

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МАМИ»

Ершов М.Ю., Солохненко В.В.

МЕТОДИКА НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Методические указания к лабораторным работам для специальностей 150204.65 «Машины и технология литейного производства», 261001.65 «Технология художественной обработки материалов» и направления 150400.68 «Технологические машины и оборудование».

Одобрено методическими комиссиями по специальностям 150204 – «Машины и технология литейного производства» и 261001 – «Технология художественной обработки материалов», и направлению подготовки 150400 – «Технологические машины и оборудование».

Москва
2011

УДК 621.74

Разработано в соответствии с Государственным образовательным стандартом ВПО 2000г. для специальностей 150204 - «Машины и технология литейного производства» и 261001 – «Технология художественной обработки материалов», а также направлений подготовки бакалавра 150400 – «Технологические машины и оборудование» и магистра 150400– «Технологические машины и оборудование». Специализация – «Машины и технология литейного производства».

Рецензенты: - профессор кафедры «Экология и безопасность жизнедеятельности», д.т.н. Сандуляк А.В.,
- профессор кафедры «Машины и технология обработки металлов давлением», д.т.н. Филиппов Ю.К.

Работа подготовлена на кафедре «Машины и технология литейного производства» им. Аксёнова Н.П.

Методика научных исследований, методические указания к лабораторным работам для специальностей: 150205.65 «Машины и технология литейного производства», 261001.65 «Технология художественной обработки материалов» и направления 551800 «Технологические машины и оборудование». МГТУ «МАМИ». 2011г. - 41 с, 12 рис., 6 табл., 2 приложения.

Методические указания по дисциплине «Методика научных исследований» позволяют студентам приобрести навыки работы с тензометрической аппаратурой, шлейфовым осциллографом, тарировки преобразователей перемещений и силы, составления плана экстремального эксперимента, расшифровки и математической обработки результатов измерений.

Полезны при выполнении УИРС, исследовательских частей дипломных проектов и работе над магистерскими диссертациями.

©Ершов М.Ю., Солохненко В.В.
©МГТУ «МАМИ», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

1. ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ 4
2. ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ СИЛЫ
3. РАСШИФРОВКА ОСЦИЛЛОГРАММЫ
4. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ «EXCEL»
5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 ТЕНЗОЕТРИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

1.1. Цель работы. Приобретение навыков работы с тензометрической аппаратурой, выполнение тарировки тензометрического преобразователя перемещений (ТПП) и расчет его основных характеристик.

1.2. Общие сведения о тензометрических преобразователях. В исследованиях для измерения перемещений, силы, давления и ускорений применяют тензометрические преобразователи, которые служат для выработки сигнала измерительной информации в форме удобной для передачи, обработки или хранения. Чувствительным звеном всех тензометрических преобразователей являются упругие элементы с наклеенными на них тензорезисторами. Деформация упругого элемента, возникающая при измерении силы, давления или перемещений, передается на тензорезистор, который преобразует её в пропорциональный электрический сигнал. Внешний вид тензорезисторов показан на рис 1.1, а) – проволочного, б) – фольгового. Тензорезисторы состоят из петлеобразного проводника 1 закреплённого на изолирующей основе 2 из бумаги или полимерной плёнки с помощью связующего слоя 3. Для соединения тензорезистора с измерительными схемами служат электрические выводы 4. Изолирующая основа 2 приклеивается к упругому элементу, что обеспечивает передачу деформации от него к петлеобразному проводнику 1. В результате деформации петлеобразный проводник увеличивает свою длину и как следствие электрическое сопротивление. Таким образом, достигается преобразование механической величины в пропорциональную электрическую.

□

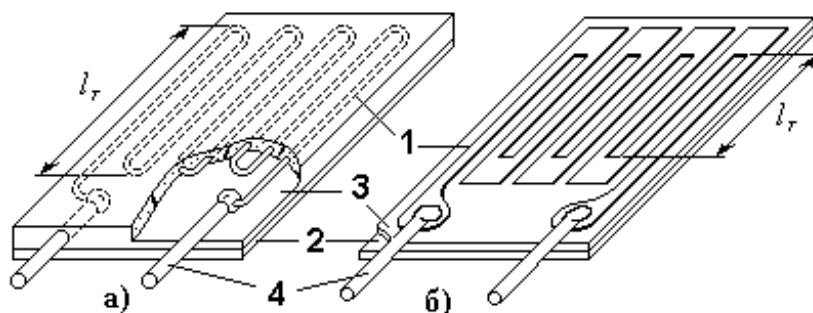


Рис. 1.1 Проволочный (а) и фольговый (б) тензорезисторы, l_T – база

Для измерения перемещений чаще всего применяют тонкие балки или П – образную скобу, из упругих материалов, наибольшее распространение среди которых получили инструментальные, углеродистые и кремнистых стали. Требуемая чувствительность преобразователя достигается за счет подбора тензорезисторов. Полупроводниковые тензорезисторы имеют наибольшую чувстви-

тельность, однако для целей общей тензометрии мало пригодны из-за существенной величины температурной и других погрешностей. Наибольшее распространение в практике получили проволочные и фольговые тензорезисторы проводникового типа с длинной базы от 5 до 50 мм. Прочное механическое соединения тензорезистора с упругим элементом достигается за счёт клеев, полимеризующихся при специальной термообработке. При короткой или длинной базе ухудшается передача деформации на тензорезистор, что приводит к увеличению погрешностей измерений. Для упругого элемента в виде консольной балки длину и расположение тензорезистора выбирают в соответствии со следующими соотношениями: $a_T \geq b$, $l_T \leq 0,2l$. Обозначения размеров приведены на рис.1.2.а.

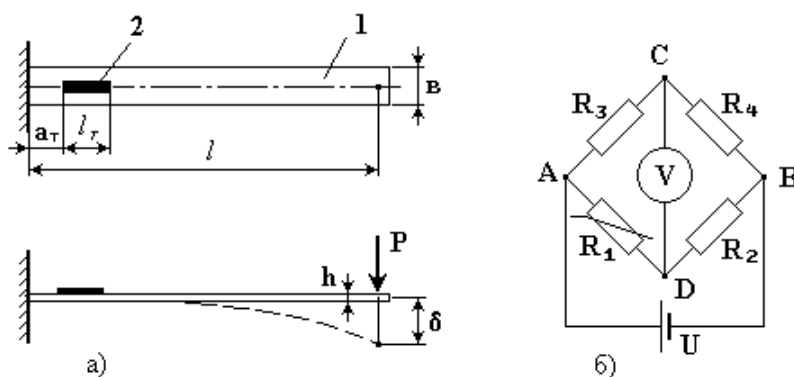


Рис.1.2 Механическая (а) и электрическая (б) схемы чувствительного элемента

Схемы, используемого в лабораторной работе, чувствительного элемента ТПП приведены рис 1.2. На упругий элемент, выполненный в виде балки 1 с жёсткой заделкой, наклеен тензорезистор 2. Под действием силы P балка изгибается, в результате верхнее волокно растягивается вместе с тензорезистором, который изменяет своё сопротивление. Тензорезистор R_1 включен в мостовую схему, на вход которого (точки А и В) подведено постоянное напряжение, а на выходе моста (точки С и D) измеряется разность потенциалов. Тензорезистор R_1 называют активным, R_2, R_3, R_4 – компенсационными. Последние наклеивают на отдельную недеформируемую пластину, которую располагают рядом с чувствительным элементом для обеспечения одинаковых температурных условий. Сопротивление всех тензорезисторов в исходном состоянии одинаково $R_1=R_2=R_3=R_4$. Мост уравновешен, так как выполняется условие $R_1R_4=R_2R_3$. При деформации упругого элемента происходит изменении сопротивления R_1 на величину ΔR , на выходе моста формируется разность потенциалов ΔU , линейно зависящая от приращения сопротивления ΔR .

$$\Delta U = \frac{U \Delta R}{4R} \quad (1.1)$$

Эта разность потенциалов и является измеряемой величиной, пропорциональной деформации упругого элемента. Электрический сигнал на выходе моста, как правило не превышает нескольких милливольт. По этому выход моста соединяют с тензометрическим усилителем, что позволяет получить надёжный и удобный для обработки сигнал.

Главным параметром, характеризующим чувствительность ТПП является коэффициент преобразования перемещений $K_{ПП}$, значение которого определяется из выражения:

$$K_{ПП} = \frac{n\varepsilon_T}{\delta} \quad \left[\frac{\text{е.о.д.}}{\text{мм}} \right] \quad (1.2)$$

где: n – число активных резисторов в мостовой схеме, шт.,
 δ – прогиб балки в месте приложения усилия, мм,
 ε_T – деформация тензорезистора, е.о.д.

В качестве единицы относительной деформации (е.о.д.) принята величина, носящая название $\text{microstrain} = 10^{-6}$ относительных единиц = мкм/м. Для преобразователя показанного на рис 1.2, коэффициент преобразования перемещений $K_{ПП}$ может быть определен также исходя из его геометрических характеристик по выражению (1.3)

$$K_{ПП} = 1,5 * 10^6 \frac{nh[l - (a_T + 0,5l_T)]}{l^3} \quad (1.3)$$

где: h – толщина упругого элемента, мм,
 l – расстояние от заделки балки до места приложения усилия, мм,
 a_T – расстояние от заделки до тензорезистора, мм,
 l_T – длина базы тензорезистора, мм.

Качество преобразователя определяется искажением электрического сигнала по соотношению к изменяющейся механической величине. Погрешность определяется коэффициентом нелинейности K_H , значение которого для преобразователя перемещений можно найти из выражения (1.4)

$$K_H = 1 - \frac{\sqrt{l^2 - \delta^2}}{l} \quad (1.4)$$

1.3. Тензометрический преобразователь перемещений. ТПП (Рис. 1.3) смонтирован на основании 1, к которому при помощи кронштейна 2 крепится упругий элемент 3. Активные тензорезисторы 4 наклеены на упругий элемент, а компенсационные 5 - на пластину 6. С одной стороны к клеммам колодки 7 подпаяны выводы тензорезисторов 4 и 5, с другой стороны - соединительный кабель 8. Деформация упругого элемента осуществляется при помощи винта 9, установленного в держателе 10; отсчет деформации производится по шкале 11. Для предохранения мест наклеивания и подсоединения тензорезисторов от повреждения служит защитная крышка 12 из оргстекла.

