчитано через расход воды  $M$  и ее температуры  $t_{\text{вод1}}$  и  $t_{\text{вод2}}$  на входе и выходе из котла:

$$Q_{\text{пол}} = Mc_{\text{вод}}(t_{\text{вод2}} - t_{\text{вод1}}),$$

где  $c_{\text{вод}}$  — средняя теплоемкость воды. Это позволяет легко рассчитать расход воды

$$M = \frac{Q}{c_{\text{р.вод}}(t_{\text{вод2}} - t_{\text{вод1}})}. \quad (3.8)$$

Температуру воды  $t''_{\text{вод}}$  на входе в лучевоспринимающие поверхности (а значит, и температуру воды на выходе из конвективных поверхностей) найдем из теплосбалансового уравнения для лучевоспринимающей поверхности:



Р и с. 3.11. Схема теплообмена в водогрейном котле без хвостовых поверхностей



$$B_p Q_l = M c_{\text{вод}} (t_{\text{вод}2} - t''_{\text{вод}}),$$

где левая часть формулы выражает количество теплоты, отданное дымовыми газами, а правая — полученное водой. Из приведенной формулы следует, что

$$t''_{\text{вод}} = t_{\text{вод}2} - \frac{B_p Q_l}{M c_{\text{вод}}}. \quad (3.9)$$

Количество теплоты, передаваемое конвективной поверхностью, теперь можно определить так:

$$Q_{\text{кон}} = M c_{\text{вод}} (t''_{\text{вод}} - t_{\text{вод}1}).$$

Такое же количество теплоты будет отдаваться дымовыми газами на конвективной поверхности:

$$Q_{\text{кон}} = \varphi (H'' - H_{\text{вых}} + \Delta \alpha V^0 (c' t)_{\text{x.в}}) B_p, \quad (3.10)$$

где, как и ранее,  $\varphi$  — коэффициент удержания теплоты;  $H''$  — энтальпия продуктов сгорания, покидающих лучевоспринимающие поверхности и имеющих температуру  $T''$ ;  $H_{\text{вых}}$  — энтальпия продуктов сгорания на выходе из котла (при температуре  $t_{\text{пс.вых}}$ );  $\Delta \alpha$  — увеличение коэффициента избытка воздуха из-за подсосов холодного воздуха через неплотности газоходов;  $V^0$  — теоретически необходимый расход воздуха;  $(c' t)_{\text{x.в}}$  — объемная энтальпия подсосываемого холодного воздуха;  $B_p$  — расчетный расход топлива,  $B_p = Q / (\eta_{\text{ка}} Q_{\text{н}}^p)$ . Величины  $H''$  и  $H_{\text{вых}}$  находят обычно по диаграмме  $H - t$ , если известны значения  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$  и температуры  $t'' = T'' - 273$  и  $t_{\text{пс.вых}}$ .

При конструктивном расчете топки требуется определить величины поверхностей  $F_l$  и  $F_{\text{кон}}$ . Как видно из приведенных формул, такую задачу можно решить только путем последовательных приближений, задавшись в первом приближении величиной  $\eta_{\text{ка}}$ . Это позволяет найти в первом приближении расчетный расход топлива  $B_p$ , а далее решать систему трансцендентных уравнений (3.4), (3.5) и (3.6), задаваясь в первом приближении величиной  $T''$  (например,  $T'' = 1350$  К). Определив по диаграмме  $H - t$  значение  $H''$  в первом приближении, по формуле (3.4) рассчитаем первое приближение  $Q_l$ , после чего по формуле (3.6) — величину  $F_l$  в первом приближении. После этого на основании формулы (3.5) можно рассчитать значение  $T''$  во втором приближении и сравнить результаты этого круга итераций. Если разница между предыдущим и последующим значениями  $T''$  достаточно большая (более 5...7%), то цикл приближений следует повторить. Заметим, что все наши расчетные

формулы представляются некими сжимающими отображениями, поэтому приближения обычно быстро сходятся.