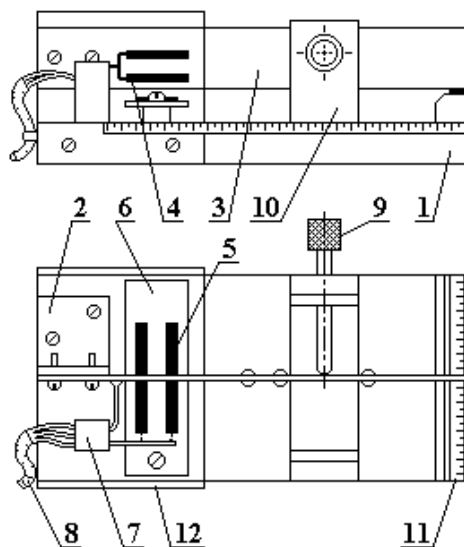


Рис.1.3 Тензометрический преобразователь перемещений с тарировочным устройством

ТПП включают в тензометрический усилитель 8АНЧ – 7м состоящий из двух блоков: собственно усилителя и блока питания, соединённых между собой кабелями. На середине передней панели усилителя располагается пульт настройки, который включает в себя: миллиамперметр, переключатель каналов, выключатели питания и тарировки. Слева и справа от пульта настройки расположены органы управления восьми каналов усилителя.

На панели каждого канала имеются следующие органы управления: переключатели «диапазоны» и «ШЛ-МА», ручки переменных резисторов «баланс моста», «рег. нуля» и «рег. усиления». На задней панели усилителя располагаются гнезда разъемов для подсоединения тензопреобразователей, регистрирующих приборов, пульта дистанционного управления, блока питания и клемма для заземления. В работе используется микроамперметр зеркального типа с переключателем пределов измерений. Соединительные кабели снабжены специальными разъемами устраняющими ошибки при сборе схемы.

1.4. Порядок выполнения работы. Лабораторная работа проводится с использованием одного из первых четырех каналов усилителя. Подключить преобразователь перемещений к входу одного из выбранных каналов (I – IV), расположенному на задней панели усилителя. К выходу используемого канала усилителя (Ш I – Ш IV) подключить микроамперметр, который следует также включить в сеть для обеспечения питания осветителя. Включить усилитель и дать прогреться в течение 15 минут. Дальнейшие действия по настройке усилителя производить в следующем порядке.

- Переключатель каналов на регулировочном пульте установить в положение соответствующее работающему каналу, тумблер «тарировка» установить в положение «выкл». На панели настраиваемого канала усилителя переключателем

тель «диапазоны» установить в положение «0», переключатель «ШЛ-МА» - установить в положение «МА», производя тем самым подключение миллиамперметра пульта настройки к выходу усилителя.

- При помощи отвертки, вращая ручку потенциометра «рег. нуля» установить стрелку миллиамперметра на деление «0».
- Установить переключатель «диапазоны» в положение «К» (калибровка) и проверить по миллиамперметру величину контрольного сигнала, который должен быть равен 23 мА.
- Переключатель «ШЛ-МА» установить в положение «ШЛ», при этом выход усилителя подключается к образцовому микроамперметру.

На этом подготовка аппаратуры к работе заканчивается.

Далее выполняют настройку ТПП и его тарировку.

- Винтом 9 (рис.1.2) установить наибольшую деформацию ТПП, величина которой задаётся преподавателем.
- Устанавливая поочередно переключатель «диапазоны» в 1,2,3 положения и вращая отверткой ручку потенциометра «рег. усил.» добиться желаемой величины сигнала на выходе усилителя.
- Величину выходного сигнала при настройке подбирают в зависимости от наибольшей деформации при проведении экспериментов. Поэтому коэффициент усиления подбирают таким, чтобы максимальная деформация ТПП в опыте давала, возможно, большее значение выходного сигнала.

Табл. 1.1. Протокол тарировки ТПП

Деформация, мм.		1	2	3	4					n
Измерение 1	Нагружение.									
	Разгружение.									
Измерение 2	Нагружение.									
	Разгружение.									
Измерение 3	Нагружение.									
	Разгружение.									
Среднее значение ¹⁾										
Стандартное отклонение										

1) Обработку данных можно выполнять в электронных таблицах EXCEL

После настройки производят тарировку ТПП. Для этого при помощи винта 9 с определённым шагом задают деформацию упругого элемента в заданных пределах, в обе стороны. Результаты измерений заносят в протокол, табл.1.1.

1.5. Содержание отчета. Отчет должен содержать краткое описание работы с необходимыми рисунками, тарировочные таблицу и график, расчеты характеристик ТПП.

По формуле (1.3) определить $K_{ТПП}$, (значение h , l , a_T , l_T получить при обмере тензопреобразователя). Подставить рассчитанное значение $K_{ТПП}$ в формулу

(1.2) и найти деформацию тензорезистора ε_T , сравнить ее с предельной (10000 е.о.д.). По формуле (1.4) найти значение коэффициента нелинейности K_H , приняв за h – максимальную деформацию упругого элемента при тарировке в месте соприкосновения его с винтом.

1.6. Контрольные вопросы.

- *Объясните принцип действия тензорезистора.*
- *Какие преимущества даёт мостовая схема соединения тензорезисторов?*
- *Как работает тензометрический преобразователь перемещений с тарировочным устройством?*
- *Что характеризуют $K_{ПП}$ и K_H ?*
- *Назовите последовательность действий при настройке тензометрического усилителя.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ СИЛЫ

2.1. Цель работы: Приобретение навыков работы со светолучевым осциллографом, тензометрическим преобразователем силы и выполнение его тарировки.

2.2. Принцип работы светолучевого осциллографа и гальванометров. При проведении исследований широкое распространение получили светолучевые осциллографы. Они просты в обращении, позволяют вести одновременную запись 12-16 процессов с широким диапазоном частот (от 0 до 10 кгц), дают малую погрешность.

В лабораторной работе использован светолучевой осциллограф марки Н-700, оптическая схема которого приведена на рис. 2.1. Луч света от лампы с тонкой прямой спиралью O_1 проходит через конденсор К, состоящий из двух цилиндрических линз, и в виде горизонтальной полосы попадает на зеркальце всех четырнадцати гальванометров, собранных в единый блок с постоянным магнитом. Пройдя через сферическую линзу СЛ, вставленную в окошко гальванометра, и отразившись от зеркальца ЗГ, луч выходит сфокусированным в вертикальной плоскости.

Две трети поперечного сечения светового луча проходят через цилиндрическую линзу L_1 и фокусируется на поверхности ведущего валика ВВ, который вместе с двумя катушками K_1 и K_2 находится внутри кассеты, присоединяемой к корпусу осциллографа. В кассету заправляется фотобумага ФБ, которая при вращении ведущего валика, сматывается с одной катушки на другую. При отклонении зеркальца гальванометра, луч перемещается в горизонтальной плоскости и засвечивает фотобумагу. В результате сложения двух взаимно перпендикулярных движений луча - от поворота зеркальца гальванометра и движения фотобумаги, луч высвечивает на ней линию, соответствующую исследуемому процессу.

Треть луча отсекается зеркалом Z_1 и отражаясь от него проходит через цилиндрическую линзу L_2 , собираясь в виде точки на грани зеркального барабана ЗБ, вращение которого вызывает движение луча по матовому стеклу экрана МЭ. Движение луча по матовому экрану наблюдают в зеркале Z_2 через защитное стекло ЗС, находящееся на верхней крыше осциллографа.

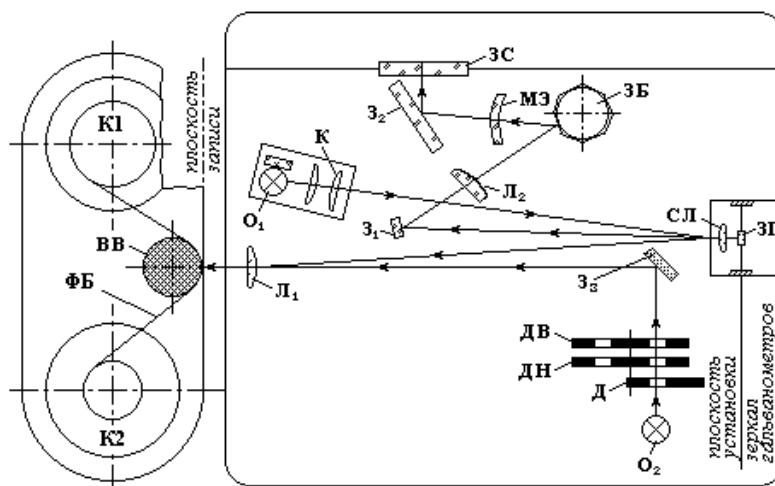


Рис.2.1. Схема светолучевого осциллографа

Для нанесения отметок времени на ленте фотобумаги служит отметчик времени, принцип действия которого основан на прерывании луча света вращающимися диафрагмами. От осветителя O_2 луч последовательно проходит через щели неподвижной D и вращающихся: нижней ND и верхней VD диафрагм. Нижняя и верхняя диафрагмы укреплены на одном валу и вращаются синхронно. Через равные промежутки времени, луч света проходя через щели всех диафрагм и отразившись от зеркала Z_3 , через линзу L_1 поступает на поверхность фотобумаги, засвечивает на ней отметку времени в виде узкой и длинной полоски. В верхней и нижней диафрагмах выполнены щелевые отверстия, таким образом, что, в результате их относительного окружного смещения открывается 1 или 20 отверстий, что позволяет получить отметки времени с частотой 10 и 200 Гц.

В светолучевых осциллографах применяются петлевые и рамочные гальванометры. Чувствительный элемент петлевого гальванометра (Рис. 2.2,а) представляет собой проволочную петлю 1, находящуюся между полюсами постоянного магнита 2. Положение проволочек задаётся опорами 3. При пропускании электрического тока по проводнику, его участки между опорами отклоняются, что вызывает поворот зеркала 4. Противодействующий момент возникает от скручивания петли, которая с одной стороны закреплена в держателях 5, а с другой стороны натянута при помощи пружины 6 и ролика 7. Поворот зеркала пропорционален величине тока, протекающего через гальванометр. Петлевые гальванометры просты в изготовлении и имеют высокую чувствительность по напряжению и малую инерционность, что позволяет использовать их для регистрации колебательных процессов.

В рамочном гальванометре (Рис. 2.2,б) поворот зеркала происходит при протекании электрического тока по многовитковой рамке 8, противодействующий момент возникает за счет нитей подвеса, прикрепленных к держателям 9.

Включение гальванометров в рабочие схемы осуществляется за счет разъемов Ю. Рамочные гальванометры имеют высокую чувствительность по току, что позволяет применить их в схемах без усилителя. В светолучевом осциллографе гальванометры выполнены в виде миниатюрных вставок, собранных в единый магнитный блок.