При проверочном расчете величина  $F_d$  известна. Тогда последовательными приближениями рассчитывают  $T''$  и  $Q_d$ , после чего определяют тепловую нагрузку топки  $Q_T$ . Если полученное значение с некоторым коэффициентом запаса превышает требуемую величину, то площадь  $F_d$  обеспечивает нужный теплосъем. В противном случае требуется увеличить лучевоспринимающие поверхности.

Чтобы рассчитать  $F_{кон}$ , используют результаты предыдущего расчета и из формулы (3.10) находят величину  $H_{пс.вых}$ . После этого находят значение  $q_2$  по формуле

$$q_2 = \frac{H_{пс.вых}}{Q_{п}^p} 100$$

и уточняют величину КПД котлоагрегата  $\eta_{ка}$ , оставляя остальные слагаемые в формуле  $\eta_{ка} = 100 - q_2 - q_3 - q_4 - q_5 - q_6$  неизменными. Если предыдущее и последующее приближения  $\eta_{ка}$  различаются существенно, все расчеты повторяют с новым значением  $\eta_{ка}$ . Если же совпадение результатов приемлемо, то пересчитывают величину  $V_p$ , рассчитывают расход воды по формуле (3.8), температуру  $t''_{вод}$  по формуле (3.9), величину  $Q_{кон}$ , с помощью диаграммы  $H-d$  по уточненному значению  $H_{вых}$  определяют температуру  $t_{пс.вых}$ . Это позволяет рассчитать среднелогарифмический температурный напор  $\Delta t_{лог}$  и далее величину  $F_{кон}$ .

### Вопросы и задания для самопроверки

1. Что называют топливом?
2. Дайте классификацию видов топлива по методу получения, агрегатному состоянию и приведите примеры.
3. Каков элементарный состав топлива?
4. Что называют рабочей, сухой и горючей массой топлива?
5. Назовите горючие элементы, входящие в состав топлива.
6. Назовите негорючие элементы, входящие в состав топлива.
7. Что составляет балласт?
8. Из чего состоит зола?
9. В какой форме присутствует влага в топливе? Как определяют внешнюю влажность топлива?
10. Можно ли, зная элементарный состав по рабочей массе, определить его по горючей массе?
11. Что называют теплотой сгорания топлива?
12. Чем различаются верхняя и нижняя теплоты сгорания?
13. Как экспериментально определяют теплоту сгорания?
14. Можно ли рассчитать теплоту сгорания, если известен элементарный состав топлива?

15. Что такое условное топливо?
16. Что называют горением? Назовите виды горения.
17. Любая ли молекула горючего элемента, столкнувшись с молекулой кислорода, вступит с ней в реакцию?
18. В чем суть цепных реакций горения?
19. От чего зависит скорость горения?
20. Как условно разбивают время реакции горения?
21. Когда возникает кинетическое, а когда диффузионное горение?
22. От чего зависит скорость распространения пламени?
23. При каких условиях смесь горючего газа с окислителем вообще не загорается?
24. Что называют температурой самовоспламенения топлива?
25. Какое горение называют детонацией?
26. Опишите особенности гетерогенного горения.
27. Что называют коксом?
28. Для чего делается вторичное дутье? острое дутье?
29. В чем преимущества сжигания твердых топлив в кипящем слое?
30. Что лежит в основе технических расчетов горения?
31. Что называют теоретически необходимым объемом воздуха для сжигания 1 кг топлива?
32. Что характеризует величина коэффициента избытка воздуха?
33. Как определяют объем сухих газов при сжигании топлив?
34. Как проводят анализ газообразных продуктов сгорания? Для чего он нужен?
35. Из чего складывается энтальпия продуктов сгорания?
36. Как строится диаграмма  $H-t$ ? Для чего она нужна?
37. Как с помощью диаграммы  $H-t$  определить максимальную температуру горения?
38. Как на диаграмме  $H-t$  изобразится процесс подмешивания холодного воздуха к продуктам сгорания?
39. Как на диаграмме  $H-t$  изобразится процесс охлаждения продуктов сгорания?
40. Как на диаграмме  $H-t$  изобразится процесс изотермического отвода теплоты от продуктов сгорания?
41. Назовите конструктивные особенности слоевых топок. Для каких видов топлива они предназначены?
42. С какой целью в топку вдувается вторичный воздух?
43. Как устроены камерные топки? Какие топлива в них сжигают?
44. Назовите преимущества и недостатки топок с кипящим слоем.
45. Что называют тепловой производительностью топки?
46. Что характеризует величина удельной тепловой нагрузки зеркала горения слоевой топки?
47. Как определить удельную тепловую нагрузку для камерных топок?
48. По каким признакам поверхность теплообмена в топках подразделяют на лучевоспринимающую и конвективную?
49. Что называют полезным тепловыделением топки?
50. С какой целью принято устраивать рециркуляцию дымовых газов в топках?
51. От каких факторов зависит температура дымовых газов, покидающих лучевоспринимающие поверхности?
52. Как определить величину лучевоспринимающих поверхностей топки?
53. Как рассчитывают величину конвективных поверхностей теплообмена в топочных устройствах?