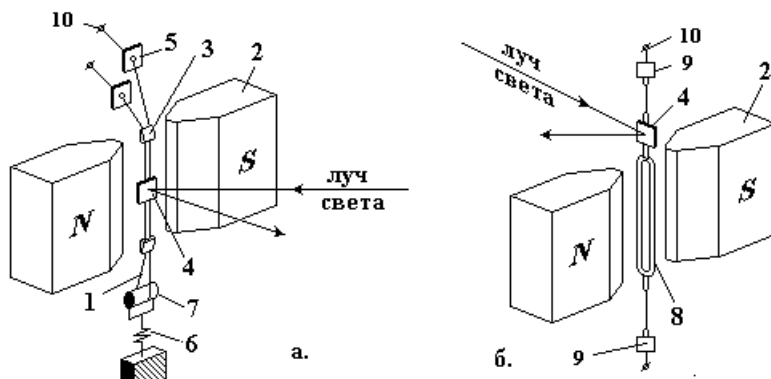


Рис.2.2. Схемы петлевого и рамочного гальванометров (шлейфов)

2.3. Устройство светового осциллографа Н-700 с блоком питания.

Корпус осциллографа прямоугольный, с левой стороны которого имеются направляющие, для установки кассеты или юстировочной рамки. На правой панели расположены гнезда разъема для подключения гальванометров, рядом с разъемами располагаются клеммы для подключения питания и выключатель питания.

На передней вертикальной панели имеется защитная крышка, с ручкой. Под крышкой находится горизонтальная панель, на которой располагаются выключатели: «мотор», «кассета» и «отметчик»; а также ручки регулирования скорости развертки и переключателя скоростей протяжки фотобумаги. Через отверстие в центре панели видно отражение матового экрана. Справа расположен люк, через который осуществляется доступ к блоку гальванометров, под правым люком находится осветитель гальванометров. Напряжение на лампе осветителя контролируется по вольтметру.

Питание осциллографа осуществляется постоянным током напряжением 27 вольт от выпрямителя, выполненного в виде отдельного блока.

2.4. Тензометрический преобразователь усилий с тарировочным устройством. Упругий элемент тензометрического преобразователя силы (Рис.2.3) выполнен в виде невысокого «глухого» цилиндра 3, дно которого является мембраной. На внутренних поверхностях мембраны и стенках цилиндра наклеены активные и компенсационные тензорезисторы 5. Для защиты тензорезисторов от механических повреждений открытый конец цилиндра залит эпоксидной смолой 4. Тарировочное устройство состоит из массивного основания I, в котором укреплены направляющие 7, по которым перемещается чашка 2. Усилие, создаваемое гирей 8, передается на ТПС через шарик 6.

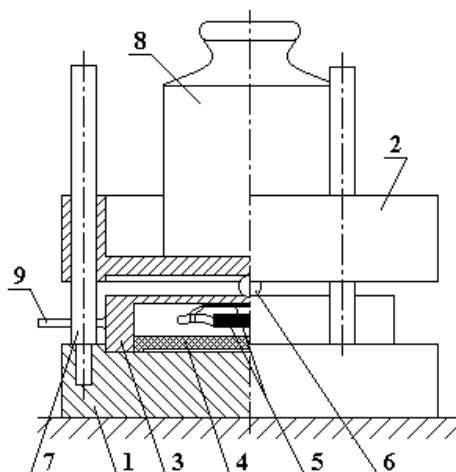


Рис.2.3 ТПС с тарировочным устройством. 1-основание, 2-чашка, 3-упругий элемент, 4-защитный слой, 5-тензорезисторы, 6-шарик, 7-направляющая, 8-гиря

2.5. Порядок выполнения работы. Данная лабораторная работа проводится с использованием 5,6,7 или 8 каналов тензометрического усилителя 8АНЧ – 7м, конструкция которого описана в разделе 1.3.

Произвести подключение преобразователя силы к одному из разъемов ДV - ДVII, расположенных на задней панели усилителя. Выход усилителя (разъемы ШV - ШVIII) соединить с клеммами подключения гальванометров светового осциллографа. Включить питание и прогреть усилитель в течение 15 минут.

Во время прогрева усилителя подготовить осциллограф к работе. Для этого произвести включение источника питания и тумблера питания на правой боковой стенке. По направляющим на левой стенке установить рамку с матовым стеклом. При помощи переменного резистора, находящегося рядом с вольтметром установить напряжение на осветительной лампе 4 – 5 В, при этом на матовом стекле рамки и в окошке на горизонтальной панели появится световая точка. С верхней (горизонтальной) панели снять правую крышку, обеспечив доступ к блоку гальванометра и произвести при необходимости подналадку при помощи отвертки и специального ключа. Пред регулировкой ослабить затяжку контрящих винтов. Добиться такого положения гальванометров, чтобы световые точки были отчетливо видны на матовом стекле юстировочной рамки и в окошке на горизонтальной панели, после чего винты затянуть.

Произвести настройку усилителя (см. стр. 7).

После проведения настройки соединить выход усилителя с гальванометром, для чего переключатель «ШЛ-МА» установить в положение «ШЛ». Световую точку гальванометра установить на нулевую отметку, слева или справа в зависимости от движения лучика при нагружении тензопреобразователя.

Установить максимальную нагрузку на тензопреобразователь и при помощи органов управления усилителя добиться максимального отклонения све-

товой точки. Затем произвести тарировку тензопреобразователя при его нагружении и разгрузении.

2.6. Содержание отчета. В отчет входит краткое теоретическое введение с необходимыми рисунками, тарировочная таблица и тарировочный график.

2.7. Контрольные вопросы.

- *Объясните принцип действия светолучевого осциллографа по схеме.*
- *На осциллографе покажите расположение его основных узлов.*
- *Перечислите последовательность действий при настройке тензометрического усилителя 8АНЧ – 7м.*
- *Объясните принцип работы шлейфовых гальванометров.*
- *Назовите конструктивные отличия петлевого и рамочного гальванометров.*
- *Как производится тарировка тензометрического преобразователя силы.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 РАСШИФРОВКА ОСЦИЛЛОГРАММЫ

3.1. Цель работы. Перенести с осциллограммы на график (расшифровать) результаты записи одного из параметров, расшифровку выполнять с применением тарировочного графика.

3.2. Общие сведения об осциллограммах. В лабораторной работе рассматриваются осциллограммы, полученные на светолучевом осциллографе, которые представляет собой ленту из фотографической бумаги с засвеченными на ней линиями, в результате экспонирования луча света от шлейфового гальванометра. Общий вид осциллограммы представлен на рис.3.1. Поле осциллограммы разделено на три части. На первой части находятся данные о её принадлежности, дате записи, № эксперимента и др. На второй части тарировочные характеристики заданные в виде ступенчатого графика или в числовом виде. На третьей части собственно запись измерений.

На рис. 3.1. приведена запись двух измеренных величин – кривые 1 и 2, соответствующие им нулевые линии линия 3 и 4, отметки времени 5.

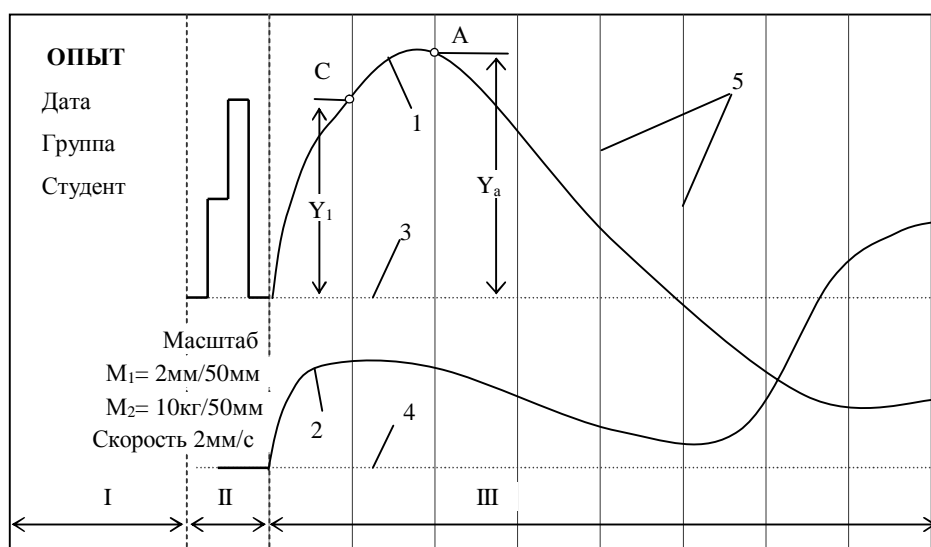


Рис.3.1. Общий вид осциллограммы, I, II и III части осциллограммы

При записи фотографическая лента смещается в поперечном направлении на 2 – 3 мм, вследствие неравномерности её ширины и зазоров со стороны щёк катушек. По этому край ленты не может служить базой для отсчёта показаний. В качестве такой базы используют нулевую линию, получаемую с помощью специального шлейфа с жёстко закреплённым зеркальцем. Луч от такого шлейфа не изменяет своего положения относительно начального положения луча рабочего шлейфа, что исключает погрешности от поперечного смещения ленты. На осциллограмме должна быть минимум одна нулевая линия, местоположение которой выбирают из соображения удобства считывания результатов измерений. В этом случае нулевая линия является базой для всех линий на осцилло-

грамме. Если это возможно, то получают несколько нулевых линий, для каждой из измеряемых величин. Причём каждую нулевую линию совмещают с исходным положением линий измеряемых величин, как это имеет место на рис. 3.1.

Скорость протяжки ленты колеблется, что может привести к неточностям при расшифровке осциллограммы. Для повышения точности используют отметки времени, которые могут быть двух видов: периодических параллельных полос или разрывов на линии времени. Отметки времени в виде полос, получают с помощью отметчика (см. Рис.2.1.), экспонирующего на ленту с одинаковой периодичностью плоский луч по всей её ширине. Отметчик времени включают при больших скоростях протяжки ленты. При малых скоростях протяжки пользуются линиями времени с разрывами, которые получают с помощью дополнительного шлейфового гальванометра, подключённого к электронным или электромеханическим часам.

Если отметки времени не наносились на осциллограмму в процессе её записи, то это следует сделать при её расшифровке, по заданной скорости протяжки ленты и интервалу времени, выбранному для снятия показаний.

3.3.Порядок выполнения работы. Целью расшифровки является перенос данных с осциллограммы на график, при этом для удобства работы используют тарировочный график. Расшифровка включает три основных этапа:

- выбор масштаба осей графика и построение осей и сетки графика,
- построение тарировочного графика,
- собственно расшифровка или перенос данных с осциллограммы на график.

При **выборе масштаба** осей графика следует руководствоваться соображениями удобства чтения представленных на нём данных. График не должен быть слишком мелким или выходить за пределы сетки. В работе рекомендуется иметь длину осей: абсцисс (X) не менее 100 мм, ординат (Y) не менее 150 мм.

Проиллюстрируем на примере, назначение масштаба M_τ для оси абсцисс (ось времени).

$$M_\tau = X/\tau \quad (1)$$

где τ – время продолжительности процесса, час, мин, с,

X – длина оси абсцисс на графике, мм.

Пусть продолжительность процесса 3 мин. Первоначально примем длину оси 100 мм, тогда $M_\tau = 100/3 = 33,3$ мм/мин. Такой масштаб не удобен, так как содержит десятые доли мм, что затрудняет построение осей и сетки графика. Для получения масштаба кратного 1 мм, следует принять длину оси 90 или 120 мм с масштабами 30 или 40 мм/мин. Для первого масштаба удобно строить промежуточные деления через 20 с, для второго через 15 с.

При выборе масштаба по оси ординат следует определить амплитуду изменения заданного параметра. Если параметр принимает как положительные, так и отрицательные значения, тогда его максимальные отклонения в обе стороны следует сложить.

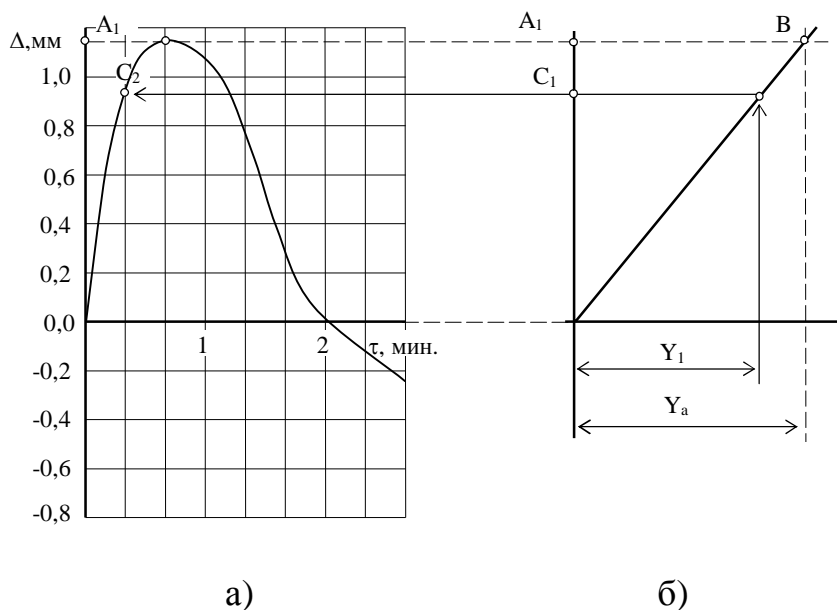


Рис.3.2. Расшифрованный (а) и тарифовочный (б) графики

После подбора и назначения масштабов по двум осям переходят к **построению осей и сетки графика** (Рис. 3.2,а). При этом следует иметь в виду, что сетка должна облегчать чтение графика. При желании иметь частую сетку на графике следует присваивать численные значения только основным линиям сетки и опускать промежуточные. Оси и надписи на них не должны выходить за пределы сетки. Надпись оси содержит название параметра или его буквенное обозначение, а также, записанную через запятую, размерность параметра. Например: время, мин или τ , мин; усилие, Н или Р, Н.

При **построении тарифовочного графика** (Рис.3.2,б) важное значение имеет выбор масштабов его осей. Для оси ординат принимают тот же масштаб, что для оси ординат графика. Масштаб оси абсцисс равен масштабу параметра на осциллограмме.

Практически график строят следующим образом. Выбирают на осциллограмме точку с максимальным значением измеряемого параметра, например точку А (см. рисунок 3.1). По масштабу оси этого параметра определяют его значение в этой точке $A_1 = M_1 * Y_a$. Наносят на график соответствующую ей ординату A_1 и откладывают её на тарифовочном графике. По оси абсцисс на тарифовочном графике откладывают натуральную величину Y_a . Через начало координат и точку пересечения В данных абсциссы и ординаты проводят прямую, которая графиком тарифовочной зависимости. Сетку для тарифовочного графика, как правило, не строят, а на осях записывают только наибольшее значение параметра.

Собственно **расшифровку** или перенос данных с осциллограммы на график производят последовательно от начального момента времени с заданным шагом. На осциллограмму наносят отметки времени, в виде серии линий перпендикулярных нулевой линии. Скорость протяжки ленты V указывается в задании. Первоначально определяют общую продолжительность процесса

$\tau_H=L/V$, где L – длина третьей части осциллограммы. Затем назначают интервалы времени для нанесения отметок: 10с, 15с, 20с, 30с, 1 мин и т. п. В месте, где график имеет максимум, минимум или крутой перегиб, интервалы времени сокращают. По заданным интервалам на нулевую линию наносят отметки времени, через которые проводят линии перпендикулярные нулевой. Отметки времени, соответствующие линиям сетки на графике, подписывают начиная от нуля. Если отметки времени имеют меньший интервал, чем сетка на графике, то на графике строят тонкие вертикальные линии сетки, которые используются только для построения.

Перенос выполняют помощью измерителя. Для заданного момента времени, например точка C на осциллограмме, снимают ординату Y_1 измеряемой величины. При этом одну из ножек измерителя располагают на нулевой линии, а другую на линии записи этой величины. Измеренную величину откладывают в качестве абсциссы на тарировочном графике и определяют соответствующую ей ординату, точку C_1 . Полученные значения переносят на график в виде точки для соответствующего момента времени. Эти операции выполняют для всех моментов времени, а через полученные точки проводят плавную линию.

3.4.Содержание отчёта. Отчёт по лабораторной работе содержит исходную осциллограмму, тарировочный график и график расшифровки, необходимые расчёты масштабов осей.

3.5.Контрольные вопросы.

- *Из каких основных частей состоит осциллограмма?*
- *Зачем нужна нулевая линия на осциллограмме, как её получают?*
- *Как получают отметки времени на осциллограмме?*
- *Назовите последовательность операций при расшифровке осциллограммы.*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦАХ EXCEL

4.1. Цель работы. Обработать экспериментальные данные методами математической статистики, по экспериментальным данным подобрать аппроксимирующую функцию и построить её график.

4.2. Общие понятия о регрессионной зависимости. В технике объектами экспериментальных исследований являются технологические процессы и устройства. В общем случае объект может быть представлен в виде «чёрного ящика», на вход которого воздействуют независимые переменные величины, называемые факторами или регрессорами, а на выходе измеряют зависимую переменную величину называемую параметром. Целью эксперимента является установление зависимости параметра, от факторов, которая может быть представлена в виде математической модели, адекватно описывающей поведение объекта. Такую зависимость называют функцией отклика, которая в общем случае является функцией многих переменных.

Объект должен быть управляемым и воспроизводимым. Управляемость реального объекта зависит как от управляемых, так и неуправляемых факторов. Последние влияют на воспроизведение результатов измерений. Объект считается воспроизводимым, если при многократном повторении опыта, получаются результаты с разбросом значений, не превышающих некоторой заданной величины. Факторы принято подразделять на контролируемые (измеряемые) и неконтролируемые, измерение которых невозможно. В свою очередь контролируемые факторы могут быть управляемыми и неуправляемыми. В отличие от управляемых, изменение неуправляемых факторов в ходе эксперимента невозможно. Оценка факторов может быть качественной или количественной. Далее будет рассмотрен случай количественных факторов, когда для получения математической модели, связывающей входные и выходные величины, применяется регрессионный анализ.

С целью получения достоверной информации в эксперименте проводят несколько измерений определяемой величины, на основании которых определяют статистические оценки. К таким оценкам относятся: среднее значение измеряемой величины X_{cp} и её среднеквадратическое отклонение σ от среднего значения, которое характеризует разброс результатов измерения около среднего значения. Для оценки однородности результатов используют коэффициент вариации V_c . Ниже приведены математические определения этих оценок.

$$X_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - X_{cp})^2}{N-1} \quad (4.2)$$

$$V_c = \frac{\sigma}{X_{cp}} \quad (4.3)$$

где N – число измерений.

В экспериментальных исследованиях часто возникает задача оценивания связи между входной и выходной величинами. Для этого экспериментатор задаёт определённую совокупность входных величин (x) и опытным путём определяет соответствующую ей совокупность значений выходной величины (y). Получаемая совокупность пар точек x_i и y_i может быть представлена на координатной плоскости, в виде диаграммы рассеяния или поля корреляции (Рис.4.1).

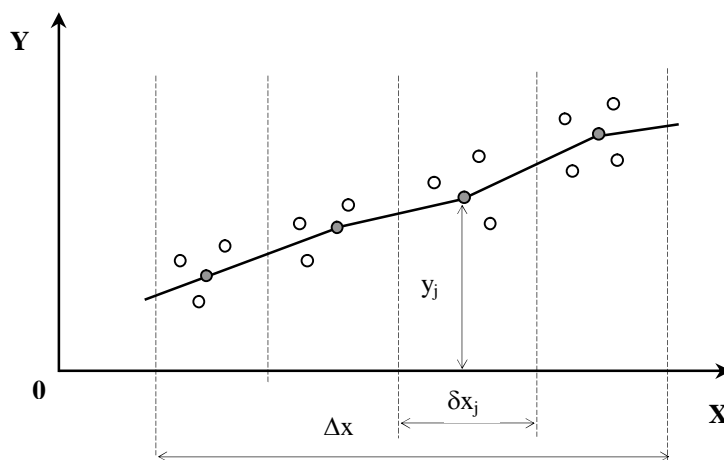


Рис. 4.1. Поле корреляции и экспериментальная линия регрессии

Разобьём весь интервал значений Δx на k равных интервалов Δx_j . Определим среднее значение y_j для каждого элементарного интервала Δx_j , отметим тёмным кружком его значение в середине каждого интервала и соединим их отрезками прямых. Получим ломаную линию, которая называется экспериментальной линией регрессии. При увеличении числа точек и уменьшении длины интервалов, ломаная линия становится плавной и в пределе превратится в теоретическую линию регрессии. Регрессионная зависимость может быть представлена линейным уравнением $y = a_0 + ax$. Зависимость Y от X называется прямой регрессией, а X от Y обратной. При обработке данных коэффициенты в линейном уравнении подбирают таким образом, что бы линия регрессии была максимально приближена к экспериментальным точкам.

Не следует ожидать, что все точки поля корреляции лягут на соответствующую прямую, как это имеет место в теоретических зависимостях. Например, растягивание образца в упругой области, описывается законом Гука, однако экспериментальные точки всегда будут отклоняться от теоретической зависимости, так как всегда будут существовать погрешности измерения входной и выходной величин. Для многофакторных технологических процессов выходная

величина всегда подвержена флуктуациям в результате воздействия факторов, которыми мы не в состоянии управлять или о существовании которых мы не знаем. По этому между реальными экспериментальными результатами и рассчитанными по уравнению регрессии для данного значения фактора, всегда существует отличие (погрешность). При подборе регрессионной зависимости, погрешности эти стремятся предельно уменьшить. Это можно сделать с помощью метода наименьших квадратов (МНК), в котором сумма квадратов погрешностей для всех экспериментальных точек минимальна.