Каждый, кто внимательно изучил эту книгу, подводя итоги, неизбежно должен отметить для себя, что наука о теплоте — это обширная и сложная область знаний, весьма и весьма важных для практики. Даже краткое, конспективное изложение основ этой науки позволяет представить, как сильно и разнообразно влияние различных внешних и внутренних факторов на процессы перехода энергии из одного вида в другой, на интенсивность процессов тепло- и массообмена, на ход и результаты процессов, протекающих при сжигании топлива. Вдумчивый читатель, должно быть, заметил, как много разнообразных аналитических и экспериментальных методов использовано для решения большинства важнейших практических задач, возникающих при проектировании, изготовлении и эксплуатации теплотехнического оборудования.

Признаем, что много сложного, трудного для понимания и усвоения материала вместила эта небольшая книга. При подготовке рукописи автор руководствовался известным изречением А.И. Герцена: «Нет трудных наук, есть трудное их изложение», и по мере своих сил и таланта старался сделать это изложение простым, доходчивым и понятным, имея цель облегчить студентам работу с книгой. Тем не менее каждый, кто дал себе труд проштудировать этот материал, вероятно, отметил, что усвоение теоретических основ теплотехники требует значительных умственных усилий, усидчивости и силы воли. Наверное, другого и не может быть, когда человек ставит перед собой благородную задачу разобраться и до конца понять сложные явления природы, чтобы научиться использовать их в дальнейшем с пользой и во благо и себе, и всему обществу. Тем большее удовлетворение и гордое ощущение величия духа испытывает тот, кто, закрывая книгу, уверенно может заявить, что теперь он понял, знает и сможет применить на практике те достижения научной мысли, которые по крупицам были выведены у природы великими учеными, известными исследователями и рядовыми инженерами.

С новым багажом полученных знаний успехов тебе, дорогой читатель, на пути к овладению выбранной профессией!

1. Гельфер Я.М. История и методология термодинамики и статистической физики. — М.: Высшая школа, 1981.
2. Леонова В.Ф. Термодинамика. — М.: Высшая школа, 1968.
3. Гухман А.А. Об основаниях термодинамики. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
4. Пригожин И.Р., Конденуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. — М.: Мир, 2002.
5. Цирлин А.М. Методы оптимизации в необратимой термодинамике. — М.: Физматлит, 2003.
6. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Мухачев Г.А., Шукин В.К. Термодинамика и теплопередача. — М.: Высшая школа, 1991.
8. Луконин В.Н., Шатров Г.М., Камфер Г.М. и др. Теплотехника — М.: Высшая школа, 2003.
9. Бродянский В.М., Верхивер Г.П., Корчев Я.Я. и др. Эксергетические расчеты технических систем/Под ред. А.А. Долинского и В.М. Бродянского. — Киев: Наукова думка, 1991.
10. Сажин Б.С., Булеков А.П. Эксергетический метод в химической технологии. — М.: Химия, 1992.
11. Варгафтик К.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Наука, 1972.
12. Александров А.А., Григорьев Б.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. — М.: Изд-во МЭИ, 2006.
13. Киреев В.А. Методы практических расчетов в термодинамике химических реакций. — М.: Химия, 1975.
14. Ляшков В.И. Компьютерные расчеты в термодинамике. — Тамбов: Изд-во ТГТУ, 1997.
15. Александров А.А. Термодинамические основы циклов теплоэнергетических установок. — М.: Изд-во МЭИ, 2006.
16. Коздоба Л.А. Электрическое моделирование явлений тепло- и массопереноса. — М.: Энергия, 1972.
17. Платунов Е.С., Буравой С.Е., Курепин В.В. и др. Теплофизические измерения и приборы. — Л.: Машиностроение, 1986.
18. Александров А.А., Белосельский Б.С., Вайнштейн А.Г. и др. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент/Под ред. А.В. Клименко и В.М. Зорина. — М.: Изд-во МЭИ, 2001.
19. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. — Л.: Энергоатомиздат, 1991.
20. Зарубин В.С. Расчет и оптимизация термоизоляции. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