Зачастую факторы, как и параметры, являются случайными величинами. В этом случае наряду с прямой регрессией можно говорить об обратной $x=b_0+b_1y$. Линии прямой и обратной регрессий образуют между собой некоторый угол, тангенс которого связан математической функцией с коэффициентом корреляции r . Последний используется в качестве характеристики тесноты взаимосвязи между линиями прямой и обратной регрессиями. Чем больше разброс данных, тем сильнее расходятся линии прямой и обратной регрессии. Если $r=1$ то линии сливаются и между фактором и параметром существует функциональная зависимость, если $r=0$, то линии взаимно перпендикулярны, а фактор и параметр полностью не зависят друг от друга.

При двухмерном нормальном распределении, применение коэффициента корреляции имеет смысл только в случае линейной связи между входным и выходным параметрами. Если экспериментальная зависимость существенно отличается от линейной, тогда подбирают степенную, логарифмическую или другую аппроксимирующую функцию. Оценку достоверности аппроксимации в этом случае удобно производить по коэффициенту детерминации R^2 , характеризующему отклонение расчётных значений выходной величины y_{ip} , полученных по уравнению регрессии, от этих же экспериментальных данных $y_{iэ}$.

Обратимся к рисунку 4.2, на котором изображена линия регрессии $y_p=a_0+a_1x$, одна из экспериментальных точек с координатами $x_{iэ}$ и $y_{iэ}$, и координаты средних значений (центра тяжести) X_{cp} и Y_{cp} . Полное отклонение экспериментальной выходной величины от среднего значения ($y_{iэ} - Y_{cp}$) складывается из систематического ($y_{ip} - Y_{cp}$) и случайного ($y_{iэ} - y_{ip}$) отклонений.

$$(y_{iэ} - Y_{cp}) = (y_{ip} - Y_{cp}) + (y_{iэ} - y_{ip}) \quad (4.4)$$

После возведения этого выражения в квадрат и соответствующих преобразований получим для всей совокупности экспериментальных точек:

$$\frac{1}{N-1} \sum_1^N (y_{iэ} - Y_{cp})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_1^N (y_{ip} - Y_{cp})^2 + \frac{1}{N-1} \sum_1^N (y_{iэ} - y_{ip})^2 \quad (4.5)$$

В полученном выражении слева от знака равенства записана полная дисперсия выходной величины, справа сумма: дисперсии условного математического ожидания и средней условной дисперсии. Первая из них обусловлена рег-

рессионной зависимостью и является «предсказуемой» дисперсией, так как её величину можно заранее определить; вторая отражает влияние случайных факторов и является «непредсказуемой».

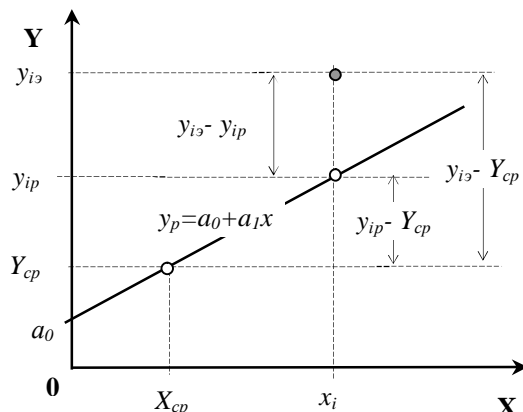


Рис.4.2. Схема для определения полной дисперсии выходной величины

Коэффициент детерминации равен отношению квадратов «предсказуемых» отклонений ко всей сумме квадратов отклонений.

$$R_{y/x}^2 = \frac{\sum_1^N (y_{ip} - Y_{cp})^2}{\sum_1^N (y_{iэ} - Y_{cp})^2} \quad (4.6)$$

С целью выявления роли случайных погрешностей на результат аппроксимации, преобразуем выражение (4.6) с учётом (4.5).

$$R_{y/x}^2 = 1 - \frac{\sum_1^N (y_{iэ} - y_{ip})^2}{\sum_1^N (y_{iэ} - Y_{cp})^2} \quad (4.7)$$

Из выражения (4.7) следует, что коэффициент детерминации лежит в пределах $0 \leq R^2 \leq 1$. Если между фактором и параметром существует функциональная связь, то случайные погрешности стремятся к нулю, при этом коэффициент детерминации стремится к 1. В том случае, когда рассеяния случайной и общей погрешностей равны, то коэффициент детерминации стремится к 0, а взаимосвязи между входной и выходной величинами не существует.

4.3. Статистическая обработка экспериментальных данных. В качестве вариантов для выполнения работы используются экспериментальные результаты полученные следующим образом. В смеситель загружали исходные компоненты и перемешивали их в сухом состоянии. Отсчёт времени начинали одновременно с подачей воды, на 1, 2, 5 и 10 минутах производили отбор проб

смеси. На пробах определяли прочности на сжатие – $\sigma_{сж}$ и срез – $\tau_{ср}$ и другие параметры, для каждого из которых выполнено по 8 измерений. Варианты заданий приведены в приложении 1 (с. 33).

Далее в качестве примера рассмотрена обработка экспериментальных результатов по варианту 0. Данные обрабатываются на листе EXCEL, для чего создадим таблицу по форме 4.1. Индексы столбцов и номера строк для листа EXCEL указаны в верхней строке и левом столбце, которые выделены серым цветом. В ячейках A1:A11 и строке 1 внесены пояснения, B2:I5 экспериментальные данные, C6:I11 результаты расчёта.

Определим средние значения выходной величины для каждого опыта. Для этого активизируем ячейку C6 и с помощью мастера функций выберем команду СРЗНАЧ, затем выделим ячейки B2:C5 и исполним команду ОК. В ячейку C6 будет помещено среднее значение чисел, расположенных в выделенных ячейках. Перенесём полученную формулу в ячейки E6, G6 и I6, с помощью маркёра. Последний представляет собой маленький чёрный квадратик, расположенный в нижнем углу рамки, окружающей выделенную ячейку. Для этого установим указатель на маркёр – он должен превратиться в чёрный крестик. Теперь не отпуская левую кнопку мыши, растянем рамку на ячейки вправо до столбца I. Все выделенные ячейки заполнятся такими же формулами как и в ячейке C6. Данные в ячейках D6, F6 и H6 должны быть удалены, т. к. в них использованы данные из смежных выборок.

Таблица 4.1 Форма для статистической обработки данных

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Время	1	мин.	2	мин	5	мин	10	мин
2	Параметр	61	61	71	64	95	99	110	112
3		68	71	65	67	81	95	115	110
4		81	48	69	80	93	97	118	112
5		52	78	74	81	89	95	116	115
6	СРЕДЗНАЧ		65		71,4		93		113,5
7	СТАНДОТКЛОН		11,7		6,48		5,66		2,93
8	Кэф. вариации		0,18		0,09		0,06		0,02
9	ДОВЕРИТ		2,84		1,51		1,15		0,54
10	Верхняя граница		67,84		72,88		94,15		114
11	Нижняя граница		62,15		69,87		91,85		113

Определим среднеквадратическое отклонение выходной величины для каждой выборки и запишем его в строку 7, для чего с использованием формулы СТАНДОТКЛОН выполним действия аналогичные строке 6. Расчёт коэффициентов вариации выполним в строке 8. Для этого активизируем ячейку C8, в мастере формул запишем выражение =C7/C6 и выполним команду ОК. При этом в ячейку C8 будет помещено значение коэффициента вариации для первой минуты перемешивания.

При построении графика регрессионной зависимости полезно представлять на нём поле рассеяния экспериментальных данных с заданным уровнем значимости α . Для этого определим доверительный интервал. Активизируем ячейку С9, вызовем формулу ДОВЕРИТ. Появится табличка с тремя незаполненными строками: α , стандартное отклонение и размер. В первую строку занесём уровень значимости, указывающий процент результатов, выходящих за пределы доверительного интервала и называемых ошибками. Например при $\alpha = 0,05$, в выборке будет 5% ошибочных результатов. Чем ниже значение α , тем шире доверительный интервал. Во вторую строку заносят данные из ячейки С7, в третью из ячейки С6. Полученный результат используют для определения верхней и нижней границ разброса экспериментальных данных, которые поместим в строки 10 и 11 соответственно. Расчёт выполнен относительно средних значений, в ячейку С10 запишем выражение суммы из ячеек С6 и С9, а в ячейку С11 разность упомянутых ячеек.

Для построения графика на свободном поле листа подготовим таблицу по форме 4.2, состоящую из 4-х строк и 5-ти столбцов. Рассматриваемая таблица размещена в столбцах В – F и строках 15 – 18. Столбец В содержит названия данных. Строка 15 заполняется вручную, а ячейки С16:F18 с помощью оператора присвоения данных, что позволяет жёстко увязать экспериментальные данные с графиком. Для выполнения такой связи необходимо пометить ячейку С16, щёлкнуть по кнопке Изменить формулу в строке формул. На этой кнопке изображён знак равенства. Откроется панель формул, которая содержит средства для написания всевозможных формул и ссылок. Затем надо выбрать ячейку с нужными данными, в нашем случае С6 и нажать кнопку Готово. При этом данные из ячейки С6 запишутся в ячейку С16. Аналогично следует поступить с остальными ячейками данной таблицы.

Таблица 4.2 Форма для построения графика

	В	С	Д	Е	Ф
15	Время, мин.	1	2	5	10
16	Среднее значение	65	71,3	93	113,5
17	Верхняя граница	67,8	72,9	94,1	114
18	Нижняя граница	62,1	69,9	91,8	113

Сформированный блок данных следует выделить и вызвать мастер диаграмм, нажатием соответствующей пиктограммы на панели инструментов. Построение графика производится по шагам. На первом шаге надо выбрать тип диаграммы – «точечная», среди видов диаграмм – отдельные точки без сглаживающих кривых. На втором шаге следует выбрать расположение данных в строках и проверить диапазон данных. На третьем шаге выполняют надписи заголовка и осей, включают изображение горизонтальных и вертикальных линий

сетки, выключают легенду и подписи данных. На четвёртом шаге нажимаем кнопку Готово, после чего диаграмма появляется на том же листе, что и данные. Полученный график следует отформатировать, увеличив размеры диаграммы до требуемой величины. Максимально увеличить область построения графика на поле диаграммы. Отформатировать оси и надписи диаграммы, используя для вызова меню правую кнопку мыши.

После этого на график следует нанести аппроксимирующую функцию и границы доверительного интервала. Для этого устанавливают курсор на точки графика и по всплывающим подсказкам определяют их принадлежность. Для средних значений выполняют команду построить линию тренда. Выбирают одну из предложенных функций, а с помощью закладки свойства вызывают функции показать уравнение и коэффициент детерминации. По величине R^2 подбирают зависимость с наименьшей погрешностью. Для изображения границ доверительного интервала следует пометить точки верхней или нижней границы. Правой кнопкой мыши вызвать меню, в котором активизировать функцию тип диаграммы и в открывшемся окне выбирают сглаживающую прямую без точек. После чего двойным щелчком левой кнопки мыши вызвать окно формат элементов данных и выбрать тип, цвет и толщину линии. Рекомендуется иметь пунктирную линию.