21. *Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В.* Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. — М.: Высшая школа, 1990.
22. *Ши Д.* Численные методы в задачах теплообмена. — М.: Мир, 1978.
23. *Юдаев Б.Н.* Техническая термодинамика. Теплопередача. — М.: Высшая школа, 1988.
24. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967.
25. *Беляев Н.М., Рядно А.А.* Методы нестационарной теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1978.
26. *Исаченко В.П., Осипова В.А., Сухомел А.С.* Теплопередача. — М.: Энергоиздат, 1981.
27. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1977.
28. *Липов Ю.М., Третьяков Ю.М.* Котельные установки и парогенераторы. — Москва — Ижевск: НИЦ «Регулярная хаотическая динамика», 2005.
29. *Калинин З.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А.* Интенсификация теплообмена в каналах. — М.: Машиностроение, 1990.
30. *Афанасьев В.Н., Исаев С.И., Кожин И.А.* и др. Задачник по технической термодинамике и теории теплообмена/Под ред. В.И. Крутова и Г.Б. Петражицкого. — М.: Высшая школа, 1986.
31. *Рудобаица С.П.* Массоперенос в системах с твердой фазой. — М.: Химия, 1980.
32. *Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А.* Теплообмен: — М.: Изд-во МЭИ, 2006.
33. *Бакластов А.М., Горбатенко В.А., Удыма П.Г.* Проектирование, монтаж и эксплуатация теплообменных установок. — М.: Энергоиздат, 1981.
34. *Андреев Е.И.* Расчет тепло- и массообмена в контактных аппаратах. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
35. Промышленная теплоэнергетика и теплотехника: Справочник в 4 кн./Под ред. А.В. Клименко и В.М. Зорина. Книга 4. Промышленная теплотехника. — М.: Изд-во МЭИ, 2007.
36. Энергетическая стратегия России на период до 2020 года. — М.: Изд-во «Парус ПРО», 2007.
37. *Архаров А.М., Исаев С.И., Кожин И.А.* и др. Теплотехника/Под ред. В.И. Крутова. — М.: Машиностроение, 1986.
38. *Архаров А.М., Архаров И.А., Афанасьев В.Н.* и др. Теплотехника. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