4.4. Содержание отчёта. Отчёт по лабораторной работе представляется в виде распечатки листа EXCEL на котором выполнялась статистическая обработка экспериментальных данных. Лист должен содержать колонтитулы с указанием имени файла и даты распечатки.

4.5. Контрольные вопросы.

- *Как получают экспериментальную зависимость параметра от факторов?*
- *Что такое уравнение регрессии?*
- *Назовите основные статистические оценки.*
- *Что характеризует коэффициент корреляции?*
- *Что характеризует коэффициент детерминации?*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

5.1. Цель работы. Ознакомиться с методом экстремального планирования многофакторного эксперимента. Обработать результаты эксперимента и построить поверхность отклика для факторной модели.

5.2. Общие сведения о факторном эксперименте. При исследовании технологических процессов часто возникает задача установления количественной зависимости параметра, характеризующего этот процесс, от факторов влияющих на изменение этого параметра.

При традиционной постановке экспериментальной задачи, варьируют один фактор и стабилизируют все прочие на выбранных уровнях, находят зависимость исследуемого параметра только от одного фактора. Изучение многофакторной системы при таком подходе, сопряжено с необходимостью проведения большого числа опытов, для каждого из которых получается частная математическая модель зависимости исследуемого параметра от одного из факторов.

Для изучения многофакторных систем наиболее целесообразным является применение статистических методов планирования эксперимента. Под планированием эксперимента понимается определение числа опытов и условий их проведения, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью. План проведения экспериментов составляется таким образом, что позволяет иметь: минимальное число опытов при наибольшей информации о процессе; формализованную многофакторную математическую модель, описывающую процесс на установленном интервале изменения факторов; возможность получения обоснованного решения при поиске оптимальной области процесса.

Поясим некоторые термины, применяемые в факторных экспериментах.

Параметр является реакцией или откликом на воздействие факторов, определяющих протекание процесса. В идеальном случае удобно иметь один параметр, характеризующий весь процесс. Однако, на практике оценку процесса ведут по нескольким параметрам, для каждого из которых может быть получена своя математическая модель.

Фактором называют независимую переменную величину, влияющую на параметр оптимизации. Каждый фактор имеет область определения – совокупность всех значений, в пределах которой он может изменяться.

При исследовании процесса необходимо учитывать все существенные факторы. Если по каким-либо причинам влияние некоторых факторов невозможно учесть в эксперименте, то эти факторы должны быть стабилизированы на определённых уровнях в течение всего эксперимента. При большом числе факторов, следует отсеять те, которые оказывают незначительное влияние на

параметр. Отсевание несущественных факторов выполняют на основе априорного ранжирования или при помощи постановки пробного эксперимента. Для априорного ранжирования привлекают специалистов, которым раздают анкету с перечислением всех возможных факторов. Специалист должен расположить факторы в порядке уменьшения их влияния. После статистической обработки анкет, выявляют значимые факторы, которые включают в план эксперимента, остальные стабилизируют.

Модель. Под математической моделью понимают функциональную зависимость параметра от ряда факторов. Такую зависимость называют функцией отклика, а её графическое отображение поверхностью отклика. Выбор модели зависит от задачи исследований и предъявляемых к ней требований. Наиболее простой моделью является полином, линейность которого относительно неизвестных коэффициентов упрощает обработку наблюдений. В настоящей работе рассматривается полином первой степени, который для трёх факторов имеет вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 \quad (5.1)$$

где

y – исследуемый параметр,

b_0, b_1, \dots – коэффициенты корреляции,

x_1, x_2, x_3 – независимые переменные, (факторы).

При составлении факторного плана на основании предположения (априори) выбирают область эксперимента, для которой устанавливают основные уровни и интервалы варьирования. Основным или нулевым уровнем фактора называют его значение принятое за исходное в плане эксперимента. Сочетание основных уровней принимают за исходную точку для построения плана эксперимента.

Интервалом варьирования фактора называют число, прибавление которого к основному уровню даёт верхний уровень фактора, а вычитание – нижний. Интервал варьирования должен быть больше той ошибки, с которой экспериментатор фиксирует уровень фактора. Увеличение интервалов варьирования затрудняет также возможность линейной аппроксимации функции отклика.

Для удобства записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных уровни факторов кодируют. В кодированном виде верхний уровень обозначают +1, нижний –1, а основной 0. Переход от реальных уровней к кодированным осуществляется по выражению:

$$x_j = \frac{X_{jcp} - X_j}{\varepsilon_j} \quad (5.2)$$

где: X_j – натуральное значение j -го фактора,

X_{jcp} – среднее значение фактора,

ε_j – интервал варьирования j -го фактора.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называют полным факторным экспериментом. Если число уровней каждого фактора k , а число факторов n , то число N всех сочетаний уровней факторов, а следовательно и число опытов в полном факторном эксперименте, определяется выражением:

$$N=k^n \quad (5.3)$$

План факторного эксперимента имеет вид матрицы, в которой используют кодированные значения факторов. Число строк в матрице равно количеству опытов. Знаками $+1$ и -1 обозначают верхний и нижний уровни факторов. В некоторых случаях, для упрощения записи условий эксперимента в матрице планирования вместо $+1$, пишут только $+$, вместо -1 , только $-$.

Матрицу составляют в соответствии с правилом. Рассмотрим его на примере матрицы для трёх факторов x_1, x_2 , и x_3 (Табл.5.1). Число колонок в таких матрицах равно числу факторов – три для рассматриваемого случая, а число строк – числу опытов, рассчитываемому в соответствии с формулой (5.3). Для условий $k=2$ – два уровня варьирования факторов, $n=3$ – три фактора, $N=2^3=8$ опытов. Поле означенной матрицы выделено в таблице 5.1 серым цветом.

Таблица 5.1 Матрица факторного плана

	N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
Опыт	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Опыт	2	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
Опыт	3	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
Опыт	4	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
Опыт	5	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
Опыт	6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
Опыт	7	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
Опыт	8	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1

В столбце фактора x_1 уровни чередуются $+1$ и -1 через один, фактора x_2 через два, фактора x_3 через четыре. Для большего числа факторов, матрицу можно продолжить в соответствии с данным правилом. В полученной матрице сочетание уровней факторов в отдельно взятом опыте не повторяется в других.

Нетрудно заметить, что матрица для трёх факторов составлена повторением матрицы для двух факторов, которая выделена светло-серым цветом. Фактор x_3 принимает значения верхнего уровня в опытах 1 – 4 и нижнего уровня в опытах 5 – 8.

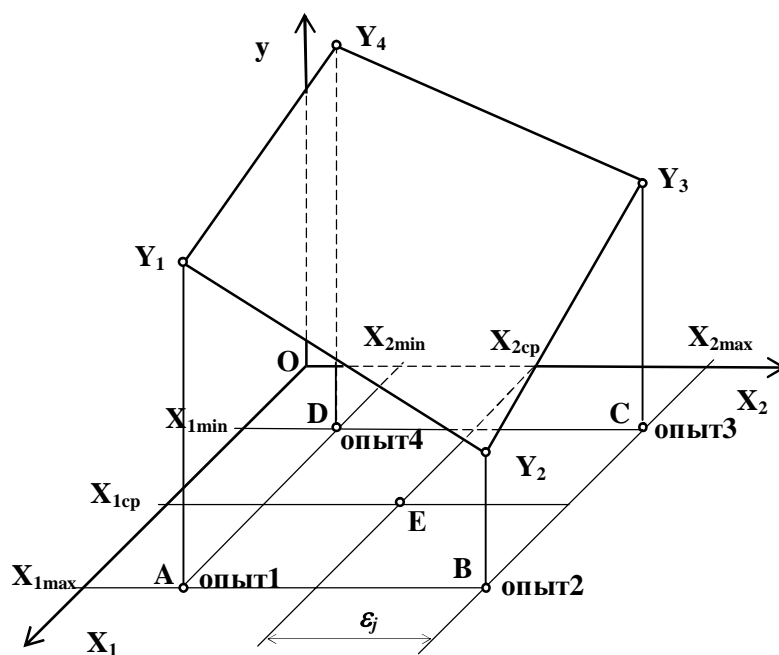


Рис. 5.1. Графическая интерпретация факторной модели

Графическая интерпретация модели для двух факторов x_1 и x_2 в декартовой системе координат трёхмерного пространства представляется в виде поверхности отклика; для полинома первой степени это плоскость (Рис. 5.1). Для трёх факторов модель может быть представлена в виде двух поверхностей отклика, соответствующих верхнему и нижнему уровням фактора x_3 . При большем числе факторов пространство для построения поверхности отклика является многомерным и геометрическая интерпретация функции отклика становится невозможной.

Границы факторов X_1 и X_2 образуют на плоскости $X_1O X_2$ прямоугольник ABCD. Координаты вершин прямоугольника соответствуют уровням факторов для определённых опытов плана, а исходному уровню факторов точка E в центре прямоугольника. Значения параметра, измеренные в опытах, представлены на рисунке 5.1 в виде точек с соответствующими ординатами y_1, y_2, y_3, y_4 , а проходящая через них поверхность является поверхностью отклика.

Слева матрицу плана дополняет вектор столбец фиктивной переменной x_0 , принимающей во всех опытах значения верхнего уровня и учитывает суммарное влияние всех не включённых в модель факторов. Если в модели присутствуют линейные парные и тройные взаимодействия факторов, то справа матрицу дополняют столбцы для записи уровней этих взаимодействий. Значение уровней в ячейках этой части плана получены как произведения значений уровней факторов составляющих это произведение. Полученная таким образом, матрица используется для расчётов коэффициентов регрессии факторной модели.

Опыты проводят в соответствии с планом, однако последовательность их должна носить случайный характер. Для этого проводят рандомизацию, например с помощью жребия. Для этого надо заготовить 8 жетонов с указанием номера опыта (от 1 до 8), поместить их в коробку или мешок и перемешать. Последовательность с которой будут извлекаться жетоны, следует принять за последовательность проведения опытов.

В каждом опыте может измеряться несколько параметров, для каждого из которых может быть получена математическая модель. Например при исследовании свойств смеси измеряют прочность, газопроницаемость и т.д. Для получения статистических оценок, в каждом опыте один и тот же параметр измеряют несколько раз, результаты заносят в протокол.

5.3. Обработка результатов факторного эксперимента. Основной целью регрессионного анализа является получение, по результатам эксперимента, математической модели, адекватно описывающей поведение объекта. В каждой точке пространства, которой соответствует одна из строк матрицы планирования, проводится серия из m опытов, по результатам которых вычисляется среднее значение выходной величины y_i и её дисперсию $S^2\{y_i\}$, которая используется для проверки однородности выходной величины.

$$\bar{y}_i = \frac{y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{im}}{m} \quad (5.4)$$

$$S^2\{y_i\} = \sum_{u=1}^m (y_{iu} - \bar{y}_i)^2 / (m-1) \quad (5.5)$$

где: y_{iu} – измеренное значение параметра.