ПРЕДИСЛОВИЕ . . . . .	3
ВВЕДЕНИЕ . . . . .	5
<b>1. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>1.1. Общие понятия и законы термодинамики . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1.1. Основные термины термодинамики . . . . .	8
1.1.2. Первый закон термодинамики в общем виде . . . . .	10
1.1.3. Термомеханическая система . . . . .	14
1.1.4. Внутренняя энергия газа . . . . .	15
1.1.5. Энтальпия, ее физический смысл . . . . .	18
1.1.6. Другие характеристические функции. Эксергия . . . . .	21
1.1.7. Равновесные и неравновесные процессы . . . . .	24
1.1.8. Принцип возрастания энтропии. Второй закон термодинамики . . . . .	27
1.1.9. Уравнение состояния. Критерий устойчивости . . . . .	28
1.1.10. Графический метод в термодинамике . . . . .	30
1.1.11. Теплоемкости газов . . . . .	32
1.1.12. Уравнение Майера и другие свойства идеального газа . . . . .	34
1.1.13. Формулы для вычисления энтропии . . . . .	35
<b>1.2. Идеальные термодинамические процессы и циклы . . . . .</b>	<b>36</b>
1.2.1. Политропные процессы . . . . .	36
1.2.2. Анализ политропных процессов . . . . .	40
1.2.3. Общие понятия о циклах . . . . .	43
1.2.4. Цикл и теорема Карно . . . . .	46
1.2.5. Потери работоспособности. Коэффициент качества теплоты . . . . .	48
<b>1.3. Термодинамика реальных газов . . . . .</b>	<b>50</b>
1.3.1. Реальные газы . . . . .	50
1.3.2. Термические коэффициенты и связь между ними . . . . .	53
1.3.3. Состояния и свойства воды и водяного пара . . . . .	54
1.3.4. Определение параметров воды и пара . . . . .	58
1.3.5. Диаграмма $h-s$ воды и пара . . . . .	60
1.3.6. Уравнение Клапейрона — Клаузиуса . . . . .	62
1.3.7. Расчет процессов с водой и паром . . . . .	63
<b>1.4. Термодинамика газового потока . . . . .</b>	<b>65</b>
1.4.1. Первый закон термодинамики для потока газа . . . . .	65
1.4.2. Анализ адиабатных течений . . . . .	68
1.4.3. Скорость истечения и расход газа . . . . .	71
1.4.4. Скорость распространения колебаний давления в газе . . . . .	75
1.4.5. Связь между скоростью импульса и скоростью звука . . . . .	77
1.4.6. Связь между скоростью газа и скоростью звука . . . . .	78

1.4.7. Влияние формы канала на скорость газа . . . . .	81
1.4.8. Дифференциальный и интегральный дроссель-эффекты . . . . .	83
<b>1.5. Смеси и смешивание газов . . . . .</b>	<b>86</b>
1.5.1. Газовые смеси . . . . .	86
1.5.2. Смешивание газов . . . . .	88
1.5.3. Влажный воздух и процессы с ним . . . . .	91
1.5.4. Смешивание потоков пара или потоков влажного воздуха . . . . .	95
<b>1.6. Основы химической термодинамики . . . . .</b>	<b>98</b>
1.6.1. Химический потенциал . . . . .	98
1.6.2. Тепловой эффект химических реакций . . . . .	100
1.6.3. Условия равновесия сложных систем . . . . .	103
1.6.4. Фазовое равновесие, фазовая диаграмма $p-T$ . . . . .	105
<b>1.7. Циклы реальных машин и установок . . . . .</b>	<b>108</b>
1.7.1. Циклы идеальных компрессоров . . . . .	108
1.7.2. Цикл реального компрессора . . . . .	112
1.7.3. Циклы поршневых двигателей внутреннего сгорания . . . . .	114
1.7.4. Циклы газотурбинных установок . . . . .	120
1.7.5. Циклы паросиловых установок . . . . .	125
1.7.6. Повышение эффективности теплосиловых циклов . . . . .	128
1.7.7. Цикл воздушной холодильной машины . . . . .	132
1.7.8. Цикл парокompрессорной холодильной машины . . . . .	134
1.7.9. Абсорбционная холодильная установка . . . . .	136
1.7.10. Термотрансформаторы . . . . .	139
<b>2. ТЕОРИЯ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА . . . . .</b>	<b>150</b>
<b>2.1. Основные понятия и законы теории теплообмена . . . . .</b>	<b>150</b>
2.1.1. Классификация процессов теплообмена . . . . .	150
2.1.2. Основные термины теории теплообмена . . . . .	152
2.1.3. Основные законы теплообмена . . . . .	153
<b>2.2. Теплопроводность . . . . .</b>	<b>156</b>
2.2.1. Способность тел проводить теплоту . . . . .	156
2.2.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности . . . . .	157
2.2.3. Условия однозначности в задачах теплопроводности . . . . .	160
2.2.4. Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-1 . . . . .	162
2.2.5. Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-3 . . . . .	164
2.2.6. Стационарная теплопроводность плоских стенок при смешанных граничных условиях . . . . .	166
2.2.7. Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ-1 . . . . .	168
2.2.8. Теплопередача через цилиндрическую стенку . . . . .	171
2.2.9. Критический диаметр изоляции. Оптимальная изоляция . . . . .	173
2.2.10. Теплопередача через ребристую стенку . . . . .	175
2.2.11. Теплопроводность цилиндра при наличии внутренних источников теплоты . . . . .	176
2.2.12. Численное решение задач стационарной теплопроводности . . . . .	178
2.2.13. Процессы нестационарной теплопроводности . . . . .	181
2.2.14. Общее решение дифференциального уравнения теплопроводности . . . . .	184
2.2.15. Нестационарная теплопроводность неограниченной плоской стенки . . . . .	186
2.2.16. Метод источников теплоты . . . . .	190
2.2.17. Численное решение нестационарных задач теплопроводности . . . . .	194



<b>2.3. Конвективный теплообмен</b> . . . . .	199
2.3.1. Основные факторы, определяющие интенсивность конвекции . . .	199
2.3.2. Понятие о гидродинамическом и тепловом пограничных слоях . .	201
2.3.3. Дифференциальное уравнение теплоотдачи и другие дифференциальные уравнения теплового пограничного слоя . . . . .	204
2.3.4. Основы теории подобия . . . . .	207
2.3.5. Теплоотдача при свободной конвекции . . . . .	212
2.3.6. Теплоотдача при движении теплоносителя в трубах и каналах . . .	215
2.3.7. Теплоотдача при поперечном обтекании труб и в трубных пучках.	218
2.3.8. Теплоотдача при конденсации. . . . .	221
2.3.9. Отдельные случаи конденсации. . . . .	227
2.3.10. Теплоотдача при кипении . . . . .	230
2.3.11. Отдельные случаи кипения . . . . .	234
2.3.12. Изменение температурного напора вдоль поверхности теплообмена	239
2.3.13. Среднеарифметический температурный напор . . . . .	241
2.3.14. Тепловой расчет рекуперативных теплообменников . . . . .	243
2.3.15. Пути и способы интенсификации процессов теплопередачи . . . .	246
<b>2.4. Тепловое излучение</b> . . . . .	250
2.4.1. Общие понятия и определения . . . . .	250
2.4.2. Основные законы теплового излучения . . . . .	252
2.4.3. Лучистый теплообмен между параллельными стенками . . . . .	255
2.4.4. Экраны . . . . .	257
2.4.5. Лучистый теплообмен между телами произвольной формы. . . . .	260
2.4.6. Угловые коэффициенты . . . . .	262
2.4.7. Теплообмен в диатермических оболочках . . . . .	264
2.4.8. Излучение и поглощение газов . . . . .	269
2.4.9. Сложный теплообмен. . . . .	271
<b>2.5. Массообменные процессы</b> . . . . .	272
2.5.1. Основные понятия и законы. . . . .	272
2.5.2. Диффузионный пограничный слой . . . . .	275
2.5.3. Массопроводность, массоотдача, массопередача . . . . .	277
2.5.4. Критериальные уравнения массоотдачи . . . . .	279
2.5.5. Элементы теории сушки. . . . .	281
2.5.6. Кинетика процесса сушки . . . . .	285
2.5.7. Смесительные теплообменники. . . . .	288

### **3. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ТОПЛИВА. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА В ТОПКАХ** . . . . . 297

3.1. Топливо, его основные характеристики . . . . .	297
3.2. Элементы теории горения . . . . .	302
3.3. Технические расчеты горения. . . . .	307
3.4. Топочные устройства . . . . .	311
3.5. Особенности теплообмена в топках. . . . .	316

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ** . . . . . 323

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ** . . . . . 324