Для обработки данных факторного эксперимента следует открыть приложение EXCEL, на листе которого создать таблицу по форме 5.2. Индексы столбцов и номера строк для листа EXCEL указаны в верхней строке и левом столбце, которые выделены серым цветом. В ячейках A11:J18 расположена матрица плана, K11:M18 экспериментальные данные, N11:S18 и C19:S21 результаты расчёта. В конкретном задании привязка таблицы к ячейкам листа может отличаться от приведенной.

Определим средние значения выходной величины для каждого опыта. Для этого активизируем ячейку N11 и с помощью мастера функций выберем команду СРЗНАЧ, затем выделим ячейки K11:M11 и исполним команду ОК. В ячейку N11 будет помещено среднее значение чисел, расположенных в ячейках K11:M11. Перенесём полученную формулу в ячейки N12:N18, с помощью маркёра. Последний представляет собой маленький чёрный квадратик, расположенный в нижнем углу рамки, окружающей выделенную ячейку. Для этого установим указатель на маркёр – он должен превратиться в чёрный крестик. Теперь не отпуская левую кнопку мыши, растянем рамку на ячейки вниз до строки

18. Все выделенные ячейки заполнятся такими же формулами как и в ячейке N11.

Определим стандартное отклонение и дисперсию выходной величины для каждого опыта. Величину стандартного отклонения запишем в столбец O. С помощью мастера функций выберем команду СТАНДОТКЛОН и выполним действия аналогичные столбцу N. Дисперсия выходной величины для каждого опыта определяется аналогично, с помощью функции ДИСП. Сумму дисперсий сформируем в ячейке P19. Для этого активизируем её, в мастере формул вызовем формулу СУММ, выделим ячейки O11 – O18 и выполним команду ОК. Данная сумма потребуется для расчёта коэффициента Кохрена G_p , который показывает меру различий между дисперсиями.

$$G_p = \frac{S^2\{y_i\}_{\max}}{\sum_{i=1}^N S^2\{y_i\}} \quad (5.6)$$

Расчётное значение коэффициента Кохрена сравнивается с табличным, которое выбирается для принятого уровня значимости α для чисел степеней свободы соответственно числителя $f_1=m-1$ и знаменателя $f_2=N$.

Для рассматриваемого примера: $f_1=3-1=2$ – в горизонтальном заголовке таблицы выбирается столбец, $f_2=8$ – в вертикальном заголовке – строка. На пересечении получаем табличное значение $G_T= 0,5157$ (см. табл. П1). Если выполняется условие $G_p < G_T$, то построчные дисперсии признаются однородными. Если условие однородности не выполняется, в данной точке плана следует провести повторный эксперимент, получить новую серию данных. В некоторых опытах задания дисперсия неоднородна. Студент должен найти этот опыт и обсудить с преподавателем пути её устранения.

Численные значения коэффициента Кохрена заносятся в ячейки Q11:Q18. Для этого активизируют ячейку Q11 занося в неё формулу деления дисперсии на сумму дисперсией =P11/P\$19. В обозначении второй ячейки используется знак «\$» – символ абсолютной ссылки. Такая запись позволяет сохранить ячейку P19 постоянной, а ячейка P11 будет изменяться при растягивании формулы на весь столбец.

Убедившись в однородности, переходят к определению оценок коэффициентов регрессии по формуле

$$b_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{y}_{ik} x_{ik} \quad (5.7)$$

где k – номер вектор-столбца.

Оценки коэффициентов регрессии записывают в ячейках С19:J19. Для этого активизируют ячейку С19 и записывают в неё следующее выражение:

$= (C11 * N\$11 + C12 * N\$12 + C13 * N\$13 + \dots + C18 * N\$18) / 8$. Выполняют команду ОК и получают результат счёта. Ячейку растягивают до столбца J, при этом рассчитываются все оценки.

Полученные значения коэффициентов регрессии необходимо оценить на статистическую значимость по t-критерию Стьюдента. Для каждого коэффициента b_k вычисляется значение t-критерия.

$$t_k = \frac{b_k}{S\{\bar{b}_k\}} \quad (5.8)$$

где $S\{b_k\}$ – оценка среднеквадратического отклонения погрешности определения коэффициента, которая вычисляется в соответствии с приведенными ниже выражениями.

Оценка генеральной дисперсии воспроизводимости S_e^2 характеризующая точность одного измерения, находится как средняя величина из всех построчных дисперсий, ячейки P11: P18.

$$S_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S^2\{y_i\} \quad (5.9)$$

Средняя величина построчных дисперсий записывается в ячейку P20.

В виду свойства нормировки, оценка среднеквадратического отклонения коэффициентов регрессии будут одинаковой.

$$S\{\bar{b}_k\} = \sqrt{\frac{S_b^2}{Nm}} \quad (5.10)$$

Для расчёта среднеквадратического отклонения коэффициентов регрессии в ячейку Q19 запишем выражение: $= P20 / (8 * 3)$, где $N = 8$ – число всех сочетаний уровней факторов, а следовательно и число опытов в полном факторном эксперименте, а $m = 3$ – число параллельных опытов в i -той точке факторного пространства. Квадратный корень из числа записанного в ячейке Q19, запишем в ячейку Q20.

Расчётное значение t-критерия Стьюдента для найденных оценок коэффициентов регрессии находим по выражению (5.8).

Расчётные значения критерия запишем в ячейки C21:J21. Для этого запишем в ячейку C21 выражение: $= C19 / Q20$, и перенесём эту формулу в остальные ячейки этой строки до колонки J.

В таблице П2 при уровне статистической значимости $\alpha = 5\%$ и числе степеней свободы $f = N(m-1) = 8(3-1) = 16$ определим табличное значение коэффициента $t_T = 2,12$. Статистически значимыми признаются коэффициенты для которых выполняется соотношение $t_k > t_T$. Если $t_k < t_T$ то коэффициент регрессии отбрасывается из уравнения. В рассматриваемом примере 3 статистически значимых коэффициентов и 5 неучтённых.

Полученное уравнение проверяют на адекватность. Для этого необходимо оценить, насколько отличаются средние значения параметра y_i , полученные в

результате проведения опытов, и соответствующие им значений y_i , полученных из уравнения регрессии для тех же значений факторов. Для этого вычисляют остаточную дисперсию, которую чаще называют дисперсией адекватности.

$$S_{ad}^2 = \frac{m}{N-l} \sum (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5.11)$$

где m – число параллельных опытов в i -той точке факторного пространства,

l – число значимых коэффициентов в уравнении.

Для выполнения расчётов колонку S заполним расчётными значениями факторной модели, для чего в ячейку S11 введём формулу: =C\$19*C11+D\$19*D11+E\$19*E11+F\$19*F11+G\$19*G11+H\$19*H11+I\$19*I11 и перенесём эту формулу в остальные ячейки. В этом выражении не учитываются коэффициенты не удовлетворяющие условию $t_k > t_T$.

В колонку T введём формулу (5.11). Для этого в ячейку T1 запишем формулу: =(3*(R11-S11)*(R11-S11)) и разнесём её по остальным ячейкам колонки T. Эти ячейки будут заполнены суммой квадратов разностей действительных и расчётных значений параметра, умноженной на 3 и делённой на 1. Где $m = 3$ – число параллельных опытов в i -той точке факторного пространства, а $N - l = 8 - 7 = 1$.

Адекватность полученной модели проверяем по F-критерию Фишера, путём сравнения двух дисперсий.

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_e^2} \quad (5.12)$$

Результаты расчётов поместим в ячейку T20, для этого в ячейку T20 запишем выражение: = T19/P20.

При выполнении условия адекватности $F_p < F_T$ модель описывает процесс с уровнем значимости 5%.

5.5. Построение графика факторной модели. Для полученной математической модели можно построить график поверхности отклика от двух переменных x_1 и x_2 , и фиксированном значении $x_3=1$. С этой целью следует переписать уравнение регрессии (5.1), подставив в него значение фактора $x_3=1$. Результаты расчёта следует оформить в виде таблицы. В качестве заголовков строк и столбцов такой таблицы должны выступать значения переменных, а тело таблицы представлять собой набор значений рассчитанных по модели.

Разобьём задачу на шаги:

1. Введём последовательность значений x_1 в столбец A, начиная с ячейки A32, ячейка A31 должна остаться пустой. Последовательность в столбце охватывает два интервала варьирования фактора x_1 , от нижнего (-1) до основного уровня (0) и от основного до верхнего уровня (1). Шаг варьирования внутри интервалов выбирают из соображений требуемой

точности построения поверхности отклика. В рассматриваемом примере шаг варьирования равен 0,2;

2. Последовательность значений x_2 вносим в строку 31, начиная с ячейки В31, вводится аналогично значениям x_1 (Табл.5.3);

3. Введём в ячейку В32 следующую формулу = C19+D19*B\$31+E19*\$A32+F19+G19*B\$31*\$A32+H19*B\$31+I19*\$A32+J19*B\$31*\$A32;

В формуле используется знак «\$» применение, которого позволяет получить некоторый принцип при задании ссылок в подобных случаях. Этот принцип не зависит от вида формулы и входящих в неё математических операторов. Он устанавливает только порядок того, как должны выглядеть ссылки на столбец и строку, хранящие значения аргументов функции. С учётом этого принципа можно выполнить завершающие шаги.

4. Выделить ячейку В32 и заполнить формулами строку 32;

5. Выделить ячейку В32 и заполнить формулами столбец В.

6. Повторить действия по пункту 5 для остальных столбцов таблицы.

Используя полученную таблицу построить трёхмерную диаграмму поверхности отклика.

5.5. Контрольные вопросы.

- Назовите различие между фактором и параметром ?
- Зачем при составлении плана уровни факторов кодируют?
- Сформулируйте правило составления факторного плана.
- Как определяют количество опытов в факторном плане?
- Назовите последовательность действий при обработке результатов факторного эксперимента..
- Как оценивают однородность экспериментальных результатов?
- По какому критерию оценивают адекватность факторной модели?
- Как выполняют априорное ранжирование?

Таблица 5.3 Пример построения графика факторной модели на листе EXCEL

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
31		-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
32	-1	62	57,20	52,40	47,60	42,80	38	33,20	28,40	23,60	18,80	14
33	-0,8	61,87	57,32	52,77	48,22	43,67	39,12	34,57	30,02	25,47	20,92	16,37
34	-0,6	61,73	57,43	53,13	48,83	44,53	40,23	35,93	31,63	27,33	23,03	18,73
35	-0,4	61,60	57,55	53,50	49,45	45,40	41,35	37,30	33,25	29,20	25,15	21,10
36	-0,2	61,46	57,66	53,86	50,06	46,20	42,46	38,66	34,86	31,06	27,26	23,46
37	0	61,33	57,78	54,23	50,68	47,13	43,58	40,03	36,48	32,93	29,38	25,83
38	0,2	61,20	57,90	54,60	51,30	48	44,70	41,40	38,10	34,80	31,50	28,20
39	0,4	61,06	58,01	54,96	51,91	48,86	45,81	42,76	39,71	36,66	33,61	30,56
40	0,6	60,93	58,13	55,33	52,53	49,73	46,93	44,13	41,33	38,53	35,73	32,93
41	0,8	60,79	58,24	55,69	53,14	50,59	48,04	45,49	42,94	40,39	37,84	35,29
42	1	60,66	58,36	56,06	53,76	51,46	49,16	46,86	44,56	42,26	39,96	37,66

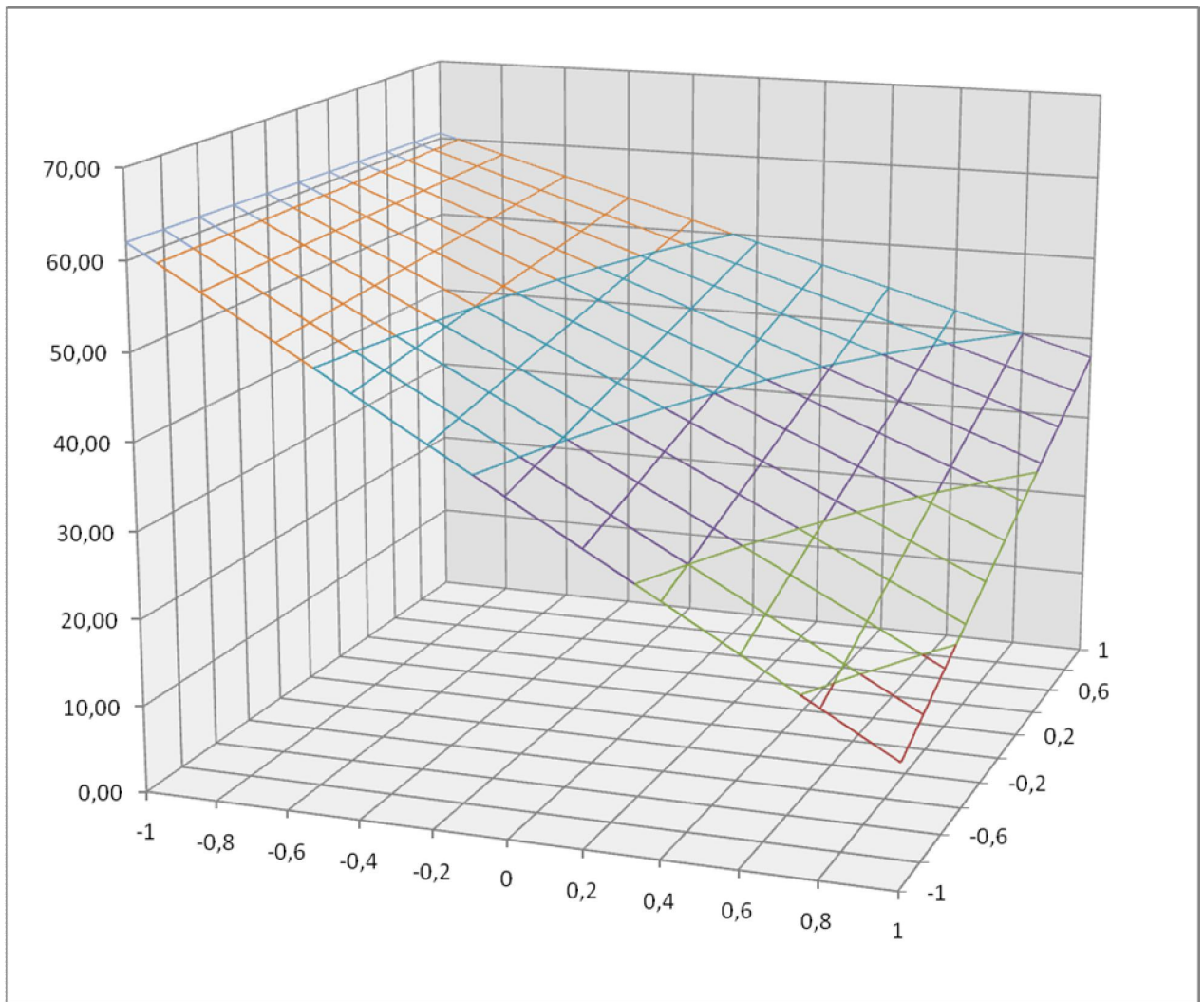


Рис. 5.2. Пример графика факторной модели

Приложение 1

Варианты заданий к лабораторной работе №4

Вариант 1. Прочность на сжатие кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
61	61	71	64	95	99	110	112
68	71	65	67	81	95	115	110
81	48	69	80	93	97	118	112
52	78	74	81	89	95	116	115

Вариант 2. Прочность на срез кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
30	29	35	32	47	49	55	56
34	36	33	36	40	47	57	55
40	24	34	39	46	48	59	54
26	39	37	40	44	47	58	57

Вариант 3. Прочность на сжатие кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
51	53	60	53	85	84	99	101
59	62	55	57	71	83	95	91
70	48	58	70	85	87	96	89
43	68	65	69	74	84	94	96

Вариант 4. Прочность на срез кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
26	27	30	27	42	43	50	51
28	31	27	29	36	41	48	46
35	24	29	35	42	43	48	44
23	34	32	34	37	42	47	48

Вариант 5. Прочность на сжатие кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
61	65	82	84	95	99	99	98
61	71	78	67	81	95	98	101
81	48	75	80	93	97	89	97
65	78	74	81	89	95	101	98

Вариант 6. Прочность на срез кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
30	37	41	42	47	50	47	49
31	36	39	38	40	47	49	51
42	24	28	40	42	48	44	49
37	39	36	41	45	47	50	48

Вариант 7. Прочность на сжатие кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
41	41	61	54	95	99	110	112
50	51	64	57	81	95	114	109
48	68	58	69	93	97	116	112
42	55	65	72	89	95	116	105

Вариант 8. Прочность на срез кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
20	20	30	27	48	50	55	56
25	26	32	27	40	47	57	54
23	39	29	35	47	49	58	56
21	28	32	36	49	47	58	52

Вариант 9. Прочность на сжатие кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
62	61	59	65	85	89	101	102
69	75	61	74	81	95	98	103
75	58	69	80	91	85	97	105
48	75	74	81	89	89	106	98

Вариант 10. Прочность на срез кПа

1 мин.		2 мин.		5 мин.		10 мин.	
31	30	29	32	42	45	50	51
34	36	30	36	40	50	49	52
38	29	34	40	46	43	48	51
24	37	37	41	44	44	53	49

Приложение 2

Варианты заданий к лабораторной работе №5

Вариант	1	2	3
Опыт	Газопроницаемость	Прочн. на сжатие, кПа	Прочн. на срез, кПа
1	260 – 220 – 210	175 – 160 – 165	40 – 38 – 34
2	65 – 70 – 62	60 – 50 – 56	12 – 13 – 11
3	190 – 220 – 205	185 – 175 – 180	48 – 46 – 45
4	180 – 175 – 162	91 – 85 – 105	23 – 22 – 20
5	320 – 400 – 360	220 – 175 – 210	67 – 63 – 61
6	300 – 340 – 290	125 – 124 – 126	32 – 38 – 34
7	200 – 200 – 230	260 – 260 – 270	40 – 39 – 35
8	170 – 200 – 180	185 – 180 – 190	40 – 37 – 38

Вариант	4	5	6
Опыт	Газопроницаемость	Прочн. на сжатие, кПа	Прочн. на срез, кПа
1	215 – 220 – 210	140 – 140 – 155	33 – 35 – 44
2	50 – 50 – 72	56 – 52 – 56	11 – 15 – 11
3	190 – 180 – 175	125 – 155 – 160	41 – 47 – 43
4	155 – 150 – 160	78 – 75 – 85	18 – 19 – 20
5	320 – 300 – 330	180 – 175 – 200	51 – 53 – 65
6	280 – 340 – 300	95 – 84 – 106	24 – 28 – 32
7	205 – 205 – 230	235 – 225 – 250	51 – 39 – 42
8	270 – 290 – 280	140 – 140 – 160	31 – 27 – 35

Вариант	7	8	9
Опыт	Газопроницаемость	Прочн. на сжатие, кПа	Прочн. на срез, кПа
1	280 – 320 – 310	128 – 96 – 115	33 – 38 – 35
2	220 – 170 – 162	61 – 72 – 66	18 – 18 – 11
3	210 – 220 – 230	156 – 175 – 148	38 – 34 – 42
4	310 – 315 – 282	120 – 110 – 105	25 – 28 – 26
5	280 – 300 – 320	93 – 95 – 110	27 – 29 – 31
6	270 – 280 – 290	75 – 84 – 76	16 – 18 – 14
7	160 – 160 – 195	41 – 45 – 50	9 – 9 – 15
8	290 – 300 – 280	55 – 56 – 70	14 – 11 – 18

Вариант	10	11	12
Опыт	Газопроницаемость	Прочн. на сжатие, кПа	Прочн. на срез, кПа
1	280 – 300 – 310	105 – 110 – 125	30 – 32 – 34
2	200 – 170 – 200	68 – 51 – 56	20 – 18 – 21
3	190 – 185 – 170	148 – 152 – 160	38 – 41 – 48
4	280 – 275 – 262	97 – 85 – 90	26 – 22 – 24
5	250 – 270 – 260	80 – 85 – 90	20 – 23 – 21
6	260 – 300 – 290	65 – 64 – 76	15 – 18 – 14
7	130 – 150 – 130	32 – 40 – 50	6 – 9 – 8
8	270 – 250 – 280	35 – 38 – 40	8 – 7 – 8

Учебное издание

Ершов Михаил Юрьевич
Солохненко Василий Васильевич

Методические указания к лабораторным работам по курсу «Методика научных исследований для студентов, обучающихся по специальности 150204.65 «Машины и технология литейного производства», 261001.65 «Технология художественной обработки материалов» и направления 150400.68 «Технологические машины и оборудование»

Под редакцией авторов
Оригинал-макет подготовлен редакционно-издательским отделом
МГТУ «МАМИ»

По тематическому плану внутривузовских изданий учебной литературы на
2011г.

Подписано в печать 31.10.11. Формат 60x90 1/16. Бумага 80 г/м²
Гарнитура «Таймс». Ризография. Усл. печ. л 2.5.
Тираж 50 экз. Заказ № 160-11.

МГТУ «МАМИ»
107023, г. Москва, Б. Семёновская ул. 38.